

**Câu 1:** Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{3-x}$ ?

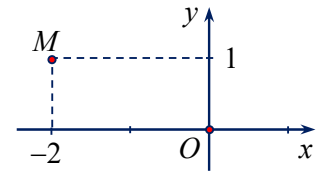
- A.  $y = 3; x = -2$ .      B.  $y = -2; x = 3$ .      C.  $y = 2; x = -3$ .      D.  $y = 2; x = 3$ .

**Câu 2:** Số nghiệm nguyên thuộc  $[-20; 20]$  của bất phương trình  $(2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4)\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$  là:

- A. 38..      B. 36.      C. 37..      D. 19..

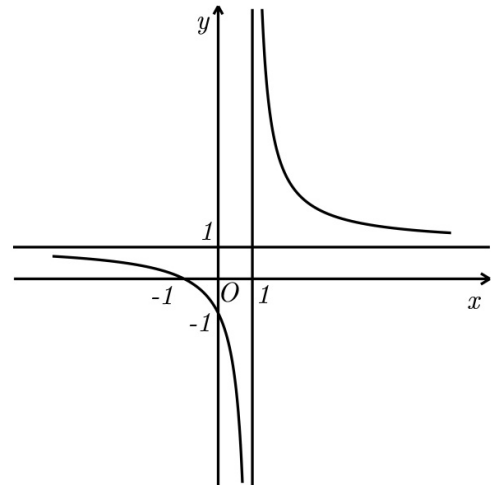
**Câu 3:** Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

- A.  $z = 1 - 2i$ .      B.  $z = 2 + i$ .  
C.  $z = 1 + 2i$ .      D.  $z = -2 + i$ .



**Câu 4:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

- A.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .      B.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .  
C.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .      D.  $y = \frac{x+1}{1-x}$ .



**Câu 5:** Biết  $\int_1^e \frac{x+1}{x^2+x \ln x} dx = \ln(ae+b)$  với  $a, b$  là các số

nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức  $T = a^2 - ab + b^2$ ?

- A. 3..      B. 1..  
C. 0..      D. 8.

**Câu 6:** Biết rằng  $m = m_0$  là giá trị của tham số  $m$  sao cho

phương trình  $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$  có hai

ng nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1+2)(x_2+2) = 12$ . Khi đó  $m_0$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A.  $(3; 9)$       B.  $(9; +\infty)$       C.  $(1; 3)$       D.  $(-2; 0)$

**Câu 7:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  đáy là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ , biết góc giữa  $(A'BC)$  và đáy bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ.

- A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ ..      B.  $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ ..      C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ ..      D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ ..

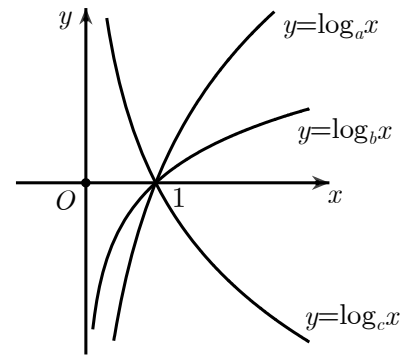
**Câu 8:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = e^x \sin 2x$ .

- A.  $e^x(\sin 2x - \cos 2x)$ .      B.  $e^x \cos 2x$   
C.  $e^x(\sin 2x + \cos 2x)$       D.  $e^x(\sin 2x + 2 \cos 2x)$

**Câu 9:** Từ các chữ số  $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6$  lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số?

- A. 13.      B. 49  
C. 36.      D. 42

**Câu 10:** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương và khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số  $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A.  $a < c < b$ .                      B.  $a < b < c$ .  
 C.  $c < b < a$ .                      D.  $c < a < b$ .

**Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}. \text{ Hỏi } d \text{ đi qua điểm nào trong các điểm sau:}$$

- A.  $C(-3; 4; 5)$                       B.  $D(3; -4; -5)$   
 C.  $B(-1; 2; -3)$                       D.  $A(1; -2; 3)$

**Câu 12:** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{khi } x > 4 \\ mx + 1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 4$ .

- A.  $m = \frac{7}{4}$ .                      B.  $m = 8$ .                      C.  $m = \frac{-7}{4}$ .                      D.  $m = -8$ .

**Câu 13:** Tập hợp nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x+1) < 3$  là:

- A.  $S = (-1; 8)$ .                      B.  $S = (-\infty; 7)$ .                      C.  $S = (-\infty; 8)$ .                      D.  $S = (-1; 7)$ .

**Câu 14:** Cho  $a, b, c$  là các đường thẳng trong không gian. Xét các mệnh đề sau

- (I) Nếu  $a \perp b$  và  $b \perp c$  thì  $a \parallel c$ .  
 (II) Nếu  $a \perp (\alpha)$  và  $b \parallel (\alpha)$  thì  $a \perp b$ .  
 (III) Nếu  $a \parallel b$  và  $b \perp c$  thì  $c \perp a$ .  
 (IV) Nếu  $a \perp b, b \perp c$  và  $a$  cắt  $c$  thì  $b \perp (a, c)$ .

Có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

- A. 3                      B. 4                      C. 2                      D. 1.

**Câu 15:** Cho số phức  $z = (1-i)^2(1+2i)$ . Số phức  $z$  có phần ảo là

- A. 2.                      B. -2.                      C. 4.                      D. -2i.

**Câu 16:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; -3), B(1; 0)$ . Phép tịnh tiến theo  $\vec{u} = (4; -3)$  biến điểm  $A, B$  tương ứng thành  $A', B'$ . Khi đó, độ dài đoạn thẳng  $A'B'$  bằng:

- A.  $A'B' = 10$ .                      B.  $A'B' = \sqrt{5}$ .                      C.  $A'B' = \sqrt{13}$ .                      D.  $A'B' = \sqrt{10}$

**Câu 17:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 7x + 10)^{-3}$

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{2; 5\}$                       B.  $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$                       C.  $\mathbb{R}$                       D.  $(2; 5)$

**Câu 18:** Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $2\sin^2 x + m \sin 2x = 2m$  vô nghiệm?

- A.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{4}{3} \end{cases}$                       B.  $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$                       C.  $0 < m < \frac{4}{3}$                       D.  $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}$

**Câu 19:** Cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$ . Khi đó, một véc-tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$

- A.  $\vec{n} = (2; 3; -4)$                       B.  $\vec{n} = (2; -3; 4)$                       C.  $\vec{n} = (-2; 3; 4)$                       D.  $\vec{n} = (-2; 3; 1)$

**Câu 20:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  tại điểm có hoành độ bằng  $-2$ ?

- A.  $y = -3x + 1$ .      B.  $y = 3x + 11$ .      C.  $y = 3x + 5$ .      D.  $y = -3x - 1$ .

**Câu 21:** Gọi  $M$  là giá trị lớn nhất,  $m$  là giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$  trên đoạn  $[-1; 3]$ . Khi đó tổng  $M + m$  có giá trị là một số thuộc khoảng dưới đây:

- A.  $(0; 2)$ .      B.  $(39; 42)$ .      C.  $(3; 5)$ .      D.  $(59; 61)$ .

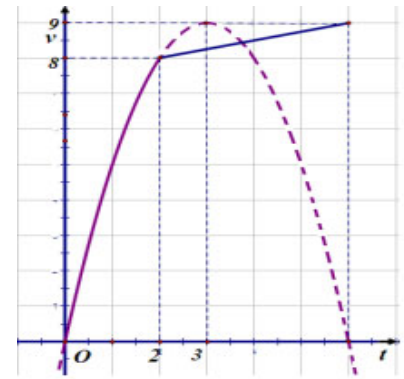
**Câu 22:** Cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ . Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ  $O$  đồng thời vuông góc với cả  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  là:

- A.  $2x - y - 2z = 0$ .      B.  $2x - y + 2z = 0$ .  
C.  $2x + y - 2z = 0$ .      D.  $2x + y - 2z + 1 = 0$ .

**Câu 23:** Giá trị của  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$  bằng

- A. 0.      B. 1.      C. -1.      D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 24:** Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc  $v(km/h)$  phụ thuộc vào thời gian  $t(h)$  có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường parabol có đỉnh  $I(3; 9)$  và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng  $\frac{1}{4}$ . Tính quãng đường  $s$  mà vật di chuyển được trong 6 giờ?



- A.  $\frac{130}{3}(m)$ .      B.  $9(m)$ .      C.  $40(m)$ .      D.  $\frac{134}{3}(m)$

**Câu 25:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 2}$  là

- A.  $(-2; +\infty)$       B.  $(2; +\infty)$       C.  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .      D.  $\mathbb{R}$

**Câu 26:** Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy  $R$ , chiều cao  $h$  và độ dài đường sinh  $l$  là?

- A.  $S_{tp} = 2\pi R^2 + \pi Rl$ .      B.  $S_{tp} = \pi R^2 + \pi Rl$ .  
C.  $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rl$ .      D.  $S_{tp} = \pi R^2 + 2\pi Rl$ .

**Câu 27:** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  với mọi hằng số  $k$  và với mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
B.  $\int f'(x)dx = f(x) + C$  với mọi hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .  
C.  $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ , với mọi hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
D.  $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ , với mọi hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 28:** Tổng các nghiệm thuộc  $[0; 100\pi]$  của phương trình  $\frac{3 - \cos 2x + \sin 2x - 5 \sin x - \cos x}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$

- A.  $\frac{7475}{3}\pi$ .      B.  $\frac{7375}{3}\pi$ .      C.  $4950\pi$ .      D.  $\frac{7573}{3}\pi$ .

**Câu 29:** Hàm số nào trong các hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ?

- A.  $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ .      B.  $y = 2x^3 + 6x^2 - 1$ .  
 C.  $y = x^3 + 3x^2 - 1$ .      D.  $y = -2x^3 + 6x^2 - 1$ .

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$			
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$-\infty$		$3$		$-1$		$+\infty$

**Câu 30:** Gọi  $S$  là tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$\frac{1}{2} \log(x^2 - 2x + 1) + \log(x + 9) = 2 - \log 4. \text{ Tính } S?$$

- A.  $S = -8$ .      B.  $S = -8 - 5\sqrt{2}$ .  
 C.  $S = -8 + 5\sqrt{2}$ .      D.  $S = -12$ .

**Câu 31:** Cho hàm số  $y = \frac{(m-1)\sin x - 2}{\sin x - m}$ . Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để hàm số nghịch biến trên

khoảng  $(0; \frac{\pi}{2})$

- A.  $-1 < m < 2$ .      B.  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$ .

**Câu 32:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , ở các góc phần tư  $I$ , thứ  $II$ , thứ  $III$ , thứ  $IV$  cho lần lượt 1;2;3;4 điểm phân biệt. Biết rằng các điểm không nằm trên trục tọa độ và không có bất kỳ 3 điểm nào thẳng hàng. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm bất kỳ trong 10 điểm trên. Tính xác suất để 3 điểm tạo thành một tam giác có đúng 2 cạnh cắt trục tọa độ?

- A.  $\frac{11}{24}$ .      B.  $\frac{1}{24}$ .      C.  $\frac{5}{12}$ .      D.  $\frac{13}{24}$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = mx^4 - (2m+1)x^2 + 1$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số có một điểm cực đại?

- A.  $-\frac{1}{2} \leq m < 0$ .      B.  $m \leq -\frac{1}{2}$ .      C.  $m \geq -\frac{1}{2}$ .      D.  $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$ .

**Câu 34:** Cho  $M$  là tập hợp các số phức  $z$  thỏa mãn  $|2z - i| = |2 + iz|$ . Gọi  $z_1, z_2$  là hai số phức thuộc tập hợp  $M$  sao cho  $|z_1 - z_2| = 1$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = |z_1 + z_2|$

- A.  $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $P = \sqrt{3}$ .      C.  $P = 2$ .      D.  $P = \sqrt{2}$ .

**Câu 35:** Tính modun của số phức  $\omega = b + ci$  ( $b, c \in \mathbb{R}$ ), biết số phức  $\frac{(1+i)^8(-1-2i)}{(1-i)^7}$  là nghiệm của

phương trình  $z^2 + bz + c = 0$ .

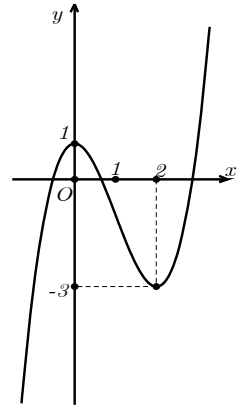
- A.  $2\sqrt{43}$ .      B.  $\sqrt{26}$ .      C.  $\sqrt{62}$ .      D.  $2\sqrt{34}$ .

**Câu 36:** Hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$  có  $AB = a, AC = 2a$ .  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = 2a$ . Gọi  $\varphi$  là góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(SAC), (SBC)$ . Tính  $\cos \varphi = ?$

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{5}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{15}}{5}$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 37:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f^2(|x|) - (m-3)f(|x|) + m-4 = 0$  có 7 nghiệm phân biệt?

- A. 3. B. 1.  
C. 2. D. 4.



**Câu 38:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa  $d$  và tạo với mặt phẳng  $(Q): 2x - y - 2z - 2 = 0$  một góc có số đo nhỏ nhất. Điểm  $A(1;2;3)$  cách mặt phẳng  $(P)$  một khoảng bằng:

- A.  $\sqrt{3}$ . B.  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ . C.  $\frac{7\sqrt{11}}{11}$ . D.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 39:** Biết  $n$  là số nguyên dương thỏa mãn  $2(C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + \dots + C_n^2) = 3A_{n+1}^2$ . Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^{26}$  trong khai triển  $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^n$  (với  $x \neq 0$ )

- A. 356. B. 210. C. 792. D. 924.

**Câu 40:** Cho hàm số  $f(x) = mx^3 - 2mx^2 + (m+1)x - 2$  ( $m$  là tham số). Số các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = |f(x)|$  có 1 điểm cực trị?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. Vô số.

**Câu 41:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và dương trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $f'(x) + (2x+4)f^2(x) = 0$  và  $f(0) = \frac{1}{3}$ . Tính tổng  $S = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2018) = \frac{a}{b}$  với  $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, \frac{a}{b}$  tối giản. Khi đó,  $b - a = ?$

- A. -1. B. 1011. C. 1. D. 2018.

**Câu 42:** Gọi  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) là số phức thỏa mãn điều kiện  $|z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10}$  và có mô đun nhỏ nhất. Tính  $S = 7a + b$ ?

- A. 7. B. 0. C. 5. D. -12.

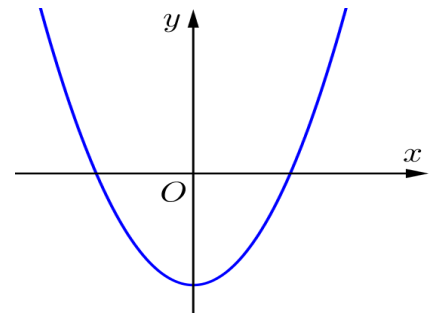
**Câu 43:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $(P)$  như hình vẽ. Biết

$$(u_0; v_0) \text{ là một nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} f(1+4v) = f(5-8u) \\ \sqrt{2u+3v} = 2u+v \end{cases}$$

và  $u_0 + v_0 = \frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*, \frac{a}{b}$  tối giản. Giá trị của biểu thức

$$P = a + b?$$

- A. 3. B. 4.  
C. 1. D. 2.



**Câu 44:** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn:  $5(x^2 + y^2 + z^2) = 9(xy + 2yz + zx)$ . Giá trị lớn

nhất của biểu thức  $T = \frac{x}{y^2 + z^2} - \frac{1}{(x+y+z)^3}$

- A. 16. B.  $\frac{31}{2}$ . C. 12. D.  $\frac{25}{2}$ .

**Câu 45:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  có tâm đường tròn ngoại tiếp  $I\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$ , trục tâm  $H\left(\frac{1}{3}; \frac{8}{3}\right)$  và trung điểm của cạnh  $BC$  là  $M(1;1)$ . Tính độ dài cạnh  $BC$

- A.  $5\sqrt{2}$ .                      B.  $\sqrt{2}$ .                      C.  $2\sqrt{5}$ .                      D.  $\sqrt{5}$ .

**Câu 46:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng song song  $(\alpha_1): 2x - y + 2z - 1 = 0$ ,  $(\alpha_2): 2x - y + 2z + 5 = 0$  và một điểm  $A(-1;1;1)$  nằm trong khoảng giữa của hai mặt phẳng đó. Gọi  $(S)$  là mặt cầu qua  $A$  và tiếp xúc với  $(\alpha_1), (\alpha_2)$ . Biết rằng khi  $(S)$  thay đổi thì tâm  $I$  của nó nằm trên một đường tròn cố định  $(\omega)$ . Tính diện tích hình tròn giới hạn bởi  $(\omega)$ ?

- A.  $\frac{2}{3}\pi$ .                      B.  $\frac{4}{9}\pi$ .                      C.  $\frac{8}{9}\pi$ .                      D.  $\frac{16}{9}\pi$ .

**Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành, các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng  $\sqrt{6}(cm)$ ,  $AB = 4(cm)$ . Khi thể tích khối chóp  $S.ABCD$  đạt giá trị lớn nhất, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp  $S.ABCD$ ?

- A.  $12\pi(cm^2)$                       B.  $4\pi(cm^2)$ .                      C.  $9\pi(cm^2)$                       D.  $36\pi(cm^2)$ .

**Câu 48:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;4;5), B(3;4;0), C(2;-1;0)$  và mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 3y - 2z - 12 = 0$ . Gọi  $M(a;b;c) \in (\alpha)$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng  $S = a + b + c$ .

- A. 3.                      B. 2.                      C. -2.                      D. 2.

**Câu 49:** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có  $AD \perp (ABC)$ ,  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Biết  $BC = 2(cm)$ ,  $AB = 2\sqrt{3}(cm), AD = 6(cm)$ . Quay các tam giác  $ABC$  và  $ABD$  (bao gồm cả điểm bên trong 2 tam giác) xung quanh đường thẳng  $AB$  ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

- A.  $\sqrt{3}\pi(cm^3)$                       B.  $\frac{5\sqrt{3}}{2}\pi(cm^3)$                       C.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi(cm^3)$ .                      D.  $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi(cm^3)$ .

**Câu 50:** Cho điểm  $M$  nằm trên cạnh  $SA$ , điểm  $N$  nằm trên cạnh  $SB$  của khối chóp tam giác  $S.ABC$  sao cho  $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{NB} = 2$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $MN$  và song song với  $SC$  chia khối chóp thành 2 phần. Gọi  $V_1$  là thể tích của khối đa diện chứa  $A$ ,  $V_2$  là thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2} = ?$

- A.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{6}$ .                      B.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{5}$ .                      C.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}$ .                      D.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$ .

----- HẾT -----

**LỜI GIẢI CHI TIẾT***thantaithanh@gmail.com*

**Câu 1.** Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{3-x}$  là:

- A.  $y = 3; x = -2$ .      **B.  $y = -2; x = 3$ .**      C.  $y = 2; x = -3$ .      D.  $y = 2; x = 3$ .

**Lời giải**

*Tác giả: Nguyễn Trung Thành, FB: <https://www.facebook.com/thantaithanh>*

**Chọn B.**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{3-x} = -2$  nên  $y = -2$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số và

$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x-1}{3-x} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x-1}{3-x} = +\infty$  nên  $x = 3$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

*thantaithanh@gmail.com*

**Câu 2.** Số nghiệm nguyên thuộc đoạn  $[-20; 20]$  của bất phương trình:  $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$  là

- A. 38.      **B. 36.**      C. 37.      D. 19.

**Lời giải**

*Tác giả: Nguyễn Trung Thành, FB: <https://www.facebook.com/thantaithanh>*

**Chọn B.**

Điều kiện:  $x^2 + 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -3$  hoặc  $x \geq 1$  (\*).

Vì  $x$  là số nguyên thuộc đoạn  $[-20; 20]$  nên ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1.  $3 \leq x \leq 20$ , khi đó dễ thấy  $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x = 2^x(2^{x+1} - 9) > 0$  nên

$2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 0$ , do đó trên  $[3; 20]$  bất phương trình có 18 nghiệm nguyên.

Trường hợp 2.  $x = 2$  thay trực tiếp vào bất phương trình ta có:  $4\sqrt{5} - 4 \geq 0$  (đúng).

Do đó  $x = 2$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 3.  $x = 1$  thay trực tiếp vào bất phương trình ta có:  $-10 \geq 0$  (sai).

Do đó  $x = 1$  không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 4.  $-20 \leq x \leq -4$ . Khi đó, xét hàm số:  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ , dễ thấy

$\min_{[-20; -4]} f(x) = f(-4) = 5$  nên  $4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 4\sqrt{5}, \forall x \in [-20; -4]$  (a).

Mặt khác, đặt  $t = 2^x$ , khi đó  $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x = 2t^2 - 9t$ ,  $-20 \leq x \leq -4 \Rightarrow 2^{-20} \leq t \leq 2^{-4}$ .

Khi đó xét hàm số  $g(t) = 2t^2 - 9t$  với  $2^{-20} \leq t \leq 2^{-4}$ , dễ thấy

$$\min_{[2^{-20}; 2^{-4}]} g(t) = g(2^{-4}) = -\frac{71}{128} \quad (b)$$

Từ (a), (b) suy ra  $\min_{[-20; -4]} \left\{ h(x) = 2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4\sqrt{x^2 + 2x - 3} \right\} = h(-4) = 4\sqrt{5} - \frac{71}{128} > 0$ . Do đó

bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi  $-20 \leq x \leq -4$ , nên trên đoạn  $[-20; -4]$  bất phương trình có 17 nghiệm nguyên.

Trường hợp  $x = -3$  thay trực tiếp vào bất phương trình ta thấy không thỏa mãn.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là: 36.

[Phamvantuan190593@gmail.com](mailto:Phamvantuan190593@gmail.com)

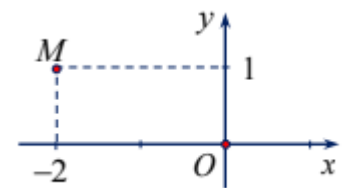
**Câu 3.** Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức?

**A.**  $z = 1 - 2i$ .

**B.**  $z = 2 + i$ .

**C.**  $z = 1 + 2i$ .

**D.**  $z = -2 + i$



**Lời giải**

**Tác giả: Phạm Văn Tuấn – FB: Phạm Tuấn**

**Chọn D.**

Dựa vào hình vẽ ta thấy điểm  $M$  biểu diễn số phức  $z$  có phần thực bằng  $-2$  và phần ảo bằng  $1$ . Vậy số phức  $z = -2 + i$ .

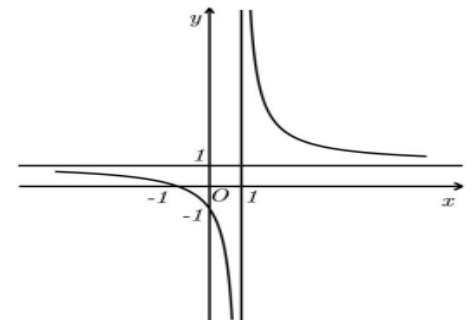
**Câu 4.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

**A.**  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .

**B.**  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

**C.**  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .

**D.**  $y = \frac{x+1}{1-x}$



**Lời giải**

**Tác giả: Phạm Văn Tuấn – FB: Phạm Tuấn**

**Chọn B.**

- Đồ thị hàm số có đường TĐĐ  $x = 1$  nên loại **C**
- Đồ thị hàm số có đường TCN  $y = 1$  nên loại **A** và **D**
- Nhận xét thêm, tại  $x = 0$  thì  $y = -1$  ta chọn **B**



*chipbong07@gmail.com*

**Câu 5.** Biết  $\int_1^e \frac{x+1}{x^2+x \ln x} dx = \ln(ae+b)$  với  $a, b$  là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức

$$T = a^2 - ab + b^2.$$

A. 3.

**B. 1.**

C. 0.

D. 8.

**Lời giải****Tác giả : Đặng Hoài Ân, FB: Đặng Ân****Chọn B**

$$\int_1^e \frac{x+1}{x^2+x \ln x} dx = \int_1^e \frac{1+\frac{1}{x}}{x+\ln x} dx = \int_1^e \frac{d(x+\ln x)}{x+\ln x} = \ln(x+\ln x) \Big|_1^e = \ln(e+1)$$

Vậy  $a = 1, b = 1$  nên  $T = a^2 - ab + b^2 = 1$ .

**Câu 6.** Biết rằng  $m = m_0$  là giá trị của tham số  $m$  sao cho phương trình  $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $(x_1+2)(x_2+2) = 12$ . Khi đó  $m_0$  thuộc khoảng nào sau đây

A. (3;9).

B. (9; +∞).

**C. (1;3).**

D. (-2;0).

**Lời giải****Tác giả : Đặng Hoài Ân, FB: Đặng Ân****Chọn C**

$$9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = 3^x, t > 0. \text{ Pt(1) trở thành: } t^2 - 2(2m+1)t + 3(4m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 4m-1 \end{cases}$$

Để pt(1) có 2 nghiệm thì điều kiện cần và đủ là  $4m-1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$ .

Khi đó pt (1) có hai nghiệm  $x_1 = 1$  và  $x_2 = \log_3(4m-1)$ .

$$\text{Từ giả thiết } (x_1+2)(x_2+2) = 12 \Leftrightarrow 3(\log_3(4m-1)+2) = 12 \Leftrightarrow \log_3(4m-1) = 2$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{1}{4} \cdot (3^2 + 1) = \frac{5}{4}. \text{ Vậy } m \in (1;3).$$

[Lephuonganh510@gmail.com](mailto:Lephuonganh510@gmail.com)

**Câu 7.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  đáy là tam giác vuông cân tại B,  $AC = a\sqrt{2}$ , biết góc giữa  $(A'BC)$  và đáy bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích  $V$  của khối lăng trụ?

**A.**  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

**B.**  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .

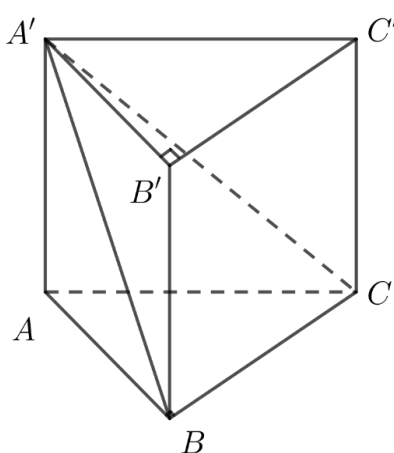
**C.**  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**D.**  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**

*Tác giả : Lê Phương Anh, FB: Phuonganh510*

**Chọn A**



$$\begin{cases} BC \perp BB' \\ BC \perp BA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp A'B$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (A'BC) \cap (ABC) = BC \\ A'B \subset (A'BC), A'B \perp BC \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = A'BA = 60^\circ \\ AB \subset (ABC), AB \perp BC \end{cases}$$

Tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $B$  nên  $AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = a$ .

Xét tam giác  $A'AB$  vuông tại  $A$  có  $AA' = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$ .

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot BA = \frac{1}{2}a^2$

Thể tích lăng trụ là  $V = \frac{1}{3}AA' \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 8.** Tính đạo hàm hàm số  $y = e^x \cdot \sin 2x$

**A.**  $e^x (\sin 2x - \cos 2x)$ .

**B.**  $e^x \cdot \cos 2x$ .

C.  $e^x (\sin 2x + \cos 2x)$ .

D.  $e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$ .

Lời giải

Tác giả : Lê Phương Anh, FB: Phuonganh510

Chọn D

$$y' = (e^x \cdot \sin 2x)' = (e^x)' \cdot \sin 2x + e^x \cdot (\sin 2x)' = e^x \cdot \sin 2x + 2e^x \cdot \cos 2x = e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$$

Duanquy@gmail.com

**Câu 9.** Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5;6 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số?

A. 13 .

B. 49 .

C. 36 .

D. 42 .

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Đức Duẩn, FB: Duan Nguyen Duc

Chọn D

Gọi số cần lập có dạng  $\overline{ab}$ . Để lập được số có 2 chữ số ta cần thực hiện liên tiếp hai hành động.

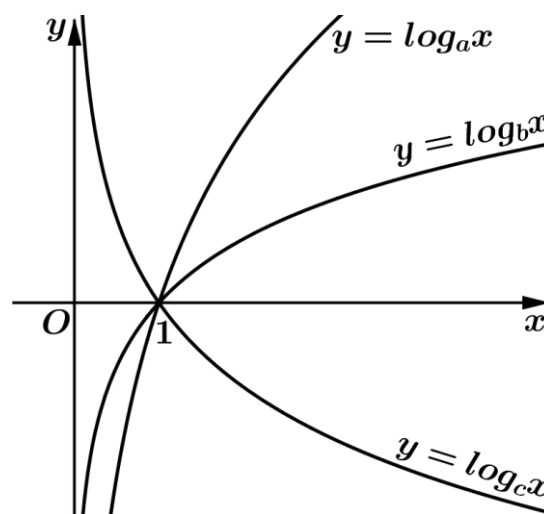
Chọn một chữ số khác 0 vào vị trí  $a$  có 6 cách.

Ứng với mỗi cách chọn một số vào vị trí  $a$  có 7 cách chọn một số vào vị trí  $b$ .

Theo quy tắc nhân ta có số các số có 2 chữ số lập được là  $6 \cdot 7 = 42$  số.

Duanquy@gmail.com

**Câu 10.** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số  $y = \log_a x$ ,  $y = \log_b x$ ,  $y = \log_c x$ .



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $a < c < b$ .

B.  $a < b < c$ .

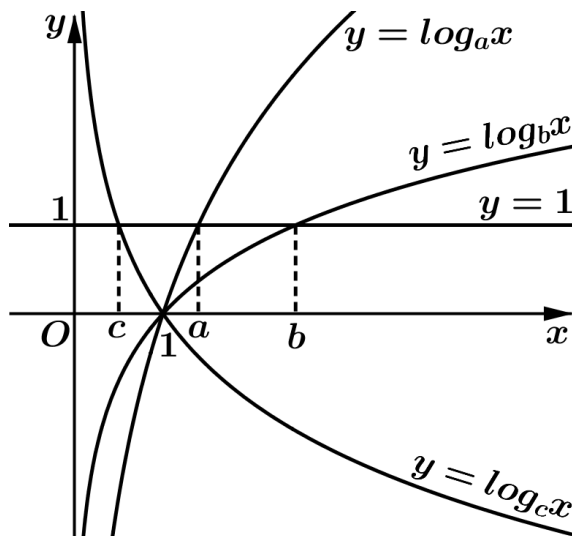
C.  $c < b < a$ .

D.  $c < a < b$ .

**Lời giải**

Tác giả : Nguyễn Đức Duân, FB: Duan Nguyen Duc

**Chọn D**



Theo hình dạng của đồ thị ta có  $\begin{cases} a, b > 1 \\ 0 < c < 1 \end{cases}$ .

Vẽ đường thẳng  $y = 1$  cắt đồ thị hai hàm số  $y = \log_a x$ ,  $y = \log_b x$  lần lượt tại 2 điểm  $M(a; 1)$ ,  $N(b; 1)$ . Ta thấy điểm  $N$  bên phải điểm  $M$  nên  $b > a$ .

Vậy  $c < a < b$ .

[pandahoa@gmail.com](mailto:pandahoa@gmail.com)

**Câu 11.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ . Hỏi  $d$  đi qua điểm nào trong các điểm sau:

- A.  $C(-3; 4; 5)$ .      B.  $D(3; -4; -5)$ .      C.  $B(-1; 2; -3)$ .      **D.  $A(1; -2; 3)$ .**

**Lời giải**

Tác giả : Nguyễn Phú Hòa, FB: Nguyễn Phú Hòa

**Chọn D**

Đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$  đi qua điểm  $A(1; -2; 3)$ .

[pandahoa@gmail.com](mailto:pandahoa@gmail.com)

**Câu 12.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x - 4} & \text{khi } x > 4 \\ mx + 1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 4$ .

**A.**  $m = \frac{7}{4}$ .

**B.**  $m = 8$ .

**C.**  $m = -\frac{7}{4}$ .

**D.**  $m = -8$ .

**Lời giải****Tác giả : Nguyễn Phú Hòa, FB: Nguyễn Phú Hòa****Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4) = 4m + 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} (x + 4) = 8$ .

Hàm số liên tục tại điểm  $x = 4 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = f(4) \Leftrightarrow 4m + 1 = 8 \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}$ .

**Nguyenhoach95@gmail.com****Câu 13.** Tập hợp nghiệm của bất phương trình  $\log_2(x+1) < 3$  là:

**A.**  $S = (-1; 8)$ .

**B.**  $S = (-\infty; 7)$ .

**C.**  $S = (-\infty; 8)$ .

**D.**  $S = (-1; 7)$ .

**Lời giải****Tác giả : Nguyễn Đức Hoạch, FB: Hoạch Nguyễn****Chọn D**

Ta có:  $\log_2(x+1) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 7 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 7$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (-1; 7)$ .**Câu 14.** Cho  $a, b, c$  là các đường thẳng trong không gian. Xét các mệnh đề sau:(I) Nếu  $a \perp b$  và  $b \perp c$  thì  $a // c$ .(II) Nếu  $a \perp (\alpha)$  và  $b // (\alpha)$  thì  $a \perp b$ .(III) Nếu  $a // b$  và  $b \perp c$  thì  $c \perp a$ .(IV) Nếu  $a \perp b, b \perp c$  và  $a$  cắt  $c$  thì  $b \perp (a, c)$ .Có bao nhiêu mệnh đề **đúng**?

**A.** 3.

**B.** 4.

**C.** 2.

**D.** 1.

**Lời giải**

Tác giả : Nguyễn Đức Hoạch, FB: Hoạch Nguyễn

**Chọn A**Mệnh đề (I) sai vì  $a$  và  $c$  có thể cắt nhau hoặc chéo nhau hoặc song song.

Mệnh đề (II), (III) và (IV) đúng.

[nguyentuanblog1010@gmail.com](mailto:nguyentuanblog1010@gmail.com)**Câu 15.** Cho số phức  $z = (1-i)^2(1+2i)$ . Số phức  $z$  có phần ảo là:

A. 2.

**B. -2.**

C. 4.

D.  $-2i$ .**Lời giải**

Tác giả: Phạm Chí Tuân, FB: Tuân Chí Phạm

**Chọn B**Ta có:  $z = (1-i)^2(1+2i) = (1-2i+i^2)(1+2i) = -2i(1+2i) = -2i-4i^2 = 4-2i$ .Suy ra số phức  $z$  có phần ảo là:  $-2$ .**Câu 16.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2;-3), B(1;0)$ . Phép tịnh tiến theo  $\vec{u} = (4;-3)$  biến điểm  $A, B$  tương ứng thành  $A', B'$ . Khi đó, độ dài đoạn thẳng  $A'B'$  là:A.  $A'B' = 10$ .B.  $A'B' = \sqrt{5}$ .C.  $A'B' = \sqrt{13}$ .**D.  $A'B' = \sqrt{10}$ .****Lời giải**

Tác giả: Phạm Chí Tuân, FB: Tuân Chí Phạm

**Chọn D**

Theo tính chất của phép tịnh tiến

Nếu  $T_{\vec{u}}(M) = M'$ ,  $T_{\vec{u}}(N) = N'$  thì  $\overline{MN} = \overline{M'N'}$  suy ra  $MN = M'N'$ .Áp dụng vào bài toán ta có  $A'B' = AB = \sqrt{(1-2)^2 + (0+3)^2} = \sqrt{10}$ .[vungoctan131@gmail.com](mailto:vungoctan131@gmail.com)**Câu 17.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 7x + 10)^{-3}$

**A.**  $\mathbb{R} \setminus \{2;5\}$ .

**B.**  $(-\infty;2) \cup (5;+\infty)$ .

**C.**  $\mathbb{R}$ .

**D.**  $(2;5)$ .

**Lời giải**

*Tác giả : Vũ Ngọc Tân, FB: Vũ Ngọc Tân .*

**Chọn A**

$$\text{ĐKXD: } x^2 - 7x + 10 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{2;5\}.$$

**Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $2\sin^2 x + m\sin 2x = 2m$  vô nghiệm?

**A.**  $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{4}{3} \end{cases}$ .

**B.**  $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$ .

**C.**  $0 < m < \frac{4}{3}$ .

**D.**  $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}$ .

**Lời giải**

*Tác giả : Vũ Ngọc Tân, FB: Vũ Ngọc Tân .*

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } 2\sin^2 x + m\sin 2x = 2m \Leftrightarrow m\sin 2x - \cos 2x = 2m - 1 \quad (1)$$

$$\text{Điều kiện phương trình (1) vô nghiệm là: } m^2 + 1 < (2m - 1)^2 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy với } \begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{4}{3} \end{cases} \text{ thì phương trình trên vô nghiệm.}$$

[kimoanh0102@gmail.com](mailto:kimoanh0102@gmail.com)

**Câu 19:** Cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$ . Khi đó, một véc tơ pháp tuyến của  $(\alpha)$

**A.**  $\vec{n} = (2; 3; -4)$ .

**B.**  $\vec{n} = (2; -3; 4)$ .

**C.**  $\vec{n} = (-2; 3; 4)$ .

**D.**  $\vec{n} = (-2; 3; 1)$ .

**Lời giải****Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh, FB: Bùi Thị Kim Oanh****Chọn C**

Mặt phẳng  $(\alpha): 2x - 3y - 4z + 1 = 0$  có một véc tơ pháp tuyến  $\vec{n}_0 = (2; -3; -4)$ .

Nhận thấy  $\vec{n} = (-2; 3; 4) = -\vec{n}_0$ , hay  $\vec{n}$  cùng phương với  $\vec{n}_0$ .

Do đó véc tơ  $\vec{n} = (-2; 3; 4)$  cũng là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$

**Câu 20:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  tại điểm có hoành độ bằng  $-2$ ?

A.  $y = -3x + 1$ .

**B.  $y = 3x + 11$ .**

C.  $y = 3x + 5$ .

D.  $y = -3x - 1$ .

**Lời giải****Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh, FB: Bùi Thị Kim Oanh****Chọn B**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

$$y = \frac{2x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2}$$

$$y(-2) = 5; y'(-2) = 3$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng  $-2$  là:

$$y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0) \Leftrightarrow y - 5 = 3(x + 2) \Leftrightarrow y = 3x + 11.$$

[maisonltt@gmail.com](mailto:maisonltt@gmail.com)

**Câu 21.** Gọi  $M$  là giá trị lớn nhất,  $m$  là giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$  trên đoạn  $[-1; 3]$ . Khi đó tổng  $M + m$  có giá trị là một số thuộc khoảng dưới đây:

A.  $(0; 2)$ .

**B.  $(39; 42)$ .**

C.  $(3; 5)$ .

D.  $(59; 61)$ .

**Lời giải****Họ và tên tác giả: Nguyễn Thị Mai. Tên FB: Mai Nguyễn****Chọn B**

$$y' = 6x^2 + 6x - 12$$



$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có:  $y(1) = -6$ ;  $y(-2) = 21$ ;  $y(-1) = 14$ ;  $y(3) = 46$

Nên  $M = 46$ ;  $m = -6 \Rightarrow M + m = 40$ .

[maisonltd@gmail.com](mailto:maisonltd@gmail.com)

**Câu 22.** Cho hai mặt phẳng  $\alpha : 3x - 2y + 2z + 7 = 0$ ,  $\beta : 5x - 4y + 3z + 1 = 0$ . Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ  $O$  đồng thời vuông góc với cả  $\alpha$  và  $\beta$  là:

**A.**  $2x - y - 2z = 0$ .

**B.**  $2x - y + 2z = 0$ .

**C.**  $2x + y - 2z = 0$ .

**D.**  $2x + y - 2z + 1 = 0$ .

**Lời giải**

*Họ và tên tác giả : Nguyễn Thị Mai . Tên FB: Mai Nguyễn*

**Chọn C**

Véc tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng lần lượt là  $\vec{n}_\alpha = 3; -2; 2$ ,  $\vec{n}_\beta = 5; -4; 3$ .

$$\Rightarrow [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta] = 2; 1; -2$$

Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ  $O$ , VTPT  $\vec{n} = 2; 1; -2 : 2x + y - 2z = 0$ .

**Câu 23.** Giá trị của  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$  bằng

**A.** 0.

**B.** 1.

**C.** -1.

**D.**  $\frac{\pi}{2}$ .

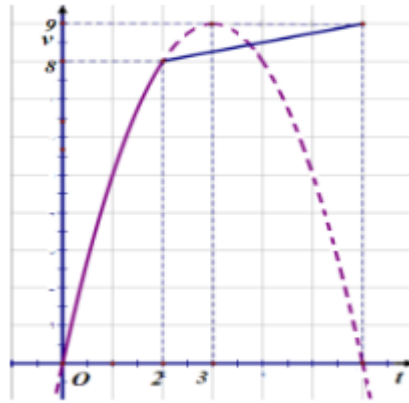
**Lời giải**

*Tác giả : Nguyễn Văn Nghĩa, FB: Nghĩa Văn Nguyễn*

**Chọn B**

$$+ \text{Tính được } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

**Câu 24.** Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc  $v(km/h)$  phụ thuộc vào thời gian  $t(h)$  có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh  $I(3;9)$  và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng  $\frac{1}{4}$ . Tính quãng đường  $s$  mà vật di chuyển được trong 6 giờ?



**A.**  $\frac{130}{3}(km)$ .

**B.**  $9(km)$ .

**C.**  $40(km)$ .

**D.**  $\frac{134}{3}(km)$ .

**Lời giải**

*Tác giả : Nguyễn Văn Nghĩa, FB: Nghĩa Văn Nguyễn*

**Chọn A**

+ Vì Parabol đi qua  $O(0; 0)$  và có tọa độ đỉnh  $I(3;9)$  nên thiết lập được phương trình Parabol là  $(P): y = v(t) = -t^2 + 6t; \forall t \in [0; 2]$

+ Sau 2 giờ đầu thì hàm vận tốc có dạng là hàm bậc nhất  $y = \frac{1}{4}t + m$ , dựa trên đồ thị ta thấy đi qua điểm có tọa độ  $(6;9)$  nên thế vào hàm số và tìm được  $m = \frac{15}{2}$ .

Nên hàm vận tốc từ giờ thứ 2 đến giờ thứ 6 là  $y = \frac{1}{4}t + \frac{15}{2}; \forall t \in [2; 6]$

+ Quãng đường vật đi được bằng tổng đoạn đường 2 giờ đầu và đoạn đường 4 giờ sau.

$$S = S_1 + S_2 = \int_0^2 (-t^2 + 6t) dt + \int_2^6 \left(\frac{1}{4}t + \frac{15}{2}\right) dt = \frac{130}{3}(km)$$

*huynhthanhtinhsp@gmail.com*

**Câu 25:** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sin x + 1}{\sin x - 2}$  là

**A.**  $(-2; +\infty)$

**B.**  $(2; +\infty)$

**C.**  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

**D.**  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

*Tác giả : Huỳnh Thanh Tịnh , FB: huynhthanhtinh*

**Chọn D**

Ta có  $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Do đó  $\sin x - 2 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Vậy tập xác định  $D = \mathbb{R}$

**Câu 26:** Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy  $R$ , chiều cao  $h$  và độ dài đường sinh  $l$  là ?

**A.**  $S_{tp} = 2\pi R^2 + \pi Rl$    **B.**  $S_{tp} = \pi R^2 + \pi Rl$

**C.**  $S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rl$

**D.**  $S_{tp} = \pi R^2 + 2\pi Rl$

**Lời giải**

**Tác giả :** Huỳnh Thanh Tịnh , **FB:** huynhthanhtinh

**Chọn C**

Ta có  $S_{tp} = 2S_d + S_{xq} = 2\pi R^2 + 2\pi Rl$

*Capuchino135@gmail.com*

**Câu 27:** Mệnh đề nào sau đây **sai**?

**A.**  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  với mọi hằng số  $k$  và với mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**B.**  $\int f'(x)dx = f(x) + C$  với mọi hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .

**C.**  $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$  với mọi hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**D.**  $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$  với mọi hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Tác giả :** Trần Thơm, **FB:** Kem LY

**Chọn A**

Do  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$  với mọi hằng số  $k \neq 0$  và với mọi hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên A là mệnh đề sai.

**Câu 28.** Tính tổng các nghiệm thuộc  $[0; 100\pi]$  của phương trình  $\frac{3 - \cos 2x + \sin 2x - 5 \sin x - \cos x}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$ .

**A.**  $\frac{7475}{3} \pi$ .

**B.**  $\frac{7375}{3} \pi$ .

**C.**  $4950\pi$ .

**D.**  $\frac{7573}{3} \pi$ .

**Lời giải**

**Tác giả :** Trần Thơm, **FB:** Kem LY

**Chọn A**

Điều kiện xác định:  $2\cos x - \sqrt{3} \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{\pi}{6} + l2\pi (l \in \mathbb{Z})$ .

Với  $\forall x \neq \pm \frac{\pi}{6} + l2\pi (l \in \mathbb{Z})$  phương trình  $\frac{3 - \cos 2x + \sin 2x - 5\sin x - \cos x}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$

$$\Leftrightarrow 3 - \cos 2x + \sin 2x - 5\sin x - \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 - 1 + 2\sin^2 x + 2\sin x \cos x - 5\sin x - \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x \cos x - \cos x) + 2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x(2\sin x - 1) + (2\sin^2 x - \sin x) - (4\sin x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin x - 1)(\cos x + \sin x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin x - 1 = 0 \text{ (vì } \cos x + \sin x - 2 = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 2 \leq \sqrt{2} - 2 < 0)$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}$$

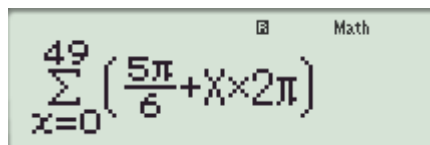
Kết hợp điều kiện, phương trình có nghiệm  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

$$\text{Mà } x \in [0; 100\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq 100\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{595}{12}$$

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0; 1; 2; 3; \dots; 49.$$

Vậy tổng các nghiệm thuộc  $[0; 100\pi]$  của phương trình bằng  $\sum_{k=0}^{49} \left(\frac{5\pi}{6} + k2\pi\right) = \frac{7475\pi}{3}$ .

**Chú ý:** Tính tổng  $\sum_{k=0}^{49} \left(\frac{5\pi}{6} + k2\pi\right)$  bằng cách sử dụng máy tính cầm tay: Nhập tổng như sau



rồi ấn phím = được kết quả.

[nguyenthithutrang215@gmail.com](mailto:nguyenthithutrang215@gmail.com)

**Câu 29.** Cho hàm số có đạo hàm  $y' = x^5(2x-1)^2(x+1)^3(3x-2)$ . Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

**B. 3.**

C. 11.

D. 2.

**Lời giải**

Tác giả: Nguyễn Thị Thu Trang, FB: Trang Nguyễn

**Chọn B**

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -1 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vì  $y'$  không đổi dấu khi qua các nghiệm bội chẵn nên số điểm cực trị của hàm số là 3

**Câu 30.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm  $M(-2;3)$ .

**A.**  $y = x + 5$ .

**B.**  $y = 2x + 7$ .

**C.**  $y = 3x + 9$ .

**D.**  $y = -x + 1$ .

**Lời giải**

*Tác giả: Nguyễn Thị Thu Trang, FB: Trang Nguyễn*

**Chọn A**

TXĐ:  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$y' = \frac{1}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(-2) = 1$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm  $M(-2;3)$  là:  $y = x + 5$

[hungnguyen24061984@gmail.com](mailto:hungnguyen24061984@gmail.com)

**Câu 31.** Cho biểu thức  $\sqrt[5]{8\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = 2^{\frac{m}{n}}$ , trong đó  $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản. Gọi  $P = m^2 + n^2$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.**  $P \in (330; 340)$ .

**B.**  $P \in (350; 360)$ .

**C.**  $P \in (260; 370)$ .

**D.**  $P \in (340; 350)$ .

**Lời giải**

*Tác giả: Nguyễn Hoàng Hưng, FB: Nguyễn Hưng*

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \sqrt[5]{8\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = \sqrt[5]{2^3\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = 2^{\frac{3}{5}} \cdot 2^{\frac{1}{10}} \cdot 2^{\frac{1}{30}} = 2^{\frac{3}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30}} = 2^{\frac{11}{15}}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{11}{15} \Rightarrow \begin{cases} m = 11 \\ n = 15 \end{cases} \Rightarrow P = m^2 + n^2 = 11^2 + 15^2 = 346.$$

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 4(C)$ . Tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm  $M(-2;2)$  có hệ số góc bằng bao nhiêu?

**A.** 9.**B.** 0.**C.** 24.**D.** 45.**Lời giải****Tác giả :** Nguyễn Hoàng Hưng, FB: Nguyễn Hưng**Chọn A**Ta có  $y' = 3x^2 - 3$ Tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm  $M(-2;2)$  có hệ số góc là:  $k = y'(-2) = 9$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = mx^4 - (2m+1)x^2 + 1$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số có một điểm cực đại.

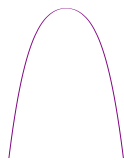
**A.**  $-\frac{1}{2} \leq m < 0$ .**B.**  $m \leq -\frac{1}{2}$ .**C.**  $m \geq -\frac{1}{2}$ .**D.**  $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$ .**Lời giải****Tác giả:** Nguyễn Thị Dung, FB: dungbt nguyen**Chọn C**

Có 3 trường hợp sau thỏa mãn yêu cầu:

**TH1:** Hàm số là đa thức bậc 2 có hệ số của  $x^2$  âm (đồ thị là parabol hướng bề lõm xuống dưới)

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ -(2m+1) < 0 \end{cases} \Rightarrow m = 0.$$

**TH2:** Hàm số là đa thức bậc 4 có đồ thị dạng



$$\Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ a.b \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 2m+1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq m < 0.$$

**TH3:** Hàm số là đa thức bậc 4 có đồ thị dạng

**Câu 44.** Cho  $x, y, z$  là các số thực dương thỏa mãn  $5(x^2 + y^2 + z^2) = 9(xy + 2yz + zx)$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $T = \frac{x}{y^2 + z^2} - \frac{1}{(x + y + z)^3}$ .

**A.** 16.

**B.**  $\frac{31}{2}$ .

**C.** 12.

**D.**  $\frac{25}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y^2 + z^2 \geq \frac{(y+z)^2}{2}$  và  $yz \leq \frac{(y+z)^2}{4}$ .

Và theo giả thiết  $5(x^2 + y^2 + z^2) = 9(xy + 2yz + zx) \Leftrightarrow 5x^2 + 5(y+z)^2 - 9x(y+z) = 28yz$   
 $\Leftrightarrow 5x^2 + 5(y+z)^2 - 9x(y+z) \leq 7(y+z)^2 \Leftrightarrow (5x + y + z)(x - 2y - 2z) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2(y+z)$ .

Vậy  $T = \frac{x}{y^2 + z^2} - \frac{1}{(x + y + z)^3} \leq \frac{4(y+z)}{(y+z)^2} - \frac{1}{27(y+z)^3} = \frac{4}{y+z} - \frac{1}{27(y+z)^3}$ .

Xét hàm số  $f(t) = \frac{4}{t} - \frac{1}{27t^3}$  với  $t > 0$ , có  $f'(t) = -\frac{4}{t^2} + \frac{1}{9t^4} = \frac{1-36t^2}{9t^4}$ ,  $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}$ .

Bảng biến thiên:

$t$	0	$\frac{1}{6}$	$+\infty$		
$f'(t)$		+	0	-	
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	16	$\searrow$	0

Dựa vào BBT suy ra giá trị lớn nhất của  $T = 16$  đạt được tại  $\begin{cases} x = 2(y+z) \\ y = z \\ y+z = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = z = \frac{1}{12} \end{cases}$ .

**Câu 45.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  có tâm đường tròn ngoại tiếp  $I\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$ ,

trục tâm  $H\left(\frac{1}{3}; \frac{8}{3}\right)$  và trung điểm của cạnh BC là  $M(1;1)$ . Tính độ dài cạnh BC.

**A.**  $5\sqrt{2}$ .

**B.**  $\sqrt{2}$ .

**C.**  $2\sqrt{5}$ .

**D.**  $\sqrt{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \overline{MI} = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right) \text{ và } \overline{HA} = 2\overline{MI} \text{ nên } \overline{HA} = \left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right) \Rightarrow A(1;4)$$

$$IB = IA = \frac{5\sqrt{2}}{3}; IM = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$BM = \sqrt{BI^2 - IM^2} = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2}}{3}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2} = \sqrt{5} \Rightarrow BC = 2\sqrt{5}$$

**Câu 46.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng song song  $(\alpha_1): 2x - y + 2z - 1 = 0$ ,  $(\alpha_2): 2x - y + 2z + 5 = 0$  và một điểm  $A(-1;1;1)$  nằm trong khoảng giữa của hai mặt phẳng đó. Gọi  $(S)$  là mặt cầu đi qua  $A$  và tiếp xúc với  $(\alpha_1), (\alpha_2)$ . Biết rằng khi  $(S)$  thay đổi thì tâm  $I$  của nó nằm trên một đường tròn cố định  $(\omega)$ . Tính diện tích hình tròn giới hạn bởi  $(\omega)$ .

**A.**  $\frac{2}{3}\pi$ .

**B.**  $\frac{4}{9}\pi$ .

**C.**  $\frac{8}{9}\pi$ .

**D.**  $\frac{16}{9}\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Nhận thấy:  $(\alpha_1) // (\alpha_2)$  và  $M(1;1;0) \in (\alpha_1)$  nên

$$d((\alpha_1), (\alpha_2)) = d(M, (\alpha_2)) = \frac{|2 \cdot 1 - 1 + 2 \cdot 0 + 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 2.$$

Vì  $(S)$  tiếp xúc với  $(\alpha_1), (\alpha_2)$  nên tâm  $I$  của  $(S)$  luôn thuộc mặt phẳng  $(P)$  song song với  $(\alpha_1), (\alpha_2)$  và cách  $(\alpha_1), (\alpha_2)$  một khoảng bằng 1. (1)

Khi đó  $(S)$  có bán kính  $R = 1$  và  $(P): 2x - y + 2z + 2 = 0$

Mặt khác,  $(S)$  đi qua  $A(-1;1;1)$  nên  $IA = R = 1$ . Vậy,  $I$  luôn thuộc mặt cầu  $(S')$  tâm  $A$  và có bán kính  $R' = 1$ . (2)

Từ (1) và (2) ta thấy, khi  $(S)$  thay đổi thì tâm  $I$  của nó nằm trên một đường tròn cố định  $(\omega) = (P) \cap (S')$ .

$$\text{Ta có: } d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 1 + 2 \cdot 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Bán kính của đường tròn } (\omega) \text{ là } r. \text{ Ta có } r^2 = R'^2 - d^2(A, (P)) = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}.$$



Diện tích hình tròn giới hạn bởi  $(\omega)$  bằng  $\frac{8}{9}\pi$ .

[luuhuephuongtailieu@gmail.com](mailto:luuhuephuongtailieu@gmail.com)

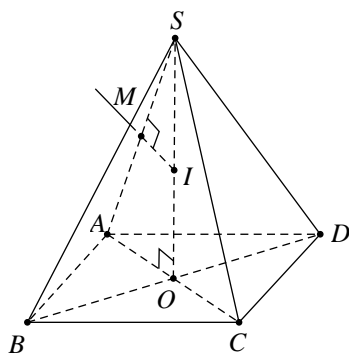
**Câu 47.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành, các cạnh bên của hình chóp bằng  $\sqrt{6} \text{ cm}$ ,  $AB = 4 \text{ cm}$ . Khi thể tích khối chóp  $S.ABCD$  đạt giá trị lớn nhất, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp  $S.ABCD$ .

- A.  $12\pi \text{ cm}^2$ .                      B.  $4\pi \text{ cm}^2$ .                      C.  $9\pi \text{ cm}^2$ .                      **D.  $36\pi \text{ cm}^2$ .**

**Lời giải**

**Tác giả : Lưu Huệ Phương, FB: Lưu Huệ Phương**

**Chọn D**



Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .

Ta có  $\Delta SAC$  cân tại  $S$  nên  $SO \perp AC$  và  $\Delta SBD$  cân tại  $S$  nên  $SO \perp BD$ .

Khi đó  $SO \perp (ABCD)$ .

Ta có:  $\Delta SAO = \Delta SBO = \Delta SCO = \Delta SDO \Rightarrow OA = OB = OC = OD$

Vậy hình bình hành  $ABCD$  là hình chữ nhật.

$$\text{Đặt } BC = x \Rightarrow AC = \sqrt{4^2 + x^2} \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{16 + x^2}}{2}.$$

$$\text{Xét } \Delta SAO \text{ vuông tại } O, \text{ ta có: } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{6 - \frac{16 + x^2}{4}} = \frac{\sqrt{8 - x^2}}{2}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{8 - x^2}}{2} \cdot 4x = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{8 - x^2} \cdot x$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức : } ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2} \text{ ta có: } V = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{8 - x^2} \cdot x \leq \frac{2}{3} \cdot \frac{8 - x^2 + x^2}{2} = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Dấu " = " xảy ra } \Leftrightarrow \sqrt{8 - x^2} = x \Leftrightarrow x = 2. \text{ Do đó: } BC = 2, SO = 1.$$

Gọi  $M$  là trung điểm của  $SA$ , trong  $(SAO)$  kẻ đường trung trực của  $SA$  cắt  $SO$  tại  $I$ .

Khi đó mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABCD$  có tâm  $I$  và bán kính  $R = IS$ .

Vì  $\Delta SMI \sim \Delta SOA(g.g)$  nên  $\frac{SI}{SA} = \frac{SM}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SA^2}{2.SO} = \frac{6}{2.1} = 3 \Rightarrow R = 3(cm)$ .

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABCD$  là:  $4\pi R^2 = 4\pi.3^2 = 36\pi(cm^2)$ .

[luuhuephuongtailieu@gmail.com](mailto:luuhuephuongtailieu@gmail.com)

**Câu 48.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;4;5), B(3;4;0), C(2;-1;0)$  và mặt phẳng  $(\alpha): 3x - 3y - 2z - 12 = 0$ . Gọi  $M(a;b;c)$  thuộc  $(\alpha)$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng  $S = a + b + c$ .

**A. 3.**

**B. 2.**

**C. -2.**

**D. 1.**

**Lời giải**

**Tác giả : Lư Huệ Phương, FB: Lư Huệ Phương**

**Chọn A**

Gọi điểm  $I(x; y; z)$  thỏa mãn  $\vec{IA} + \vec{IB} + 3\vec{IC} = \vec{0}$ .

$$\text{Mà } \begin{cases} \vec{IA} = (1-x; 4-y; 5-z) \\ \vec{IB} = (3-x; 4-y; -z) \\ \vec{IC} = (2-x; -1-y; -z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{IA} = (1-x; 4-y; 5-z) \\ \vec{IB} = (3-x; 4-y; -z) \\ 3\vec{IC} = (6-3x; -3-3y; -3z) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{IA} + \vec{IB} + 3\vec{IC} = (10-5x; 5-5y; 5-5z)$$

$$\text{Do đó: } \vec{IA} + \vec{IB} + 3\vec{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow I(2;1;1).$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác: } MA^2 + MB^2 + 3MC^2 &= (\vec{MI} + \vec{IA})^2 + (\vec{MI} + \vec{IB})^2 + 3(\vec{MI} + \vec{IC})^2 \\ &= 5MI^2 + 2.MI. \left( \underbrace{\vec{IA} + \vec{IB} + 3\vec{IC}}_{\vec{0}} \right) + IA^2 + IB^2 + 3IC^2 \end{aligned}$$

Vì  $I, A, B, C$  cố định nên  $IA^2 + IB^2 + 3IC^2$  không đổi

Do đó:  $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow MI^2$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow MI$  nhỏ nhất

$\Leftrightarrow M$  là hình chiếu của  $I$  trên mặt phẳng  $(\alpha)$ .

Phương trình đường thẳng  $d$  qua  $I$  và vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$  là:

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{-2}$$

Gọi  $\{M\} = d \cap (\alpha)$ . Tọa độ của  $M$  là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{-2} \\ 3x-3y-2z-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x+6=3y-3 \\ -2x+4=3z-3 \\ 3x-3y-2z-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$$

Vậy  $a = \frac{7}{2}, b = -\frac{1}{2}, c = 0 \Rightarrow S = a + b + c = 3$ .

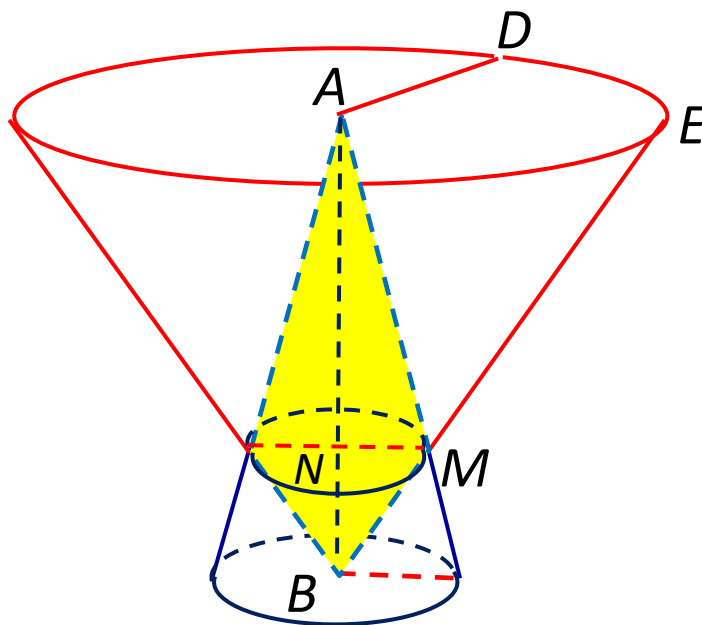
**Câu 49.** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có  $AD \perp ABC$ ,  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Biết  $BC = 2(cm)$

,  $AB = 2\sqrt{3}(cm), AD = 6(cm)$ . Quay các tam giác  $ABC$  và  $ABD$  ( bao gồm cả điểm bên trong 2 tam giác) xung quanh đường thẳng  $AB$  ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

- A.  $\sqrt{3}\pi(cm^3)$       B.  $\frac{5\sqrt{3}}{2}\pi(cm^3)$       **C.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi(cm^3)$**       D.  $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi(cm^3)$

**Lời giải**

**Chọn C**



Dễ thấy  $AD \perp ABC \Rightarrow AD = R_1$

Gọi  $\{M\} = BD \cap AC$  và N là hình chiếu của M trên AB. Dễ dàng chứng minh được tỉ lệ:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AB} \text{ (1)} ; \text{ và } \frac{MN}{AD} = \frac{BN}{AB} \text{ (2)} \Rightarrow \frac{(1)}{(2)} = \frac{AD}{BC} = \frac{AN}{BN} = 3 \Rightarrow \frac{AN}{AB} = \frac{3}{4}; \frac{BN}{AB} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow AN = \frac{3\sqrt{3}}{2}; BN = \frac{\sqrt{3}}{2}; MN = \frac{3}{2}$$

Phần thể tích chung của 2 khối tròn xoay là phần thể tích khi quay tam giác  $\triangle AMB$  xung quanh trục AB. Gọi  $V_1$  là thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác  $\triangle BMN$  xung quanh AB

Và  $V_2$  là thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác  $\triangle AMN$  xung quanh AB

Dễ tính được:  $V_1 = \frac{3\sqrt{3}\pi}{8} (dvtt)$  và  $V_2 = \frac{9\sqrt{3}\pi}{8} (dvtt) \Rightarrow V_1 + V_2 = \frac{3\sqrt{3}\pi}{2} (dvtt)$ . **Chọn C.**

**Câu 50.** Cho điểm M nằm trên cạnh SA, điểm N nằm trên cạnh SB của khối chóp tam giác S.ABC sao cho  $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{NB} = 2$ . Mặt phẳng  $\alpha$  qua MN và song song với SC chia khối chóp thành 2 phần. Gọi  $V_1$  là thể tích của khối đa diện chứa A,  $V_2$  là thể tích của khối đa diện còn lại.

Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2} = ?$

A.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{6}$ .

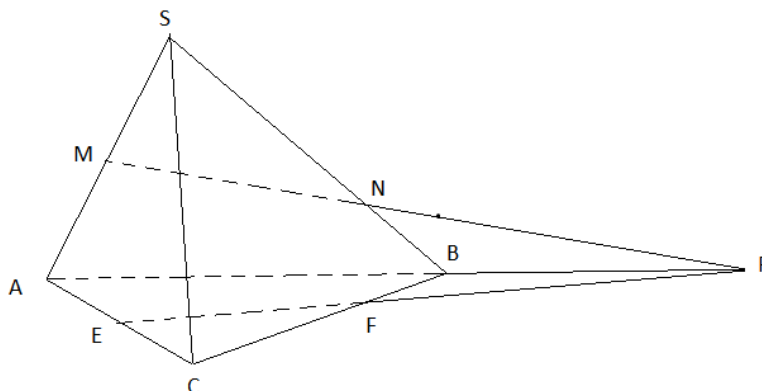
B.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{5}$ .

**C.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}$ .**

D.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Vì  $SC // (\alpha)$  nên  $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{NB} = 2 \Rightarrow \frac{CE}{EA} = \frac{1}{2}, \frac{CF}{FB} = 2.$

Mặt khác dễ thấy:  $MN; EF; AB$  đồng quy tại P. Áp dụng Menelaus trong tam giác  $\triangle SAB$  :

$$\frac{MS}{MA} \cdot \frac{PA}{PB} \cdot \frac{NB}{NS} = 1 \Rightarrow \frac{PA}{PB} = 4$$

$$\begin{cases} V_{AMEP} = \frac{AM}{AS} \cdot \frac{AE}{AC} \cdot \frac{AP}{AB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{27} \\ V_{ASCB} \\ V_{BNFP} = \frac{BN}{BS} \cdot \frac{BF}{BC} \cdot \frac{BP}{BA} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27} \\ V_{BSCA} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{AMNBFE}}{V_{SABC}} = \frac{V_{AMEP} - V_{BNFP}}{V_{SABC}} = \frac{16}{27} - \frac{1}{27} = \frac{15}{27} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} . \text{ Chọn C.}$$