

**SỞ GD – ĐT HÀ TĨNH ĐỀ KIỂM TRA ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 11**

**Trường THPT Nghèn**

**Năm học 2023 – 2024. Môn: Toán**

**(Thời gian: 150 phút)**

**Câu 1 (3,0 điểm).** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$y = \frac{\cos x + 2 \sin x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4}.$$

**Câu 2 (3,0 điểm).** Tìm nghiệm trên khoảng  $(0; \pi)$  của phương trình:

$$4 \sin^2 \frac{x}{2} - \sqrt{3} \cos 2x = 1 + 2 \cos^2 \left(x - \frac{3\pi}{4}\right).$$

**Câu 3 (2,5 điểm).** Giải phương trình:

$$\cos 2x + \sqrt{3}(1 + \sin x) = \frac{2 \cos x + 2 \sin 2x - 2 \sin x - 1}{2 \cos x - 1}.$$

**Câu 4 (2,5 điểm).** Giải phương trình:  $4 \cot x - 2 = \frac{3 + \cos 2x}{\sin x}$

**Câu 5 (2,5 điểm).** Tính tổng các nghiệm của phương trình sau trên  $[0; 2\pi]$ :

$$\frac{\sin^{10} x + \cos^{10} x}{4} = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{4 \cos^2 2x + \sin^2 2x}$$

**Câu 6 (2,5 điểm).** Tìm  $m$  để phương trình sau có nghiệm trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ :

$$2 \cos 2x + \sin^2 x \cos x + \sin x \cos^2 x = m(\sin x + \cos x)$$

**Câu 7 (4,0 điểm).** Cho lăng trụ  $ABCA'B'C'$ . Gọi  $I, G, K$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $\triangle ABC, \triangle ACC', \triangle A'B'C'$ .

a. Chứng minh:  $(IGK) // (BB'C'C)$

b. Chứng minh:  $(A'GK) // (AB'I)$

----- Hết -----