

**I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)**

**Câu 1.** Số 9 là căn bậc hai số học của

- A. 3.                                      B. 81.                                      C. -3.                                      D.  $\pm 3$ .

**Câu 2.** Kết quả rút gọn biểu thức  $\sqrt{\frac{5a}{7}} \cdot \sqrt{\frac{7a}{45}}$  với  $a \geq 0$  là

- A.  $\frac{a}{3}$ .                                      B.  $\frac{3}{a}$ .                                      C.  $-\frac{a}{3}$ .                                      D.  $\pm \frac{3}{a}$ .

**Câu 3.** Giá trị biểu thức  $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{2}$  bằng

- A.  $-2\sqrt{2}$ .                                      B.  $1 - 2\sqrt{2}$ .                                      C. -1.                                      D. 1.

**Câu 4.** Giá trị của biểu thức  $P = \sqrt{2x-3}$  tại  $x = 6$  là

- A. 9.                                      B.  $\sqrt{3}$ .                                      C. 3.                                      D.  $\sqrt{8}$ .

**Câu 5.** Cho  $\triangle DEF$  vuông tại  $D$ ,  $\cos E$  bằng

- A.  $\frac{DF}{EF}$ .                                      B.  $\frac{DE}{EF}$ .                                      C.  $\frac{DF}{DE}$ .                                      D.  $\frac{EF}{ED}$ .

**Câu 6.** Một người đứng ở mặt đất cách tháp ăng-ten 150m. Biết rằng người đó nhìn thấy đỉnh tháp ở góc  $20^\circ$  so với đường nằm ngang, khoảng cách từ mắt đến mặt đất bằng 1,5m. Chiều cao của tháp bằng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

- A. 56,1m.                                      B. 54,6m.                                      C. 57m.                                      D. 54,5m.

**II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)**

**Câu 7. (3,5 điểm)**

a) Rút gọn các biểu thức  $A = (3\sqrt{50} - 5\sqrt{18} + 3\sqrt{8})\sqrt{2}$ .

b) Tìm  $x$  biết  $\sqrt{9x} + \sqrt{x} - \sqrt{4x} = 2$ .

c) Cho biểu thức  $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ . Tìm  $x$  biết  $M > 0$ .

**Câu 8. (3,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ .

a) Cho  $BH = 9\text{ cm}; CH = 4\text{ cm}$ . Tính độ dài các đoạn thẳng  $AB, AC, AH$ .

b) Gọi  $E$  là hình chiếu của  $H$  trên  $AB$ . Chứng minh  $AE \cdot AB = HB \cdot HC$ .

c) Đường thẳng qua  $B$  vuông góc với  $AB$  cắt tia  $AH$  tại  $F$ . Gọi  $M$  là hình chiếu của  $H$  trên

$BF$ . Chứng minh  $\frac{HE^2}{HA^2} + \frac{HM^2}{HF^2} = 1$ .

**Câu 9. (0,5 điểm)** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $\sqrt{x+2023} - y^3 = \sqrt{y+2023} - x^3$ . Tìm giá trị lớn nhất và

giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = \frac{1 + \sqrt{1-x}}{2 + \sqrt{y}}$ .

----- Hết -----

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Mỗi câu trả lời đúng 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	B	A	C	C	B	A

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
<b>Câu 7.a (1,0 điểm)</b>		
	$A = (3\sqrt{50} - 5\sqrt{18} + 3\sqrt{8})\sqrt{2} = (15\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 6\sqrt{2})\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 12$	1,0
<b>Câu 7.b (1,0 điểm)</b>		
	ĐKXĐ: $x \geq 0$ $\sqrt{9x} + \sqrt{x} - \sqrt{4x} = 2 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} + \sqrt{x} - 2\sqrt{x} = 2$	0,5
	$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn)}. \text{ Vậy phương trình có nghiệm là } x = 1.$	0,5
<b>Câu 7.b (1,5 điểm)</b>		
	ĐKXĐ: $x \geq 0$ và $x \neq 1$ $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) - 2\sqrt{x} - (\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x + \sqrt{x} - 2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,5
	$= \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$	0,5
	Ta có $M > 0$ nên $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ Kết hợp với ĐKXĐ, vậy $x > 1$ thì $M > 0$	0,5
<b>Câu 8.a (1,5 điểm)</b>		
Vẽ hình đúng câu a, ghi GT-KL đúng		0,5
	Ta có $BC = BH + HC = 4 + 9 = 13 \text{ cm}$ . $\Delta ABC$ vuông tại $A$ có $AH \perp BC$ , $AB^2 = BH \cdot BC = 9 \cdot 13 \Rightarrow AB = 3\sqrt{13} \text{ (cm)}$	0,5

	$AC^2 = CH.BC = 4.13 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13} (cm)$ $AH^2 = HB.HC = 4.9 \Rightarrow AH = 6 (cm)$	0,5
<b>Câu 8.b (1,0 điểm)</b>		
	$\Delta ABC$ vuông tại $A$ có $AH \perp BC$ suy ra $AH^2 = HB.HC$ (1).	0,25
	$\Delta ABH$ vuông tại $H$ có $HE \perp AB$ suy ra $AH^2 = AE.AB$ (2).	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $AE.AB = HB.HC$ .	0,5
<b>Câu 8.c (0,5 điểm)</b>		
	$\Delta BHA$ vuông tại $H$ có $HE \perp AB$ nên $HE^2 = AE.EB; AH^2 = AE.AB; BH^2 = BE.BA$ $\Rightarrow \frac{HE^2}{HA^2} = \frac{AE.EB}{AE.AB} = \frac{EB}{AB}$ $\Delta BHF$ vuông tại $H$ có $HM \perp BF$ nên $HM^2 = BM.MF; HF^2 = MF.BF; BH^2 = BM.BF$ $\Rightarrow \frac{HM^2}{HF^2} = \frac{BM.MF}{MF.BF} = \frac{BM}{BF}$	0,25
	Xét $\Delta BAF$ vuông tại $B$ có $BH \perp AF$ nên $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BF^2} + \frac{1}{AB^2}$ Khi đó $\frac{HE^2}{HA^2} + \frac{HM^2}{HF^2} = \frac{EB}{AB} + \frac{BM}{BF} = \frac{EB.AB}{AB^2} + \frac{BM.BF}{BF^2} = \frac{BH^2}{AB^2} + \frac{BH^2}{BF^2}$ $= BH^2 \left( \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BF^2} \right) = BH^2 \cdot \frac{1}{BH^2} = 1.$	0,25
<b>Câu 9. (0,5 điểm)</b>		
	ĐKXD: $-2023 \leq x \leq 1; y \geq 0$ Ta có $\sqrt{x+2023} - y^3 = \sqrt{y+2023} - x^3$ $\Leftrightarrow (x-y)(x^2+xy+y^2) + \sqrt{x+2023} - \sqrt{y+2023} = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+2023} - \sqrt{y+2023}) \left[ (\sqrt{x+2023} + \sqrt{y+2023})(x^2+xy+y^2) + 1 \right] = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+2023} - \sqrt{y+2023} = 0$ $\Leftrightarrow x = y$	0,25
	Khi đó $M = \frac{1 + \sqrt{1-x}}{2 + \sqrt{x}}$ với $0 \leq x \leq 1.$ Với $x \geq 0$ ta được $2 + \sqrt{x} \geq 2$ khi đó $M \leq \frac{1}{2}(1 + \sqrt{1-x}) \leq 1.$ Dấu bằng xảy ra khi $x = y = 0$ (thỏa mãn). Với $x \leq 1$ ta được $2 + \sqrt{x} \leq 3$ khi đó $M \geq \frac{1}{3}(1 + \sqrt{1-x}) \geq \frac{1}{3}.$ Dấu bằng xảy ra khi $x = y = 1$ (thỏa mãn).	0,25

**Lưu ý:** Học sinh làm cách khác đúng cho điểm tối đa.

----- **Hết** -----