

Họ và tên thí sinh: ; Số báo danh:

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (3,0 điểm)

Câu 1. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là $y' = \sin(2020x)$?

- A. $y = 2020 \cos(2020x)$. B. $y = -2020 \cos(2020x)$.
C. $y = -\frac{1}{2020} \cos(2020x)$. D. $y = \frac{1}{2020} \sin(2020x)$.

Câu 2. Giải phương trình $\sqrt{3} \tan x - 3 = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có hai chữ số phân biệt được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4 ?

- A. 12. B. 6. C. 16. D. 8.

Câu 4. Một hộp có chứa 20 quả cầu, gồm 7 quả cầu màu vàng và 13 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được 2 quả cầu cùng màu.

- A. $\frac{91}{190}$. B. $\frac{99}{190}$. C. $\frac{91}{360}$. D. $\frac{89}{360}$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$ và công sai $d = 5$. Tính u_2 .

- A. $u_2 = -7$. B. $u_2 = -10$. C. $u_2 = 3$. D. $u_2 = 2$.

Câu 6. Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{3}$.

- A. $S = -3$. B. $S = -\frac{1}{6}$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = \frac{3}{4}$.

Câu 7. Dãy số nào sau đây là dãy giảm?

- A. (u_n) với $u_n = 3^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. (u_n) với $u_n = 5n + 7, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. (u_n) với $u_n = \frac{7n + 4}{n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. (u_n) với $u_n = \sqrt{n + 2020} - \sqrt{n + 2019}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 8. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến d_1 thành d_2 ?

- A. Vô số B. 0. C. 1. D. 5.

Câu 9. Phép quay tâm $O(0;0)$ góc quay $\alpha = 90^\circ$ biến điểm $M(3;0)$ thành điểm M' . Tìm tọa độ của điểm M' .

- A. $(0;3)$. B. $(0;-3)$. C. $(3;0)$. D. $(-3;0)$.

Câu 10. Phép vị tự tâm I tỉ số $k = -2$ biến đường tròn (C) bán kính $r = 3$ thành đường tròn (C') bán kính r' . Tính r' .

- A. $r' = \frac{3}{2}$. B. $r' = 6$. C. $r' = \frac{2}{3}$. D. $r' = 5$.

Câu 11. Trong không gian, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
 B. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
 C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
 D. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) , $(ABCD)$. Tính $\cos \varphi$.

- A. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\cos \varphi = \frac{1}{3}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 13. (2,0 điểm) Tính các giới hạn sau đây.

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 7^n - 1}{4^n - 7^{n-1}}$. b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x)$.

Câu 14. (1,0 điểm) Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{1 + 3x}}{x - 1} & \text{nếu } x > 1 \\ ax + b & \text{nếu } x = 1, \\ ax + \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 3x + 2} & \text{nếu } x < 1 \end{cases}$$

với a, b là các tham số thực. Tìm giá trị của a và b để hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 15. (3,0 điểm) Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a .

- a) Chứng minh rằng AA' vuông góc với BC .
 b) Tính diện tích tứ giác $BCC'B'$.
 c) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (ABC) , $(A'B'C')$.

Câu 16. (1,0 điểm) Từ điểm $M\left(\frac{13}{8}; -\frac{19}{8}\right)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến tới đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + x - 3$?

————— HẾT —————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

| Câu | Ý | Nội dung | Điểm |
|-----|---|---|------------|
| | | Phần trắc nghiệm khách quan: 1C-2A-3B-4B-5C-6D-7D-8A-9A-10B-11A-12B | 3,0 |
| 13 | a | $\lim \frac{5^n + 7^n - 1}{4^n - 7^{n-1}} = \lim \frac{(\frac{5}{7})^n + 1 - (\frac{1}{7})^n}{(\frac{4}{7})^n - \frac{1}{7}} = -7.$ | 1,0 |
| | b | $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-x + 1}{\sqrt{x^2 - x + 1} - x} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-1 + \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1} \right) = \frac{1}{2}.$ | 0,5 0,5 |
| 14 | | Trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $f(x) = \frac{2 - \sqrt{1 + 3x}}{x - 1}$ và liên tục. Trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì $f(x) = ax + \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 3x + 2}$ và liên tục. Do đó, hàm $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} khi và chỉ khi nó liên tục tại điểm $x = 1$. Ta có $f(1) = a + b$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2 - \sqrt{1 + 3x}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3}{2 + \sqrt{1 + 3x}} = -\frac{3}{4}$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(ax + \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 3x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(ax + \frac{x - 4}{x - 2} \right) = a + 3.$ Hàm $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi và chỉ khi $a + b = -\frac{3}{4} = a + 3$. Ta tìm được $a = -\frac{15}{4}, b = 3$. | 0,5 0,5 |
| | a | Gọi O là tâm của tam giác đều ABC thì $AO \perp BC$. Vì $A'ABC$ là tứ diện đều nên $A'O \perp (ABC)$. Do đó $A'O \perp BC$. Suy ra $BC \perp (AOA')$. Vậy $AA' \perp BC$. | 1,0 |

| | | | |
|----|---|---|-----|
| | b | Tứ diện $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a . Tứ giác $BCC'B'$ là hình bình hành có $B'C' = BC = a$, $BB' = CC' = AA' = a$ nên $BCC'B'$ là hình thoi cạnh a . Theo chứng minh trên, ta có $AA' \perp BC$, mà $BB' // AA'$ nên $BB' \perp BC$. Vậy $BCC'B'$ là hình vuông cạnh a . Diện tích của $BCC'B'$ bằng a^2 . | 1,0 |
| | c | Tam giác ABC đều, cạnh bằng a , nên $AO = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tam giác AOA' vuông tại O , có $A'O = \sqrt{(AA')^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy $d((ABC), (A'B'C')) = d(A', (ABC)) = A'O = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. | 1,0 |
| 16 | | Lấy điểm $M_0(x_0; x_0^4 - 2x_0^2 + x_0 - 3)$ thuộc đồ thị $(C) : y = x^4 - 2x^2 + x - 3$. Ta có $y' = 4x^3 - 4x + 1$. Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm M_0 là $k = y'(x_0) = 4x_0^3 - 4x_0 + 1$. Tiếp tuyến với (C) tại điểm M_0 có phương trình $y = (4x_0^3 - 4x_0 + 1)(x - x_0) + x_0^4 - 2x_0^2 + x_0 - 3$ (d). Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(\frac{13}{8}; -\frac{19}{8}\right)$ khi và chỉ khi $-\frac{19}{8} = (4x_0^3 - 4x_0 + 1)\left(\frac{13}{8} - x_0\right) + x_0^4 - 2x_0^2 + x_0 - 3$ | 0,5 |
| | | $\Leftrightarrow 6x_0^4 - 13x_0^3 - 4x_0^2 + 13x_0 - 2 = 0 \Leftrightarrow (x_0^2 - 1)(x_0 - 2)(6x_0 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \pm 1 \\ x_0 = 2 \\ x_0 = \frac{1}{6} \end{cases}.$ <p>Thay các giá trị của x_0 vừa tìm được vào phương trình của đường thẳng d.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Với $x_0 = 1$ thì $d : y = x - 4$. - Với $x_0 = -1$ thì $d : y = x - 4$. - Với $x_0 = 2$ thì $d : y = 25x - 43$. - Với $x_0 = \frac{1}{6}$ thì $d : y = \frac{19}{54}x - \frac{1273}{432}$. <p>Vậy từ điểm $M\left(\frac{13}{8}; -\frac{19}{8}\right)$ kẻ được đúng 3 tiếp tuyến tới đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + x - 3$ (C).</p> <p>Ghi chú: Câu 16, nếu học sinh tính toán đúng đến bước tìm ra được x_0, nhưng không thay vào d mà kết luận ngay có 4 tiếp tuyến thì chỉ cho tối đa 0,5 điểm.</p> | 0,5 |

————— HẾT —————