

Thời gian làm bài 120 phút
(Đề gồm 05 câu, 01 trang)

Câu 1. (2.0 điểm)

1) Giải phương trình: $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} -4x + y = -5 \\ (x-1)(y+2) = xy - 1 \end{cases}$$

Câu 2. (2.0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức sau:

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} - \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right) \left(\frac{x\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right); (x \geq 0 \text{ và } x \neq 1)$$

2) Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 1)x + m + 3$ (d). Tìm m để đồ thị hàm số (d) song song với đường thẳng $y = 3x + 5$.

Câu 3. (2.0 điểm)

1) Hai tỉnh A và B cách nhau 90km. Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một xe tải đi từ tỉnh A đến tỉnh B. Đến 7 giờ 15 phút sáng cùng ngày, một xe con cũng đi từ tỉnh A đến tỉnh B đuổi theo xe tải với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải 20km/h. Hai xe gặp nhau tại tỉnh B. Tính vận tốc của xe tải.

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = 4x - m + 2$ và Parabol (P): $y = x^2$. Tìm số nguyên m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $A(x_1, y_1)$ và $B(x_2, y_2)$ sao cho $y_1 - 2x_1x_2 + 2x_2 = 1$

Câu 4. (3.0 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Vẽ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm) và cát tuyến MCD không qua tâm O (điểm C nằm giữa M và D, tia MC nằm giữa 2 tia MA và MO). Gọi I là trung điểm của CD.

- Chứng minh tứ giác AMBI nội tiếp một đường tròn
- Đường thẳng qua C vuông góc với OA cắt AB, AD lần lượt ở N và K. Chứng minh tứ giác BCNI nội tiếp và N là trung điểm của CK.
- Gọi Q là giao điểm của AB và MD. Chứng minh QC. MD = QD.MC

Câu 5. (1.0 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y \leq z$. Chứng minh rằng:

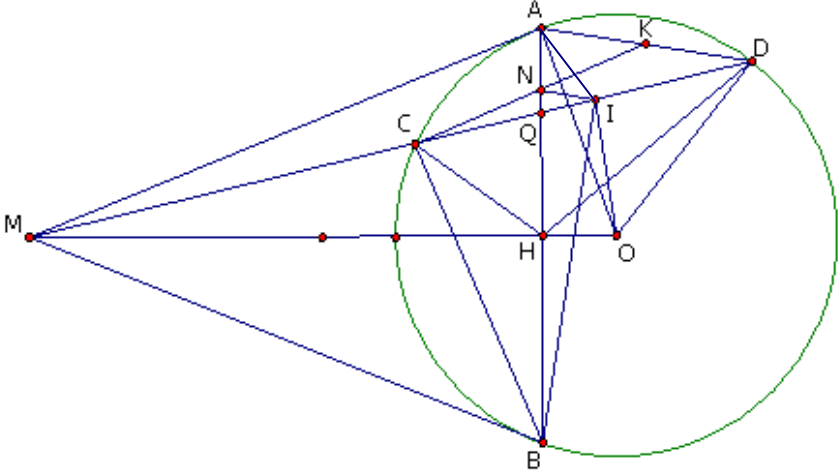
$$A = (x^2 + y^2 + z^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) \geq \frac{27}{2}$$

————— Hết —————

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu (bài)	ý (phần)	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0đ)	1)	phương trình: $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ (1) Đặt $t = x^2, t \geq 0$ khi đó PT(1) trở thành: $t^2 - 3t - 4 = 0$ (2) Do $a - b + c = 1 + 3 - 4 = 0$ Nên PT (2) có hai nghiệm: $\begin{cases} t = -1 \\ t = 4 \end{cases}$ $t = -1 < 0$ (Loại); $t = 4$ (thỏa mãn) Với $t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$ Vậy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = -2; x_2 = 2$	0,25 0,25 0,25
	2)	$\begin{cases} -4x + y = -5 \\ (x-1)(y+2) = xy - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + y = -5 \\ xy + 2x - y - 2 = xy - 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -4x + y = -5 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x = -4 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ Vậy hệ PT có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$	0,25 0,75
Câu 2 (2,0đ)	1)	$A = \left(\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} - \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} \right) \cdot \left(\frac{x\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \right); (x \geq 0 \text{ và } x \neq 1)$ $= \left[\frac{(\sqrt{x+1})(x-\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-1})}{\sqrt{x-1}} \right] \left[\frac{(\sqrt{x-1})(x+\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} \right]$ $= (x - \sqrt{x+1} + 1 - \sqrt{x}) \cdot (x + \sqrt{x+1} + 1 + \sqrt{x})$ $= (\sqrt{x-1})^2 \cdot (\sqrt{x+1})^2$ $= (x-1)^2$ Vậy: $A = (x-1)^2$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$	0,25 0,25 0,25 0,25
	2)	Vì hàm số $y = (m^2 - 1)x + m - 1$ là hàm số bậc nhất nên $m \neq \pm 1$ (*) Đồ thị hàm số (d) song song với đường thẳng $y = 3x + 5$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ m + 3 \neq 5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$ Giá trị $m = -2$ thỏa mãn điều kiện (*) Vậy $m = -2$ thì đồ thị hàm số (d) song song với đường thẳng	0,25 0,25 0,25 0,25

		$y = 3x + 1$	
Câu 3 (2,0đ)	1)	<p>Gọi vận tốc của xe tải là x (km/h) ($x > 0$) Vận tốc xe con là: $x + 20$ (km/h) Thời gian xe tải đi từ A đến B là: $\frac{90}{x}$ (h) Thời gian xe con đi từ A đến B là: $\frac{90}{x+20}$ (h) Xe con đi sau xe tải: 7 giờ 15 phút - 6 giờ 30 phút = 45 phút = $\frac{3}{4}$ giờ, ta có phương trình</p> $\frac{90}{x} - \frac{90}{x+20} = \frac{3}{4},$ <p>suy ra pt: $x^2 + 20x - 2400 = 0$ Giải phương trình tìm được $x_1 = 40; x_2 = -60$ Có: $x = 40$ (thỏa mãn) và $x = -60$ (loại). Vận tốc xe tải là 40km/h</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	2)	<p>Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 = 4x - m + 2$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x + m - 2 = 0$ (*) Có $\Delta' = 6 - m$. Đề (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $\Rightarrow 6 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6$</p> <p>Theo định lí Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 & (2) \end{cases}$</p> <p>Vì $A(x_1, y_1)$ thuộc (P) nên $y_1 = x_1^2$ Theo bài ra ta có: $y_1 - 2x_1x_2 + 2x_2 = 1 \Rightarrow x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2 = 1$ Từ (1) $\Rightarrow x_2 = 4 - x_1$ $\Rightarrow x_1^2 - 2x_1(4 - x_1) + 2(4 - x_1) = 1$ $\Leftrightarrow 3x_1^2 - 10x_1 + 7 = 0$ $x_1 = 1 ; x_1 = \frac{7}{3}$ + Với $x_1 = 1 \Rightarrow x_2 = 3$. Thay vào (2) ta có: $1 \cdot 3 = m - 2 \Leftrightarrow m = 5$ (thỏa mãn) + Với $x_1 = \frac{7}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{5}{3}$. Thay vào (2) ta có: $\frac{7}{3} \cdot \frac{5}{3} = m - 2 \Leftrightarrow m = \frac{53}{9}$ (không thỏa mãn)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

		Vậy $m = 5$ đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$ thỏa mãn: $y_1 - 2x_1x_2 + 2x_2 = 1$.	
		Vẽ hình phần 1 đúng cho 0,25 điểm Nếu vẽ sai hình thì không chấm điểm cả câu 4.	
			0,25
Câu 4 (3,0đ)		Chứng minh tứ giác AMBI nội tiếp một đường tròn. Vì MA, MB là các tiếp tuyến của (O) tại A và B $\Rightarrow MA \perp AO$ tại A và $MB \perp BO$ tại B $\Rightarrow \widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$ $\Rightarrow A, B$ thuộc đường tròn đường kính MO (1)	0,25
	a)	Mặt khác ta có I là trung điểm của dây CD không đi qua tâm nên $MI \perp OI$ tại I hay $\widehat{MIO} = 90^\circ \Rightarrow I$ thuộc đường tròn đường kính MO (2)	0,25
		Từ (1) và (2) $\Rightarrow A, B, I$ thuộc đường tròn đường kính MO $\Rightarrow 5$ điểm A, M, I, O, B cùng thuộc một đường tròn. \Rightarrow Tứ giác AMBI nội tiếp một đường tròn.	0,25
		Theo câu a, 5 điểm M,A,I,O,B nằm trên một đường tròn $\Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{MIB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{MB}) (3)	0,25
	b)	Theo bài ra ta có : $\left. \begin{array}{l} MA \perp OA \\ CN \perp OA \end{array} \right\} \Rightarrow MA \parallel CN \Rightarrow \widehat{CNB} = \widehat{MAB}$ (2 góc đồng vị) (4)	0,25
		Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{MIB} = \widehat{CNB}$ hay $\Rightarrow \widehat{CIB} = \widehat{CNB}$ \Rightarrow Tứ giác BCNI nội tiếp $\Rightarrow \widehat{NIC} = \widehat{NBC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{CN}) hay $\widehat{NIC} = \widehat{ABC}$ Mà $\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AC}) $\Rightarrow \widehat{NIC} = \widehat{ADC}$ mà chúng ở vị trí đồng vị $\Rightarrow NI \parallel KD$	0,25
	Xét $\triangle CKD$ có I là trung điểm của CD (GT), $NI \parallel KD$ (c/m trên) $\Rightarrow N$ là trung điểm của CK	0,25	

	<p>Ta chứng minh được : $\Delta MCA \sim \Delta MAD$ (g.g) $\Rightarrow MC.MD = MA^2$ Mà trong tam giác vuông MAO có: $MA^2 = MH.MO$ $\Rightarrow MC.MD = MH.MO \Rightarrow \frac{MC}{MO} = \frac{MH}{MD}$ $\Rightarrow \Delta MCH \sim \Delta MOD$ (c.g.c) nên: $\widehat{CDO} = \widehat{CHM} \Rightarrow$ Tứ giác CHOD nội tiếp (có góc trong bằng góc ngoài ở đỉnh đối diện)</p>	0,25
	<p>Do đó: $\widehat{OHD} = \widehat{OCD}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn \widehat{OD}) (5) Lại có ΔCOD cân tại O $\Rightarrow \widehat{OCD} = \widehat{ODC}$ (6) Mà $\widehat{ODC} = \widehat{CHM}$ (7) Từ (5), (6), (7) $\Rightarrow \widehat{OHD} = \widehat{CHM}$</p>	0,25
	<p>Lại có $\widehat{AHM} = \widehat{AHO} = 90^\circ$ nên $\widehat{QHC} = \widehat{QHD}$ Hay HQ là phân giác trong của tam giác CHD $\Rightarrow \frac{QC}{QD} = \frac{HC}{HD}$ (*) (T/c đường phân giác của tam giác)</p>	0,25
	<p>Mặt khác $HQ \perp HM$ \Rightarrow HM là phân giác ngoài của tam giác CHD $\Rightarrow \frac{MC}{MD} = \frac{HC}{HD}$ (**) Kết hợp (*) và (**) ta có: $\frac{QC}{QD} = \frac{MC}{MD}$ $\Rightarrow QC.MD = QD.MC$ (đpcm)</p>	0,25
Câu 5 (1,0đ)	<p>$A = (x^2 + y^2 + z^2) \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) = 3 + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{y^2} + \frac{z^2}{x^2} + \frac{x^2}{z^2}$ Theo bất đẳng thức Co-si cho hai số dương ta có $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{y^2} \cdot \frac{y^2}{x^2}} = 2$ nên $A \geq 5 + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{y^2} + \frac{z^2}{x^2} + \frac{x^2}{z^2} = 5 + \left(\frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{16y^2} \right) + \left(\frac{x^2}{z^2} + \frac{z^2}{16x^2} \right) + \frac{15z^2}{16} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right)$ Theo bất đẳng thức Co-si cho hai số dương ta có $\frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{16y^2} \geq 2\sqrt{\frac{y^2}{z^2} \cdot \frac{z^2}{16y^2}} = \frac{1}{2}$; $\frac{x^2}{z^2} + \frac{z^2}{16x^2} \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{z^2} \cdot \frac{z^2}{16x^2}} = \frac{1}{2}$ Ta có $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{y^2}} = \frac{2}{xy} \geq \frac{2}{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2} = \frac{8}{(x+y)^2}$ Nên $\frac{15z^2}{16} \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right) \geq \frac{15z^2}{16} \cdot \frac{8}{(x+y)^2} = \frac{15}{2} \left(\frac{z}{x+y} \right)^2 \geq \frac{15}{2}$ (do $x+y \leq z$) Suy ra $A \geq 5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{15}{2} = \frac{27}{2}$</p>	0,25 0,25 0,25

	Vậy $(x^2 + y^2 + z^2)\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) \geq \frac{27}{2}$. Dấu “=” xảy ra khi $x = y = \frac{z}{2}$	0,25
--	--	------

Học sinh làm theo cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa