

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Đề thi gồm 01 trang)

**Bài I. (2,0 điểm)** Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$  và  $B = \frac{5}{\sqrt{x} - 2} + \frac{3\sqrt{x} + 14}{4 - x}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 16$ .
- 2) Rút gọn biểu thức  $B$ .
- 3) Xét biểu thức  $P = A.B$ . Tìm tất cả giá trị của  $x$  sao cho  $\sqrt{2P + 3} = P$ .

**Bài II. (2,0 điểm)**

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài lớn hơn chiều rộng  $12m$  và diện tích mảnh đất bằng  $85m^2$ . Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất theo đơn vị mét?

2) Một quả địa cầu hành chính có đường kính bằng  $33cm$ . Tính diện tích bề mặt của quả địa cầu, lấy  $\pi \approx 3,14$ .



**Bài III. (2,5 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \frac{1}{y-1} = 4 \\ 3\sqrt{x+1} - \frac{2}{y-1} = 7 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = mx + m^2 + 4$

a) Với  $m = 2$ , tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  $(d)$  và parabol  $(P)$ .

b) Tìm tất cả giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt parabol  $(P)$  tại điểm  $A(x_1; y_1)$  nằm bên trái trục tung và điểm  $B(x_2; y_2)$  nằm bên phải trục tung sao cho  $|x_1| - |x_2| = 3$ .

**Bài IV. (3,0 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; R)$  và một điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến  $MA, MB$  với đường tròn  $(O; R)$  ( $A, B$  là các tiếp điểm). Vẽ đường kính  $AD$ , lấy  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MO$ , gọi  $C$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  lên  $AO$ .

1) Chứng minh bốn điểm  $M, A, O, B$  thuộc một đường tròn;

2) Đường thẳng vuông góc với  $MO$  tại điểm  $I$  cắt đường thẳng  $OB$  tại điểm  $E$ . Chứng minh

$$OB.OE = \frac{1}{2}OM^2$$

3) Chứng minh  $\triangle IME$  đồng dạng với  $\triangle COI$  và  $CE \perp MD$ .

**Bài V. (0,5 điểm)** Với các số thực không âm  $x, y, z$  thỏa mãn  $x + y + z = 1$ .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{x}{2-x} + \frac{y}{2-y} + \frac{z}{2-z}$

..... Hết .....

Ngày khảo sát: 24/5/2023

Bài	Ý	Đáp án – Hướng dẫn chấm	Điểm
Bài I (2,0 điểm)	1)	<b>Tính giá trị của biểu thức <math>A</math> khi <math>x = 16</math></b>	<b>0,5 đ</b>
		Thay $x = 16$ (TMĐK) vào biểu thức $A$	0,25
		$A = \frac{\sqrt{16}+2}{\sqrt{16}-2} = 3$	0,25
	2)	<b>Rút gọn <math>B = \frac{5}{\sqrt{x}-2} + \frac{3\sqrt{x}+14}{4-x}</math></b>	<b>1,0 đ</b>
		$B = \frac{5}{\sqrt{x}-2} - \frac{3\sqrt{x}+14}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$B = \frac{5 \cdot (\sqrt{x}+2) - (3\sqrt{x}+14)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$B = \frac{2\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$B = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$	0,25
	3)	<b>Xét biểu thức <math>P = AB</math>. Tìm tất cả giá trị của <math>x</math> sao cho <math>\sqrt{2P+3} = P</math>.</b>	<b>0,5 đ</b>
		Ta có $P = AB = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}+2} = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$ $\sqrt{2P+3} = P \Leftrightarrow \begin{cases} P \geq 0 \\ P^2 - 2P - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow P = 3$	0,25
Giải $P = 3$ ta được $x = \frac{64}{9}$ (TM). KL...		0,25	
Bài II (2,0 điểm)	1)	<b>Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:</b>	<b>1,5 đ</b>
		Gọi chiều rộng mảnh đất là $x$ ( $x > 0$ , m)	0,25
		Chiều dài của mảnh đất là $x+12$ (m)	0,25
		Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là $x \cdot (x+12)$ ( $m^2$ )	
		Vì diện tích mảnh đất bằng $85m^2$ nên ta có phương trình $x \cdot (x+12) = 85 \Leftrightarrow x^2 + 12x - 85 = 0$	0,25

		Giải phương trình ta được $\begin{cases} x = 5(tm) \\ x = -17(l) \end{cases} (t/m)$	0,5
		Vậy chiều rộng mảnh đất là 5m, chiều dài là 17m <b>Lưu ý: Học sinh giải phương trình bậc hai bằng máy tính ra kết quả luôn thì cho nửa số điểm phần giải phương trình</b>	0,25
		<b>Tính diện tích bề mặt của quả địa cầu</b>	<b>0,5 đ</b>
	2)	Bán kính của quả địa cầu là $33:2 = 16,5$ (cm)	0,25
		Tính được diện tích bề mặt của quả địa cầu: $S = 4\pi R^2 \approx 4.314.16,5^2 = 3419,46 (cm^2)$	0,25
<b>Bài III 2,5 điểm</b>	1)	<b>Giải hệ phương trình:</b> $\begin{cases} \sqrt{x+1} + \frac{1}{y-1} = 4 \\ 3\sqrt{x+1} - \frac{2}{y-1} = 7 \end{cases}$	<b>1,0đ</b>
		$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \frac{1}{y-1} = 4 \\ 3\sqrt{x+1} - \frac{2}{y-1} = 7 \end{cases} \quad (\text{điều kiện: } x \geq -1; y \neq 1)$	0,25
		Giải được $\begin{cases} \sqrt{x+1} = 3 \\ \frac{1}{y-1} = 1 \end{cases}$	0,5
		Giải được nghiệm của hệ là $\begin{cases} x = 8 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25
		<b>a) Với <math>m = 2</math>, tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (<math>d</math>) và parabol (<math>P</math>).</b>	<b>0,75đ</b>
	2a)	Với $m = 2$ , phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng ( $d$ ) và parabol ( $P$ ) là: $x^2 - 2x - 8 = 0$	0,25
		Giải được $x = -2; x = 4$	0,25
		Tìm được tọa độ giao điểm của đường thẳng ( $d$ ) và parabol ( $P$ ) là: $(-2; 4); (4; 16)$	0,25
		<b>b) Tìm tất cả giá trị của <math>m</math> để đường thẳng (<math>d</math>) cắt parabol (<math>P</math>) tại điểm <math>A(x_1; y_1)</math> nằm bên trái trục tung và điểm <math>B(x_2; y_2)</math> nằm bên phải trục tung sao cho <math> x_1  -  x_2  = 3</math>.</b>	<b>0,75đ</b>
	2b)	phương trình hoành độ giao điểm của ( $d$ ) và ( $P$ ): $x^2 - mx - m^2 - 4 = 0$ . Học sinh chỉ ra được phương trình này có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị của tham số $m$	0,25
	Lập luận chỉ ra $\begin{cases} x_1 < 0 \\ x_2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases}  x_1  = -x_1 \\  x_2  = x_2 \end{cases}$	0,25	

	Theo định lí Vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 - 4 \end{cases}$ $\Rightarrow  x_1  -  x_2  = -(x_1 + x_2) = 3 \Leftrightarrow -m = 3 \Leftrightarrow m = -3$ .KL....	0,25
--	--	------

<b>Bài IV.</b> <b>3,0 điểm</b>		
	<b>Vẽ hình đúng đến ý a</b>	0,25
1)	<b>Chứng minh bốn điểm <math>M, A, O, B</math> thuộc một đường tròn</b>	
	c/m: góc MAO = góc MBO = $90^\circ$ ;	0,5
	Chứng minh được $M, A, O, B$ nằm trên một đường tròn.	0,25
2)	<b>Chứng minh <math>OB \cdot OE = \frac{1}{2} OM^2</math></b>	
	Chứng minh được $\triangle OIE$ đồng dạng $\triangle OBM$ (g.g)	0,5
	Chứng minh được $OB \cdot OE = OI \cdot OM = \frac{1}{2} OM^2$	0,5
3)	<b>Chứng minh <math>\triangle IME</math> đồng dạng với <math>\triangle COI</math></b>	
	IE là đường trung trực của MO nên EM = EO, suy ra tam giác EMO cân tại E, do đó góc EMO = góc EOM Sử dụng tính chất của tiếp tuyến cắt nhau ta chứng minh được góc MOA = góc MOB, do đó góc IOC = góc EMI	0,25
	Chứng minh được $\triangle IME$ đồng dạng với $\triangle COI$ (g.g)	0,25
	<b>Chứng minh <math>CE \perp MD</math></b>	
	Gọi giao điểm của CE và MD là F Có tam giác CIO và tam giác IEM đồng dạng (cmt) và chỉ ra C là trung điểm của OA nên	0,25

	$\frac{IC}{IE} = \frac{CO}{IM} = \frac{\frac{1}{2}OD}{\frac{1}{2}OM} = \frac{OD}{OM} \Rightarrow \frac{IC}{OD} = \frac{IE}{OM}$ <p>Lại có góc CIE = 90° + góc CIO = 90° + góc AMO  Mà góc MOD = 90° + góc AMO (góc ngoài tam giác AMO)  Do đó tam giác ICE và ODM đồng dạng (c.g.c) suy ra góc OMD = góc IEC  hay góc IMF = góc IEF</p>	
	góc IMF = góc IEF nên tứ giác IMEF nội tiếp, suy ra góc MFE = góc MIE = 90°, suy ra $CE \perp MD$	0,25
<b>Bài V</b> <b>0,5điểm</b>	<p>Với các số thực không âm <math>x, y, z</math> thỏa mãn <math>x + y + z = 1</math>.</p> <p>Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức <math>P = \frac{x}{2-x} + \frac{y}{2-y} + \frac{z}{2-z}</math></p>	<b>0,5</b>
	<p>Với <math>x, y, z</math> không âm thỏa mãn <math>x + y + z = 1</math> nên suy ra</p> <p>Ta có <math>\frac{1}{2-x} \leq 1 \Rightarrow \frac{x}{2-x} \leq x</math></p> <p>Chứng minh tương tự ta được <math>\frac{y}{2-y} \leq y; \frac{z}{2-z} \leq z</math></p> <p>Ta có <math>P = \frac{x}{2-x} + \frac{y}{2-y} + \frac{z}{2-z} \leq x + y + z = 1</math></p> <p><b>Vậy GTLN của P bằng 1. Dấu = xảy ra khi <math>(x; y; z) = (0; 0; 1)</math> và các hoán vị</b></p>	0,5

**Lưu ý: Học sinh có cách giải khác đúng, vẫn cho điểm tối đa**