TRƯỜNG THCS ĐỒNG XUÂN	**ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**NĂM HỌC 2022-2023**
	ĐỀ THI MÔN: TOÁN 7
	Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
	Đề thi này gồm 01 trang

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức: $A=\frac{1}{2}.\left(1+\frac{1}{1.3}\right).\left(1+\frac{1}{2.4}\right).\left(1+\frac{1}{3.5}\right)...\left(1+\frac{1}{2021.2023}\right)$

2. Tìm x,y biết: $\left(2x-\frac{1}{6}\right)^2+|3y+12|\le 0$.

Câu 2. (2,0 điểm). Cho $x+y+z=2023$ và $\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}+\frac{1}{z+x}=\frac{1}{7}$. Tính giá trị của biểu thức

$P=\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}$.

Câu 3. (2,0 điểm). Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ biết: $\frac{x}{7}+1=\frac{1}{y-1}$.

Câu 4. (2,0 điểm). Tìm số chính phương có 4 chữ số biết rằng nếu cộng chữ số hàng nghìn với 3 và trừ chữ số hàng đơn vị đi 3 ra vẫn được một số chính phương.

Câu 5. (2,0 điểm). Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng $p^2-1\,\vdots\,24$.

Câu 6. (1,0 điểm). Một người gửi tiết kiệm tại ngân hàng với số tiền là 200 triệu đồng, gửi theo lãi suất 6% kỳ hạn 1 năm lĩnh lãi mỗi quý (3 tháng). Theo quy định nếu đến hạn mà người gửi không đến lĩnh lãi thì số tiền lãi đó sẽ được nhập vào vốn gửi ban đầu. Do công việc người đó không đến lĩnh kỳ quý thứ nhất, các quý còn lại thì vẫn được lĩnh lãi bình thường. Vậy tổng số tiền gửi và lãi sau 1 năm là bao nhiêu?

Câu 7. (2,0 điểm). Cho tam giác ABC có $\widehat{A}=90^\circ$. Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC). Tia phân giác của góc HAC cắt cạnh BC ở điểm D và tia phân giác của góc HAB cắt cạnh BC ở E. Chứng minh $AB+AC=BC+DE$.

Câu 8. (4,0 điểm). Cho ΔABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC. Lấy điểm E nằm giữa hai điểm C và M. Kẻ BH và CK lần lượt vuông góc với đường thẳng AE (H,K thuộc đường thẳng AE).

a) Chứng minh: $BH=AK$;

b) Chứng minh: $\Delta AHM=\Delta CKM$.

Câu 9. (1,0 điểm). Cho $A=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{5.6}+...+\frac{1}{99.100}$. Chứng minh rằng $\frac{7}{12}<A<\frac{5}{6}$.

…………………Hết……………….

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh..SBD:................phòng thi.........

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức: $A=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{1.3}\right)\left(1+\frac{1}{2.4}\right)\left(1+\frac{1}{3.5}\right)...\left(1+\frac{1}{2021.2023}\right)$.

2. Tìm x,y ***biết:*** $\left(2x-\frac{1}{6}\right)^2+|3y+12|\le 0$.

Ý	Nội dung	Điểm
1.	$A=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{1.3}\right)\left(1+\frac{1}{2.4}\right)\left(1+\frac{1}{3.5}\right)...\left(1+\frac{1}{2021.2023}\right)$ $=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{1}.\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{2}.\frac{3}{4}\right)\left(\frac{4}{3}.\frac{4}{5}\right)...\left(\frac{2022}{2021}.\frac{2022}{2023}\right)$	1,0
	$=\frac{2022}{2023}$	1,0
2.	Ta có: $\left(2x-\frac{1}{6}\right)^2\ge 0$ và $|3y+12|\ge 0$ với mọi $x;y$. Nên $\left(2x-\frac{1}{6}\right)^2+|3y+12|\ge 0$. Do đó $\left(2x-\frac{1}{6}\right)^2+|3y+12|\le 0$ khi $\begin{cases}\left(2x-\frac{1}{6}\right)^2=0\\ |3y+12|=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{12}\\ y=-4\end{cases}$. Vậy $\begin{cases}x=\frac{1}{12}\\ y=-4\end{cases}$.	0,5 0,5 0,5 0,5

Câu 2. (2,0 điểm) Cho $x+y+z=2023$ ***và*** $\frac{1}{x+y}+\frac{1}{y+z}+\frac{1}{z+x}=\frac{1}{7}$. ***Tính giá trị của biểu thức*** $P=\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}$.

Ý	Nội dung	Điểm
	Ta có: $P=\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}$ $\Rightarrow P+3=\frac{x}{y+z}+1+\frac{y}{z+x}+1+\frac{z}{x+y}+1$	0,5

	$=\dfrac{x+y+z}{y+z}+\dfrac{y+z+x}{z+x}+\dfrac{z+x+y}{x+y}$ $=(x+y+z)\left(\dfrac{1}{y+z}+\dfrac{1}{z+x}+\dfrac{1}{x+y}\right)$	0,5
	$=2023.\dfrac{1}{7}=289$	0,5
	$\Rightarrow P=289-3=286$ Vậy, $P=286$.	0,5

Câu 3. (2,0 điểm) Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ biết: $\dfrac{x}{7}+1=\dfrac{1}{y-1}$.

Ý	Nội dung	Điểm
	Ta có: $\dfrac{x}{7}+1=\dfrac{1}{y-1}\Leftrightarrow\dfrac{x+7}{7}=\dfrac{1}{y-1}\Leftrightarrow(x+7)(y-1)=7$	0,5
	Vì $7=7.1=1.7=(-7).(-1)=(-1).(-7)$	0,5
	Thay hết tất cả các trường hợp ta có: $(x;y)=\{(0;2);(-6;8);(-14;0);(-8;-6)\}$.	0,5
	Kết luận: $(x;y)\in\{(0;2);(-6;8);(-14;0);(-8;-6)\}$.	0,5

Câu 4. (2,0 điểm) Tìm số chính phương có 4 chữ số biết rằng nếu cộng chữ số hàng nghìn với 3 và trừ chữ số hàng đơn vị đi 3 ra vẫn được một số chính phương.

Ý	Nội dung	Điểm
	Gọi $\overline{abcd}$ là số phải tìm với $a,b,c,d\in\mathbb{N},0\le a,b,c,d\le 9,a\ne 0$ Ta có $\begin{cases}\overline{abcd}=k^2\\ \overline{(a+3)bc(d-3)}=m^2\end{cases}$ với $k,m\in\mathbb{N};31<k<m<99$	0,5
	$\Leftrightarrow\begin{cases}\overline{abcd}=k^2\\ \overline{abcd}+3000-3=m^2\end{cases}$ Do đó $m^2-k^2=2997$	0,5
	$\Leftrightarrow(m+k)(m-k)=2997=81.37=111.27=333.9$ Vì tích trên là lẻ nên *m, k* khác tính chẵn lẻ và hai thừa số đều lẻ mà $k,m\in\mathbb{N};31<k<m<99$ nên ta có các trường hợp sau:	0,5

	TH1: $\begin{cases} m-k=37 \\ m+k=81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=59 \\ k=22 \end{cases}$ Khi đó $k^2=22^2=484$, chỉ có 3 chữ số, loại.	
	TH2: $\begin{cases} m+k=111 \\ m-k=27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=69 \\ k=42 \end{cases}$ Khi đó $m^2=69^2=4761; k^2=42^2=1764$ (thỏa mãn)	0,5

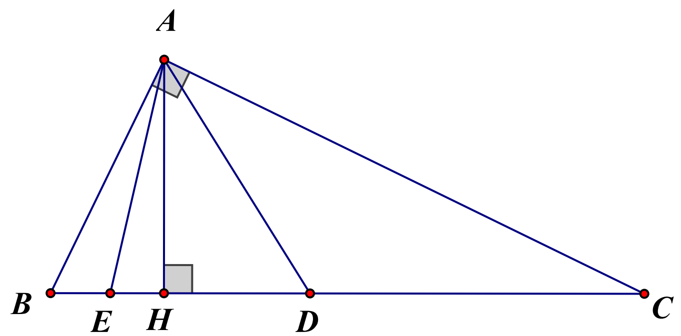
Câu 5. (2,0 điểm) Cho p là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng $p^2-1 \vdots 24$.

Ý	Nội dung	Điểm
	Ta có $p^2-1=(p-1)(p+1)$.	0,5
	Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p lẻ. Do đó $p-1$ và $p+1$ là hai số chẵn liên tiếp. Từ đó suy ra $(p-1)(p+1) \vdots 8 \quad (1)$.	0,5
	Xét ba số tự nhiên liên tiếp $p-1; p; p+1$. Ta có $(p-1)p(p+1) \vdots 3$. Mà p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p không chia hết cho 3 nên $(p-1)(p+1) \vdots 3 \quad (2)$.	0,5
	Từ (1) và (2) kết hợp với $(3;8)=1$ và $3.8=24$ ta suy ra $p^2-1 \vdots 24$ (đpcm).	0,5

Câu 6. (1,0 điểm). Một người gửi tiết kiệm tại ngân hàng với số tiền là 200 triệu đồng, gửi theo lãi suất 6% kỳ hạn 1 năm lĩnh lãi mỗi quý (3 tháng). Theo quy định nếu đến hạn mà người gửi không đến lĩnh lãi thì số tiền lãi đó sẽ được nhập vào vốn gửi ban đầu. Do công việc người đó không đến lĩnh kỳ quý thứ nhất, các quý còn lại thì vẫn được lĩnh lãi bình thường. Vậy tổng số tiền gửi và lãi sau 1 năm là bao nhiêu?

Ý	Nội dung	Điểm
	Lãi suất mỗi quý là: $6\%:4=1,5\%$	0,25
	Tiền lãi quý thứ nhất là: $200.1,5\%=3$ (triệu) Tổng số tiền cả vốn và lãi sau quý thứ nhất là: $200+3=203$ (triệu)	0,25
	Tiền lãi quý thứ hai là: $203.1,5\%=3,045$ (triệu) Tiền lãi quý thứ ba và thứ tư bằng tiền lãi quý thứ hai.	0,25
	Vậy tổng số tiền cả vốn lẫn lãi sau 1 năm là: $200+3+3,045.3=212,135$ (triệu)	0,25

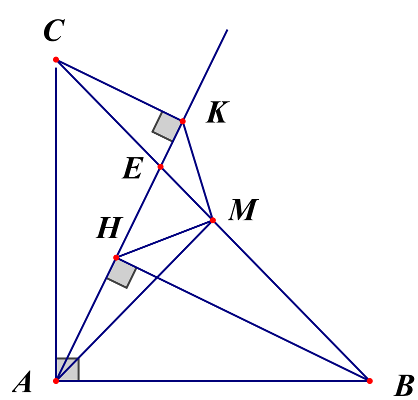
Câu 7. (2,0 điểm) Cho tam giác ABC có $\widehat{A}=90°$. Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc đường thẳng BC). Tia phân giác của góc HAC cắt cạnh BC ở điểm D và tia phân giác của góc HAB cắt cạnh BC ở E. Chứng minh $AB+AC=BC+DE$.

Ý	Nội dung	Điểm
		
	Áp dụng định lý góc ngoài của tam giác ABE tại đỉnh E, ta có: $\widehat{AEC} = \widehat{ABC} + \widehat{BAE}$. Mà $\widehat{ABC} = \widehat{HAC}$ (cùng phụ với $\widehat{BAH}$) và $\widehat{BAE} = \widehat{EAH}$ (AE là tia phân giác của $\widehat{BAH}$) Do đó: $\widehat{AEC} = \widehat{ABC} + \widehat{BAE} = \widehat{HAC} + \widehat{EAH} = \widehat{EAC}$	0,5
	$\Rightarrow \Delta CAE$ cân tại C. $\Rightarrow AC = EC\,(1)$	0,5
	Chứng minh tương tự, ta có $AB = BD\,(2)$	0,5
	Từ (1) và (2) suy ra $AB + AC = BD + CE = BC + ED$.	0,5

Câu 8.(4,0 điểm) . Cho ΔABC ***vuông cân tại*** A***. Gọi*** M ***là trung điểm của*** BC***. Lấy điểm*** E ***nằm giữa hai điểm*** C ***và*** M***. Kẻ*** BH ***và*** CK ***lần lượt vuông góc với đường thẳng*** AE ***(***H, K ***thuộc*** AE***).***

a) Chứng minh: $BH = AK$ ***;***

b) Chứng minh: $\Delta AHM = \Delta CKM$ ***.***

Ý	Nội dung	Điểm
a)		

	Do BH và CK lần lượt vuông góc với đường thẳng AE (H, K thuộc AE) (giả thiết) nên ΔKCA và ΔHAB lần lượt là các tam giác vuông tại K và H Ta có: $\widehat{KCA}+\widehat{KAC}=90^\circ$ (ΔKCA vuông tại K) và $\widehat{HAB}+\widehat{KAC}=90^\circ$ (ΔHAB vuông tại H). Nên $\widehat{KCA}=\widehat{HAB}$	0,5
	Xét ΔKCA vuông tại K và ΔHAB vuông tại H có: $AC=AB$ (chứng minh trên) $\widehat{KCA}=\widehat{HAB}$ (chứng minh trên)	1,0
	Suy ra $\Delta KCA=\Delta HAB$ (cạnh huyền- góc nhọn) $\Rightarrow BH=AK$	0,5
b)	- Ta có $\Delta KCA=\Delta HAB$ (chứng minh trên) $\Rightarrow KC=HA$ (hai cạnh tương ứng)	0,5
	- Do ΔABC vuông cân tại A, M là trung điểm của BC (giả thiết) nên AM là đường trung tuyến, đường cao, đường phân giác của ΔABC, học sinh phải chứng minh kết quả này. $\Rightarrow AM=CM$ và $AM\perp BC$	0,5
	- Ta có $\widehat{KCE}$ và $\widehat{CEK}$ là hai góc phụ nhau, $\widehat{AEM}$ và $\widehat{EAM}$ là hai góc phụ nhau, mà $\widehat{CEK}=\widehat{AEM}$ (hai góc đối đỉnh) nên $\widehat{KCE}=\widehat{EAM}$.	0,5
	- Xét ΔAHM và ΔCKM có: $KC=HA$ (chứng minh trên) $\widehat{KCE}=\widehat{EAM}$ (chứng minh trên) $AM=CM$ (chứng minh trên) Do đó $\Delta AHM=\Delta CKM$ (c-g-c).	0,5

Câu 9. *(1,0 điểm). Cho* $A=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{5.6}+...+\frac{1}{99.100}$. *Chứng minh rằng* $\frac{7}{12}<A<\frac{5}{6}$.

Ý	Nội dung	Điểm
	$A=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{5.6}+...+\frac{1}{99.100}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$ $=\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)-\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{9}\right)-...-\left(\frac{1}{98}-\frac{1}{99}\right)-\frac{1}{100}$	0,5

	$=\frac{5}{6}-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)-\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)-\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{9}\right)-...-\left(\frac{1}{98}-\frac{1}{99}\right)-\frac{1}{100}<\frac{5}{6}(1)$	
	Mặt khác $A=\frac{1}{1.2}+\frac{1}{3.4}+\frac{1}{5.6}+...+\frac{1}{99.100}=\frac{1}{2}+\frac{1}{12}+\frac{1}{30}+...+\frac{1}{9900}$ $A=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{12}\right)+\frac{1}{30}+...+\frac{1}{9900}=\frac{7}{12}+\frac{1}{30}+...+\frac{1}{9900}>\frac{7}{12}(2)$ Từ (1) và (2) ta suy ra điều phải chứng minh.	0,5

Lưu ý:

- Trên đây chỉ là một cách giải, nếu học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.
- Học sinh làm đúng đến đâu cho điểm đến đó, tổ chấm có thể chia nhỏ thang điểm nếu cần, nhưng không được làm lệch thang điểm trên.
- Câu 7, câu 8 nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ hình sai phần nào thì không chấm điểm phần đó.
- Điểm toàn bài lấy đến hai chữ số thập phân.