

Môn thi : TOÁN LỚP 9

Ngày thi : 4 tháng 5 năm 2023

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x-2}} - \frac{8+2\sqrt{x}}{x-4}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P = 3A + 2B$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Một xe ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 60 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 12 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

2) Một bóng đèn huỳnh quang có dạng một hình trụ có chiều dài bằng 120cm và bán kính của đường tròn đáy bằng 2cm. Tính thể tích của bóng đèn đó. (Lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3\sqrt{y-1} = 5 \\ 3x - 2\sqrt{y-1} = 1 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = mx + 4$.

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0;4)$ với mọi giá trị của m .

b) Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2 sao cho $(x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1) = 14$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$). Các đường cao BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại điểm H .

1) Chứng minh bốn điểm B, C, E và F cùng thuộc một đường tròn.

2) Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A, H lên đường thẳng EF . **Chứng minh tam giác AEH đồng dạng với tam giác FNH và $AF \cdot HE + AE \cdot HF = AH \cdot EF$.**

3) Gọi P là trung điểm của cạnh BC . Chứng minh tam giác PMN cân tại P .

Bài V (0,5 điểm)

Với hai số thực x, y không âm thỏa mãn $x^2 + y^2 + xy = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (x+2)(y+1)$.

..... Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh : Số báo danh :

Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 1 : Họ tên, chữ kí của cán bộ coi thi số 2 :

ĐỀ CHÍNH THỨC

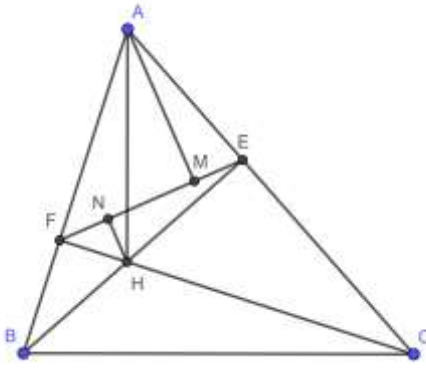
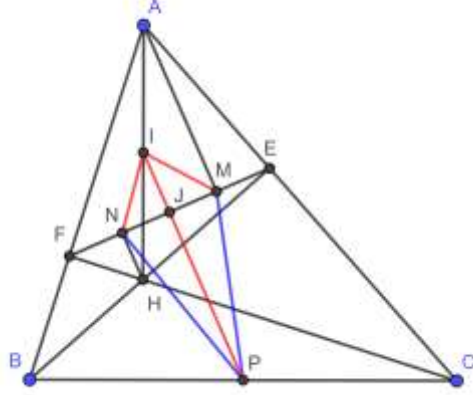
HƯỚNG DẪN CHUNG

- +) Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.
- +) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.
- +) Các tình huống phát sinh trong quá trình chấm do Hội đồng chấm thi quy định, thống nhất bằng biên bản.
- +) Hướng dẫn chấm gồm 03 trang.

HƯỚNG DẪN CHẤM (ĐỀ CHÍNH THỨC)

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I 2,0 điểm	1)	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.	0,5
		Thay $x = 9$ (TMĐK) vào biểu thức A .	0,25
		Tính được $A = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9} + 2} = \frac{3}{5}$.	0,25
	2)	Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$.	1,0
		$B = \frac{3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{8 + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25
		$B = \frac{3(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{8 + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25
		$B = \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$.	0,25
	3)	Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P = 3A + 2B$ đạt giá trị nhỏ nhất.	0,5
		$P = 3A + 2B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{2}{\sqrt{x} + 2} = \frac{3\sqrt{x} + 6 - 4}{\sqrt{x} + 2} = 3 - \frac{4}{\sqrt{x} + 2}$.	0,25
		Vì $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 2 \geq 2 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x} + 2} \leq 2 \Rightarrow P \geq 3 - 2 = 1$ Dấu bằng xảy ra khi $x = 0$. Vậy với $x = 0$ thì giá trị nhỏ nhất của $P = 1$.	0,25
	Bài II 2,0 điểm	1)	Tính vận tốc ô tô, xe máy.
Gọi vận tốc của xe máy là x (đơn vị :km/h, $x > 0$); Vận tốc của ô tô là $x + 10$ (km/h)			0,25
Thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là $\frac{60}{x}$ (h) Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là $\frac{60}{x + 10}$ (h)			0,25

		12 phút = $\frac{1}{5}$ giờ, Lập luận để có PT: $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} = \frac{1}{5}$.	0,25
		$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0$	0,25
		Giải phương trình được 2 nghiệm: $x_1 = 50$; $x_2 = -60$	0,25
		Đổi chiều điều kiện và thử lại: Vận tốc của xe máy là 50 km/h, vận tốc của ô tô là 60 km/h	0,25
		Tính thể tích của bóng đèn huỳnh quang.	0,5
	2)	Tính thể tích của bóng đèn bằng: $S = \pi R^2 h \approx 3,14 \times 2^2 \times 120$	0,25
		= 1507,2 (cm ³).	0,25
Bài III 2,5 điểm	1)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3\sqrt{y-1} = 5 \\ 3x - 2\sqrt{y-1} = 1 \end{cases}$. ĐK: $y \geq 1$	1,0
		Đặt $\sqrt{y-1} = b (b \geq 0)$, ta có hệ $\begin{cases} 2x + 3b = 5 \\ 3x - 2b = 1 \end{cases}$.	0,25
		Giải hệ được $\begin{cases} x = 1 \\ b = 1(tm) \end{cases}$.	0,25
		$\sqrt{y-1} = 1 \Leftrightarrow y = 2$ (tmđk)	0,25
		Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(1; 2)$.	0,25
	2a)	Chứng minh (d) luôn đi qua điểm $A(0; 4)$...	0,5
		Thay tọa độ điểm $A(0; 4)$ vào phương trình đường thẳng d ta có: $4 = m \cdot 0 + 4$ đúng với mọi m	0,25
		Vậy đường thẳng d luôn đi qua điểm $A(0; 4)$ với mọi giá trị của m.	0,25
		Tìm tất cả giá trị của m để ...	1,0
	2b)	Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P): $x^2 = mx + 4 \Leftrightarrow x^2 - mx - 4 = 0$ (1). (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt \Leftrightarrow phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 16 > 0, \forall m$	0,25
		Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}$	0,25
		Ta có $(x_1 + 2x_2)(x_2 + 2x_1) = 14 \Leftrightarrow 2x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_1 x_2 = 14 \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 + x_1 x_2 = 14$	0,25
	$\Leftrightarrow 2m^2 - 4 = 14 \Leftrightarrow m = \pm 3$. Vậy $m = \pm 3$.	0,25	
Bài IV 3,0 điểm	1)	Chứng minh 4 điểm B, C, E và F cùng thuộc một đường tròn.	1,0

			Vẽ đúng hình đến ý 1).	0,25
			Chỉ ra được $BEC = 90^\circ, BFC = 90^\circ$	0,5
			Suy ra bốn điểm B, C, E và F cùng thuộc một đường tròn đường kính BC.	0,25
		Chứng minh tam giác $\triangle AEH \sim \triangle FNH$ và $AF \cdot HE + AE \cdot HF = AH \cdot EF \dots$		1,0
		Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp suy ra $HFN = HAE$		0,25
		Xét $\triangle FNH$ và $\triangle AEH$		
	2)	Có $FNH = AEH (= 90^\circ)$ và $HFN = HAE$ (cm trên)		0,25
		Suy ra $\triangle AEH \sim \triangle FNH (g - g)$		
		Suy ra $AE \cdot FH = AH \cdot FN$		0,25
		Chứng minh tương tự ta có : $AF \cdot EH = AH \cdot EN$		0,25
		Vậy $AF \cdot HE + AE \cdot HF = AH \cdot EN + AH \cdot FN = AH \cdot EF$		0,25
		Chứng minh tam giác PMN cân...		1,0
			Gọi I là trung điểm AH. Chứng minh IP là trung trực EF $\Rightarrow IP \perp EF$.	0,25
	3)		Gọi J là trung điểm của MN. Xét hình thang ANHM có I, J là trung điểm 2 đường chéo	0,25
			Suy ra $IJ \parallel AM \Rightarrow IJ \perp EF$.	
			Từ đó suy ra P, I, J là ba điểm thẳng hàng.	0,25
			Suy ra PJ vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến của tam giác PMN	0,25
			Vậy tam giác PMN cân tại P.	
		Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (x + 2)(y + 1)$.		0,5
		Vì x, y không âm ta có $P = (x + 2)(y + 1) = xy + 2y + x + 2 \geq x + y + 2$		0,25
		Vì $x^2 + y^2 + xy = 4 \Rightarrow (x + y)^2 = 4 + xy \geq 4 \Rightarrow x + y \geq 2$.		
		Suy ra $P \geq x + y + 2 \geq 4$.		
		Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$		0,25
		Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = 4$ khi $\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$		
Bài V 0,5 điểm				