SỞ GD & ĐT TỈNH HƯNG YÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HƯNG YÊN

(Đề có 06 trang)

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 1
NĂM HỌC 2020 - 2021
MÔN TOÁN - KHỐI 12
Thời gian làm bài : 90 Phút; (Đề có 50 câu)

Mã đề 121

Họ tên :.. Số báo danh : ....

Câu 1: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 2: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=x^3-2x^2-3$ **B.** $y=2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Câu 3: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln\frac{a}{b}=\frac{\ln a}{\ln b}$. **B.** $\ln(a+b)=\ln a.\ln b$. **C.** $\ln(ab)=\ln a+\ln b$. **D.** $\ln(ab)=\ln a.\ln b$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 5: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế?

A. 4. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 24.

Câu 6: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

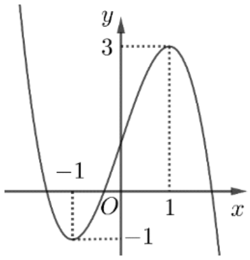
Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x^3-x)(x+1)^2$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{x+1}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $x=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=3$.

Câu 9: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=3$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 10: Trong các hàm số sau hàm nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **B.** $y=x^2+1$. **C.** $y=x^4+5x^2-1$. **D.** $y=x^3+x$.

Câu 11: Một cấp số cộng có $u_1=-3, u_8=39$. Công sai của cấp số cộng đó là

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 14: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Khi đó thể tích của khối tứ diện $OABC$ là

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 15: Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 16: Biểu thức $Q=\sqrt{a^2.\sqrt[3]{a^4}}$ (với $a>0; a\neq 1$). Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $Q=a^{\frac{5}{3}}$. **B.** $Q=a^{\frac{7}{4}}$. **C.** $Q=a^{\frac{7}{3}}$. **D.** $Q=a^{\frac{11}{6}}$.

Câu 17: Điểm cực đại của hàm số $y=x^3+3x^2+3$ là

A. $x=0$. **B.** $x=-2$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-2;7)$.

Câu 18: Giá trị biểu thức $A=2^{\log_4 9+\log_2 5}$ là

A. $A=15$. **B.** $A=405$. **C.** $A=86$. **D.** $A=8$.

Câu 19: Số giao điểm của đường thẳng $y=4x$ và đường cong $y=x^3$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\sqrt{2}a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 21: Hình lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 22: Biết $\log_a b = 2, \log_a c = 3$; với $a,b,c > 0; a \neq 1$. Khi đó giá trị của $\log_a\left(\dfrac{a^2\sqrt[3]{b}}{c}\right)$ bằng

A. 6. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 5. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có ba điểm cực trị.
B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 3$.
C. Hàm số có hai điểm cực tiểu.
D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Câu 24: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

A. 6. **B.** 11. **C.** 15. **D.** 10.

Câu 25: Cho hàm số $y = x^3 - x - 1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là

A. $y = 2x - 1$. **B.** $y = 2x + 2$. **C.** $y = -x + 1$. **D.** $y = -x - 1$.

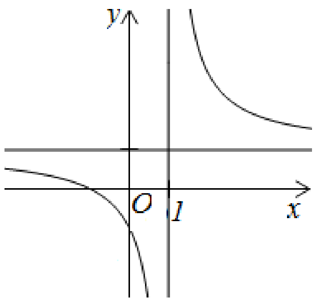
Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	$-\infty$

Với giá trị nào của m thì phương trình $f(x) + m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

A. $-1 < m < 1$. **B.** $-4 < m < 0$. **C.** $0 < m < 4$. **D.** $-2 < m < 1$.

Câu 27: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' > 0, \forall x \neq 1$. **B.** $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **C.** $y' < 0, \forall x \neq 1$. **D.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 28: Biết $9^x + 9^{-x} = 23$, tính giá trị của biểu thức $P = 3^x + 3^{-x}$.

A. 25. **B.** $\sqrt{27}$. **C.** $\sqrt{23}$. **D.** 5.

Câu 29: Hàm số $y = 3x^4 + 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\frac{2}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$.

Câu 30: Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-3$ song song với trục hoành?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 32: Giá trị của biểu thức $P=\frac{2^3.2^{-1}+5^{-3}.5^4}{10^{-3}:10^{-2}-(0,1)^0}$ là

A. 10. **B.** 9. **C.** -10. **D.** -9.

Câu 33: Đồ thị của hàm số $y=\frac{x+1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 34: Số cạnh của hình mười hai mặt đều là

A. 16. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 30.

Câu 35: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 36: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=x^3-3(2m+1)x^2+(12m+5)x+2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Số phần tử của S bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 37: Gọi d là đường thẳng đi qua $A(2;0)$ có hệ số góc $m(m>0)$ cắt đồ thị $(C): y=-x^3+6x^2-9x+2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, C lên trục tung. Biết rằng hình thang $BB'C'C$ có diện tích bằng 8, giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(5;8)$. **B.** $(-5;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;5)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=3a$. Mặt phẳng (P) chứa cạnh BC và cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác có diện tích $\frac{2\sqrt{5}a^2}{3}$. Tính khoảng cách h giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (P).

A. $h=a$. **B.** $h=\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $h=\frac{\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $h=\frac{3\sqrt{13}a}{13}$.

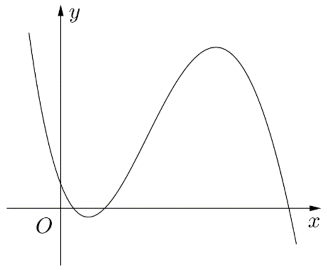
Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $SB=12$, SB vuông góc với (ABC). Gọi D, E lần lượt là các điểm thuộc các đoạn SA, SC sao cho $SD=2DA$, $ES=EC$. Biết $DE=2\sqrt{3}$, hãy tính thể tích khối chóp $B.ACED$.

A. $\frac{96}{5}$. **B.** $\frac{144}{5}$. **C.** $\frac{288}{5}$. **D.** $\frac{192}{5}$.

Câu 40: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t)=\frac{t}{t^2+1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 4 giờ. **B.** 3 giờ. **C.** 1 giờ. **D.** 2 giờ.

Câu 41: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số *a*, *b*, *c*, *d*?



A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

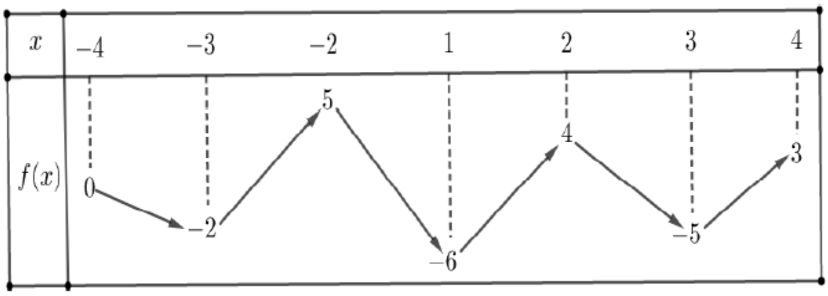
Câu 42: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 + (2m-1)x^2 + m - 2$ chỉ có một cực đại và không có cực tiểu.

A. $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m > \frac{1}{2}. \end{array}\right.$ **B.** $m \le 0$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge \frac{1}{2}. \end{array}\right.$ **D.** $m \le \frac{1}{2}$.

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $d: y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt *M, N* sao cho $MN = 2\sqrt{3}$.

A. $m = 2 \pm \sqrt{10}$. **B.** $m = 4 \pm \sqrt{3}$. **C.** $m = 2 \pm \sqrt{3}$. **D.** $m = 4 \pm \sqrt{10}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới



Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của $m \in [-4;4]$ để hàm số $g(x) = \left| f\left(x^3 + 2x\right) + 3f(m) \right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 8?

A. 11. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 45: Cho các số dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a(bc) = 3, \log_b(ca) = 4$. Tính giá trị của $\log_c(ab)$.

A. $\frac{16}{9}$. **B.** $\frac{16}{4}$. **C.** $\frac{11}{9}$. **D.** $\frac{9}{11}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) và điểm $A(1;m)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để qua A có thể kẻ được đúng ba tiếp tuyến tới đồ thị (C). Số phần tử của S là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 3$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên hai cạnh SA, SB lấy các điểm P, Q tương ứng sao cho $SP = 1$, $SQ = 2$. Tính thể tích V của tứ diện $MNPQ$.

A. $V = \frac{\sqrt{7}}{18}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{34}}{12}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{34}}{144}$.

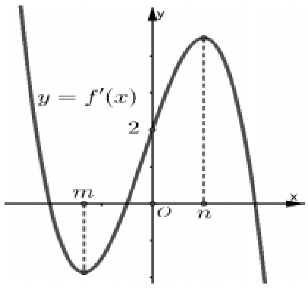
Câu 48: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, góc $BAC = 120°$, $AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60°.　　**B.** 30°.　　**C.** $\arccos\frac{\sqrt{3}}{4}$.　　**D.** $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 49: Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có 3 đỉnh trùng với 3 trong số 18 đỉnh của đa giác đã cho. Chọn 1 tam giác trong tập hợp X. Xác suất để tam giác được chọn là tam giác cân bằng

A. $\frac{3}{17}$.　　**B.** $\frac{144}{136}$.　　**C.** $\frac{23}{136}$.　　**D.** $\frac{11}{68}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e,(a\neq 0)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $e>n$.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f'\left(f(x)-2x\right)$ là

A. 7.　　**B.** 6.　　**C.** 10.　　**D.** 14.

------ ***HẾT*** ------

BẢNG ĐÁP ÁN

1-C	**2-C**	**3-C**	**4-D**	**5-D**	**6-B**	**7-B**	**8-D**	**9-C**	**10-D**
11-A	**12-C**	**13-D**	**14-B**	**15-D**	**16-A**	**17-B**	**18-A**	**19-D**	**20-B**
21-C	**22-D**	**23-B**	**24-C**	**25-D**	**26-C**	**27-C**	**28-D**	**29-A**	**30-B**
31-A	**32-C**	**33-D**	**34-D**	**35-D**	**36-C**	**37-D**	**38-B**	**39-D**	**40-C**
41-D	**42-B**	**43-D**	**44-A**	**45-D**	**46-C**	**47-A**	**48-C**	**49-D**	**50-A**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn C.

Có 4 mặt phẳng đối xứng.

Câu 2: Chọn C.

Hình dạng bảng biến thiên là của hàm trùng phương nên chọn đáp án C hoặc D.

Nhìn và bnagr biến thiên thấy hệ số $a > 0$ nên chọn đáp án C.

Câu 3: Chọn C.

Với các số thực dương a,b bất kì ta có: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Câu 4: Chọn D.

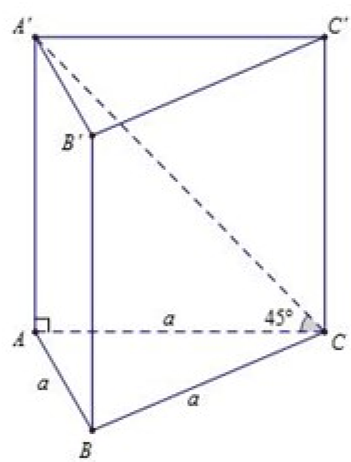
$f'(x) \geq 0, \forall x \in (a;b)$. Dấu "=" xảy ra một số hữu hạn điểm thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số đồng biến trên $(1;3)$.

Câu 5: Chọn D.

Số cách sắp xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế là số hoán vị của 4 phần tử $P_4 = 4! = 24$.

Câu 6: Chọn B.



+ Ta có $AA' \perp (ABC)$ nên $\left(\widehat{A'C,(ABC)}\right) = \left(\widehat{A'C,AC}\right) = \widehat{A'CA} = 45^0$. Khi đó:

$\tan 45^0 = \dfrac{AA'}{AC} \Rightarrow AA' = AC.\tan 45^0 = a.$

+ $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin 60^0 = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

+ Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Câu 7: Chọn B.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x\left(x^3 - x\right)(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)'$		+	0	-	0	-	0	+	

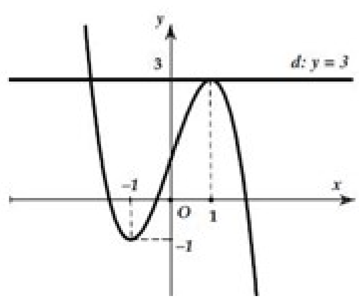
Do đó hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 8: Chọn D.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3x-1}{x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}} = 3; \lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x-1}{x+1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}} = 3.$

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 3$.

Câu 9: Chọn C.



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy số nghiệm của phương trình $f(x) = 3$ là 2.

Câu 10: Chọn D.

Xét đáp án D, ta có $y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$.

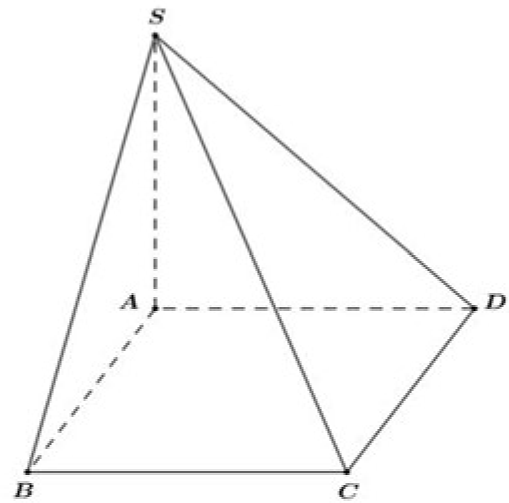
Suy ra hàm số $y = x^3 + x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11: Chọn A.

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

Ta có $u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow d = \dfrac{u_8 - u_1}{7} = \dfrac{39 - (-3)}{7} = 6.$ Vậy công sai của cấp số cộng là $d = 6.$

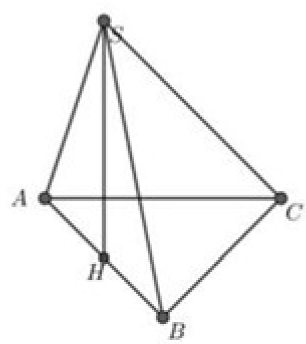
Câu 12: Chọn C.



Ta có $AB // CD \Rightarrow CD // (SAB) \Rightarrow d(SA, CD) = d(CD, (SAB)) = d(D, (SAB)).$

Do $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow d(D, (SAB)) = AD = a.$

Câu 13: Chọn D.

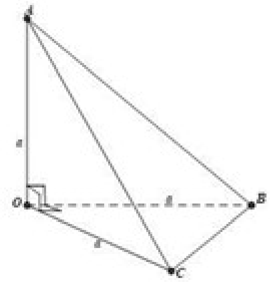


Gọi H là trung điểm của AB suy ra $SH = a\sqrt{3}$

$AB = 2a \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}(2a)^2 = 2a^2$

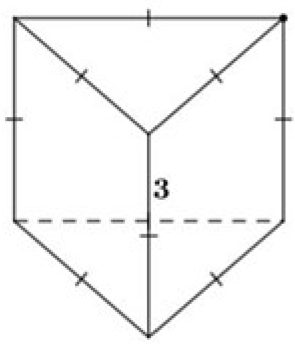
$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SH = \dfrac{1}{3}.2a^2.a\sqrt{3} = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$

Câu 14: Chọn B.



Ta có: $V = \frac{1}{3}S_{OBC}.OA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.OB.OC.OA = \frac{a^3}{6}$.

Câu 15: Chọn D.



Diện tích đáy B là diện tích một tam giác đều có độ dài cạnh bằng 3 $\Rightarrow B = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$;

Chiều cao khối lăng trụ $h = 3$;

Khi đó thể tích khối lăng trụ đều này là $S = B.h = \frac{9\sqrt{3}}{4}.3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$

Vậy ta chọn phương án D làm đáp án.

Câu 16: Chọn A.

$Q = \sqrt{a^2.\sqrt[3]{a^4}} = \sqrt{a^2.a^{\frac{4}{3}}} = \sqrt{a^{\frac{10}{3}}} = a^{\frac{10}{3.2}} = a^{\frac{10}{6}} = a^{\frac{5}{3}}$.

Vậy ta chọn phương án A làm đáp án.

Câu 17: Chọn B.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow y = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Điểm cực đại của hàm số là $x = -2$.

Câu 18: Chọn A.

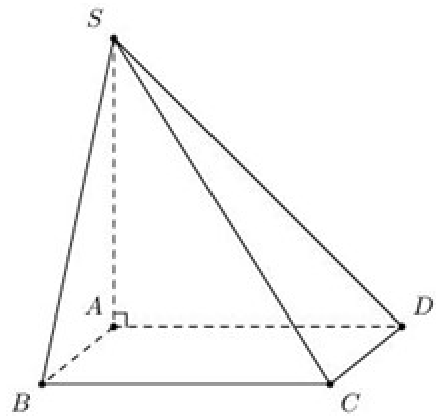
Ta có: $A=2^{\log_4 9+\log_2 5}=2^{\log_2 3+\log_2 5}=2^{\log_2 15}=15.$

Câu 19: Chọn D.

Số giao điểm của đường thẳng $y=4x$ và đường cong $y=x^3$ là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm: $x^3=4x\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow x\left(x^2-4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=-2\end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của đường thẳng và đường cong là 3.

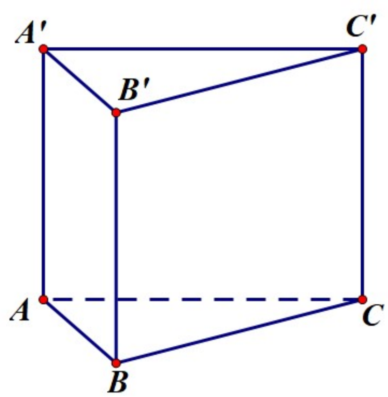
Câu 20: Chọn B.



Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

$$V=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}\text{ (đvtt).}$$

Câu 21: Chọn C.



Hình lăng trụ tam giác có 5 mặt.

Câu 22: Chọn D.

Ta có: $\log_a\left(\frac{a^2\sqrt[3]{b}}{c}\right)=2+\frac{1}{3}\log_a v-\log_a c=2+\frac{1}{3}.2-3=-\frac{1}{3}.$

Câu 23: Chọn B.

Xét đáp án A hàm số có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại vì vậy đáp án A đúng.

Xét đáp án B hàm số đạt điểm cực đại tại $x=0,$ giá trị cực đại là $y=3$ nên đáp án B là khẳng định sai, chọn đáp án B.

Xét đáp án C đúng nên loại.

Xét đáp án D đúng nên loại.

Câu 24: Chọn C.

Ta có: $y'=6x^2+6x-12$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-1;2] \\ x=-2\notin[-1;2] \end{array}\right.$$

$f(-1)=15, f(2)=6, f(1)=-5$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ là $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=15$ tại $x=-1$ nên chọn đáp án C.

Câu 25: Chọn D.

Gọi $A(x_0;y_0)$ là giao điểm của (C) với trục tung.

Khi đó: $x_0=0 \Rightarrow y_0=-1$ nên $A(0;-1)$.

Ta có: $y'=3x^2-1 \Rightarrow y'(0)=-1.$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $A(0;-1)$ là

$y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0$

$\Leftrightarrow y=-1(x-0)-1$

$\Leftrightarrow y=-x-1$

Câu 26: Chọn C.

Ta có: $f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-m.$

Đặt $(C): y=f(x)$ và $(d): y=-m.$

Số nghiệm của phương trình $f(x)=-m$ là số giao điểm của (C) và (d).

Để phương trình $f(x)=-m$ có 3 nghiệm phân biệt thì $-4<-m<0 \Leftrightarrow 0<m<4.$

Câu 27: Chọn C.

Từ dạng của đồ thị hàm số, ta thấy $y'<0\ \forall x\neq 1.$

Câu 28: Chọn D.

$P^2 = \left(3^x + 3^{-x}\right)^2 = 3^{2x} + 2.3^x.3^{-x} + 3^{-2x} = 9^x + 9^{-x} + 2 = 23 + 2 = 25$

$\Rightarrow P = \sqrt{25} = 5.$

Câu 29: Chọn A.

Hàm số $y = 3x^4 + 2$

TXĐ: $D = \mathbb{R}.$

$y' = 4x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$ 0 $+\infty$
y'	$-$ 0 $+$

Vậy hàm số $y = 3x^4 + 2$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; 0\right)$.

Câu 30: Chọn B.

Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3$

TXĐ: $D = \mathbb{R}.$

$y' = 3x^2 + 6x$

Gọi $M\left(x_0; y_0\right)$ là tiếp điểm.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại $M : k = y'\left(x_0\right)$

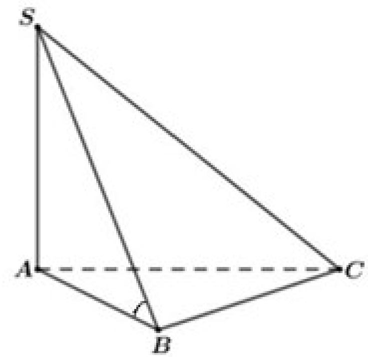
Mà tiếp tuyến song song với trục hoành nên hệ số góc $k = 0 \Rightarrow 3x_0^2 + 6x_0 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{array}\right.$.

+ $x_0 = 0$ tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M\left(0; -3\right)$ là: $y - \left(-3\right) = 0\left(x - 0\right) \Rightarrow y = -3.$

+ $x_0 = -2$ tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M\left(-2; 1\right)$ là: $y - 1 = 0\left(x + 2\right) \Rightarrow y = 1.$

Vậy có 2 tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3$ song song với trục hoành.

Câu 31: Chọn A.



SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SBA}$.

Xét tam giác SBA vuông tại A, ta có: $\tan\widehat{SBA}=\dfrac{SA}{AB}=\dfrac{a}{a}=1\Rightarrow\widehat{SBA}=45^0$.

Câu 32: Chọn C.

$$P=\frac{2^3.2^{-1}+5^{-3}.5^4}{10^{-3}:10^{-2}-(0,1)^0}=\frac{2^2+5}{10^{-1}-1}=\frac{9}{\frac{1}{10}-1}=\frac{9}{\frac{-9}{10}}=-10.$$

Câu 33: Chọn D.

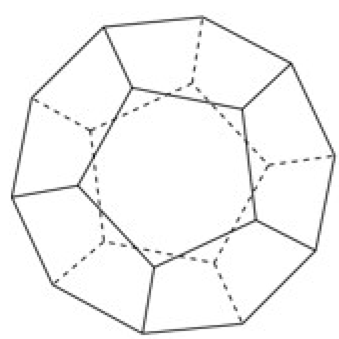
$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=0,\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to1^+}y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=+\infty,\lim\limits_{x\to-3^-}y=\lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=-\infty$ nên đường thẳng $x=1$ và $x=-3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Câu 34: Chọn D.

Hình mười hai mặt đều có ba mươi cạnh.



Câu 35: Chọn D.

Thể tích khối lăng trụ $V=B.h=3.2=6$.

Câu 36: Chọn C.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$y'=3x^2-6\left(2m+1\right)x+12m+5$

Hàm số đồng biến trong khoảng $\left(2;+\infty\right)$ khi $y'\ge 0,\forall x\in\left(2;+\infty\right)$.

$\Leftrightarrow 3x^2-6\left(2m+1\right)x+12m+5\ge 0\forall x\in\left(2;+\infty\right)$.

$3x^2-6\left(2m+1\right)x+12m+5\ge 0\Leftrightarrow m\le\dfrac{3x^2-6x+5}{12\left(x-1\right)},\forall x\in\left(2;+\infty\right)$

Xét hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{3x^2-6x+5}{12\left(x-1\right)},\forall x\in\left(2;+\infty\right)$.

$g'\left(x\right)=\dfrac{3x^2-6x+1}{12\left(x-1\right)^2}>0,\forall x\in\left(2;+\infty\right)\Rightarrow$ Hàm số $g\left(x\right)$ đồng biến trong khoảng $\left(2;+\infty\right)$.

Do đó: $m\le g\left(x\right),\forall x\in\left(2;+\infty\right)\Rightarrow m\le g\left(2\right)\Leftrightarrow m\le\dfrac{5}{12}$.

Vì $0<m\le\dfrac{5}{12}$. Do đó không có giá trị nguyên dương nào của m thỏa mãn bài toán.

Câu 37: Chọn D.

Cách 1:

Phương trình đường thẳng $\left(d\right)$ có hệ số góc m và đi qua $A\left(2;0\right)$ là $y=mx-2m$

Hoành độ giao điểm của $\left(d\right)$ và $\left(C\right)$ là nghiệm của phương trình:

$-x^3+6x^2-9x+2=m\left(x-1\right)\Leftrightarrow\left(x-2\right)\left(x^2-4x+m+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x^2-4x+m+1=0\left(1\right)\end{array}\right.$

$x=2\Rightarrow y=0\Rightarrow A\left(2;0\right)$. Do đó: $\left(C\right)$ cắt $\left(d\right)$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $\left(1\right)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ khác $2\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=3-m>0\\2^2-4.2+m+1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m>-3\\m-3\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<3\\m\ne 3\end{cases}\Leftrightarrow m<3$

Theo định lí Vi-et: $\begin{cases}x_1+x_2=4\\x_1x_2=m+1\end{cases}$, mà $m>0\Rightarrow m+1>0\Rightarrow\begin{cases}x_1+x_2>0\\x_1.x_2>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1>0\\x_2>0\end{cases}$

Giả sử $B\left(x_1;mx_1-2m\right)$ và $C\left(x_2;mx_2-2m\right)\Rightarrow B'\left(0;mx_1-2m\right)$ và $C'\left(0;mx_2-2m\right)$.

$\Rightarrow B'C'=\left|m\left(x_1-x_2\right)\right|=m\left|x_1-x_2\right|;BB'=\left|x_1\right|=x_1;CC'=\left|x_2\right|=x_2$

Ta có: $S_{BB'C'C}=\dfrac{1}{2}B'C'\left(BB'+CC'\right)=8\Leftrightarrow B'C'\left(BB'+CC'\right)=16\Leftrightarrow m\left|x_1-x_2\right|\left(x_1+x_2\right)=16$

$\Leftrightarrow m|x_1-x_2|=4 \Leftrightarrow m^2(x_1-x_2)^2=16 \Leftrightarrow m^2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]=16 \Leftrightarrow m^2(16-4m-4)=16$

$\Leftrightarrow m^3-3m^2+4=0 \Leftrightarrow (m+1)(m-2)^2=0 \Leftrightarrow m=-1$ hoặc $m=2$

Vì $0<m<3 \Rightarrow m=2 \Rightarrow m \in (1;5)$.

Cách 2:

Phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua $A(2;0)$ và $y=m(x-2)$

Xét hàm số $y=f(x)=-x^3+6x^2-9x+2$ (C)

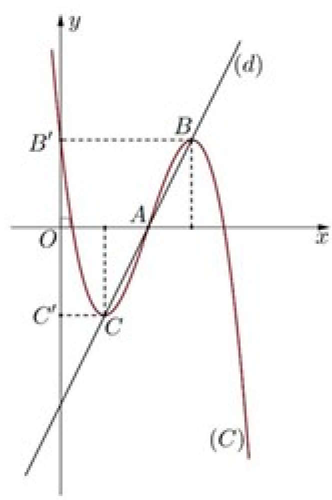
TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=-3x^2+12x-9=0 \Leftrightarrow -6x=-12 \Leftrightarrow x=2; f(2)=0$

$\Rightarrow$ Đồ thị (C) nhận điểm $A(2;0)$ làm điểm uốn.

$\Rightarrow B$ và C đối xứng nhau qua $A; B'$ và C' đối xứng nhau qua O

$\Rightarrow OA$ là đường trung bình của hình thang $BB'C'C \Rightarrow \dfrac{BB'+CC'}{2}=OA=2$



Diện tích của hình thang $BB'C'C$ bằng $8 \Rightarrow B'C'=4$

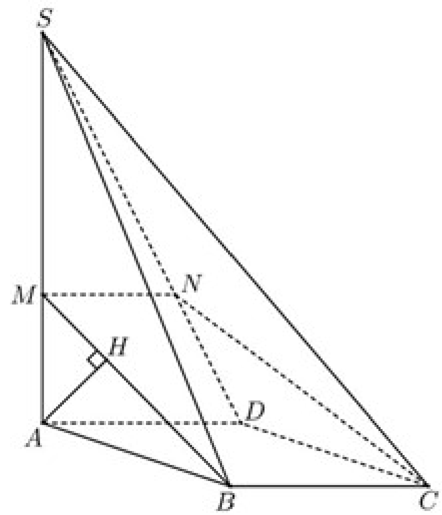
Không mất tính tổng quát, giả sử $y_B>0 \Rightarrow y_B=2 \Rightarrow -x_B{}^3+6x_B^2-9x_B+2=2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_B=0 \\ x_B=3 \end{array}\right.$

+ $x_B=0 \Rightarrow B(0;2) \Rightarrow (d)$ có phương trình $y=-x+2 \Rightarrow m=-1<0$ (loại).

+ $x_B=3 \Rightarrow B(3;2) \Rightarrow (d)$ có phương trình $y=2x-4 \Rightarrow m=2$ (thỏa mãn).

Vậy giá trị của m thuộc khoảng $(1;5)$.

Câu 38: Chọn B.



Gọi M, N lần lượt là giao điểm của (P) với $SA, SD \Rightarrow MN//AD$; kẻ $AH \perp BM$ tại H

$AD \perp SA; AD \perp AB \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp MB$ và $MN \perp AH$

* $MN \perp MB \Rightarrow$ Thiết diện là hình thang vuông $BMNC$ có diện tích là $\frac{MB}{2}.(MN + BC)$

* $AH \perp MN, AH \perp BM, MN//AD \Rightarrow AH$ là khoảng cách từ AD đến $(P) \Rightarrow AH = h$

Đặt $AM = x(0 < x < 3a) \Rightarrow SM = 3a - x$. Ta có: $\frac{MN}{AD} = \frac{SM}{SA}$ (do $MN//AD$).

$\Rightarrow \frac{MN}{a} = \frac{3a-x}{3a} \Rightarrow MN = \frac{3a-x}{3}$, mà $MB = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \sqrt{a^2 + x^2}$

Diện tích thiết diện là $\frac{2\sqrt{5}a^2}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{2}.\left(\frac{3a-x}{3} + a\right) = \frac{2\sqrt{5}a^2}{3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+x^2}.(6a - x) = 4\sqrt{5}a^2 \Leftrightarrow (a^2 + x^2)(36a^2 - 12ax + x^2) = 80a^4$

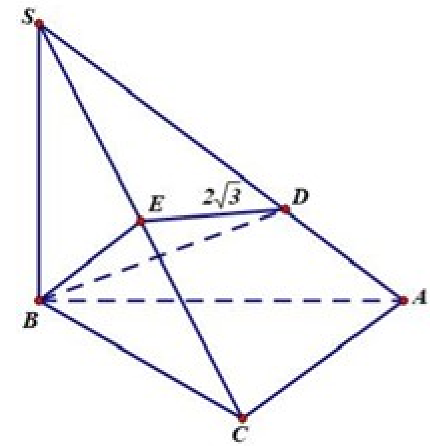
$\Leftrightarrow 36a^4 - 12a^3x + a^2x^2 + 36a^2x^2 - 12ax^3 + x^4 - 80a^4 = 0$

$\Leftrightarrow x^4 - 12x^3x + 37x^2a^2 - 12ax^3 - 44a^4 = 0 \Rightarrow x = 2a$

$\Rightarrow MB = a\sqrt{5} \Rightarrow h = AH = \frac{AM.AB}{MB} = \frac{2a.a}{a\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$

Vậy khoảng cách h giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (P) là $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 39: Chọn D.



Ta có

$V_{B.ACED} = V_{S.ABC} - V_{ABED}$

$\dfrac{V_{SBED}}{V_{SABC}} = \dfrac{SE}{SC}.\dfrac{SD}{SA} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$

Đặt $AB = AC = a$. Khi đó, ta có:

$SA^2 = SB^2 + AB^2 = 12^2 + a^2$

$SC^2 = SB^2 + BC^2 = 12^2 + 2a^2$

Câu 40: Chọn C.

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t}{t^2+1}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Có: $f'(t) = \dfrac{1-t^2}{(t^2+1)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1-t^2 = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$

t	$-\infty$	0		1		$+\infty$
y'		||	$+$	0	$-$	
y		||	$\nearrow$		$\searrow$	

Từ bảng biến thiên trên suy ra sau khi tiêm thuốc 1 giờ thif tổng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Câu 41: Chọn D.

Từ đồ thị ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0.$

Gọi x_1 và x_2 lần lượt là hai điểm cực trị của hàm số đã cho $(x_1 < x_2)$.

Từ đồ thị ta thấy: $x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b > 0.$

Và: $x_1.x_2 > 0 \Rightarrow ac > 0 \Rightarrow c > 0.$

Đồ thị hàm số giao với trục tung tại điểm có tung độ $y \Rightarrow d > 0.$

Vậy trong các số a, b, c, d có hai số dương.

Câu 42: Chọn B.

Khi $m = 0,$ hàm số trở thành $y = -x^2 - 2$ có đồ thị là một Parabol có bề lõm quay xuống nên hàm số có một cực đại và không có cực tiểu (thỏa mãn bài toán)

Khi $m \neq 0,$ hàm số có một cực đại và không có cực tiểu khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m < 0 \\ m(2m-1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 2m - 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Vậy hàm số có một cực đại và không có cực tiểu khi $m \leq 0.$

Câu 43: Chọn D.

Ta có PTHĐGĐ của đường thẳng (d) và đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$

$$\frac{2x+1}{x+1} = x + m - 1, (x \neq -1)$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = (x + m - 1)(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (m-2)x + m - 2 = 0 (2)$$

Phương trình $\dfrac{2x+1}{x+1} = x + m - 1$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \neq -1.$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 - m + 2 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2)^2 - 4(m-2) > 0 \\ 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 8m + 12 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 2 \\ m > 6 \end{array} \right.$$

Gọi $M(x_1; x_1 + m - 1), N(x_2; x_2 + m - 1)$ là giao điểm của hai đồ thị.

Ta có $MN = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow MN^2 = 12 \Leftrightarrow (x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 = 12$

$$\Leftrightarrow x_2^2 - x_1^2 - 2x_1x_2 = 6 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 - 4(m-2) - 6 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 - 4(m-2) - 6 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4+\sqrt{10} \\ m = 4-\sqrt{10} \end{array}\right.$$

So với điều kiện có hai nghiệm phân biệt, ta nhận cả hai giá trị $m = 4 \pm \sqrt{10}$.

Câu 44: Chọn A.

Đặt $t = x^3 + 2x \Rightarrow t' = x^2 + 2 > 0, \forall x \Rightarrow t(x)$ đồng biến trên $[-1;1]$.

$\forall x \in [-1;1] \Rightarrow t(-1) \le t \le t(1) \Leftrightarrow -3 \le t \le 3$

Suy ra $-6 \le f(t) \le 5$

Như vậy khi đó

$g(t) = |f(t) + 3f(m)|$

$$\Rightarrow Max\ g(t) = Max\{|5+3f(m)|;|-6+3f(m)|\} = \frac{|5+3f(m)-6+3f(m)| + |5+3f(m)+6-3(m)|}{2}$$

$$= \frac{|6f(m)-1|+11}{2}$$

Câu 45: Chọn D.

Ta có:

$$\log_a(bc) = \frac{\log_c(bc)}{\log_c a} = \frac{\log_c b + 1}{\log_c a} = 3 \Rightarrow 3\log_c a - \log_c b = 1.(1)$$

$$\log_b(ca) = \frac{\log_c(ca)}{\log_c b} = \frac{\log_c a + 1}{\log_c b} = 4 \Rightarrow \log_c a - 4\log_c b = -1.(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 3\log_c a - \log_c b = 1 \\ \log_c a - 4\log_c b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_c a = \dfrac{5}{11} \\ \log_c b = \dfrac{4}{11} \end{cases} \Rightarrow \log_c(ab) = \log_c a + \log_c b = \frac{9}{11}.$$

Câu 46: Chọn C.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;m)$ hệ số góc k có phương trình là $y = k(x-1)+m.$

Đường thẳng d là tiếp tuyến của đồ thị (C) khi và chỉ khi hệ phương trình

$$\begin{cases} x^3+3x^2+1 = k(x-1)+m & (1) \\ 3x^2+6x = k & (2) \end{cases}$$ có nghiệm x.

Thay (2) vào (1) ta có phương trình $x^3+3x^2+1=\left(3x^2+6x\right)\left(x-1\right)+m \Leftrightarrow 2x^3-6x-1=-m\left(3\right)$.

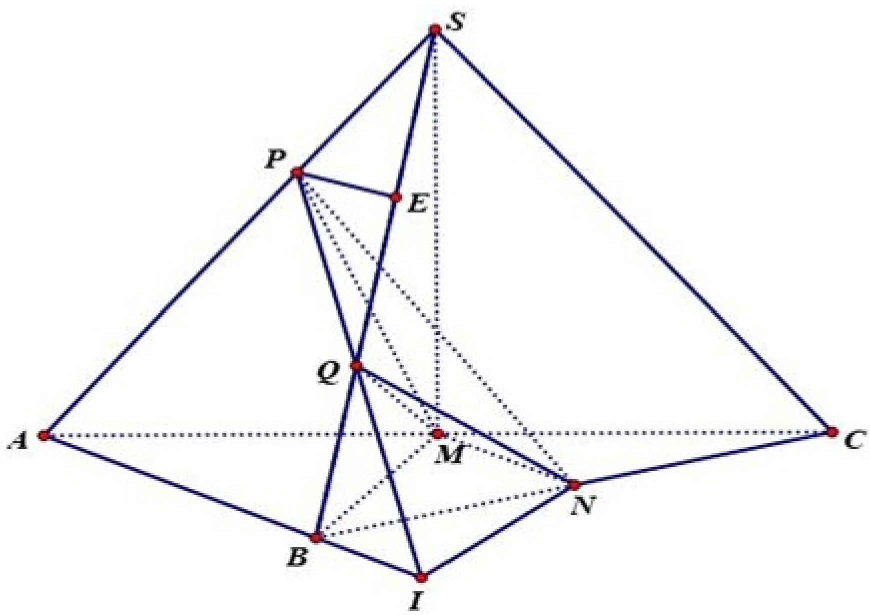
Qua điểm $A\left(1;m\right)$ kẻ được đúng 3 tiếp tuyến với đồ thị $\left(C\right) \Leftrightarrow$ phương trình $\left(3\right)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ hai đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=2x^3-6x-1$ và $y=-m$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=2x^3-6x-1$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$; $y=-m$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ suy ra $-5<-m<3 \Leftrightarrow -3<m<5 \xrightarrow{m\in Z} m\in\left\{-2;-1;0;1;2;3;4\right\}$. Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: Chọn A.



Gọi I là giao điểm của PQ và AB

$V_{MNPQ}=V_{I.MPN}-V_{I.QMN}=V_{P.MNI}-V_{Q.MNI}$.

Tính diện tích ΔMNI

$MN=1$

Gọi E là trung điểm của $SQ \Rightarrow PE//AB$ và $PE=\dfrac{1}{3}AB$

Ta có $\Delta PEQ = \Delta IBQ\left(g.c.g\right) \Rightarrow PE = IB$

$\Rightarrow IB = \frac{1}{3}AB = \frac{2}{3}$.

$IN^2 = BN^2 + IB^2 = 1 + \frac{4}{9} = \frac{13}{9} \Rightarrow IN = \frac{\sqrt{13}}{3}$.

Áp dụng định lý cosin cho tam giác IAM có:

$IM = IA^2 + AM^2 - 2IA.AM.\cos 45^0$

$= \left(\frac{8}{3}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 - 2.\frac{8}{3}.\sqrt{2}.\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{34}{9} \Rightarrow IM = \frac{\sqrt{34}}{9}$.

$\cos\widehat{MNI} = \frac{MN^2 + IN^2 - MI^2}{2.MN.IN} = \frac{1 + \frac{13}{9} - \frac{34}{9}}{2.1.\frac{\sqrt{13}}{3}} = \frac{-2\sqrt{13}}{13}$.

$\sin\widehat{MNI} = \sqrt{1 - \cos^2\widehat{MNI}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$.

$S_{MNI} = \frac{1}{2}.MN.NI.\sin\widehat{MNI} = \frac{1}{2}.1.\frac{\sqrt{13}}{3}.\frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{1}{2}$.

$V_{MNPQ} = \frac{1}{3}.d\left(P;\left(MIN\right)\right).S_{MIN} - \frac{1}{3}.d\left(Q;\left(MIN\right)\right).S_{MIN}$

$= \frac{1}{3}.\frac{2}{3}d\left(S;\left(MIN\right)\right).S_{MIN} - \frac{1}{3}.\frac{1}{3}.d\left(S;\left(MIN\right)\right).S_{MIN}$

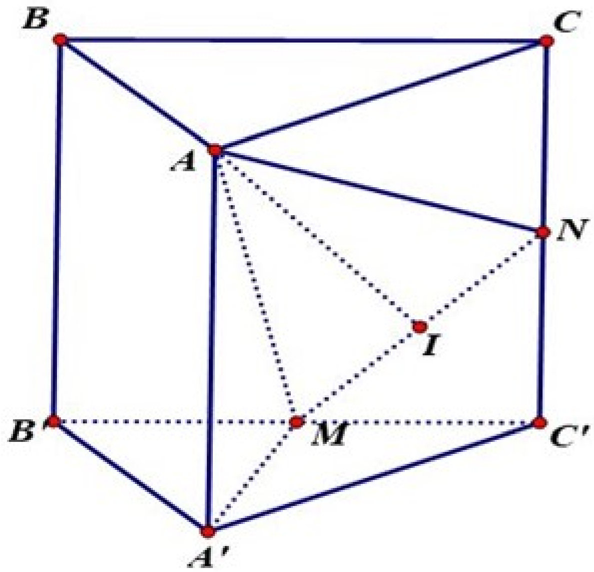
$= \frac{1}{3}.\frac{1}{3}d\left(S;\left(MIN\right)\right).S_{MIN} = \frac{1}{9}d\left(S;\left(ABC\right)\right).S_{MIN}$

Vì $SA = SB = SC$ nên hình chiếu của đỉnh S trên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Mà tam giác ABC vuông tại B nên tam đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là điểm M .

Vậy $V_{MNPQ} = \frac{1}{9}.\sqrt{7}.\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{7}}{18}$.

Câu 48: Chọn C.



Ta có $\Delta A'MC'$ vuông tại M có $\widehat{A'C'M} = 30^0 \Rightarrow A'M = \frac{1}{2}.A'C' = \frac{2}{2}$

$$MC' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow B'C' = a\sqrt{3}.$$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \alpha = \left(\widehat{(AMN);(A'B'C')}\right)$

Tam giác $A'MC'$ là hình chiếu của tam giác AMN trên mặt phẳng $(A'B'C')$ nên $\cos\alpha = \frac{S_{A'MC'}}{S_{AMN}}$

Ta có $S_{A'MC'} = \frac{1}{2}.S_{ABC} = \frac{1}{4}.AB.AC.\sin\widehat{BAC} = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}.$

$AN^2 = AC^2 + CN^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow AN = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$

$AM^2 = AA'^2 + A'M^2 = AA'^2 + \left(\frac{A'C'}{2}\right)^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

$MN^2 = C'N^2 + C'M^2 = \frac{a^2}{4} + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = a^2 \Rightarrow MN = a.$

Gọi I là trung điểm của $MN \Rightarrow AI \perp MN$

$AI = \sqrt{AN^2 - IN^2} = a$

$S_{AMN} = \frac{1}{2}.AI.MN = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Vậy số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng $\arccos\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 49: Chọn D.

Chọn ngẫu nhiên 3 trong số 18 đỉnh của đa giác ta được 1 tam giác nên $n(\Omega)=C_{18}^{3}=816$.

Vì đa giác đã cho là đa giác đều có 18 đỉnh nên từ mỗi đỉnh có thể tìm ra 8 cặp điểm để cùng với nó tạo ra 1 tam giác cân, trong đó có 1 tam giác đều. Từ 18 đỉnh của đa giác đều có thể tạo ra 6 tam giác đều. Vậy số tam giác cân và đều mà 18 đỉnh của đa giác đều đó tạo ra là: $18.7+6=132$

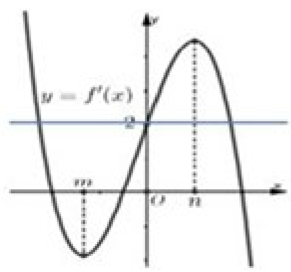
Xác suất cần tìm là: $\frac{132}{816}=\frac{11}{68}$.

Câu 50: Chọn A.

Ta có: $y'=\left(f'(x)-2\right)f''\left[f(x)-2x\right]$

$$y'=0\Leftrightarrow\left(f'(x)-2\right)f''\left[f(x)-2x\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}f'(x)-2=0 & (1)\\ f''\left[f(x)-2x\right]=0 & (2)\end{array}\right.$$

Xét phương trình $(1)\Leftrightarrow f'(x)=2$.



Từ đồ thị ta có phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $x_1,0,x_2\left(x_1<m<0<n<x_2\right)$.

Xét phương trình (2).

Trước hết ta có: $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$.

$$f'(0)=2\Leftrightarrow d=2.$$

Suy ra: $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+2x+e$.

$$(2)\Leftrightarrow f''\left[f(x)-2x\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)-2x=m\\ f(x)-2x=n\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}ax^4+bx^3+cx^2+e=m\\ ax^4+bx^3+cx^2+e=n\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}ax^4+bx^3+cx^2=m-e & (2a)\\ ax^4+bx^3+cx^2=n-e & (2b)\end{array}\right..$$

Số nghiệm của hai phương trình $(2a)$ và $(2b)$ lần lượt bằng số giao điểm của hai đường thẳng $y=m-e$ và $y=n-e$ (trong đó $m-e<n-e<0$) với đồ thị hàm số $g(x)=ax^4+bx^3+cx^2$.

$g'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx.$

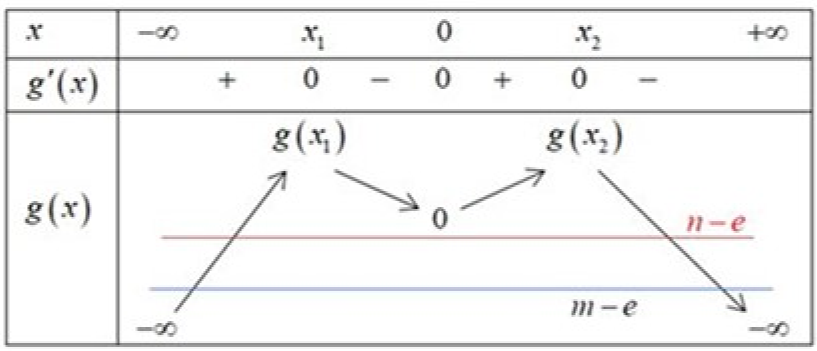
$g'(x)=0 \Leftrightarrow 4ax^3+3bx^2+2cx=0 \Leftrightarrow 4ax^3+3bx^3+2cx+2=2$

$$\Leftrightarrow f'(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1<0 \\ x=0 \\ x=x_2>0 \end{array}\right.$$

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ suy ra:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x)=+\infty$ nên $a<0$ nên $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty, \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty.$

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:



Từ bảng biến thiên suy ra hai phương trình $(2a),(2b)$ mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt

(hai phương trình không có nghiệm trùng nhau) và khác $x_1, 0, x_2$.

Suy ra phương trình $(f'(x)-2)f''[f(x)-2x]=0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt. Vậy hàm số $y=f'[f(x)-2x]$ có 7 điểm cực trị.