SỞ GD&ĐT THANH HÓA

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề khảo sát có 6 trang)

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH LỚP 12 (ĐỢT 1)
NĂM HỌC 2021 - 2022
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:...
Số báo danh:..

Mã đề thi: 105

Câu 1: $\int 2^x dx$ bằng

A. $2^{x+1}+C$.   B. $\dfrac{2^{x+1}}{x+1}+C$.   C. $2^x \ln 2+C$.   D. $\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-3)=2$ là

A. $x=\dfrac{9}{2}$.   B. $x=5$.   C. $x=6$.   D. $x=\dfrac{11}{2}$.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=2$ và $u_3=-4$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. -2.   B. -6.   C. 6.   D. 2.

Câu 4: Cho a là số thực dương và biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P=a^{\frac{1}{3}}$.   B. $P=a^{\frac{7}{6}}$.   C. $P=a^{\frac{5}{6}}$.   D. $P=a^5$.

Câu 5: Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=9$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 9π.   B. 27π.   C. 3π.   D. 12π.

Câu 6: Số cách chọn 5 học sinh từ 35 học sinh của một lớp là

A. $5!$.   B. 35^5.   C. C_{35}^5.   D. A_{35}^5.

Câu 7: Giá trị của $\int_2^4 5dx$ bằng

A. 5.   B. 10.   C. 15.   D. 20.

Câu 8: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

A. Khối tứ diện đều.   B. Khối bát diện đều.
C. Khối hộp chữ nhật.   D. Khối lập phương.

Câu 9: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\pi^x$.

A. $y'=x\pi^{x-1}\ln\pi$.   B. $y'=\pi^x\ln\pi$.
C. $y'=\dfrac{\pi^x}{\ln\pi}$.   D. $y'=x\pi^{x-1}$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=(x-2)^\pi$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.   B. $\mathbb{R}$.   C. $(-\infty;2)$.   D. $(2;+\infty)$.

Câu 11: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{1}{2}$.   B. $x=3$.   C. $x=-3$.   D. $x=2$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số có điểm cực đại là

A. $(0;-3)$. B. $y=-3$. C. $x=-3$. D. $x=0$.

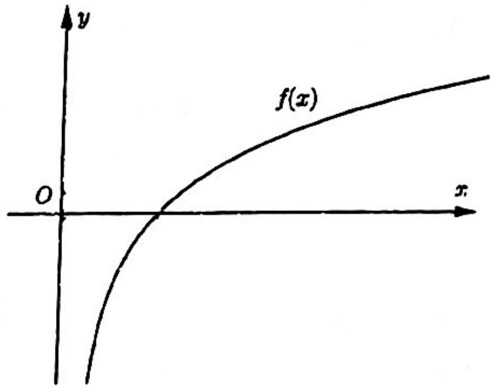
Câu 13: Nghiệm của phương trình $2^{3-x}=1$ là

A. $x=\frac{1}{2}$. B. $x=3$. C. $x=2$. D. $x=\frac{1}{3}$.

Câu 14: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ có thể là hàm số nào cho ở dưới đây?

A. $f(x)=e^{-x}$. B. $f(x)=\log x$.

C. $f(x)=-\ln x$. D. $f(x)=e^{x}$.



Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

A. $(0;2)$. B. $(3;2022)$.

C. $(0;+\infty)$. D. $(-\infty;2)$.

Câu 16: Cho khối cầu có đường kính bằng 2. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 17: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 36π. B. 48π. C. 12π. D. 24π.

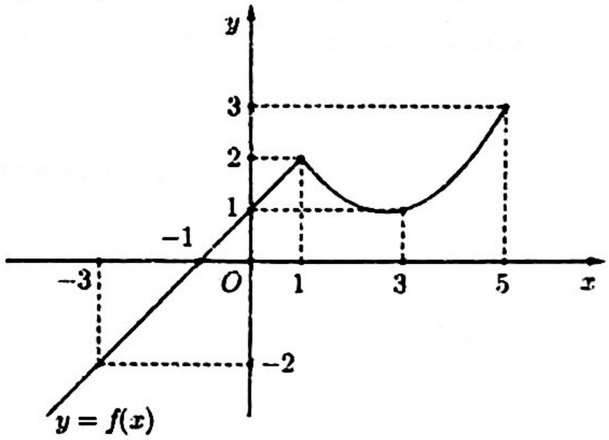
Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2;4;-1)$. B. $(2;4;1)$. C. $(2;-4;1)$. D. $(-2;-4;-1)$.

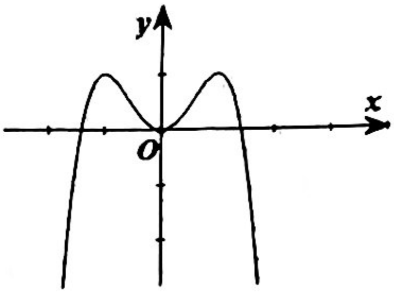
Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;5]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;5]$ bằng

A. 3. B. 5.

C. -3. D. 2.



Câu 20: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



A. $y = x^3 + 2x^2 - x - 1$.
B. $y = -x^4 + 2x^2$.
C. $y = -x^2 + 2x$.
D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 21: Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 3 là

A. 36.
B. 9.
C. 27.
D. 81.

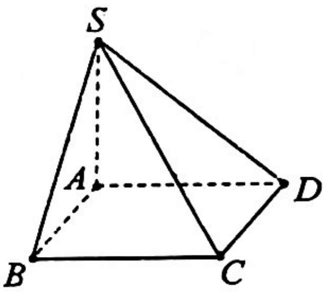
Câu 22: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$, trục Ox và các đường thẳng $x = 1, x = 2$ được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $\pi\int_1^2 \left(x^2 - 2\right)^2 dx$.
B. $\left|\int_1^2 \left(x^2 - 2\right) dx\right|$.
C. $\int_1^2 \left(x^2 - 2\right) dx$.
D. $\int_1^2 \left|x^2 - 2\right| dx$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{BA}$ có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$.
B. $(3;4;1)$.
C. $(1;\ 2;\ 3)$.
D. $(-3;-4;-1)$.

Câu 24: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\dfrac{a^3}{2}$.
B. $\dfrac{a^3}{4}$.
C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
D. $\dfrac{a^3}{6}$.

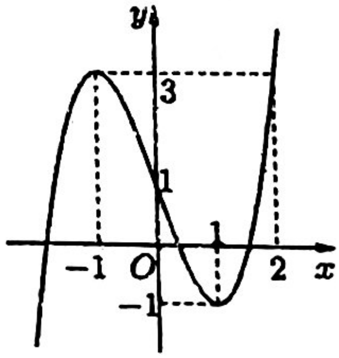
Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq 0$ là

A. $(1;2)$.
B. $[2;+\infty)$.
C. $(-\infty;2]$.
D. $(1;2]$.

Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng có chiều cao bằng 3 và đáy là tam giác đều có độ dài cạnh bằng 2. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. 3.
B. $3\sqrt{3}$.
C. $\sqrt{3}$.
D. 6.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;\ 3)$.
B. $(0;2)$.
C. $(1;\ +\infty)$.
D. $(-1;\ 0)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;-3)$, $B(1;0;2)$, $C(x;y;-2)$ thẳng hàng. Khi đó tổng $x + y$ bằng bao nhiêu?

A. $x + y = 17$.
B. $x + y = \dfrac{11}{5}$.
C. $x + y = 1$.
D. $x + y = -\dfrac{11}{5}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(1;1;2)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=\sqrt{2}$.

B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\sqrt{2}$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.

D. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=2$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)=x^2+\sin x+1$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0)=1$. Khi đó $F(x)$ bằng

A. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\cos x+2$.

B. $F(x)=x^3-\cos x+x+2$.

C. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+\cos x+x$.

D. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\cos x+x+2$.

Câu 31: Với a,b là hai số thực dương tuỳ ý, biểu thức $\log_{2022}\left(2022a^2b\right)$ bằng

A. $1+2\log_{2022}a+\log_{2022}b$.

B. $2022+\dfrac{1}{2}\log_{2022}a+\log_{2022}b$.

C. $2022+2\log_{2022}a+\log_{2022}b$.

D. $1+\dfrac{1}{2}\log_{2022}a+\log_{2022}b$.

Câu 32: Một hộp chứa 5 bi xanh và 10 bi đỏ, lấy ngẫu nhiên 3 bi. Xác suất để lấy được đúng một bi xanh là

A. $\dfrac{3}{4}$.

B. $\dfrac{2}{3}$.

C. $\dfrac{45}{91}$.

D. $\dfrac{200}{273}$.

Câu 33: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-24x^2-4$ trên đoạn $[0;19]$ bằng

A. -144.

B. -150.

C. -148.

D. -149.

Câu 34: Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

A. $\dfrac{9\pi a^2}{2}$.

B. $9\pi a^2$.

C. $\dfrac{27\pi a^2}{2}$.

D. $\dfrac{13\pi a^2}{6}$.

Câu 35: Cho $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=10$. Khi đó $\int_5^2\left[2-4f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 46.

B. 32.

C. 42.

D. 34.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $AC=a\sqrt{2}$, $SA=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

A. 90°.

B. 30°.

C. 60°.

D. 45°.

Câu 37: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3x-x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox.

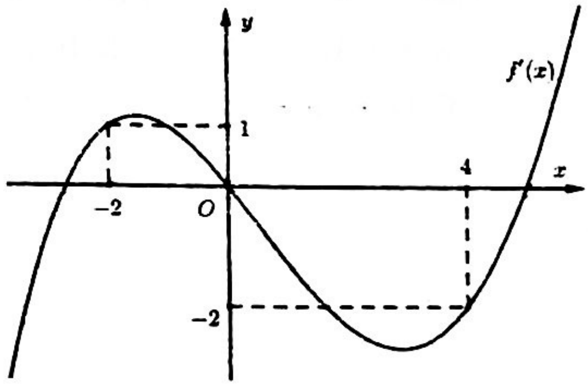
A. $V=\dfrac{81}{10}\pi$.

B. $V=\dfrac{81}{10}$.

C. $V=\dfrac{9}{2}$.

D. $V=\dfrac{9}{2}\pi$.

Câu 38: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=4f\left(x^2-4\right)+x^4-8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?



A. 4.

B. 7.

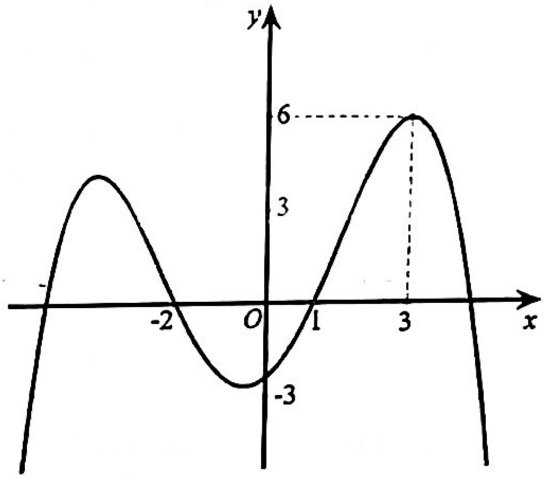
C. 3.

D. 5.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;3;5), B(-1;3;2), C(-2;1;3), D(5;7;4)$. Điểm $M(a;b;c)$ di động trên mặt phẳng (Oxy). Khi biểu thức $T = 4MA^2 + 5MB^2 - 6MC^2 + MD^4$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a+b+c$ bằng

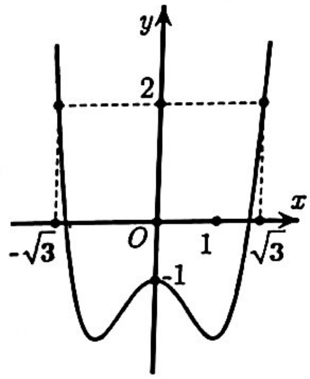
A. 11. **B.** -11. **C.** 12. **D.** 9.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt $T = 103.f(a^2+a+1) + 234.f\left(af(b)+bf(a)\right)$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Gọi m là số cặp số $(a;b)$ mà tại đó biểu thức T đạt giá trị lớn nhất, gọi giá trị lớn nhất của T là M. Giá trị biểu thức $\dfrac{M}{m}$ bằng



A. $\dfrac{1011}{4}$. **B.** $\dfrac{1011}{8}$. **C.** $\dfrac{337}{2}$. **D.** $\dfrac{674}{3}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $h(x) = 3f(x) - x^3 + 3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?



A. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x) = 3f(1)$. **B.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x) = 3f(0)$.

C. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x) = 3f\left(-\sqrt{3}\right)$. **D.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x) = 3f\left(\sqrt{3}\right)$.

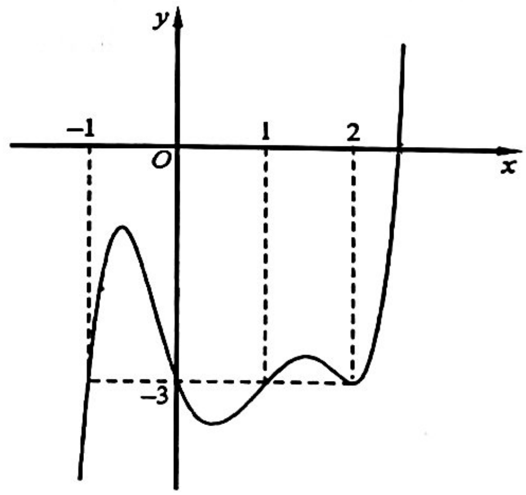
Câu 42: Gọi S là tập các số nguyên y sao cho với mỗi $y \in S$ có đúng 10 số nguyên x thoả mãn $2^{y-x} \geq \log_3(x+y^2)$. Tính tổng các phần tử thuộc S.

A. 7. **B.** -4. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ và $f(x) \neq 0$ với mọi $x > 0$. Tính tổng $f(1) + f(2) + ... + f(2022)$ biết rằng $f'(x) = (2x+1)f^2(x)$ và $f(1) = -\dfrac{1}{2}$.

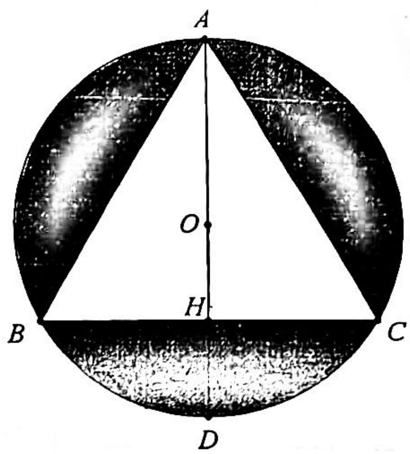
A. $\dfrac{2022}{2023}$. **B.** $\dfrac{2021}{2022}$. **C.** $-\dfrac{2021}{2022}$. **D.** $-\dfrac{2022}{2023}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) < 0$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Gọi m, n lần lượt là số điểm cực đại, số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = \left|f(|x|) + 3|x|\right|$. Giá trị của m^n là



A. 4. **B.** 8.
C. 27. **D.** 16.

Câu 45: Cho tam giác ABC đều cạnh a và nội tiếp đường tròn tâm O, AD là đường kính của đường tròn tâm O. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho phần tô đậm quay quanh đường thẳng AD bằng



A. $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{24}a^3$.
B. $\dfrac{20\pi\sqrt{3}}{217}a^3$.
C. $\dfrac{4\pi\sqrt{3}}{27}a^3$.
D. $\dfrac{23\pi\sqrt{3}}{216}a^3$.

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\dfrac{2\cos x-6}{3\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$.

A. 15. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 18.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $2f(x)+xf'(x)=3x+10, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=6$. Biết $\displaystyle\int_{-1}^{4}\frac{\ln\left(2+\sqrt{f(x)}\right)}{f^2(x)-6f(x)+9}dx=a\ln 5+b\ln 6+\sqrt{c}\ln(2+\sqrt{3})$ với a,b,c là các số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=2^x-2^{-x}+2022x^3$. Biết rằng tồn tại số thực m sao cho bất phương trình $f\left(4^x-mx+37m\right)+f\left((x-m-37).2^x\right)\geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hỏi m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(30;50)$. **B.** $(10;30)$. **C.** $(50;70)$. **D.** $(-10;10)$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh a, góc $\widehat{BAD}=60°$, đường thẳng SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO=a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{57}}{19}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{57}}{19}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích bằng $84a^3$. Gọi M là trung điểm của AB; J thuộc cạnh SC sao cho $JC=2JS$; H thuộc cạnh SD sao cho $HD=6HS$. Mặt phẳng (MHJ) chia khối chóp thành 2 phần. Thể tích khối đa diện của phần chứa đỉnh S bằng

A. $17a^3$. **B.** $19a^3$. **C.** $24a^3$. **D.** $21a^3$.

---------- HẾT ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu; cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: $\int 2^x \mathrm{d}x$ bằng

A. $2^{x+1}+C$. **B.** $\dfrac{2^{x+1}}{x+1}+C$. **C.** $2^x\ln 2+C$. **D.** $\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int 2^x \mathrm{d}x=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-3)=2$ là

A. $x=\dfrac{9}{2}$. **B.** $x=5$. **C.** $x=6$. **D.** $x=\dfrac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3(2x-3)=2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3>0 \\ 2x-3=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{3}{2} \\ x=6 \end{cases} \Leftrightarrow x=6$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S=\{6\}$.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=2$ và $u_3=-4$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. -2. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Công bội của cấp số nhân là $q=\dfrac{u_3}{u_2}=\dfrac{-4}{2}=-2$.

Câu 4: Cho a là số thực dương và biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P=a^{\frac{1}{3}}$. **B.** $P=a^{\frac{7}{6}}$. **C.** $P=a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $P=a^5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P=a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 5: Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=9$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 9π. **B.** 27π. **C.** 3π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh $S_{xq}=\pi rl=27\pi$.

Câu 6: Số cách chọn 5 học sinh từ 35 học sinh của một lớp là

A. $5!$. **B.** 35^5. **C.** C_{35}^5. **D.** A_{35}^5.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn là C_{35}^{5}.

Câu 7: Giá trị của $\int_0^1 5\,dx$ bằng

A. 5. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_2^4 5dx = 5x\Big|_2^4 = 10$.

Câu 8: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

A. Khối tứ diện đều. **B.** Khối bát diện đều.
C. Khối hộp chữ nhật. **D.** Khối lập phương.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \pi^x$.

A. $y' = x\pi^{x-1}\ln\pi$. **B.** $y' = \pi^x \ln\pi$. **C.** $y' = \dfrac{\pi^x}{\ln\pi}$. **D.** $y' = x\pi^{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng $\left(a^x\right)' = a^x.\ln a\left(a > 0, a \neq 1\right)$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{\pi}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D .

Vì $\pi \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số $y = (x-2)^{\pi}$ xác định khi $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $(2;+\infty)$.

Câu 11: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = \dfrac{1}{2}$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn B .

Vì $\lim\limits_{x\to 3^-} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 3$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số có điểm cực đại là

A. $(0;-3)$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn A .

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy y' đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi qua $x=0$ nên đồ thị hàm số đã cho có điểm cực đại là $(0;-3)$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $2^{3-x}=1$ là.

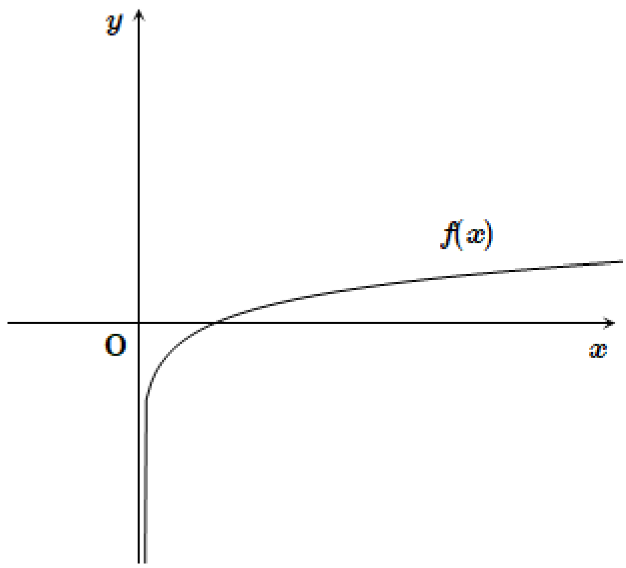
A. $x=\frac{1}{2}$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{3-x}=1 \Leftrightarrow 3-x=0 \Leftrightarrow x=3$.

Câu 14: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ có thể là hàm số nào dưới đây?



A. $y=e^{-x}$. **B.** $y=\log x$. **C.** $y=-\ln x$. **D.** $y=e^{x}$.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét hàm số $y=f(x)$ có miền giá trị là $\mathbb{R}$ nên ta loại phương án A,D

Mặt khác quan sát đò thị hàm số $y=f(x) \Rightarrow f'(x)>0$ nên $y=\log x$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

A. $(0;2)$. **B.** $(3;2022)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B

Quan sát bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trong các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Mặt khác $(3;2022)\subset(2;+\infty)$. Do đó hàm số $y=f(x)$ nghịch biến $(3;2022)$.

Câu 16: Cho khối cầu có đường kính bằng 2. Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối cầu: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3=\frac{4}{3}\pi$

Câu 17: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 36π. **B.** 48π. **C.** 12π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ: $V=\pi r^2h=36\pi$

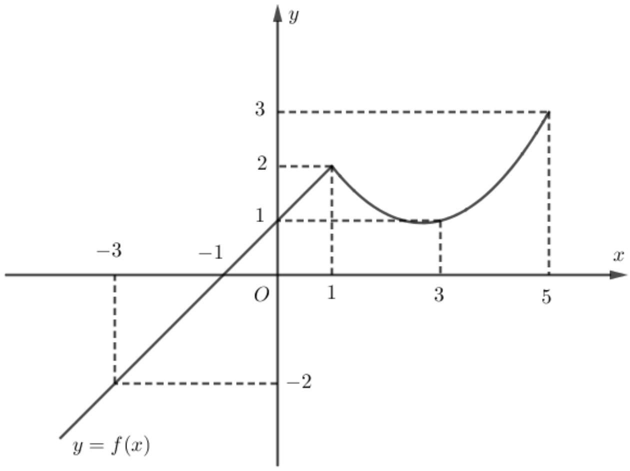
Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2;4;-1)$. **B.** $(2;4;1)$. **C.** $(2;-4;1)$. **D.** $(-2;-4;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;5]$ và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;5]$ bằng



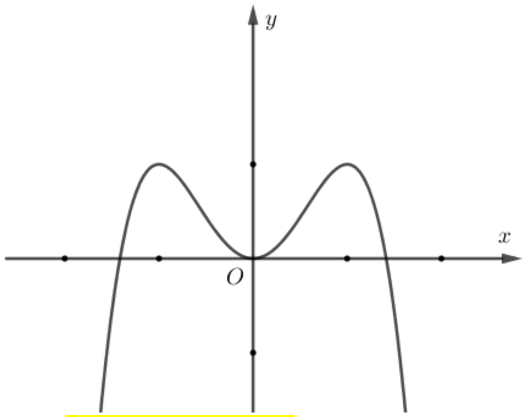
A. 3. **B.** 5. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-3;5\right]$ bằng 3 đạt được tại $x=5$.

Câu 20: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



A. $y=x^3+2x^2-x-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^2+2x$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương nên loại đáp án A và C .

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-\infty$ nên chọn đáp án B .

Câu 21: Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 3 là

A. 36. **B.** 9. **C.** 27. **D.** 81.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 3 là $V=3^3=27$.

Chọn đáp án C.

Câu 22: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-2$, trục Ox và các đường thẳng $x=1$, $x=2$ được tính bằng công thức nào sau đây?

A. $\pi\int_1^2\left(x^2-2\right)^2\mathrm{d}x$. **B.** $\left|\int_1^2\left(x^2-2\right)\mathrm{d}x\right|$. **C.** $\int_1^2\left(x^2-2\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_1^2\left|x^2-2\right|\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-2$, trục Ox và các đường thẳng $x=1$, $x=2$ là: $\int_1^2\left|x^2-2\right|\mathrm{d}x$

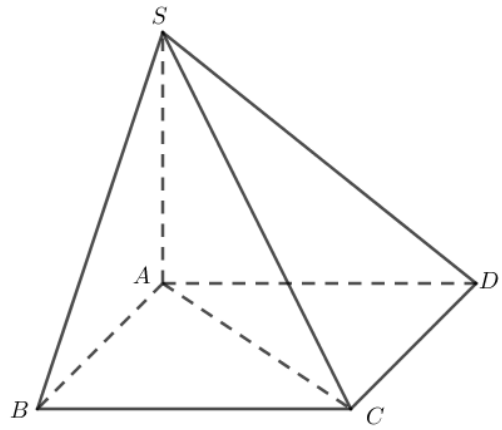
Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{BA}$ có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(3;4;1)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(-3;-4;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 24: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30^o (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$SA\perp(ABCD)\Rightarrow\left(SC,(ABCD)\right)=SCA=30^O$.

Xét tam giác vuông SAC, ta có: $AC=SA.\cot 30^o=a\sqrt{3}$. Suy ra: $AB=\frac{AC}{\sqrt{2}}=\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\left(\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2.a=\frac{a^3}{2}$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)\geq 0$ là

A. $(1;2)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(1;2]$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}\left(x-1\right)\geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1\leq \left(\dfrac{1}{2}\right)^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(1;2\right]$.

Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng có chiều cao bằng 3 và đáy là tam giác đều có độ dài cạnh bằng 2. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho

A. 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 6.

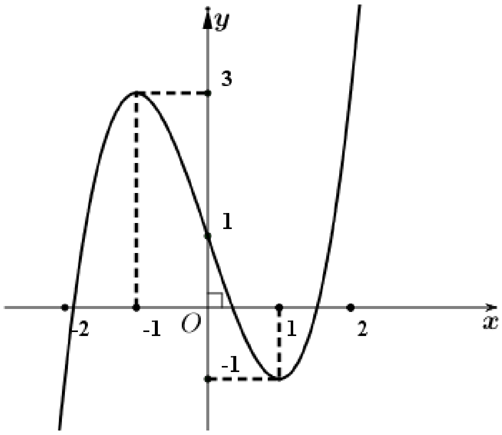
Lời giải

Chọn B.

Diện tích đáy bằng $B=\dfrac{2^2\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$.

Thể tích của khối lăng trụ là $V=B.h=3\sqrt{3}$.

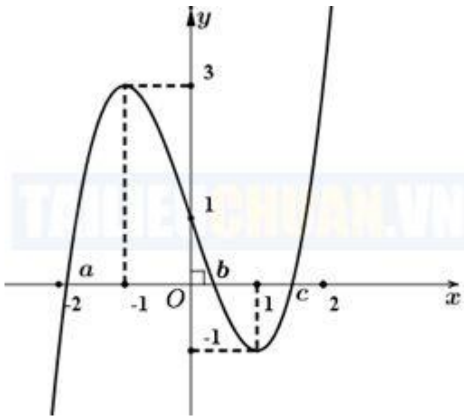
Câu 27: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình bên. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-1;3\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Lời giải

Chọn D.



Từ đồ thị suy ra $f'\left(x\right)>0 \Leftrightarrow x\in\left(a;b\right)\cup\left(c;+\infty\right)$ với $a<-1; b\in\left(0;1\right); c\in\left(1;2\right)$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\ -1;2;-3\ ,B\ 1;0;2\ ,C\ x;y;-2$ thẳng hàng. Khi đó tổng $x+y$ bằng bao nhiêu?

A. $x+y=17$. **B.** $x+y=\dfrac{11}{5}$. **C.** $x+y=1$. **D.** $x+y=-\dfrac{11}{5}$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB} = (2;-2;5)$, $\overrightarrow{AC} = (x+1; y-2; 1)$

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{3}{5} \\ y = \dfrac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x + y = 1.$$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(1;1;2)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{2}$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{2}$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2$

Lời giải

Chọn C

$R = IA = \sqrt{(1-1)^2 + (1-2)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{2}$

Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = x^2 + \sin x + 1$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $F(0) = 1$. Khi đó $F(x)$ bằng

A. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \cos x + 2$.

B. $F(x) = x^3 - \cos x + x + 2$.

C. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} + \cos x + x$.

D. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \cos x + x + 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x)\,dx = \int (x^2 + \sin x + 1)\,dx = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C \Rightarrow F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C.$$

$F(0) = 1 \Rightarrow C = 2$. Vậy $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \cos x + x + 2$.

Câu 31: Với a, b là hai số thực dương tùy ý, biểu thức $\log_{2022}\left(2022a^2b\right)$ bằng

A. $1 + 2\log_{2022} a + \log_{2022} b$.

B. $2022 + \dfrac{1}{2}\log_{2022} a + \log_{2022} b$.

C. $2022 + 2\log_{2022} a + \log_{2022} b$.

D. $1 + \dfrac{1}{2}\log_{2022} a + \log_{2022} b$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\log_{2022}\left(2022a^2b\right) = \log_{2022} 2022 + \log_{2022} a^2 + \log_{2022} b = 1 + 2\log_{2022} a + \log_{2022} b$.

Câu 32: Một hộp chứa 5 bi xanh và 10 bi đỏ, lấy ngẫu nhiên 3 bi. Xác suất để lấy được đúng một bi xanh là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{45}{91}$. **D.** $\frac{200}{273}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $n(\Omega)=C_{15}^{3}=455$.

Gọi A: " 3 bi lấy ra có đúng 1 bi màu xanh".

$n(A)=C_{10}^{2}.C_{5}^{1}=225$.

$p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{225}{455}=\frac{45}{91}$.

Câu 33: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-24x^2-4$ trên đoạn $[0;19]$ bằng

A. -144. **B.** -150. **C.** -148. **D.** -149.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$$y'=4x^3-48x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin(0;19) \\ x=\sqrt{12}\in(0;19) \\ x=-\sqrt{12}\notin(0;19) \end{array}\right. .$$

$y(0)=-4; y\left(\sqrt{12}\right)=-148; y(19)=121653.$

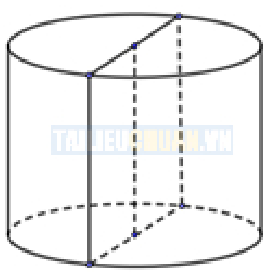
Vậy $\min\limits_{[0;19]} y=-148$ tại $x=\sqrt{12}$.

Câu 34: Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$, tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

A. $\frac{9\pi a^2}{2}$. **B.** $9\pi a^2$. **C.** $\frac{27\pi a^2}{2}$. **D.** $\frac{13\pi a^2}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Theo giả thiết, hình trụ có bán kính $r=\frac{3a}{2}$, chiều cao bằng độ dài đường sinh: $h=l=3a$.

Vậy nên diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi r(l+r)=2\pi\frac{3a}{2}\left(3a+\frac{3a}{2}\right)=\frac{27\pi a^2}{2}$.

Câu 35: Cho $\int\limits_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x=10$. Khi đó $\int\limits_{5}^{2}\left[2-4f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 46. **B.** 32. **C.** 42. **D.** 34.

Lời giải

Chọn D

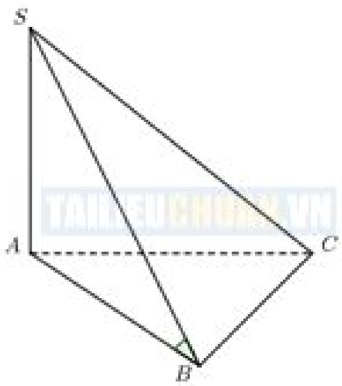
Có $\int\limits_5^2 [2-4f(x)]dx = \int\limits_5^2 2dx - 4\int\limits_5^2 f(x)dx = 4\int\limits_2^5 f(x)dx - 2\int\limits_2^5 dx = 34$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $AC = a\sqrt{2}$, $SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

A. 90^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Chọn B



Tam giác ABC vuông cân tại B mà $AC = a\sqrt{2}$ nên $AB = AC = a$.

Ta có $(SBC) \cap (ABC) = BC$ và $BC \perp (SAB)$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc SBA. Trong tam giác vuông SBA có $\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SBA = 30^0$.

Câu 37: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox.

A. $V = \frac{81}{10}\pi$. **B.** $V = \frac{81}{10}$. **C.** $V = \frac{9}{2}$. **D.** $V = \frac{9}{2}\pi$.

Lời giải

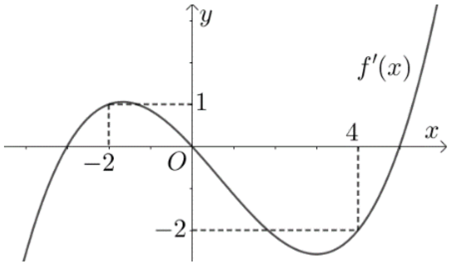
Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm: $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

$$V = \pi\int\limits_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi\int\limits_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi\left(3x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{x^5}{5}\right)\Bigg|_0^3$$

$$= \pi\left(3.3^3 - \frac{3}{2}.3^4 + \frac{3^5}{5}\right) = \frac{81}{10}\pi .$$

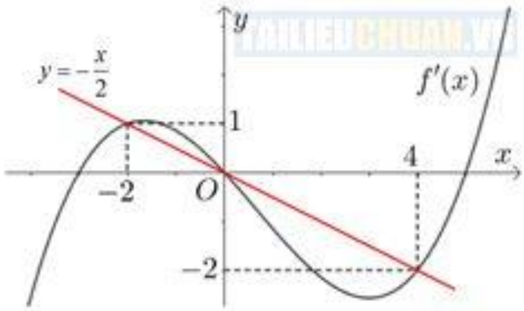
Câu 38: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = 4.f(x^2 - 4) + x^4 - 8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $g'(x) = 8x.f'(x^2 - 4) + 4x^3 - 16x$;

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x\left[2f'.(x^2-4) + x^2 - 4\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2f'.(x^4-4) = -(x^4-4) \quad (2) \end{array}\right.$$.

Đặt $t = x^4 - 4$, khi đó $(2) \Rightarrow f'(t) = \frac{-t}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 4 = -2 \\ x^2 - 4 = 0 \\ x^2 - 4 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 2\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-2\sqrt{2}$		-2		0		2		$2\sqrt{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số có 3 điểm cực tiểu.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;3;5), B(-1;3;2), C(-2;1;3), D(5;7;4)$. Điểm $M(a;b;c)$ di động trên mặt phẳng (Oxy). Khi biểu thức $T = 4MA^2 + 5MB^2 - 6MC^2 + MD^4$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a + b + c$ bằng

A. 11. **B.** -11. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C.

Ta thấy D là điểm thỏa mãn $4\overrightarrow{DA}+5\overrightarrow{DB}-6\overrightarrow{DC}=\vec{0}$.

Khi đó:

$$T=4MA^2+5MB^2-6MC^2+MD^4=4\left(\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DA}\right)^2+5\left(\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DB}\right)^2-6\left(\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC}\right)^2+MD^4$$

$$=3MD^2+MD^4+2\left(4\overrightarrow{DA}+5\overrightarrow{DB}-6\overrightarrow{DC}\right)\overrightarrow{MD}+4DA^2+5DB^2-6DC^2.$$

$$=3MD^2+MD^4+4DA^2+5DB^2-6DC^2.$$

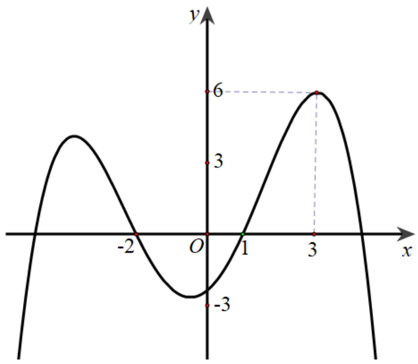
Đặt $x=MD>0$ và hằng số $4DA^2+5DB^2-6DC^2=m$.

Khi đó: $T=x^4+3x^2+m$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Suy ra T đạt giá trị nhỏ nhất khi MD nhỏ nhất, và MD nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của D trên mặt phẳng (Oxy). Suy ra $M(5;7;0)$.

Vậy $a+b+c=12$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt $T=103.f(a^2+a+1)+234.f\left(af(b)+bf(a)\right)$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Gọi m là số cặp số $(a;b)$ mà tại đó biểu thức T đạt giá trị lớn nhất, gọi giá trị lớn nhất của T là M. Giá trị biểu thức $\frac{M}{m}$ bằng



A. $\frac{1011}{4}$. **B.** $\frac{1011}{8}$. **C.** $\frac{337}{2}$. **D.** $\frac{674}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị ta có: $\max\limits_{\mathbb{R}} f(x)=f(3)=6$.

Suy ra: $f(a^2+a+1)\le 6\ \forall a\in\mathbb{R}$; dấu "=" xảy ra khi $a^2+a+1=3\Leftrightarrow a=1;a=-2$.

$f\left(af(b)+bf(a)\right)\le 6,\ \forall a,b\in\mathbb{R}$, dấu "=" xảy ra khi $af(b)+bf(a)=3$.

Do đó, $T\le 103.6+234.6=2022$, dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} af(b)+bf(a)=3 \\ \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=-2 \end{array}\right. \end{cases}$.

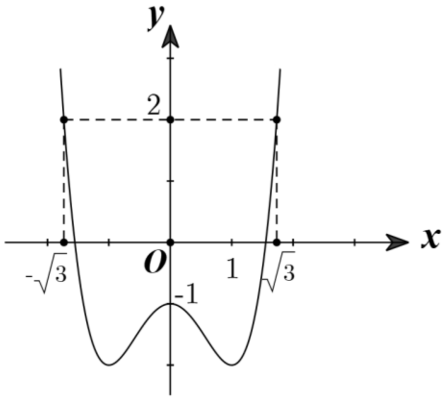
Với $a=1$ thì $1.f(b)+bf(1)=3\Leftrightarrow f(b)=3$. Dựa vào đồ thị suy ra $f(b)=3$ có 4 nghiệm b phân biệt.

Với $a=-2$ thì $-2.f(b)+bf(-2)=3\Leftrightarrow f(b)=-\frac{3}{2}$. Dựa vào đồ thị suy ra $f(b)=-\frac{3}{2}$ có 4 nghiệm b phân biệt.

Do đó có 8 cặp $(a;b)$ thỏa mãn $T_{\max}=2022$.

Vậy $\frac{M}{m}=\frac{2022}{8}=\frac{1011}{4}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.



Đặt $h(x)=3f(x)-x^3+3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(1)$.

B. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(0)$.

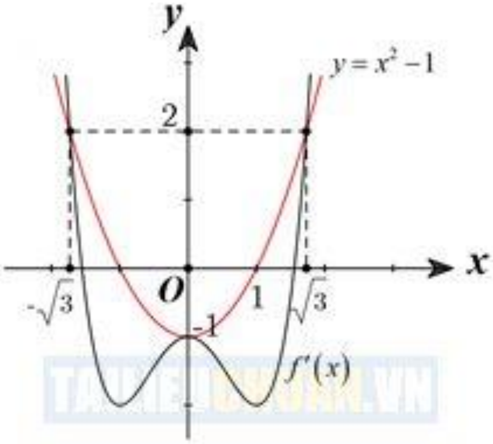
C. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(-\sqrt{3})$.

D. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(\sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $h'(x)=3f'(x)-3x^2+3$; $h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x^2-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{array}\right.$.



Dựa vào đồ thị suy ra $f'(x)\le x^2-1, \forall x\in\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right] \Leftrightarrow h'(x)\le 0, \forall x\in\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$.

Suy ra hàm số $h(x)$ đồng biến trên $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$.

Vậy $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=h(-\sqrt{3})=3f(-\sqrt{3})$.

Câu 42: Gọi S là tập hợp các số nguyên y sao cho với mỗi $y\in S$ có đúng 10 số nguyên x thỏa mãn $2^{y-x}\ge \log_3(x+y^2)$. Tính tổng số phần tử thuộc S.

A. 7. **B.** -4. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x+y^2>0$. Với mỗi số nguyên y, ta đặt $t=x+y^2 \Rightarrow x=t-y^2$.

Bất phương trình $2^{y-x} \geq \log_3\left(x+y^2\right) \Leftrightarrow 2^{y+y^2-t} \geq \log_3 t \Leftrightarrow \log_3 t-2^{y+y^2-t} \leq 0$.

Đặt $f(t)=\log_3 t-2^{y+y^2-t}, \forall t>0$; $f'(t)=\dfrac{1}{t.\ln 3}+2^{y+y^2-t}.\ln 2>0, \forall t>0$.

Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Ta có bảng xét dấu sau:

t	1		10		11		$+\infty$
$f'(t)$				$+$			
$f(t)$	$f(1)$	$\nearrow$	$f(10)$	$\nearrow$	$f(11)$	$\nearrow$	$+\infty$

Bất phương trình $2^{y-x} \geq \log_3\left(x+y^2\right)$ có đúng 10 nghiệm nguyên x.

$\Leftrightarrow \log_3 t-2^{y+y^2-t} \leq 0$ có đúng 10 nghiệm nguyên $t>0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 10-2^{y^2+y-10} \leq 0 \\ \log_3 11-2^{y^2+y-11}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{y^2+y-10} \geq \log_3 10 \\ 2^{y^2+y-11}<\log_3 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2+y-10-\log_2\left(\log_3 10\right) \geq 0 \\ y^2+y-11-\log_2\left(\log_3 11\right)<0 \end{cases}$$

Từ hệ bất phương trình trên ta có 2 số nguyên $y=-4$; $y=3$.

Vậy đáp án chọn D.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ và $f(x) \neq 0$ với mọi $x>0$. Tính tổng $f(1)+f(2)+\cdots+f(2022)$ biết rằng $f'(x)=(2x+1)f^2(x)$ và $f(1)=-\frac{1}{2}$.

A. $\frac{2022}{2023}$. **B.** $\frac{2021}{2022}$.. **C.** $-\frac{2021}{2022}$. **D.** $-\frac{2022}{2023}$..

Lời giải

Chọn D .

Ta có :

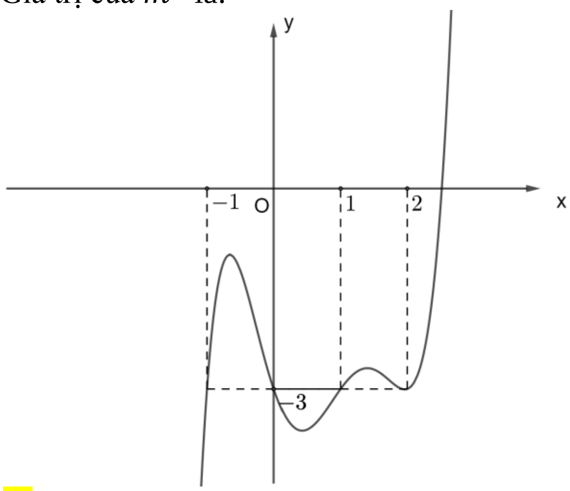
$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x+1)f^2(x) \\ \Rightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} &= 2x+1 \\ \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx &= \int (2x+1)\, dx \\ \Rightarrow \frac{-1}{f(x)} &= x^2+x+C \\ \Rightarrow f(x) &= -\frac{1}{x^2+x+C} \\ \Rightarrow f(1) &= -\frac{1}{2+C} \end{aligned}$$

Mà $f(1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = 0$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{x^2+x} = -\frac{1}{x(x+1)} = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$$

$$\Rightarrow f(1) + \cdots + f(2022) = -1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \cdots - \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} = -1 + \frac{1}{2023} = -\frac{2022}{2023}$$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) < 0$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Biết $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$. Gọi m, n lần lượt là số điểm cực đại, số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = |f(|x|) + 3|x||$. Giá trị của m^n là:



A. 4. **B.** 8. **C.** 27. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B .

Xét $h(x) = f(x) + 3x$

$h'(x) = f'(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -3$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$ (do nghiệm $x = 2$ tiếp xúc nên không là cực trị)

$\Rightarrow$ $h(x)$ có 3 cực trị: 2 cực tiểu tại $\{-1; 1\}$ và 1 cực đại tại 0.

Ta có bảng biến thiên của $h(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$h(-1)$	$\nearrow$	$h(0)$	$\searrow$	$h(1)$	$\nearrow$			$+\infty$

Do $h(0) = f(0) + 3 \times 0 = f(0) < 0$ nên $h(0) = 0$ có 2 nghiệm duy nhất (1 nghiệm âm, 1 nghiệm dương)

Lấy đối xứng qua trục Oy, ta có bảng biến thiên đồ thị hàm $h(|x|) = f(|x|) + 3|x|$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$h(1)$	$\nearrow$	$h(0)$	$\searrow$	$h(1)$	$\nearrow$			$+\infty$

Hàm $h(|x|)$ 3 cực trị gồm: $\begin{cases} 2 \text{ cực tiểu tại } -1; 1 \\ 1 \text{ cực đại tại } 0 \end{cases}$

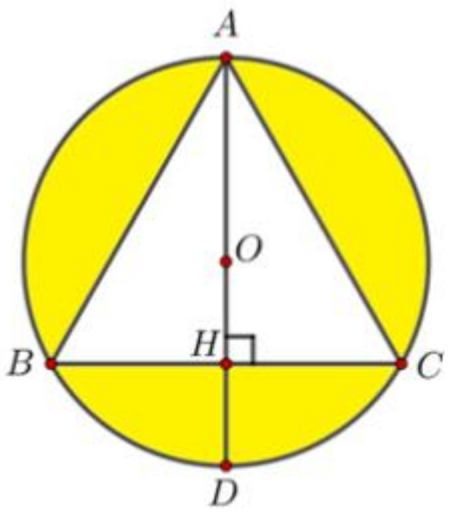
Lấy đối xứng qua trục Ox, ta có bảng biến thiên hàm $g(x) = |h(|x|)| = |f(|x|) + 3|x||$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$		$h(1)$		$h(0)$		$h(1)$				$+\infty$

Hàm $|h(|x|)|$ ó 5 cực trị.

Vậy $m = 2; n = 3$ nên $m^n = 2^3 = 8$.

Câu 45: Cho tam giác ABC đều cạnh a nội tiếp đường tròn tâm O, AD là đường kính của đường tròn tâm O. Thể tích của khối nón xoay được tạo thành khi cho phần tô đậm quay quanh đường thẳng AD bằng



A. $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\dfrac{20\pi\sqrt{3}a^3}{217}$. **C.** $\dfrac{4\pi\sqrt{3}a^3}{27}$. **D.** $\dfrac{23\pi\sqrt{3}a^3}{216}$.

Lời giải

Chọn D.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \dfrac{BC}{2\sin A} = \dfrac{a}{2\sin 60^0} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Khi quay quanh đường thẳng AD thì thể tích hình cầu tạo thành : $V_1 = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4\pi\sqrt{3}a^3}{27}$

Khi quay quanh đường thẳng AD thì thể tích khối nón tạo thành : $V_2 = \dfrac{1}{3}\pi.BH^2.AH = \dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$

Thể tích của khối nón xoay được tạo thành khi cho phần tô đậm quay quanh đường thẳng AD bằng: $V_1 - V_2 = \dfrac{23\pi\sqrt{3}a^3}{216}$.

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\dfrac{2\cos x-6}{3\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$

B. 15. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t=\cos x$, với $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)\Rightarrow t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)$

Do $y=\cos x$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$ nên yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số $y=f(t)=\dfrac{2t-6}{3t-m}$ đồng biến trên $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

Khi đó $y=f(t)=\dfrac{2t-6}{3t-m}$ là hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m}{3}\right\}$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} f'(t)=\dfrac{-2m+18}{(3t-m)^2}>0,\forall t\in\left(\dfrac{1}{2};1\right) \\ \dfrac{m}{3}\notin\left(\dfrac{1}{2};1\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2m+18>0\\ m\notin\left(\dfrac{3}{2};3\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<9\\ m\notin\left(\dfrac{3}{2};3\right)\end{cases}.$$

Vì m nguyên và m thuộc đoạn $[-10;10]$ nên ta có 18 giá trị nguyên của m.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $2f(x)+xf'(x)=3x+10,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=6$ Biết $\displaystyle\int_{-1}^{4}\frac{\ln\left(2+\sqrt{f(x)}\right)}{f^2(x)-6f(x)+9}dx=a\ln5+b\ln6+\sqrt{c}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)$ với a,b,c là các số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

$$2f(x)+xf'(x)=3x+10\Rightarrow 2xf(x)+x^2f'(x)=3x^2+10x$$
$$\Rightarrow\left(x^2f(x)\right)'=3x^2+10x$$
$$\Rightarrow x^2f(x)=x^3+5x^2+C$$

Vì $f(1)=6\Rightarrow C=0\Rightarrow f(x)=x+5$ (thỏa mãn giả thiết)

$$\Rightarrow I=\int_{-1}^{4}\frac{\ln\left(2+\sqrt{x+5}\right)}{(x+2)^2}dx$$

Đặt $\begin{cases}u=\ln\left(2+\sqrt{x+5}\right)\\ dv=\dfrac{1}{(x+2)^2}dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\dfrac{1}{2+\sqrt{x+5}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x+5}}dx\\ v=\dfrac{-1}{x+2}+1=\dfrac{x+1}{x+2}\end{cases}$

$$\Rightarrow I=\frac{x+1}{x+2}\ln\left(2+\sqrt{x+5}\right)\Bigg|_{-1}^{4}-\int_{-1}^{4}\frac{x+1}{x+2}.\frac{1}{2\sqrt{x+5}\left(2+\sqrt{x+5}\right)}dx$$

$$=\frac{5}{6}\ln 5-\int_{-1}^{4}\frac{\sqrt{x+5}-2}{x+2}.\frac{1}{2\sqrt{x+5}}dx=\frac{5}{6}\ln 5-\int_{-1}^{4}\frac{\sqrt{x+5}-2}{x+2}.\left(\sqrt{x+5}\right)'dx=\frac{5}{6}\ln 5-\int_{2}^{3}\frac{t-2}{t^2-3}dt$$

$$=\frac{5}{6}\ln 5-\frac{1}{2}\ln\left|t^2-3\right|\Big|_2^3+\frac{2}{2\sqrt{3}}\ln\left|\frac{t-\sqrt{3}}{t+\sqrt{3}}\right|\Bigg|_2^3=\frac{5}{6}\ln 5-\frac{1}{2}\ln 6+\frac{1}{\sqrt{3}}\ln\left(\sqrt{3}+2\right).$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{5}{6}\\ b=-\dfrac{1}{2}\\ c=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow a+b+c=\frac{2}{3}.$$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=2^x-2^{-x}+2022x^3$. Biết rằng tồn tại số thực m sao cho bất phương trình $f\left(4^x-mx+37m\right)+f\left(\left(x-m-37\right).2^x\right)\geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hỏi m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(30;50)$. **B.** $(10;30)$. **C.** $(50;70)$. **D.** $(-10;10)$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=2^x-2^{-x}+2022x^3$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có

Với mọi $x\in D\Rightarrow -x\in D$ và $f(-x)=2^{-x}-2^x-2022x^3=-f(x)$. Suy ra $f(x)$ là hàm lẻ.

Mặt khác $f'(x)=2^x\ln 2+2^{-x}\ln 2+6066x^2>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số $f(x)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$f\left(4^x-mx+37m\right)\geq -f\left(\left(x-m-37\right).2^x\right)$$

$$\Leftrightarrow f\left(4^x-mx+37m\right)\geq f\left(-\left(x-m-37\right).2^x\right)$$

$$\Leftrightarrow 4^x-mx+37m\geq -\left(x-m-37\right).2^x$$

$$\Leftrightarrow 4^x-mx+37m\geq -\left(x-m-37\right).2^x$$

$$\Leftrightarrow \left(2^x-m\right)\left(x+2^x-37\right)\geq 0.$$

Xét phương trình $x+2^x-37=0$. Nhận xét phương trình có một nghiệm $x=5$.

Xét hàm số $g(x)=x+2^x-37$, có $g'(x)=1+2^x\ln 2>0,\forall x\in\mathbb{R}$ suy ra $x=5$ là nghiệm đơn duy nhất.

Suy ra $g(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua nghiệm $x=5$.

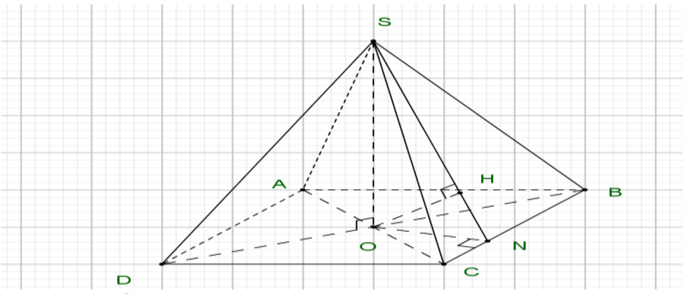
Ta cũng có hàm số hàm số $h(x)=2^x-m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên từ giả thiết bất phương trình $\left(2^x-m\right)\left(x+2^x-37\right)\geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ ta có $h(x)=2^x-m$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua điểm $x_0=5$. Do đó $h(5)=0$ hay $m=32$.

Câu 49: Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $S.ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh a, góc $BAD = 60^\circ$, đường thẳng SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi N, H lần lượt là hình chiếu của O lên BC, SN.

Ta có $AC = 2OC \Rightarrow d(A,(SBC)) = 2d(O,(SBC)) = 2OH$ (1).

Vì $\begin{cases} OH \perp SN \\ OH \perp BC, (BC \perp ON, BC \perp SO, (SO \perp (ABCD)), BC \subset (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SBC)$

Do góc $BAD = 60^\circ$ nên tam giác BAD đều $OB = \frac{a}{2}, OA = \frac{a\sqrt{3}}{2} = OC$.

Tam giác OBC vuông tại O nên ta có $\frac{1}{ON^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{16}{3a^2}$.

Tam giác SON vuông tại O nên ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{ON^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{16}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{19}{3a^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{57}}{19} \ (2).$$

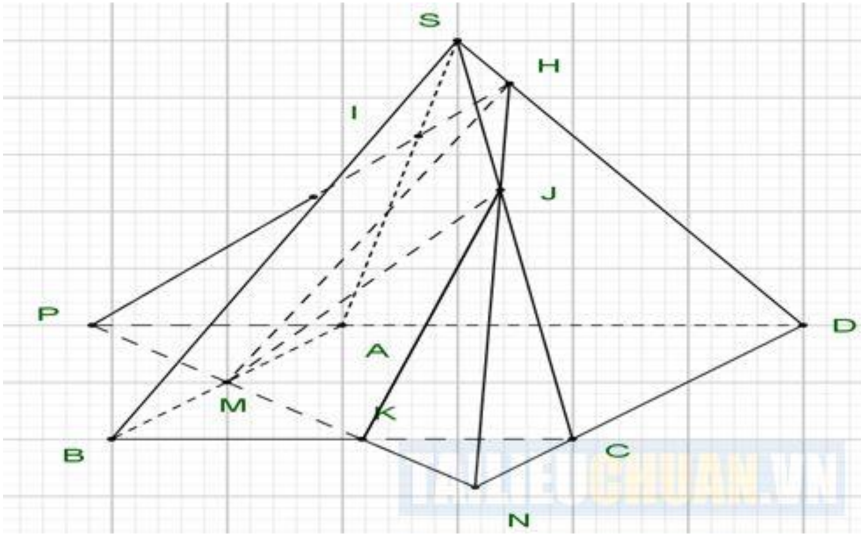
Từ (1) và (2) $\Rightarrow d(A,(SBC)) = \frac{2\sqrt{57}}{19}$.

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích bằng $84a^3$. Gọi M là trung điểm của AB; J thuộc cạnh SC sao cho $JC = 2JS; H$ thuộc cạnh SD sao cho $HD = 6HS$. Mặt phẳng (MHJ) chia khối chóp thành 2 phần. Thể tích khối đa diện của phần chứa đỉnh S bằng

A. $17a^3$. **B.** $19a^3$. **C.** $24a^3$. **D.** $21a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có 3 điểm N, H, J thẳng hang. Theo định lý Menelaus ta có

$$\frac{JS}{JC}.\frac{NC}{ND}.\frac{HD}{HS}=1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\frac{NC}{ND}.\frac{6}{1}=1 \Rightarrow \frac{NC}{ND}=\frac{1}{3} \Rightarrow NC=MB.$$

$\Rightarrow K$ là trung điểm của BC $\Rightarrow \dfrac{PA}{PD}=\dfrac{1}{3}$.

Ta có $\dfrac{S_{\Delta DNP}}{S_{ABCD}}=\dfrac{1}{2}\dfrac{S_{\Delta DNP}}{S_{DCA}}=\dfrac{1}{2}\dfrac{DP}{DA}.\dfrac{DN}{DC}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{3}{2}.\dfrac{3}{2}=\dfrac{9}{8}$.

$$\frac{V_{HPND}}{V_{S.ABCD}}=\frac{HD}{SD}.\frac{S_{\Delta DNP}}{S_{ABCD}}=\frac{6}{7}.\frac{9}{8}=\frac{27}{28} \Rightarrow V_{HPND}=\frac{27}{28}V_{S.ABCD}$$

Ta có 3 điểm S, I, A thẳng hàng. Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác PHD ta có

$$\frac{PI}{IH}.\frac{HS}{SD}.\frac{DA}{AP}=1 \Leftrightarrow \frac{PI}{IH}.\frac{1}{7}.\frac{2}{1}=1 \Rightarrow \frac{PI}{IH}=\frac{7}{2} \Rightarrow \frac{PI}{PH}=\frac{7}{9}.$$

$$\frac{V_{PMAI}}{V_{PNDH}}=\frac{PM}{PN}.\frac{PA}{PD}.\frac{PI}{PH}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{7}{9}=\frac{7}{81} \Rightarrow V_{PMAI}=\frac{7}{81}.V_{PNDH}=\frac{7}{81}.\frac{27}{28}V_{S.ABCD}=\frac{1}{12}V_{S.ABCD}.$$

$$\frac{V_{NKCJ}}{V_{NPDH}}=\frac{NK}{NP}.\frac{NC}{ND}.\frac{NJ}{NS}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{7}{9}=\frac{7}{81} \Rightarrow V_{NKCJ}=\frac{7}{81}V_{NPDH}=\frac{7}{81}.\frac{27}{28}V_{S.ABCD}=\frac{1}{12}V_{S.ABCD}.$$

Thể tích của phần không chứa S là $\dfrac{27}{28}V_{S.ABCD}-\dfrac{1}{12}V_{S.ABCD}-\dfrac{1}{12}V_{S.ABCD}=\dfrac{67}{84}V_{S.ABCD}$.

Thể tích của phần chứa đỉnh S là $V_{S.ABCD}-\dfrac{67}{84}V_{S.ABCD}=\dfrac{17}{84}V_{S.ABCD}=\dfrac{17}{84}.8a^3=17a^3$.

________________ HẾT ________________