

ĐỀ CHÍNH THỨC

Lưu ý: Học sinh làm bài thi (cả phần Trắc nghiệm khách quan và Tự luận) trên tờ giấy thi.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (16 câu, 8 điểm)

- Câu 1.** Cho $a - b = \sqrt{29 + 12\sqrt{5}} - 2\sqrt{5}$. Giá trị của biểu thức $A = a^2(a+1) - b^2(b-1) - 11ab + 2023$ bằng
- A. 2023 B. 2059 C. 2025 D. 2027
- Câu 2.** Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$. Số các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên là
- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
- Câu 3.** Số dư trong phép chia $(x+3)(x+5)(x+7)(x+9) + 2035$ cho $x^2 + 12x + 30$
- A. 2018 B. 2019 C. 2020 D. 3
- Câu 4.** Nếu $\frac{x}{x^2-x+1} = \frac{2}{3}$ thì $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ có giá trị là
- A. $\frac{21}{4}$ B. $\frac{4}{21}$ C. $\frac{4}{25}$ D. $\frac{25}{4}$
- Câu 5.** Cho $a + b + c = 20$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 16$ thì $ab + bc + ca$ bằng:
- A. 384 B. 192 C. 4 D. 2
- Câu 6.** Số giá trị nguyên của n để giá trị của biểu thức $2n^2 + 3n + 3$ chia hết cho giá trị của biểu thức $2n - 1$ là
- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.
- Câu 7.** Cho $x^2 - 2y^2 = xy$ ($x + y \neq 0$ và $y \neq 0$). Biết giá trị của biểu thức $\frac{x-y}{x+y} = \frac{a}{b}$, với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính a+b
- A. 4 B. 5 C. 10 D. 3
- Câu 8.** Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Qua B vẽ đường thẳng vuông góc với BC cắt đường thẳng AC tại D. Tia phân giác của góc C cắt AB tại N và cắt BD tại M. Hệ thức nào đúng
- A. $CN.CB = CM.CD$ B. $CN.CM = CD.CB$
 C. $CN^2 = CM.CB$ D. $CN.CD = CM.CB$
- Câu 9.** Cho tam giác ABC và trung tuyến AD. Một đường thẳng bất kỳ song song với AD cắt cạnh BC, đường thẳng CA, AB lần lượt tại E, N, M. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau
- A. $\frac{EM + EN}{AD} = \frac{7}{2}$ B. $\frac{EM + EN}{AD} = \frac{5}{2}$
 C. $\frac{EM + EN}{AD} = 3$ D. $\frac{EM + EN}{AD} = 2$
- Câu 10.** Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác ABC, S_1 là diện tích của tam giác BGM và S_2 là diện tích của tam giác ABC. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 11. Nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{1.3}\right)\left(1+\frac{1}{2.4}\right)\left(1+\frac{1}{3.5}\right)\dots\left(1+\frac{1}{x(x+2)}\right)=\frac{2018}{2019}$

là:

- A. $x = 1$ B. $x = \frac{-1}{1010}$ C. $x = 2017$ D. $x = \frac{2019}{2018}$

Câu 12. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a . Tổng diện tích các mặt bên là $6a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 13 Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, đường thẳng bất kỳ qua G , cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M và N . Khi đó giá trị của biểu thức $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN}$

- A.4 B.3 C.2 D.1

Câu 14. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao $AH \perp BC (H \in BC)$. Biết $BH = 18cm, CH = 32cm$. Tính chu vi của tam giác ABC

- A.130cm B.120cm C.150cm D.140cm

Câu 15. Cho tam giác ABC đều có cạnh bằng 1. Trên cạnh AC lấy điểm D và E sao cho $\widehat{ABD} = \widehat{CBE} = 20^\circ$. Gọi M là trung điểm của BE và N là điểm trên cạnh BC sao cho $BN=BM$. Tổng diện tích hai tam giác BCE và BEN bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{16}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{8}$

Câu 16. Một giải đấu bóng đá theo hình thức thi đấu vòng tròn một lượt. Mỗi đội thắng được cộng 3 điểm, mỗi đội hòa được cộng 1 điểm, đội thua không được điểm. Kết thúc trận đấu, ban tổ chức nhận thấy số trận thắng gấp ba lần số trận hòa, tổng số điểm là 330 điểm. Hỏi có bao nhiêu đội tham gia

- A.14 B.16 C.15 D.18

II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm)

Câu 1 (3,0 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + 2xy + 7(x + y) + 2y^2 + 10 = 0$

b) Cho a, b, c là ba số nguyên thỏa mãn $a + b + c = (a - b)(b - c)(c - a)$. Chứng minh rằng $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$ chia hết cho 81

c) Cho ba số thực a, b, c khác 2 thỏa mãn $a + b + c = 6$.

Tính giá trị biểu thức $B = \frac{(a-2)^2}{(b-2)(c-2)} + \frac{(b-2)^2}{(a-2)(c-2)} + \frac{(c-2)^2}{(a-2)(b-2)}$

Câu 2 (4,0 điểm)

a) Tìm tất cả các số tự nhiên n để $n^4 - 8n^3 + 23n^2 - 26n + 10$ là số chính phương

b) Tìm số nguyên dương n để $1 + n^{2022} + n^{2024}$ là số nguyên tố

c) Giải phương trình $\left(\frac{-6x^2 + 2x}{2x^2 - 5x + 3} - 2\right) + \left(\frac{-39x^2 + 13x}{2x^2 + x + 3} - 2\right) + (18x - 2) = 0$

Câu 3. (4,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD. Trên tia đối của tia CD lấy điểm E bất kì sao cho $CE < CD$. Kẻ DM vuông góc với BE ($M \in BE$), DM cắt BC tại H, EH cắt BD tại I, AC cắt BD tại O.

- Chứng minh rằng EI vuông góc với BD.
- Chứng minh rằng MI là tia phân giác của góc BMD.
- Tìm vị trí điểm E sao cho tam giác AMD có diện tích lớn nhất.

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác thỏa mãn $2c + b = abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{3}{b+c-a} + \frac{4}{c+a-b} + \frac{5}{a+b-c}$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

