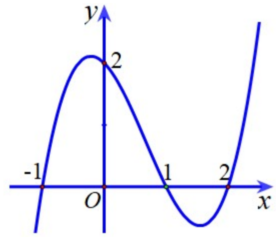
SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH	**KỲ THI CHỌN HSG TỈNH NĂM HỌC 2023-2024**
	Khóa ngày 05 tháng 12 năm 2023
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Môn thi: TOÁN**
	Bài thi trắc nghiệm
MÃ ĐỀ: 001	**LỚP 12 THPT**
	Thời gian: 50 phút *(không kể thời gian giao đề)*
SỐ BÁO DANH:……………	*Đề gồm có 04 trang, 40 câu.*

Câu 1. Đồ thị ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-3x^2+2.$ **B.** $y=-x^3+3x^2+2.$

C. $y=x^3-2x^2-x+2.$ **D.** $y=\left(x^2-1\right)\left(x+2\right).$

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\left(x-2\right)^{\pi}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 3. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log(100a)$ bằng

A. $2+\log a$. **B.** $(\log a)^2$. **C.** $\frac{1}{2}+\log a$. **D.** $2\log a$.

Câu 4. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x-\frac{2}{x^3}\right)^{12}$ $(x\neq 0)$ là

A. -1760. **B.** 1760. **C.** 220. **D.** -220.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{\log_2(x-1)}}$.

A. $(1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)\setminus\{2\}$.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+3$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 14. **B.** -2 **C.** 30. **D.** 0.

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10;+\infty)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=(x-1)\left(x^4-x^2\right)(x+2)^3; \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 9. Đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-5x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 10. Bất phương trình $2^{x^2-3x+4}\leq\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 11. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(-\log_2^2 x+5\log_2 x+6\right)\sqrt{3-\log_5 x}\geq 0$?

A. 64. **B.** 65. **C.** 63. **D.** 125.

Câu 12. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(m^2-1)x^3+(m-1)x^2-x+2023$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 13. Cho hàm số $y=4x+\ln(1-4x)$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1;0]$. Khi đó $M+m$ bằng

A. -1. **B.** $4+\ln 5$. **C.** 0. **D.** $-4+\ln 5$.

Câu 14. Cho số thực $x>1$ thỏa mãn $\log_2(\log_4 x)+\log_4(\log_{16} x)+\log_{16}(\log_2 x)=0$.
Tổng $S=\log_2(\log_{16} x)+\log_{16}(\log_4 x)+\log_4(\log_2 x)$ bằng

A. $S=0.$ **B.** $S=-\dfrac{1}{4}.$ **C.** $S=\dfrac{5}{4}.$ **D.** $S=\dfrac{1}{2}.$

Câu 15. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x=\log(10^{y-1}+1)-1$ và $y=\log(10^{x}+1)-1$. Giá trị của biểu thức $P=10^{x-y}$ bằng

A. $P=\dfrac{1}{10}$. **B.** $P=\dfrac{1}{100}$. **C.** $P=\dfrac{101}{100}$. **D.** $P=\dfrac{101}{110}$.

Câu 16. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $f(x)=2x^3-6x^2-m+1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 17. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-6)=\log_3(x-2)+1$ là

A. 0 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 3 .

Câu 18. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $a.2^b=8$ và $a^b=2$. Giá trị của biểu thức $A=a^{\log_2 a}.2^{b^2}$ bằng

A. $A=16$. **B.** $A=7$. **C.** $A=128$. **D.** $A=4$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=2023^{x^3-x^2+mx+1}$ đồng biến trên đoạn $[1;2]$.

A. $m>-8$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m\le -8$. **D.** $m<-1$.

Câu 20. Biết rằng phương trình $\log_3(3^{x+1}-1)=2x+\log_{\frac{1}{3}}2$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Tổng $S=27^{x_1}+27^{x_2}$ bằng

A. $S=252.$ **B.** $S=180.$ **C.** $S=9.$ **D.** $S=45.$

Câu 21. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x-(m+3).2^{x+1}+m+9=0$ có hai nghiệm dương phân biệt?

A. 2 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 5 .

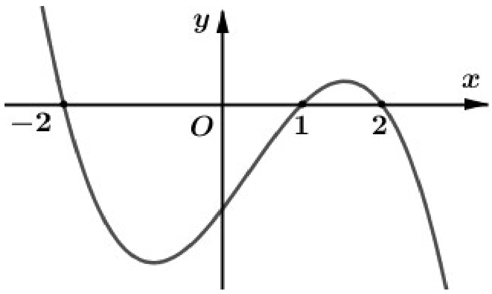
Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị là $-2;-1$ và 0. Hỏi hàm số $y=f(x^2-2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 23. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+4(m-2)x^2-7x+1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 $(x_1<x_2)$ thỏa mãn $|x_1|-|x_2|=-4.$

A. $m=5.$ **B.** $m=\dfrac{1}{2}.$ **C.** $m=3.$ **D.** $m=\dfrac{7}{2}.$

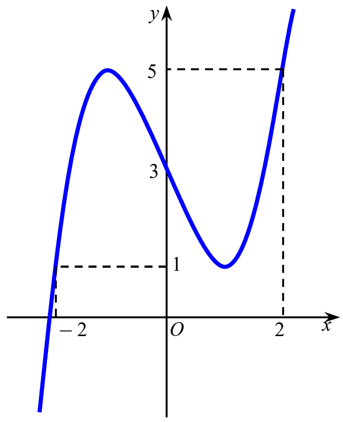
Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên và $f(-2)=f(2)=0.$ Hàm số $g(x)=[f(3-x)]^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(2;+\infty)$. **B.** $(2;5)$.

C. $(-1;2)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2-3x$. Khi đó khẳng định nào dưới đây đúng ?



A. $g(0)>g(2)$.
B. $g(-4)<g(-2)$.
C. $g(2)>g(4)$.
D. $g(0)<g(-2)$.

Câu 26. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên nhỏ hơn 2023 của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-mx+1\right|$ có 5 điểm cực trị trên $\mathbb{R}$?

A. 2020.
B. 2021.
C. 2022.
D. 2023.

Câu 27. Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $2\pi a^2$.
B. $8\pi a^2$.
C. $4\pi a^2$.
D. $16\pi a^2$.

Câu 28. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S và cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}a$. Khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P) bằng

A. $\frac{a}{\sqrt{5}}$
B. a
C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$

Câu 29. Giới hạn $\lim\limits_{x\to3}\frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}$ bằng $\frac{a}{b}$ với a,b nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Giá trị của $a-b$ bằng

A. -1.
B. 2.
C. 1.
D. -2.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1=1$ và $u_n=u_{n-1}+n$ với mọi $n\geq2$. Khi đó $\lim\frac{u_n}{n^2}$ bằng

A. 0.
B. $\frac{1}{2}$.
C. 1.
D. 2.

Câu 31. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số lập từ tập hợp $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác xuất để số được chọn là số chia hết cho 6.

A. $\frac{4}{27}$.
B. $\frac{9}{28}$.
C. $\frac{9}{25}$.
D. $\frac{4}{9}$.

Câu 32. Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ?

A. 2448.
B. 3600.
C. 2324.
D. 2592.

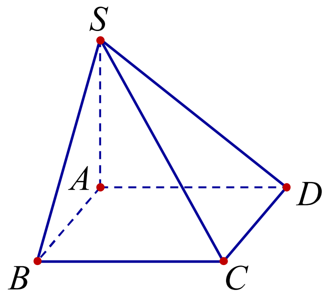
Câu 33. Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn $4^x+2^y=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\left(8x^2+y\right)\left(2y^2+2x\right)+18xy$ bằng

A. 12.
B. 27.
C. 18.
D. $\frac{27}{2}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (SAB) bằng 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.
B. $\frac{8a^3}{3}$.
C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.
D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 36. Cho tứ diện $OABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=a$. Gọi M là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=AD=BC=BD=a$, $CD=2x$, $(ACD)\perp(BCD)$. Giá trị của x để $(ABC)\perp(ABD)$ là

A. $x=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $x=a\sqrt{2}$. **C.** $x=a$. **D.** $x=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $AC=a\sqrt{2}$, $SA=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)?

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2, AD=4\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=2\sqrt{3}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. **B.** $\frac{4\sqrt{51}}{17}$. **C.** $\frac{2\sqrt{39}}{5}$. **D.** $\frac{4\sqrt{39}}{13}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh a, góc $\widehat{BAD}=60°$, đường thẳng SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO=a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. **B.** $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

------------hÕt------------

SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH

<u>HƯỚNG DẪN CHẤM</u>

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 9, 12 CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2023-2024
Khóa ngày 05 tháng 12 năm 2023
Môn thi: TOÁN 12

Bài thi trắc nghiệm

LỚP 12 THPT

Đáp án này gồm có 01 trang

Mã đề 001:

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	C	C	A	A	B	B	C	C	D	B
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	B	C	D	B	D	C	B	C	B	B
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	B	A	B	D	A	B	C	D	C	B
Câu	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Đáp án	A	A	C	C	A	C	A	C	B	A

Mã đề 002:

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	B	A	C	D	C	D	B	A	B	D
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	C	C	A	B	C	A	C	D	D	D
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	B	C	B	A	A	D	B	B	A	D
Câu	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Đáp án	A	A	D	B	A	A	B	D	A	C

SỞ GD VÀ ĐT QUẢNG BÌNH	**KỲ THI CHỌN HSG TỈNH NĂM HỌC 2023-2024**
	Khóa ngày 05 tháng 12 năm 2023
<u>ĐỀ CHÍNH THỨC</u>	**Môn thi: TOÁN**
	Bài thi tự luận
	LỚP 12 THPT
SỐ BÁO DANH:……………	Thời gian: 90 phút *(không kể thời gian giao đề)*
	Đề gồm có 01 trang, 03 câu.

Câu 1 *(2,0 điểm)*

a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác ABE có diện tích bằng 4, với tọa độ điểm $E(2;1)$.

Câu 2 *(2,0 điểm)*

a) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3(2x+m) - 2\log_3 x = x^2 - 6x - 3m - 1$ có hai nghiệm thực phân biệt.

b) Cho các số thực x, y, z không âm thỏa mãn các điều kiện $x \ge y \ge 1 \ge z$ và $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{24}{x^3 + y^3 + z^3} + \dfrac{25}{xy + yz + zx}$.

Câu 3 *(2,0 điểm)*. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm cạnh AB và điểm N thuộc cạnh AD sao cho $AD = 4AN$. Biết $SA = a$, MN vuông góc với SM và tam giác SMC cân tại S.

a) Tính thể tích của khối chóp $S.CMN$ theo a.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và MC theo a.

------------hÕt------------

SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH

<u>HƯỚNG DẪN CHẤM</u>

KỲ THI CHỌN HSG TỈNH NĂM HỌC 2023-2024
Khóa ngày 05 tháng 12 năm 2023
Môn thi: TOÁN

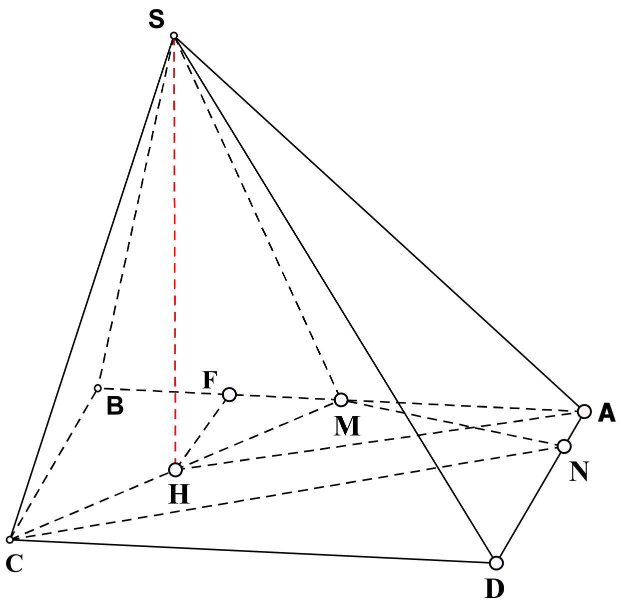
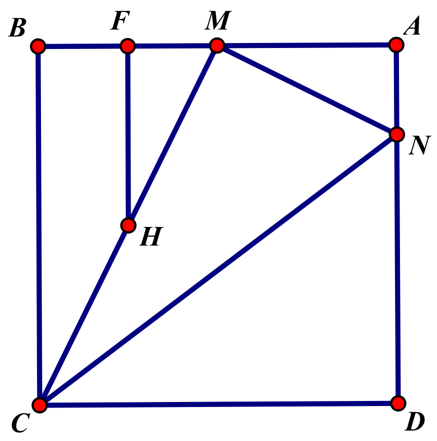
LỚP 12 THPT
Đáp án này gồm có 04 trang

YÊU CẦU CHUNG

* Đáp án chỉ trình bày một lời giải cho mỗi bài. Trong bài làm của thí sinh yêu cầu phải lập luận lôgic chặt chẽ, đầy đủ, chi tiết và rõ ràng.
* Trong mỗi bài, nếu thí sinh giải sai ở bước giải trước thì cho điểm 0 đối với những bước giải sau có liên quan.
* Ở câu 3 nếu thí sinh không vẽ hình thì cho 0 điểm.
* Điểm thành phần của mỗi bài phân chia đến 0.25 điểm.
* Thí sinh có lời giải khác đáp án (*nếu đúng*) vẫn cho điểm tối đa tuỳ theo mức điểm của từng bài.
* Điểm của toàn bài là tổng (*không làm tròn số*) của điểm tất cả các bài.

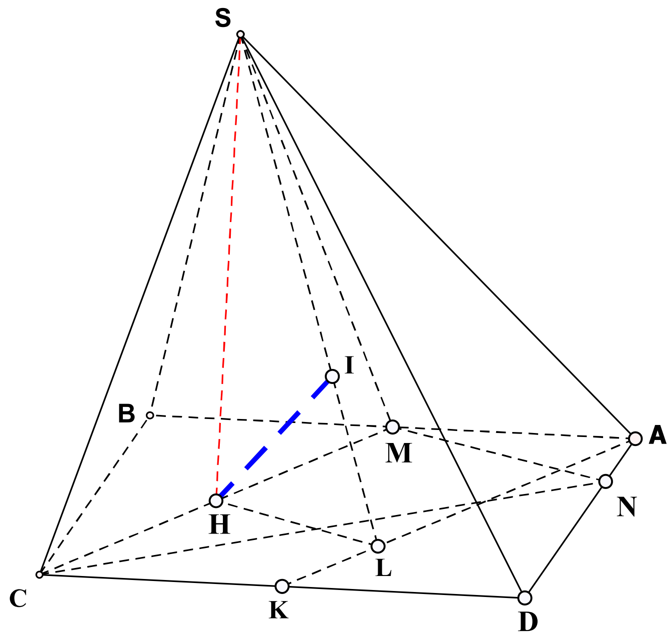
Câu	Nội dung	Điểm
1a (1,0)	**Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).**	
	Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{2x-1}{x-1} = x + m$ $\Leftrightarrow (2x-1) = (x+m)(x-1)$, (do $x = 1$ không là nghiệm của phương trình) $\Leftrightarrow x^2 + (m-3)x + 1 - m = 0.\ (*)$	0.25
	Phương trình $(*)$ có $\Delta = (m-3)^2 - 4(1-m) = (m-1)^2 + 4 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên đường thẳng d luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B.	0.25
	Gọi $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$. Vì $x_1; x_2$ là hai nghiệm của $(*)$ nên $x_1 + x_2 = -m + 3; x_1.x_2 = 1 - m.$	0.25
	Khi đó $\overrightarrow{OA} = (x_1; x_1 + m)$; $\overrightarrow{OB} = (x_2; x_2 + m)$. Tam giác OAB vuông tại O khi và chỉ khi $OA \perp OB \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0$. Suy ra $x_1.x_2 + (m + x_1)(m + x_2) = 0 \Leftrightarrow 2x_1.x_2 + m(x_1 + x_2) + m^2 = 0$ $\Leftrightarrow 2(1-m) + m(-m+3) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$ Vậy $m = -2$ là giá trị cần tìm.	0.25
1b (1,0)	**Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 1$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác ABE có diện tích bằng 4, với tọa độ điểm $E(2;1)$.**	
	Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ và $y' = 3x^2 - 6mx.$ $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2m.$	0.25
	Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0.$ Khi đó, tọa độ các điểm cực trị là $A(0;1)$ và $B(2m; -4m^3 + 1)$.	0.25

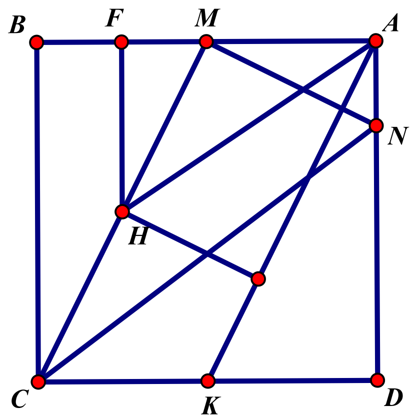
	Đường thẳng AE có phương trình $y-1=0$ và $AE=2$. Khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng AE là $d(B,AE)=4\left\|m^3\right\|$.	0.25
	Do đó $S_{\Delta ABE}=\frac{1}{2}.d(B,AE).AE=\frac{1}{2}.\left\|4m^3\right\|.2=4\left\|m^3\right\|$ Tam giác ABE có diện tích bằng 4 nên $4\left\|m^3\right\|=4\Leftrightarrow m=\pm 1$ (thỏa mãn).	0.25
2a (1,0)	**Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3(2x+m)-2\log_3 x=x^2-6x-3m-1$ có hai nghiệm thực phân biệt.**	
	Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ 2x+m>0 \end{cases}$. Khi đó phương trình đã cho tương đương với phương trình $x^2+\log_3 x^2=\left(6x+3m\right)+\log_3(6x+3m)$ (1)	0,25
	Xét hàm số $f(t)=t+\log_3 t$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Ta có $f'(t)=1+\frac{1}{t\ln 3}>0$ với mọi $t\in(0;+\infty)$ nên hàm số $f(t)$ luôn đồng biến trên$(0;+\infty)$.	0,25
	Do đó $(1)\Leftrightarrow f(x^2)=f(6x+3m)\Leftrightarrow x^2=6x+3m\Leftrightarrow x^2-6x-3m=0$ (2).	0,25
	Phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases} \Delta'>0 \\ P>0 \\ S>0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 9+3m>0 \\ -3m>0 \\ 6>0 \end{cases}\Leftrightarrow -3<m<0$. Vậy $-3<m<0$.	0,25
2b (1,0)	**Cho các số thực x,y,z không âm thỏa mãn các điều kiện $x\ge y\ge 1\ge z$ và $x+y+z=3$.** **Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức** $P=\frac{24}{x^3+y^3+z^3}+\frac{25}{xy+yz+zx}$.	
	Đặt $q=xy+yz+zx$ và $p=xyz$ với $q\ge 0,\ p\ge 0$. Từ giả thiết $x\ge y\ge 1\ge z$ ta có $(1-x)(1-y)(1-z)\ge 0$ hay $q-2\ge p$. Do đó $q\ge 2$. Mặt khác vì $\left(x+y+z\right)^2\ge 3\left(xy+yz+zx\right)$ nên $q\le 3$. Suy ra $2\le q\le 3$.	0,25
	Ta luôn có $x^3+y^3+z^3=\left(x+y+z\right)^3-3\left(x+y+z\right)\left(xy+yz+zx\right)+3xyz$ Lúc đó $x^3+y^3+z^3=3\left(9-3q+p\right)\le 3\left[9-3q+(q-2)\right]=3\left(7-2q\right)$. Suy ra $P\ge\frac{8}{7-2q}+\frac{25}{q}$ với $2\le q\le 3$.	0,25
	Xét hàm số $f(q)=\frac{8}{7-2q}+\frac{25}{q}$ với $2\le q\le 3$. Ta có $f'(q)=\frac{-84q^2+700q-1225}{\left[q(7-2q)\right]^2}$; $f'(q)=0\Leftrightarrow q=\frac{35}{6},q=\frac{5}{2}$.	0,25

	Lập bảng biến thiên, ta có kết luận $\min\limits_{[2;3]} f(q)=14$ khi $q=\frac{5}{2}$.	
	Do đó $P\ge 14$. Dấu $"="$xảy ra khi và chỉ khi $q=\frac{5}{2}$ và $q-2=p$ Nên suy ra $p=\frac{1}{2}$ và $(1-x)(1-y)(1-z)=0$, lúc đó trong các số thực x,y,z không âm luôn tồn tại ít nhất một số bằng 1. Kết hợp $xy+yz+zx=\frac{5}{2}, xyz=\frac{1}{2}$ và $x\ge y\ge 1\ge z\ge 0$ ta tính được $x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}; y=1; z=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 14 khi $x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}; y=1; z=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$.	0,25
3	**Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm cạnh AB và điểm N thuộc cạnh AD sao cho $AD=4.AN$. Biết $SA=a$, MN vuông góc với SM và tam giác SMC cân tại S.** **a) Tính thể tích của khối chóp $S.CMN$ theo a.** **b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và MC theo a.**	
3a **(1,0)**		
	Ta tính được $MN^2=\frac{5a^2}{16}, MC^2=\frac{5a^2}{4}, NC^2=\frac{25a^2}{16}\Rightarrow MN^2+MC^2=NC^2$. Do đó tam giác CMN vuông tại M hay $CM\perp MN$. (1) Suy ra $S_{\Delta CMN}=\frac{1}{2}MC.MN=\frac{5a^2}{16}$.	0,25
	Gọi H là trung điểm của MC, vì tam giác SMC cân tại S nên $SH\perp CM$ (2) Từ giả thiết $SM\perp MN$ và (1) ta có $MN\perp(SMC)$. Suy ra $SH\perp MN$ (3) Từ (2) và (3) suy ra $SH\perp(MNC)$. Do đó SH là chiều cao hình chóp $S.CMN$.	0,25
	Kẻ $HF\perp AB, F\in AB$. Khi đó HF song song BC và F là trung điểm BM.	0,25

<table>
<tr><td></td><td>Do ΔHFA vuông tại F nên $HA^2 = HF^2 + FA^2 = \dfrac{13a^2}{16} \Rightarrow\ HA = \dfrac{a\sqrt{13}}{4}$
Do ΔSHA vuông tại H nên $SH^2 = SA^2 - HA^2 = \dfrac{3a^2}{16} \Rightarrow\ SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Vậy $V_{SCMN} = \dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta CMN} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{4}.\dfrac{5a^2}{16} = \dfrac{5\sqrt{3}a^3}{192}.$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>

Hình vẽ Câu 3b





</td><td></td></tr>
<tr><td>**3b**
(1,0)</td><td>Gọi K là trung điểm của CD. Từ MC song song AK suy ra MC song song (SAK) do đó $d(MC,SA) = d(MC,(SAK)) = d(H,(SAK))$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Kẻ $HL \perp AK, L \in AK$ và kết hợp $AK \perp SH$ suy ra $AK \perp (SHL)$
Nên $(SAK) \perp (SHL)$ và $(SAK) \cap (SHL) = SL$.
Kẻ $HI \perp SL, I \in SL \Rightarrow HI \perp (SAK)$.
Lúc đó $d(MC,SA) = d\big(H,(SAK)\big) = HI$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Ta tính được $S_{CMAK} = S_{ABCD} - S_{BMC} - S_{ADK} = \dfrac{a^2}{2}$.
Tứ giác $CMAK$ là hình bình hành nên $S_{CMAK} = HL.AK$
Suy ra $HL = \dfrac{S_{CMAK}}{AK} = \dfrac{a^2}{2} : \dfrac{a\sqrt{5}}{2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Xét tam giác SHL có $\dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{HL^2} + \dfrac{1}{HS^2} \Rightarrow HI = \dfrac{HL.HS}{\sqrt{HL^2 + HS^2}} = \dfrac{a\sqrt{93}}{31}$
Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và MC bằng $\dfrac{a\sqrt{93}}{31}$.</td><td>0,25</td></tr>
</table>
