

(Đề gồm 01 trang)

Bài 1: (4 điểm)

1) Tính giá trị của biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \sqrt{\frac{4+\sqrt{7}}{2}} - \sqrt{\frac{4-\sqrt{7}}{2}}; \quad \text{b) } B = \sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}} + \sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$$

2) Tính giá trị của biểu thức: $C = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9$ (số hạng cuối có 10 số 9)**Bài 2:** (4 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x-5\sqrt{x}}{x-25} - 1 \right) : \left(\frac{25-x}{x+2\sqrt{x}-15} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+5} + \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-3} \right)$ (Với $x \geq 0, x \neq 25, x \neq 9$)

1) Rút gọn biểu thức A;

2) Tìm tất cả các giá trị của x để A nhận giá trị nguyên;

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $B = \frac{A \cdot (x+16)}{5}$ **Bài 3:** (4 điểm)1) Giải phương trình sau: $\sqrt{4x^2-4x+1} + \sqrt{x^2+6x+9} = 5x-10$;2) Tìm các giá trị x, y nguyên dương sao cho: $x^2 = y^2 + 2y + 13$;

3) Cho biểu thức $E = \frac{a^3}{24} + \frac{a^2}{8} + \frac{a}{12}$ với a là một số tự nhiên chẵn. Hãy chứng tỏ E có giá trị nguyên.

Bài 4: (7 điểm)

Cho ΔABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH ($H \in BC$), trên HC lấy D sao cho $HA=HD$, đường thẳng vuông góc với BC tại D cắt AC tại E.

a) Chứng minh: $CE \cdot CA = CD \cdot CB$;b) Giả sử $AB = a$, tính BE theo a;

c) Gọi M là trung điểm của BE, chứng minh ΔBHM và ΔBEC đồng dạng. HM là phân giác của \widehat{AHC} ;

d) Tia AM cắt BC tại G. Chứng minh: $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH+HC}$.

Bài 5: (1 điểm)

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $|a| \leq 1, |b| \leq 1, |c| \leq 1$ và $a+b+c=0$.

Chứng minh: $a^{2022} + b^{2023} + c^{2024} \leq 2$.