

Bài 1 (4,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \left(\frac{1-x^3}{1-x} - x \right) : \frac{1-x^2}{1-x-x^2+x^3}$ ($x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = -1\frac{2}{3}$.

c) Tìm giá trị của x để $A < 0$.

Bài 2 (4,0 điểm).

a) Cho $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng : $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

b) So sánh hai số sau : $P = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$ và $Q = 2^{32}$

Bài 3 (6,0 điểm).

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^4 + 2023x^2 + 2022x + 2023$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $M = 2x^2 - 8x + 1$.

c) Một người dự định đi xe máy từ A đến B với vận tốc 30km/h, nhưng sau khi đi được 1 giờ người ấy nghỉ hết 15 phút, do đó phải tăng vận tốc thêm 10km/h để đến B đúng giờ đã định. Tính quãng đường AB?

Bài 4 (6,0 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có AD là tia phân giác của \widehat{BAC} . Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của D trên AB và AC, E là giao điểm của BN và DM, F là giao điểm của CM và DN.

a) Chứng minh tứ giác AMDN là hình vuông và $EF \parallel BC$.

b) Gọi H là giao điểm của BN và CM. Chứng minh $\triangle ANB \sim \triangle NFA$ và H là trực tâm $\triangle AEF$.

c) Gọi giao điểm của AH và DM là K, giao điểm của AH và BC là O, giao điểm của BK và AD là I. Chứng minh: $\frac{BI}{KI} + \frac{AO}{KO} + \frac{DM}{KM} > 9$.

----- Hết -----

Giám thị không giải thích gì thêm.