

Câu 1 (2,0 điểm): Thực hiện các phép tính

a) $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

b) $B = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - 1\right) \dots \left(\frac{1}{2023^2} - 1\right)$

Câu 2 (2,0 điểm): Tìm x, y, z biết

a) $\left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 + |2y - 6| \leq 0$

b) $4x = 3y; 4y = 3z$ và $2x + y - z = -14$

Câu 3 (1,5 điểm): Một trường THCS có ba lớp 7, tổng số học sinh hai lớp 7A, 7B là 85 em, Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp 7A sang lớp 7C thì số học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với 7; 8; 9. Hỏi lúc đầu mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

Câu 4 (1,0 điểm): Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p + 1)(p - 1)$ chia hết cho 24.

Câu 5 (3,5 điểm): Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC . Lấy điểm D trên đoạn thẳng AB (D khác A và B), đường thẳng vuông góc với MD tại M cắt AC tại E .

a) Chứng minh: $MD = ME$.

b) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho $CK = BD$, DK cắt BC tại I .
Chứng minh I là trung điểm của DK .

c) Đường vuông góc với DK tại I cắt AM tại S . Chứng minh $SC \perp AK$.

Ghi chú:

- + Học sinh không được sử dụng tài liệu, máy tính cầm tay.
- + Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

TRƯỜNG THCS BA ĐỒN

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 7

Câu	Đáp án	Điểm
1	<p>a)</p> $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 (1+8)}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$ $= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$ <p>Vậy $A = \frac{7}{2}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) $B = \left(\frac{1}{2^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3^2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{4^2} - 1\right) \cdot \dots \cdot \left(\frac{1}{2023^2} - 1\right)$</p> $= \frac{1-2^2}{2^2} \cdot \frac{1-3^2}{3^2} \cdot \frac{1-4^2}{4^2} \cdot \dots \cdot \frac{1-2023^2}{2023^2} = \frac{-3}{2^2} \cdot \frac{-8}{3^2} \cdot \frac{-15}{4^2} \cdot \dots \cdot \frac{-4092528}{2023^2}$ $= \frac{3}{2^2} \cdot \frac{8}{3^2} \cdot \frac{15}{4^2} \cdot \dots \cdot \frac{4092528}{2023^2} = \frac{1 \cdot 3}{2^2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3^2} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4^2} \cdot \dots \cdot \frac{2022 \cdot 2024}{2023^2}$ $= \frac{1 \cdot 3}{2^2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3^2} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4^2} \cdot \dots \cdot \frac{2022 \cdot 2024}{2023^2} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2022 \cdot 2024}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot \dots \cdot 2023^2}$ $= \frac{(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2022)(3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 2024)}{(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 99 \cdot 2023)(2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2023)} = \frac{1 \cdot 2024}{2023 \cdot 2} = \frac{1012}{2023}$ <p>Vậy $B = \frac{1012}{2023}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
2	<p>a) Vì $\left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 \geq 0$ với $\forall x$; $2y - 6 \geq 0 \forall y$, do đó:</p> $\left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 + 2y - 6 \geq 0 \quad \forall x, y,$ <p>theo đề bài thì:</p> $\left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 + 2y - 6 \leq 0 \Rightarrow \left(3x - \frac{1}{6}\right)^2 + 2y - 6 = 0.$ <p>Khi đó: $\begin{cases} 3x - \frac{1}{6} = 0 \\ 2y - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{18} \\ y = 3 \end{cases}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

	<p>b) $4x = 3y \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{12}$ (1)</p> <p>$4y = 3z \Rightarrow \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{z}{16}$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} \Rightarrow \frac{2x}{18} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16}$</p> <p>Áp dụng tính chất của dãy tỷ số bằng nhau ta có</p> $\frac{2x}{18} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = \frac{2x+y-z}{18+12-16} = \frac{-14}{14} = -1$ <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{9} = -1 \\ \frac{y}{12} = -1 \\ \frac{z}{16} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = -12 \\ z = -16 \end{cases}$</p>	0,25
		0,25
		0,25
		0,25
3	<p>Gọi số học sinh của lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là x, y, z (học sinh) ($x, y, z \in \mathbb{N}^*, x > 10$).</p> <p>Theo bài ra ta có $x + y = 85$ (1)</p> <p>Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp 7A sang lớp 7C thì số học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C tỉ lệ thuận với 7;8;9 nên ta có:</p> $\frac{x-10}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z+10}{9}$ (2) <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p> $\frac{x-10}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z+10}{9} = \frac{(x-10)+y}{7+8} = \frac{85-10}{15} = 5$ <p>Suy ra $x = 45, y = 40, z = 35$ (Thỏa mãn điều kiện)</p> <p>Vậy số học sinh của lớp 7A, 7B, 7C lần lượt là 45, 40, 35 học sinh.</p>	0,25
		0,25
		0,25
4	<p>* Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên ta được $p = 3k+1$ hoặc $p = 3k+2$ với k là số tự nhiên khác 0.</p> <p>+ Nếu $p = 3k+1$ thì $(p+1)(p-1) = (3k+2).3k$ chia hết cho 3</p> <p>+ Nếu $p = 3k+2$ thì $(p+1)(p-1) = (3k+3)(3k+1)$ chia hết cho 3</p> <p>Vậy p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p+1)(p-1)$ chia hết cho 3 (1)</p> <p>Mặt khác vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ. Suy ra $p+1$ và $p-1$ là hai số chẵn liên tiếp</p> <p>Đặt $p-1 = 2n$ thì $p+1 = 2n+2$, ta có</p> $(p+1)(p-1) = 2n(2n+2) = 4n(n+1)$ <p>Do $n(n+1)$ chia hết cho 2 nên $4n(n+1)$ chia hết cho 8. Do đó $(p+1)(p-1)$ chia hết cho 8 (2)</p>	0,25
		0,25

	Vì 3 và 8 là hai số nguyên tố cùng nhau, $3.8 = 24$ nên từ (1) và (2) ta suy ra $(p+1)(p-1)$ chia hết cho 24.	0,25
5		0,5
	<p>a) Chứng minh</p> <p>$\Delta AMB = \Delta AMC (c - c - c) \Rightarrow AM \perp BC; \widehat{MAB} = \widehat{MAC} = 45^\circ$ $\Rightarrow AM = MB = MC$</p> <p>+ Xét ΔMAD và ΔMCE có $\widehat{MAD} = \widehat{MCE} = 45^\circ$ $MA = MC$ (cmt) $\widehat{M}_1 = \widehat{M}_3$ (cùng phụ với \widehat{M}_2) $\Rightarrow \Delta MAD = \Delta MCE$ (g-c-g) $\Rightarrow MD = ME$ (hai cạnh tương ứng)</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	<p>b) Kẻ $DP \perp BC; KQ \perp BC$</p> <p>+ Chứng minh $\Delta PBD = \Delta QCK$ (ch-gn) $\Rightarrow PD = KQ$</p> <p>+ Chứng minh $\Delta PDI = \Delta QKI$ (g-c-g) $\Rightarrow DI = KI$ (hai cạnh tương ứng) $\Rightarrow I$ là trung điểm DK</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
	<p>c) + Chứng minh $\Delta ABS = \Delta ACS$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{ABS} = \widehat{ACS}$ (hai góc tương ứng); (1) $SB = SC$ (hai cạnh tương ứng)</p> <p>+ Chứng minh $\Delta SID = \Delta SIK$ (c-g-c) $\Rightarrow SD = SK$ (hai cạnh tương ứng)</p> <p>+ Chứng minh $\Delta SBD = \Delta SCK$ (c-c-c) $\Rightarrow \widehat{SBD} = \widehat{SCK}$ (2)</p> <p>+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{SCA} = \widehat{SCK}$ mà $\widehat{SCA} + \widehat{SCK} = 180^\circ$ (kề bù) $\Rightarrow \widehat{SCA} = \widehat{SCK} \Rightarrow SC \perp AK$ (đpcm).</p>	0,25 0,25 0,25 0,25