

Câu 1 (4,0 điểm). Tính giá trị của biểu thức

1) $A = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + \dots + 2021 - 2022 - 2023$

2) $B = \frac{(-2)^{24} \cdot 3^5 - 4^{12} \cdot 9^2}{8^8 \cdot 3^5} + \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{301.303}$

Câu 2 (5,0 điểm).

1) Tìm số nguyên x biết: $36 + 5(x - 2)^2 = 81$

2) Tìm các cặp số nguyên (x, y) biết $\frac{x}{3} - \frac{1}{y+1} = \frac{1}{6}$

3) Tìm các số tự nhiên a, b, c nhỏ nhất khác 0 sao cho $24a = 28b = 60c$

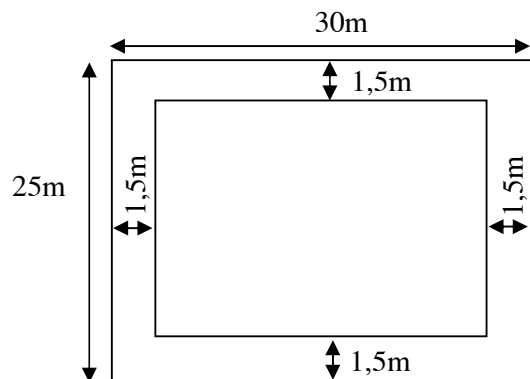
Câu 3 (4,0 điểm).

1) Tìm số nguyên tố p sao cho $p + 8$ và $p + 10$ đều là các số nguyên tố.

2) Chứng tỏ rằng với mọi số tự nhiên n thì $P = \frac{3n+2}{6n+5}$ là một phân số tối giản.

Câu 4 (5,5 điểm).

1) Nhà bác An có một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 30m, chiều rộng 25m để trồng hoa. Bác làm lối đi xung quanh (như hình vẽ) để thuận lợi cho việc chăm sóc và đã dùng các viên gạch màu đỏ hình vuông cạnh 50cm để lát lối đi, biết mỗi viên gạch lát có giá 14000 đồng. Tính số tiền bác An dùng mua gạch để lát kín lối đi? (Bỏ qua các mạch vữa ghép giữa các viên gạch).



2) Trên đường thẳng xy lấy điểm O . Trên tia Ox lấy điểm A , trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OA = 3\text{cm}$, $OB = 4\text{cm}$.

a) Vẽ hình và tính độ dài đoạn thẳng AB .

b) Nếu lấy thêm 197 điểm phân biệt trên đường thẳng xy không trùng với các điểm A, O, B thì trên đường thẳng xy có bao nhiêu tia phân biệt, bao nhiêu đoạn thẳng?

Câu 5 (1,5 điểm). Tìm số tự nhiên có 3 chữ số \overline{abc} biết $\overline{abc} = (a + b + c)^3$.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

**HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI KHẢO SÁT CHỌN NGUỒN HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2022 – 2023
MÔN TOÁN 6**

I. HƯỚNG DẪN CHUNG:

- Hướng dẫn chấm chỉ là đưa ra các bước giải và khung điểm bắt buộc cho từng bước. Bài làm phải có lập luận chặt chẽ và biến đổi hợp lý mới cho điểm, những cách làm khác đúng vẫn cho điểm tối đa. Trong bài làm các bước có liên quan với nhau, bước trước sai mà bước sau đúng thì không cho điểm.

- Đối với câu 4 ý 2, nếu vẽ hình sai hoặc không vẽ hình không cho điểm ý 2a, nếu vẽ hình không đúng kích thước thì không cho điểm hình.

- Điểm thành phần cho chi tiết tới 0,25 điểm. Điểm toàn bài là tổng các điểm thành phần không làm tròn.

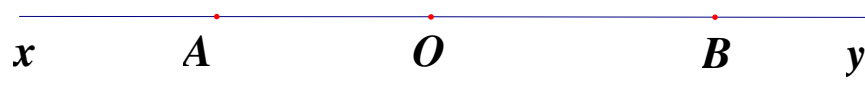
II. HƯỚNG DẪN CỤ THỂ:

Câu	ý	Nội dung	Điểm
1 (4,0đ)	1 (2,0 đ)	$A = 1 - 2 - 3 + 4 + 5 - 6 - 7 + \dots + 2021 - 2022 - 2023$	
		A có 2023 số hạng. Nhóm 4 số hạng liên tiếp của A thành từng nhóm ta được 505 nhóm và dư ra 3 số hạng cuối. Ta được	0,25
		$A = (1 - 2 - 3 + 4) + (5 - 6 - 7 + 8) + \dots + (2017 - 2018 - 2019 + 2020) + 2021 - 2022 - 2023$	0,5
		$A = 0 + 0 + \dots + 0 + 2021 - 2022 - 2023$	0,25
		$A = 2021 - 2022 - 2023$	0,25
		$A = (-1) - 2023$	0,25
		$A = -2024$	0,5
	2 (2,0 đ)	$B = \frac{(-2)^{24} \cdot 3^5 - 4^{12} \cdot 9^2}{8^8 \cdot 3^5} + \frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2}{301 \cdot 303}$	
		Đặt $C = \frac{(-2)^{24} \cdot 3^5 - 4^{12} \cdot 9^2}{8^8 \cdot 3^5}$	
		$C = \frac{2^{24} \cdot 3^5 - 2^{24} \cdot 3^4}{2^{24} \cdot 3^5}$	0,25
		$C = \frac{2^{24} \cdot 3^4 (3 - 1)}{2^{24} \cdot 3^4 \cdot 3}$	0,25
		$C = \frac{2}{3}$	0,25

		$\text{Đặt } D = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{301.303}$ $D = \frac{3-1}{1.3} + \frac{5-3}{3.5} + \frac{7-5}{5.7} + \dots + \frac{303-301}{301.303}$	0,25
		$D = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{301} - \frac{1}{303} = 1 - \frac{1}{303}$	0,25
		$D = \frac{303}{303} - \frac{1}{303} = \frac{302}{303}$	0,25
		$B = C + D = \frac{2}{3} + \frac{302}{303} = \frac{202}{303} + \frac{302}{303} = \frac{504}{303} = \frac{168}{101}$	0,25
		$B = \frac{504}{303} = \frac{168}{101}$	0,25
2 (5,0đ)	1 (2,0 đ)	<p>Tìm số nguyên x biết: $36 + 5(x - 2)^2 = 81$</p>	
		$5(x - 2)^2 = 81 - 36$	0,25
		$5(x - 2)^2 = 45$	0,25
		$(x - 2)^2 = 45 : 5$	0,25
		$(x - 2)^2 = 9$	0,25
		$x - 2 = 3 \text{ hoặc } x - 2 = -3$	0,25
		<p>Khi $x - 2 = 3$ $x = 3 + 2$ $x = 5$</p>	0,25
		<p>Khi $x - 2 = -3$ $x = -3 + 2$ $x = -1$</p>	0,25
		<p>Vậy $x \in \{5; -1\}$</p>	0,25
		2 (2,0 đ)	
$\frac{1}{y+1} = \frac{x}{3} - \frac{1}{6}$	0,25		
$\frac{1}{y+1} = \frac{2x}{6} - \frac{1}{6}$	0,25		
$\frac{1}{y+1} = \frac{2x-1}{6}$	0,25		

		$(y+1)(2x-1)=6(1)$	0,25																				
		Vì x, y nguyên và $2x-1$ là số lẻ, kết hợp với (1) ta có $2x-1$ là ước nguyên lẻ của 6 $\Rightarrow 2x-1 \in \{1; -1; 3; -3\}$	0,25																				
		Ta có bảng sau	0,5																				
		<table border="1"> <tr> <td>$2x-1$</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$y+1$</td> <td>-2</td> <td>-6</td> <td>6</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-3</td> <td>-7</td> <td>5</td> <td>1</td> </tr> </table>		$2x-1$	-3	-1	1	3	$y+1$	-2	-6	6	2	x	-1	0	1	2	y	-3	-7	5	1
$2x-1$	-3	-1		1	3																		
$y+1$	-2	-6		6	2																		
x	-1	0	1	2																			
y	-3	-7	5	1																			
		Vậy tìm được 4 cặp số nguyên (x, y) thoả mãn là $(-1; -3); (0; -7); (1; 5); (2; 1)$.	0,25																				
	3 (1,0đ)	Tìm các số tự nhiên a, b, c nhỏ nhất khác 0 sao cho $24a = 28b = 60c$	0,25																				
		Có $24a = 28b = 60c$ $\Rightarrow 6a = 7b = 15c$																					
		Đặt $6a = 7b = 15c = k$ ($k \in \mathbb{N}^*$), mà $a, b, c \in \mathbb{N}$ suy ra k chia hết cho 6; 7; 15 Do a, b, c là số tự nhiên nhỏ nhất khác 0 nên k là số tự nhiên nhỏ nhất khác 0 $\Rightarrow k = \text{BCNN}(6, 7, 15)$	0,25																				
		Tìm được $k = 210$ Tìm được $a = 35; b = 30; c = 14$	0,25																				
		Vậy $a = 35; b = 30; c = 14$	0,25																				
4 (4,0 đ)	1 (2,0 đ)	Tìm số nguyên tố p sao cho $p+8$ và $p+10$ đều là các số nguyên tố.																					
		Do p là số nguyên tố nên ta xét các trường hợp: +) Với $p=2$ thì $p+8=2+8=10$, mà 10 là hợp số $\Rightarrow p+8$ là hợp số nên mâu thuẫn với đề bài $\Rightarrow p=2$ (loại) (1)	0,5																				
		+) Với $p=3$ khi đó $p+8=3+8=11; p+10=3+10=13$, mà 11 và 13 đều là các số nguyên tố nên $p+8, p+10$ đều là số nguyên tố nên $p=3$ (nhận) (2)	0,5																				
		+) Với $p > 3$	0,25																				

		Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p không chia hết cho 3 do đó p chỉ nhận một trong hai dạng $3k + 1, 3k + 2$ ($k \in \mathbb{N}^*$)	
		+) Nếu $p = 3k + 1$ thì $p + 8 = 3k + 9 = 3(k + 3)$ Vì $k \in \mathbb{N}^* \Rightarrow p + 8 : 3$ mà $p + 8 > 3$ nên $p + 8$ là hợp số mâu thuẫn với đề bài $\Rightarrow p = 3k + 1$ (loại) (3)	0,25
		+) Nếu $p = 3k + 2$ khi đó $p + 10 = 3k + 12 = 3(k + 4)$ Vì $k \in \mathbb{N}^* \Rightarrow p + 10 : 3$ mà $p + 10 > 3$ nên $p + 10$ là hợp số mâu thuẫn với đề bài $\Rightarrow p = 3k + 2$ (loại) (4)	0,25
		Từ (1), (2), (3) và (4) $\Rightarrow p = 3$ Vậy $p = 3$ thì $p + 8$ và $p + 10$ đều là các số nguyên tố.	0,25
	2 (2,0 đ)	Chúng tỏ rằng với mọi số tự nhiên n thì $P = \frac{3n + 2}{6n + 5}$ là một phân số tối giản.	
		Vì $n \in \mathbb{N}$ nên $3n + 2 \in \mathbb{N}, 6n + 5 \in \mathbb{N}, 6n + 5 \neq 0$ nên P là phân số (1)	0,25
		Gọi $d = \text{ƯCLN}(3n + 2, 6n + 5)$ $\Rightarrow \begin{cases} 3n + 2 : d \\ 6n + 5 : d \end{cases}$	0,5
		$\Rightarrow \begin{cases} 2(3n + 2) : d \\ 6n + 5 : d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6n + 4 : d \\ 6n + 5 : d \end{cases}$	0,25
		$\Rightarrow (6n + 5) - (6n + 4) : d \Rightarrow 1 : d$	0,25
		$\Rightarrow d = 1$ $\Rightarrow \text{ƯCLN}(3n + 2, 6n + 5) = 1$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra P là phân số tối giản	0,25
		Vậy với mọi số tự nhiên n thì $P = \frac{3n + 2}{6n + 5}$ là một phân số tối giản.	0,25
4 (5,5 đ)		1 (2,0 đ)	Nhà bác An có một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 30m, chiều rộng 25m để trồng hoa. Bác làm lối đi xung quanh (như hình vẽ) để thuận lợi cho việc chăm sóc và đã dùng các viên gạch màu đỏ hình vuông cạnh 50cm để lát lối đi, biết mỗi viên gạch lát có giá 14000 đồng. Tính số tiền bác An dùng mua gạch để lát kín lối đi? (Bỏ qua các mạch vữa ghép giữa các viên gạch).

		Diện tích mảnh vườn hình chữ nhật là: $30.25 = 750 (m^2)$	
		Chiều dài phần vườn để trồng hoa là: $30 - 1,5.2 = 27 (m)$	0,25
		Chiều rộng phần vườn để trồng hoa là: $25 - 1,5.2 = 22 (m)$	0,25
		Diện tích phần vườn để trồng hoa là: $27.22 = 594 (m^2)$	0,25
		Diện tích lối đi là: $750 - 594 = 156 (m^2)$	0,25
		Đôi 50 cm = 0,5 m Diện tích mỗi viên gạch là: $0,5.0,5 = 0,25 (m^2)$	0,25
		Bác An cần số viên gạch để lát kín lối đi là: $156 : 0,25 = 624$ (viên gạch)	0,25
		Số tiền bác An cần dùng để mua gạch lát kín lối đi là: $624.14000 = 8736000$ (đồng)	0,25
		Vậy số tiền bác An dùng để mua gạch lát kín lối đi là 8736000 đồng.	0,25
2a (1,5 đ)		Vẽ hình đúng 	0,5
		Vì điểm O nằm giữa hai điểm A và B nên $OA + OB = AB$	0,5
		$\Rightarrow 3 + 4 = AB$	0,25
		$\Rightarrow AB = 7 (cm)$	0,25
2b (2,0 đ)		Nếu lấy thêm 197 điểm phân biệt không trùng với các điểm A, O, B trên đường thẳng xy thì trên đường thẳng xy có tất cả $197 + 3 = 200$ (điểm)	0,5
		Mỗi điểm nằm trên đường thẳng xy cho 2 tia phân biệt	0,25
		Mà có 200 điểm phân biệt trên đường thẳng xy Nên có tất cả $200 \cdot 2 = 400$ (tia)	0,25
		Chọn 1 điểm bất kì trên đường thẳng xy, điểm này cùng với 199 điểm còn lại được 199 đoạn thẳng	0,25
		Làm như vậy với tất cả 200 điểm ta được 199.200 (đoạn thẳng)	0,25
		Nhưng làm như vậy mỗi đoạn thẳng được tính 2 lần, do đó số đoạn thẳng thực tế là $\frac{199.200}{2} = 19900$ (đoạn thẳng)	0,5
5 (1,5 đ)		Tìm số tự nhiên có 3 chữ số \overline{abc} biết $\overline{abc} = (a + b + c)^3$	
		Vì \overline{abc} là số tự nhiên có 3 chữ số nên a, b, c là chữ số, $a \neq 0$ $\overline{abc} = (a + b + c)^3$	
		$100a + 10b + c = (a + b + c)^3$	
		$a + 99a + b + 9b + c = (a + b + c)^3$	
		$(a + b + c) + 9(11a + b) = (a + b + c)^3$ (1) Đặt $a + b + c = m$ ($m \in \mathbb{N}^*$)	0,25

<p>Khi đó (1) trở thành $m + 9(11a + b) = m^3$ $9(11a + b) = m^3 - m$ $9(11a + b) = m(m - 1)(m + 1)$ $m(m - 1)(m + 1) : 9$</p>	
<p>Ta có $100 \leq \overline{abc} < 1000 \Rightarrow 4^3 < m^3 < 10^3$ Do đó $4 < m < 10$ (1)</p>	0,25
<p>Lập luận suy ra bài toán có 3 trường hợp +) TH1: Khi $m - 1$ chia hết cho 9 Mà $4 < m < 10 \Rightarrow 3 < m - 1 < 9$ Do đó không tìm được $m - 1$ chia hết cho 9 suy ra không tìm được m</p>	0,25
<p>+) TH2: Khi m chia hết cho 9 Do $4 < m < 10$ mà $m : 9 \Rightarrow m = 9$ (1) Với $m = 9$ ta có $m^3 = 9^3 = 729 = \overline{abc} = 729 \Rightarrow a = 7, b = 2, c = 9$ $\Rightarrow a + b + c = 7 + 2 + 9 = 18 \Rightarrow m = 18$ do đó mâu thuẫn với (1) Suy ra không tìm được m</p>	0,25
<p>+) TH3: $m + 1$ chia hết cho 9 Do $4 < m < 10 \Rightarrow 5 < m + 1 < 11$ mà $\Rightarrow m + 1 : 9 \Rightarrow m = 8$ (2) Với $m = 8 \Rightarrow m^3 = 8^3 = 512 = \overline{abc} = 512 \Rightarrow a = 5, b = 1, c = 2$ $\Rightarrow a + b + c = 5 + 1 + 2 = 8 \Rightarrow m = 8$ thoả mãn (2) Xác định số $\overline{+abc} = 512$</p>	0,25
<p>Vậy $\overline{abc} = 512$</p>	0,25