

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN  
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)  
Ngày thi: 18/3/2023

**Bài 1. (6,0 điểm)**

1. Giải phương trình:  $2\cos^2 x + 10\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3}\sin 2x + 5 = 0.$

2. Tìm tất cả các đa thức với hệ số thực  $P(x)$  thỏa mãn phương trình:

$$(x-2)(x-4)P(x) = x(x+2)P(x-2)$$

**Bài 2. (3,5 điểm)**

Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi:  $u_1 = 1; u_2 = 4; u_{n+2} = 7u_{n+1} - u_n - 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Chứng minh mọi số hạng  $u_n$  của dãy đều là số chính phương.

**Bài 3. (3,5 điểm)**

Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập  $S$ . Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 45.

**Bài 4. (3,5 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$ . Một đường tròn tâm  $J$  tiếp xúc với hai cạnh  $CA, CB$  lần lượt tại  $D, E$  và tiếp xúc trong với đường tròn  $(O)$  tại  $F$ . Gọi  $P, Q$  lần lượt là giao điểm thứ hai của  $FD, FE$  với đường tròn  $(O)$ . Chứng minh rằng các đường thẳng  $AQ, BP, DE$  đồng quy tại tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

**Bài 5. (3,5 điểm)**

Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  và  $M$  là một điểm bất kỳ thuộc miền trong tam giác  $ABC$ ,  $M$  khác  $G$  và  $MG$  không song song với cạnh nào của tam giác  $ABC$ . Đường thẳng qua  $M$  song song  $DG$  cắt các mặt phẳng  $(DBC), (DCA), (DAB)$  lần lượt ở  $A', B', C'$ .

Chứng minh rằng:  $DA' + DB' + DC' \geq 3GM$ .