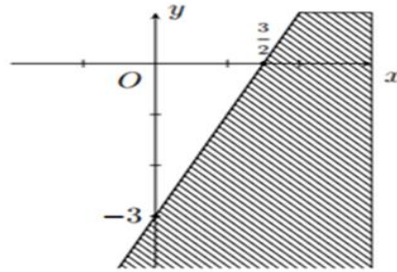


Họ, tên học sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu 1. Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề đúng?A. " $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ ". B. " $\forall x \in \mathbb{N} : x : 3$ ". C. " $\forall x \in \mathbb{R} : -x^2 < 0$ ". D. " $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$ ".**Câu 2.** Miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây được biểu diễn bởi nửa mặt phẳng không bị gạch trong hình vẽ sau?A. $2x - y \leq 3$. B. $x - y \geq 3$. C. $2x - y \geq 3$. D. $2x + y \geq 3$.**Câu 3.** Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, AC . Có bao nhiêu véc tơ khác $\vec{0}$ cùng phương với \vec{MN} có điểm đầu và cuối lấy trong các điểm đã cho?

A. 5. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (x - 1; y + 2)$ và $\vec{b} = (1; -3)$. Khi đó $\vec{a} = \vec{b}$ khi và chỉ khiA. $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$.**Câu 5.** Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{5 - 2x}{x - 1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?A. $(4; -1)$. B. $(-2; -3)$. C. $(-1; 3)$. D. $(2; 1)$.**Câu 6.** Hàm số $y = -3x^2 + x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?A. $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{6}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{6}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{6}\right)$.**Câu 7.** Giá trị nguyên dương lớn nhất của x để hàm số $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$ xác định là?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2; 4); B(-6; 1)$ là:A. $3x + 4y - 10 = 0$. B. $3x - 4y + 22 = 0$.C. $3x - 4y + 8 = 0$. D. $3x - 4y - 22 = 0$.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , có bao nhiêu cặp đường thẳng song song trong các đường thẳng sau?

$$(d_1): y = -\frac{1}{\sqrt{2}}x - 2;$$

$$(d_2): y = -\frac{1}{2}x + 3;$$

$$(d_3): y = \frac{1}{2}x + 3;$$

$$(d_4): y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x - 2$$

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 10. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$ tại tiếp điểm $A(-1; 0)$ là

A. $4x + 3y + 4 = 0.$

B. $3x + 4y + 3 = 0.$

C. $3x - 4y + 3 = 0.$

D. $-3x + y + 22 = 0.$

Câu 11. Số các tập hợp con có 3 phần tử có chứa a, b của tập hợp $C = \{a; b; c; d; e; f; g\}$ là:

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3.$

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2.$

C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4.$

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0.$

Câu 13. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

A. $-\frac{25}{3}.$

B. $-\frac{11}{13}.$

C. $-\frac{11}{3}.$

D. $-\frac{25}{13}.$

Câu 14. Cho tam giác ABC có $b + c = 2a$. Trong đó R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC đẳng thức nào sau đây là **đúng**?

A. $c = \frac{3rR}{b}.$

B. $c = \frac{4Rr}{b}.$

C. $c = \frac{6rR}{b}.$

D. $c = \frac{8Rr}{b}.$

Câu 15. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là a . O là giao điểm của hai đường chéo. Tính $|\overline{OA} - \overline{CB}|$

A. $a\sqrt{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

D. $a\sqrt{2}$

Câu 16. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho các điểm $A(4; 2), B(-2; 1), C(0; 3), M(-3; 7)$. Giả sử $\overline{AM} = x\overline{AB} + y\overline{AC}$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $x + y$ bằng

A. $\frac{12}{5}.$

B. 5.

C. $-\frac{12}{5}.$

D. -5.

Câu 17. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , cạnh $3a$ và $\angle ABC = 60^\circ$. Tính \overline{ACDA} .

A. $-\frac{3a^2}{2}.$

B. $-9a^2.$

C. $-\frac{9a^2}{4}.$

D. $-\frac{9a^2}{2}.$

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1}} - 4$ là $(a; b]$ với a, b là các số thực. Tính tổng $a + b$.

A. $a + b = -8.$

B. $a + b = -10.$

C. $a + b = 8.$

D. $a + b = 10.$

Câu 19. Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

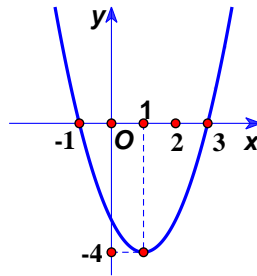
A. $y = -x^2 + 3x + 2.$

B. $y = -x^2 - 3x - 2.$

C. $y = x^2 - 3x + 2.$

D. $y = -x^2 + 3x - 2.$

Câu 20. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $2f(x) - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $m > -4.$

B. $m \geq -4.$

C. $m > -8.$

D. $m < -4.$

Câu 21. Tập hợp các giá trị của tham số m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ không âm với mọi x là

A. $m > 28.$

B. $0 \leq m \leq 28$

C. $m < 1..$

D. $0 < m < 28.$

Câu 22. Gọi S là tập hợp các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - x - 2} = \sqrt{2x^2 + x - 1}$. Tổng các phần tử của S là:

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. -1.

Câu 23. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;4)$, $B(5;0)$ và $C(2;1)$. Trung tuyến BM của tam giác đi qua điểm N có hoành độ bằng 20 thì tung độ bằng

A. -12.

B. $-\frac{25}{2}.$

C. -13.

D. $-\frac{27}{2}.$

Câu 24. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d: (m-1)x + y + m = 0$ và $\Delta: 6x + my + 9 = 0$. Nếu m_0 là giá trị của tham số m để d song song với Δ thì m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;4)$.

B. $(-2;10)$.

C. $(3;15)$.

D. $(-10;2)$.

Câu 25. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;-2)$, $B(1;2)$ và $C(5;2)$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $x^2 + y^2 - 3x + 2y + 1 = 0.$

B. $x^2 + y^2 - 3x + 1 = 0.$

C. $x^2 + y^2 - 6x - 1 = 0.$

D. $x^2 + y^2 - 6x + 1 = 0.$

Câu 26. Cho hai tập hợp $A = [-3; -1] \cup [2; 4]$, $B = (m-1; m+2)$. Tập tất cả các giá trị của tham số m để $A \cap B \neq \emptyset$ là

A. $|m| < 5$ và $m \neq 0.$

B. $|m| > 5.$

C. $1 \leq m \leq 3.$

D. $m > 0.$

Câu 27. Giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ với điều kiện

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases} \text{ là}$$

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 12.

Câu 28. Tam giác ABC có $AB = 2$, $BC = 4$, $AC = 3$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A .

- A. $\frac{3\sqrt{6}}{5}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. C. $\frac{3\sqrt{9}}{5}$. D. $\frac{6\sqrt{3}}{5}$.

Câu 29. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AB và CD sao cho $AB = 3AM$, $CD = 2CN$ và G là trọng tâm tam giác MNB . Phân tích các vectơ \overrightarrow{AG} qua các vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} ta được kết quả $\overrightarrow{AG} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$, hãy chọn đáp án đúng?

- A. $m - n = -\frac{1}{18}$. B. $m - n = -\frac{1}{6}$. C. $m - n = -\frac{1}{8}$. D. $m - n = \frac{1}{6}$.

Câu 30. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(3;2)$, $B(4;3)$, $C(-1;3)$.

Điểm N nằm trên tia BC . Biết điểm $M(x_0; y_0)$ là đỉnh thứ 4 của hình thoi $ABNM$. Giá trị của x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(0;1)$ B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ C. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ D. $(2;3)$

Câu 31. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$.

Gọi $H(a;b)$ là trực tâm tam giác đã cho. Giá trị của biểu thức $a+6b$ bằng

- A. $a+6b=5$ B. $a+6b=6$ C. $a+6b=7$ D. $a+6b=8$

Câu 32. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^2 + m - 1x + 2$ nghịch biến trên khoảng $1;2$ là

- A. $m < 5$. B. $m > 5$. C. $m < 3$. D. $m > 3$.

Câu 33. Cho parabol $(P): y = x^2 + 2x - 5$ và đường thẳng $d: y = 2mx + 2 - 3m$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên phải của trục tung là

- A. $1 < m < \frac{7}{3}$. B. $m > 1$. C. $m > \frac{7}{3}$. D. $m < 1$

Câu 34. Có nhiều nhất bao nhiêu số nguyên của tham số m thuộc nửa khoảng $[-2017;2017)$ để phương trình $\sqrt{2x^2 - x - 2m} = x - 2$ có nghiệm.

- A. 2014. B. 2021. C. 2013. D. 2020.

Câu 35. Cho bất phương trình $(m^2 - 4)x^2 + (m - 2)x + 1 < 0$. Tập tất cả các giá trị của tham số m làm cho bất phương trình vô nghiệm có dạng $(-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Giá trị của ab bằng

- A. $-\frac{20}{3}$. B. 4. C. -4. D. $\frac{20}{3}$.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên không dương của tham số m để phương trình $\sqrt{2x+m} = x - 1$ có nghiệm duy nhất?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 37. Tìm các giá trị của m để phương trình $2\sqrt{x+1} = x + m$ có nghiệm:

- A. $m > 2$. B. $m \geq 2$. C. $m \leq 2$. D. $m < 2$.

Câu 38. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ biết phương trình cạnh $AD: x - y - 2 = 0$, điểm B nằm trên đường thẳng $d: 2x - y - 2 = 0$ và diện tích hình vuông $ABCD$ bằng 8. Viết phương trình tổng quát của AB có dạng $ax + by - 10 = 0$ biết B có hoành độ dương. Khi đó giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

- A. 5. B. -1. C. 2. D. -3.

- Câu 39.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $A(-1;2)$, $D(-2;3)$ và $I(1;1)$ là giao điểm của hai đường chéo AC , BD . Biết rằng $AB = \frac{1}{2}CD$. Phương trình đường thẳng CD đi qua điểm nào dưới đây?
- A. $N(1;2)$. B. $P(2;-2)$. C. $M(5;-1)$. D. $Q(-1;3)$.
- Câu 40.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Phương trình cạnh BC là
- A. $4x - 2y + 1 = 0$. B. $x - 2y + 14 = 0$.
C. $x + 2y - 14 = 0$ D. $x - 2y - 14 = 0$.
- Câu 41.** Cho tam giác ABC có $BC = a$; $CA = b$; $BA = c$ và diện tích là S . Biết $S = b^2 - (a - c)^2$. Giá trị của $\tan B$ là
- A. $\frac{1}{15}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{4}{15}$. D. $\frac{6}{15}$.
- Câu 42.** Cho AD và BE là hai phân giác trong của tam giác ABC . Biết $AB = 4$, $BC = 5$ và $CA = 6$. Khi đó \overrightarrow{DE} bằng:
- A. $\frac{5}{9}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$. B. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{5}{9}\overrightarrow{CB}$. C. $\frac{9}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$. D. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{9}{5}\overrightarrow{CB}$.
- Câu 43.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho $A(3;-1)$, $B(-1;2)$ và $I(1;-1)$. Xác định tọa độ các điểm C , D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa độ tâm O của hình bình hành $ABCD$?
- A. $O\left(2; \frac{5}{2}\right)$. B. $O\left(-2; \frac{5}{2}\right)$. C. $O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$. D. $O\left(-2; -\frac{5}{2}\right)$.
- Câu 44.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(3;4)$, $B(2;1)$ và $C(-1;-2)$. Tọa độ điểm M trên đường thẳng BC để góc $AMB = 45^\circ$ là
- A. $M(5;4)$. B. $M(2;3)$. C. $M(-5;4)$. D. $M(2;-3)$.
- Câu 45.** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$. Biết (P) đi qua $M(4;3)$, (P) cắt tia Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho ΔMNQ có diện tích bằng 1 đồng thời hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3. Khi đó $a + b + c$ bằng
- A. $\frac{24}{5}$. B. $\frac{12}{5}$. C. 5. D. 4.
- Câu 46.** Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để $f(x) = 2x^2 - (2m+1)x + m^2 - 2m + 2 \leq 0$ với mọi $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.
- Câu 47.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(2;-1)$, $C(4;1)$. Biết tam giác ABC có diện tích bằng 6 và có trọng tâm thuộc đường thẳng $2x - y - 9 = 0$. Tọa độ điểm A là
- A. $A(6;4), A(5;7)$. B. $A(6;-3), A(18;21)$.
C. $A(3;6), A(5;7)$. D. $A(6;3), A(19;22)$.

Câu 48. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với đỉnh $A(2;4)$, trọng tâm $G\left(2;\frac{2}{3}\right)$. Biết rằng đỉnh B nằm trên đường thẳng d có phương trình $x+y+2=0$ và đỉnh C có hình chiếu vuông góc trên d là điểm $H(2;-4)$. Giả sử $B(a;b)$, khi đó $T=a-3b$ bằng

- A. $T=4$. B. $T=-2$. C. $T=2$. D. $T=0$.

Câu 49. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta:5x-2y-19=0$ và đường tròn $(C):x^2+y^2-4x-2y=0$. Từ 1 điểm M nằm trên đường thẳng Δ kẻ 2 tiếp tuyến MA,MB đến đường tròn (C) với A,B là 2 tiếp điểm. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác AMB biết $AB=\sqrt{10}$.

- A. $\left(x-\frac{195}{58}\right)^2+\left(y-\frac{35}{26}\right)^2=\frac{5}{2}$. B. $\left(x-\frac{197}{58}\right)^2+\left(y-\frac{101}{58}\right)^2=\frac{5}{2}$.
 C. $\left(x-\frac{197}{58}\right)^2+\left(y-\frac{37}{26}\right)^2=\frac{7}{2}$. D. $\left(x-\frac{195}{58}\right)^2+\left(y-\frac{35}{26}\right)^2=\frac{7}{2}$.

Câu 50. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0;9),B(3;6)$. Gọi D là miền nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y+a \leq 0 \\ 6x+3y+5a \geq 0 \end{cases}$. Tập hợp tất cả các giá trị của a để $AB \subset D$ là

- A. $\left[-\frac{27}{5};0\right]$. B. $\left[0;\frac{17}{5}\right]$. C. $\left[\frac{7}{5};\frac{27}{5}\right]$. D. $\left[\frac{20}{7};\frac{39}{5}\right]$.

.....**HẾT**.....

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	C	C	B	A	A	B	D	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	C	C	C	A	D	D	D	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	D	B	D	D	A	C	A	A	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	C	C	A	A	B	C	C	C	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	C	A	A	B	B	C	B	A

Hướng dẫn một số câu

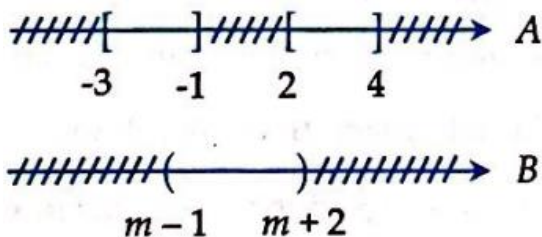
Câu 26. Cho hai tập hợp $A = [-3; -1] \cup [2; 4]$, $B = (m-1; m+2)$. Tập tất cả các giá trị của m để

$A \cap B \neq \emptyset$ là

- A. $|m| < 5$ và $m \neq 0$. B. $|m| > 5$. C. $1 \leq m \leq 3$. D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn A



Ta đi tìm m để $A \cap B = \emptyset$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+2 \leq -3 \\ m-1 \geq 4 \\ -1 \leq m-1 \\ m+2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq 5 \\ m = 0 \end{cases} \Rightarrow A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m < 5 \\ m \neq 0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} |m| < 5 \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Câu 27. Giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$ là

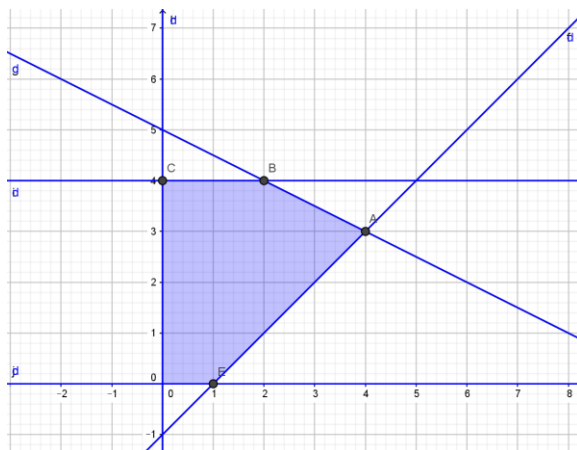
- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Lời giải

Vẽ đường thẳng $d_1 : x - y - 1 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0; -1)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2 : x + 2y - 10 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0; 5)$ và $(2; 4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3 : y = 4$.



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCOE$ với $A(4; 3), B(2; 4), C(0; 4), E(1; 0)$.

Ta có: $F(4; 3) = 10$, $F(2; 4) = 10$, $F(0; 4) = 8$, $F(1; 0) = 1$, $F(0; 0) = 0$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ bằng 10.

Câu 28. Tam giác ABC có $AB = 2$, $BC = 4$, $AC = 3$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A .

A. $\frac{3\sqrt{6}}{5}$.

B. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

C. $\frac{3\sqrt{9}}{5}$.

D. $\frac{6\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi D là chân đường phân giác trong góc A . Ta có: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{DB}{BC} = \frac{2}{5} \Rightarrow DB = \frac{8}{5}$.

Theo định lý cosin và hệ quả của nó: $\cos B = \frac{BC^2 + BA^2 - AC^2}{2 \cdot BC \cdot BA} = \frac{4^2 + 2^2 - 3^2}{2 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{11}{16}$.

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos B = 2^2 + \left(\frac{8}{5}\right)^2 - 2 \cdot 2 \cdot \frac{8}{5} \cdot \frac{11}{16} = \frac{54}{25} \Rightarrow AD = \frac{3\sqrt{6}}{5}.$$

Câu 29. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AB và CD sao cho $AB = 3AM$, $CD = 2CN$ và G là trọng tâm tam giác MNB . Phân tích các vectơ \overrightarrow{AG} qua các vectơ \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} ta được kết quả $\overrightarrow{AG} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$, hãy chọn đáp án đúng?

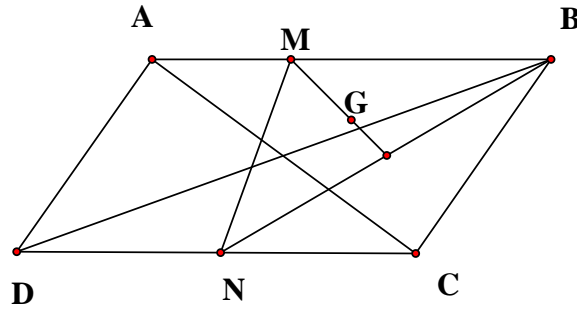
A. $m - n = -\frac{1}{18}$.

B. $m - n = -\frac{1}{6}$.

C. $m - n = -\frac{1}{8}$.

D. $m - n = \frac{1}{6}$.

Lời giải



Do G là trọng tâm tam giác MNB nên ta có:

$$3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}.$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AG} = \frac{5}{18}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \text{ và } m = \frac{5}{18}, n = \frac{1}{3} \Rightarrow m - n = -\frac{1}{18}.$$

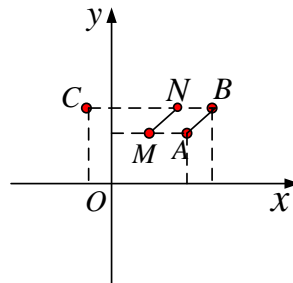
Câu 30. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(3;2)$, $B(4;3)$, $C(-1;3)$.

Điểm N nằm trên tia BC . Biết điểm $M(x_0; y_0)$ là đỉnh thứ 4 của hình thoi $ABNM$. Giá trị của x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(0;1)$ B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ C. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ D. $(2;3)$

Lời giải

Chọn C



B, C thuộc đường thẳng $y = 3$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;1)$, $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2}$, $N \in$ tia BC nên $N(x_N; 3)$, $\overrightarrow{BN} = (x_N - 4; 0)$.

Vì $ABNM$ là hình thoi $N \in$ tia BC nên $AB = BN \Rightarrow |x_N - 4| = \sqrt{2} \Rightarrow x_N = 4 - \sqrt{2}$.

$$\overrightarrow{AM} = (x_0 - 3; y_0 - 2) = \overrightarrow{BN} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 3 = 3 - \sqrt{2} \\ y_0 - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow x_0 \in (1,58; 1,59).$$

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3;0)$, $B(3;0)$ và $C(2;6)$. Gọi

$H(a;b)$ là trực tâm tam giác đã cho. Tính $a+6b$?

- A. $a+6b=5$ B. $a+6b=6$ C. $a+6b=7$ D. $a+6b=8$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AH} = (a+3;b)$, $\overrightarrow{BC} = (-1;6)$, $\overrightarrow{BH} = (a-3;b)$, $\overrightarrow{AC} = (5;6)$.

$$\begin{aligned} \text{Vì } H \text{ là trực tâm } \triangle ABC \text{ nên } \begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \cdot (a+3) + 6b = 0 \\ 5 \cdot (a-3) + 6b = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -a + 6b = 3 \\ 5a + 6b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow a + 6b = 7. \end{aligned}$$

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^2 + m - 1x + 2$ nghịch biến trên khoảng $1; 2$.

A. $m < 5$.

B. $m > 5$.

C. $m < 3$.

D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn C

Với mọi $x_1 \neq x_2$, ta có

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{[-x_1^2 + m - 1x_1 + 2] - [-x_2^2 + m - 1x_2 + 2]}{x_1 - x_2} = -x_1 - x_2 + m - 1.$$

Để hàm số nghịch biến trên $1; 2 \Leftrightarrow -x_1 - x_2 + m - 1 < 0$, với mọi $x_1, x_2 \in 1; 2$

$$\Leftrightarrow m < x_1 + x_2 + 1, \text{ với mọi } x_1, x_2 \in 1; 2 \Leftrightarrow m < 1 + 1 + 1 = 3$$

Câu 33. Cho parabol $(P): y = x^2 + 2x - 5$ và đường thẳng $d: y = 2mx + 2 - 3m$. Tìm tất cả các giá trị m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên phải của trục tung.

A. $1 < m < \frac{7}{3}$.

B. $m > 1$.

C. $m > \frac{7}{3}$.

D. $m < 1$

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$x^2 + 2x - 5 = 2mx + 2 - 3m \Leftrightarrow x^2 + 2(1-m)x - 7 + 3m = 0 \quad (*)$$

(P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên phải của trục tung khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ \frac{-b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-m)^2 + 7 - 3m > 0 \\ -2(1-m) > 0 \\ -7 + 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 5m + 8 > 0 \\ 1 - m < 0 \\ 3m - 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m > \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{7}{3}.$$

Vậy $m > \frac{7}{3}$.

Câu 34. Có nhiều nhất bao nhiêu số nguyên m thuộc nửa khoảng $[-2017; 2017)$ để phương trình $\sqrt{2x^2 - x - 2m} = x - 2$ có nghiệm:

A. 2014.

B. 2021.

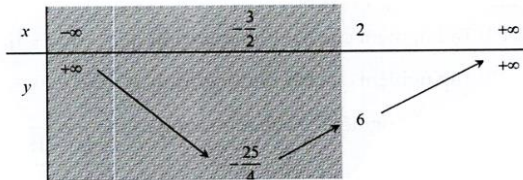
C. 2013.

D. 2020.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^2 - x - 2m = x^2 - 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + 3x - 4 = 2m \end{cases}$



Để phương trình đã cho có nghiệm điều kiện là $2m \geq 6 \Leftrightarrow m \geq 3$. Mà $m \in [-2017; 2017)$ suy ra $3 \leq m < 2017$.

Vậy có nhiều nhất 2014 số nguyên thuộc nửa khoảng $[3; 2017)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 35. Cho bất phương trình $(m^2 - 4)x^2 + (m - 2)x + 1 < 0$. Tập tất cả các giá trị của tham số m làm cho bất phương trình vô nghiệm có dạng $(-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Tính giá trị của ab .

A. $-\frac{20}{3}$.

B. 4.

C. -4.

D. $\frac{20}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Xét bất phương trình $(m^2 - 4)x^2 + (m - 2)x + 1 < 0$

- Trường hợp 1: $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$

- Với $m = 2$ thì (1) $\Leftrightarrow 1 < 0$: vô nghiệm. Vậy $m = 2$ thỏa mãn.

- Với $m = -2$ thì (1) $\Leftrightarrow -4x + 1 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{4}$. Vậy $m = -2$ không thỏa mãn.

- Trường hợp 2: $m \neq \pm 2$

Bất phương trình (1) vô nghiệm $\Leftrightarrow (m^2 - 4)x^2 + (m - 2)x + 1 \geq 0 \quad \forall x \in R$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = m^2 - 4 > 0 \\ \Delta = (m - 2)^2 - 4(m^2 - 4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ m > 2 \end{cases}$$

Từ hai trường hợp trên ta có $m \in \left(-\infty; -\frac{10}{3}\right] \cup [2; +\infty)$. Vậy $a \cdot b = -\frac{20}{3}$.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên không dương của tham số m để phương trình $\sqrt{2x+m} = x-1$ có nghiệm duy nhất?

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{2x+m} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x+m = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 4x + 1 - m = 0(*) \end{cases}$$

Phương trình có nghiệm duy nhất khi hệ có nghiệm duy nhất.

Xét $x^2 - 4x + 1 - m = 0; \Delta' = 3 + m$

TH1: $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -3$ thì (*) có nghiệm kép $x = 2 \geq 1$ (thỏa).

TH2: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -3$ thì phương trình có nghiệm duy nhất khi (*) có 2 nghiệm thỏa

$$x_1 < 1 < x_2 \Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow 1 - m - 4 + 1 < 0 \Leftrightarrow m > -2. \text{ Vì } m \text{ không dương nên } m \in \{-3; -1; 0\}.$$

Câu 37. Tìm các giá trị của m để phương trình $2\sqrt{x+1} = x+m$ có nghiệm:

A. $m > 2$.

B. $m \geq 2$.

C. $m \leq 2$.

D. $m < 2$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình (1) tương đương: $\begin{cases} x+m \geq 0 \\ 4(x+1) = x^2 + 2mx + m^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -m \\ x^2 + 2(m-2)x + m^2 - 4 = 0(2) \end{cases}$$

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (2) có ít nhất một nghiệm lớn hơn hoặc bằng $-m$.

Xét phương trình (2) có: $\Delta' = 8 - 4m$.

Phương trình (2) có nghiệm khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Khi đó phương trình (2) có hai nghiệm là: $\begin{cases} x_1 = 2 - m - \sqrt{8 - 4m} \\ x_2 = 2 - m + \sqrt{8 - 4m} \end{cases}$

Nhận xét: $x_2 = 2 - m + \sqrt{8 - 4m} > -m$ với mọi $m \leq 2$.

Suy ra với mọi $m \leq 2$ thì phương trình (2) luôn có ít nhất một nghiệm lớn hơn $-m$.

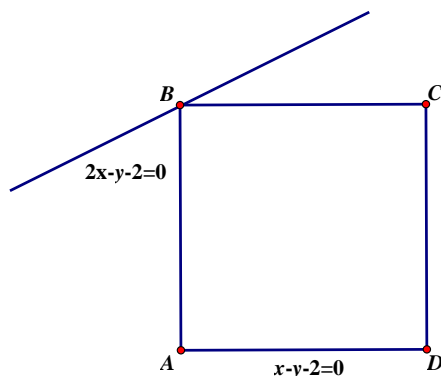
Vậy các giá trị m cần tìm là: $m \leq 2$.

Câu 38. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ biết phương trình cạnh $AD: x - y - 2 = 0$, điểm B nằm trên đường thẳng $d: 2x - y - 2 = 0$ và diện tích hình vuông $ABCD$ bằng 8. Viết phương trình tổng quát của AB có dạng $ax + by - 10 = 0$ biết B có hoành độ dương. Khi đó giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

- A. 5. B. -1. C. 2. D. -3.

Lời giải

Chọn C



Vì diện tích hình vuông $ABCD$ bằng 8 nên $AB = 2\sqrt{2}$

Đặt $B(t; 2t - 2) \in d$ với $t > 0$.

$$\text{Ta có } d(B; AD) = AB = \frac{|t - 2t + 2 - 2|}{\sqrt{2}} = \frac{|t|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -4(\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy $B(4, 6)$

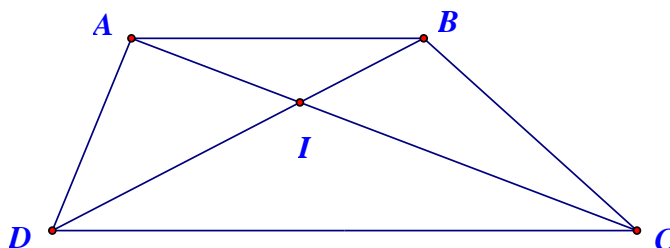
Phương trình đường thẳng $AB: x + y - 10 = 0$

Câu 39. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $A(-1; 2)$, $D(-2; 3)$ và $I(1; 1)$ là giao điểm của hai đường chéo AC , BD . Biết rằng $AB = \frac{1}{2}CD$. Phương trình đường thẳng CD đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $N(1; 2)$. B. $P(2; -2)$. C. $M(5; -1)$. D. $Q(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AB \parallel CD$ nên $\frac{IC}{IA} = \frac{ID}{IB} = \frac{CD}{AB} = 2$ (định lý Ta-lét).

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{BI} \Leftrightarrow \begin{cases} -2-1 = 2(1-x_B) \\ 3-1 = 2(1-y_B) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = \frac{5}{2} \\ y_B = 0 \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{5}{2}; 0\right).$$

Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{7}{2}; -2\right) \Rightarrow$ đường thẳng DC có vector chỉ phương $\vec{u} = (7; -4)$

Khi đó đường thẳng DC đi qua điểm $D(-2; 3)$ nhận $\vec{n} = (4; 7)$ làm vector pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của đường thẳng $DC: 4(x+2) + 7(y-3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 7y - 13 = 0$.

Vậy đường thẳng DC đi qua điểm $M(5; -1)$.

Câu 40. Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1; 1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Phương trình cạnh BC là

A. $4x - 2y + 1 = 0$. **B.** $x - 2y + 14 = 0$. **C.** $x + 2y - 14 = 0$ **D.** $x - 2y - 14 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A = AB \cap AC$ suy ra tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 5x - 2y = -6 \\ 4x + 7y = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } A(0; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (1; -2).$$

Ta có $BH \perp AC \Rightarrow BH$ có VTPT là $\vec{n} = (7, -4)$. Suy ra $BH: 7x - 4y - 3 = 0$.

Mà $B = AB \cap BH$ suy ra tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 5x - 2y = -6 \\ 7x - 4y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -\frac{19}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } B\left(-5; -\frac{19}{2}\right).$$

Phương trình BC nhận $\overrightarrow{AH} = (1; -2)$ là VTPT và qua $B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$.

Suy ra $BC: (x+5) - 2\left(y + \frac{19}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 14 = 0$.

Câu 41. Cho tam giác ABC có $BC = a; CA = b; BA = c$ và diện tích là S . Biết $S = b^2 - (a - c)^2$. Giá trị của $\tan B$ là

A. $\frac{1}{15}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{4}{15}$. **D.** $\frac{6}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S = b^2 - (a - c)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}ac \sin B = a^2 + c^2 - 2accosB - a^2 - c^2 + 2ac$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}ac \sin B = 2ac(1 - \cos B) \Leftrightarrow \sin B = 4(1 - \cos B) \Leftrightarrow \cos B = 1 - \frac{1}{4} \sin B (*)$$

$$\text{Mặt khác: } \sin^2 B + \cos^2 B = 1 \Leftrightarrow \sin^2 B + \left(1 - \frac{1}{4} \sin B\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{17}{16} \sin^2 B - \frac{1}{2} \sin B = 0$$

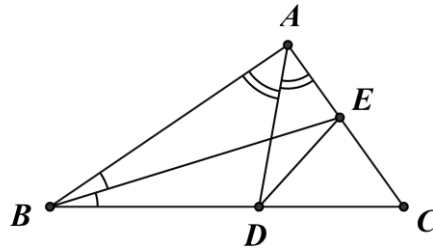
$$\Leftrightarrow \sin B = \frac{8}{17} (\text{do } \sin B > 0) \text{ Kết hợp với } (*) \text{ ta được } \cos B = \frac{15}{17} \Rightarrow \tan B = \frac{8}{15}.$$

Câu 42. Cho AD và BE là hai phân giác trong của tam giác ABC . Biết $AB = 4$, $BC = 5$ và $CA = 6$. Khi đó \overrightarrow{DE} bằng:

- A. $\frac{5}{9}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$. B. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{5}{9}\overrightarrow{CB}$. C. $\frac{9}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}$. D. $\frac{3}{5}\overrightarrow{CA} - \frac{9}{5}\overrightarrow{CB}$.

Lời giải

Chọn A



$$AD \text{ là phân giác trong của tam giác } ABC \text{ nên } \frac{CD}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{4} \Rightarrow \frac{CD}{CD+DB} = \frac{6}{6+4}$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{6}{10} \Rightarrow \overrightarrow{CD} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}. \text{ Tương tự: } \frac{CE}{CA} = \frac{5}{9} \Rightarrow \overrightarrow{CE} = \frac{5}{9}\overrightarrow{CA}.$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CD} = \frac{5}{9}\overrightarrow{CA} - \frac{3}{5}\overrightarrow{CB}.$$

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Xác định tọa độ các điểm C , D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa tâm O của hình bình hành $ABCD$?

- A. $O\left(2; \frac{5}{2}\right)$. B. $O\left(-2; \frac{5}{2}\right)$. C. $O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$. D. $O\left(-2; -\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Vì } I \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \Rightarrow x_C = 3x_I - x_A - x_B = 1$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \Rightarrow y_C = 3y_I - y_A - y_B = -4. \text{ Suy ra } C(1; -4)$$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-3=1-x_D \\ 2+1=-4-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=5 \\ y_D=-7 \end{cases} \Rightarrow D(5;-7)$$

Điểm O của hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm AC do đó

$$x_o = \frac{x_A + x_C}{2} = 2, y_o = \frac{y_A + y_C}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$$

Câu 44. Cho ba điểm $A(3;4)$, $B(2;1)$ và $C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC để góc $AMB = 45^\circ$.

- A.** $M(5;4)$. **B.** $M(2;3)$. **C.** $M(-5;4)$. **D.** $M(2;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $M(x; y)$ suy ra $\overline{MA} = (3-x; 4-y)$, $\overline{MB} = (2-x; 1-y)$, $\overline{BC} = (-3; -3)$.

Vì $AMB = 45^\circ$ suy ra $|\cos AMB| = |\cos(\overline{MA}; \overline{BC})|$

$$\Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{|\overline{MA} \cdot \overline{BC}|}{|\overline{MA}| \cdot |\overline{BC}|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|-3(3-x) - 3(4-y)|}{\sqrt{(3-x)^2 + (4-y)^2} \sqrt{9+9}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(3-x)^2 + (4-y)^2} = |x+y-7| \quad (*)$$

Mặt khác M thuộc đường thẳng BC nên hai vectơ \overline{MB} , \overline{BC} cùng phương.

Suy ra $\frac{2-x}{-3} = \frac{1-y}{-3} \Leftrightarrow x = y+1$ thế vào (*) ta được:

$$\sqrt{(2-y)^2 + (4-y)^2} = |2y-6| \Leftrightarrow y^2 - 6y + 8 = 0 \Leftrightarrow y = 2 \text{ hoặc } y = 4.$$

+ Với $y = 2 \Rightarrow x = 3$, ta có

$$\overline{MA} = (0; 2), \overline{MB} = (-1; -1) \Rightarrow \cos AMB = \cos(\overline{MA}; \overline{MB}) = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Khi đó $AMB = 135^\circ$ (không thỏa mãn).

+ Với $y = 4 \Rightarrow x = 5$, $\overline{MA} = (-2; 0)$, $\overline{MB} = (-3; -3) \Rightarrow \cos AMB = \cos(\overline{MA}; \overline{MB}) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

Khi đó $AMB = 45^\circ$.

Vậy $M(5;4)$ là điểm cần tìm.

Câu 45. Cho parabol $(P): y = f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$. Biết (P) đi qua $M(4;3)$, (P) cắt tia Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho ΔMNQ có diện tích bằng 1 đồng thời hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $\frac{24}{5}$.

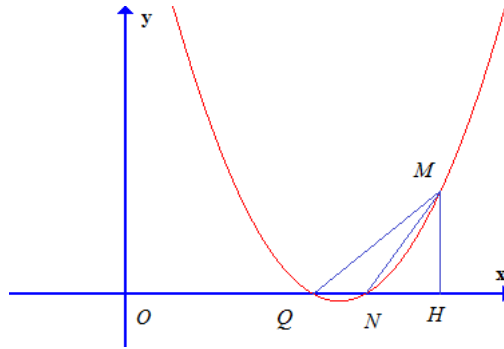
B. $\frac{12}{5}$.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn A



Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox .

Ta có $S_{MNQ} = \frac{1}{2} MH \cdot NQ = \frac{1}{2} \cdot y_M \cdot (x_N - x_Q) = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (3 - x_Q) = 1 \Rightarrow x_Q = \frac{7}{3}$ nên $Q\left(\frac{7}{3}; 0\right)$.

Ta thu được: $M(4;3), N(3;0), Q\left(\frac{7}{3}; 0\right) \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} 16a + 4b + c = 3 \\ 9a + 3b + c = 0 \\ \frac{49}{9}a + \frac{7}{3}b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{5} \\ b = \frac{-48}{5} \\ c = \frac{63}{5} \end{cases}$.

Câu 46. Gọi S là tập các giá trị nguyên của m để $f(x) = 2x^2 - (2m+1)x + m^2 - 2m + 2 \leq 0$ với mọi $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Do $a = 2 > 0 \Rightarrow$ không tồn tại m để $f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$f(x) = 2x^2 - (2m+1)x + m^2 - 2m + 2$, có $\Delta = -4m^2 + 20m - 15$

Xét $\Delta > 0 \Leftrightarrow m \in \left(\frac{5 - \sqrt{10}}{2}; \frac{5 + \sqrt{10}}{2}\right)$, khi đó $f(x)$ có hai nghiệm

$$x_1 = \frac{2m+1-\sqrt{\Delta}}{4}, x_2 = \frac{2m+1+\sqrt{\Delta}}{4} \quad (x_1 < x_2).$$

Và $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [x_1; x_2]$.

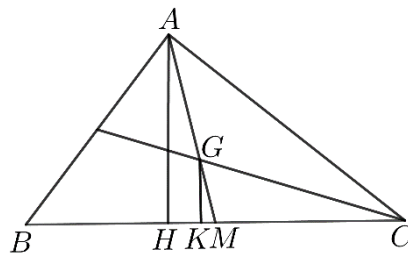
$$\text{Do đó yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow x_1 \leq \frac{1}{2} < 1 \leq x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2.f\left(\frac{1}{2}\right) \leq 0 \\ 2.f(1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f\left(\frac{1}{2}\right) \leq 0 \\ f(1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2.\left(\frac{1}{2}\right)^2 - (2m+1).\frac{1}{2} + m^2 - 2m + 2 \leq 0 \\ 2.1^2 - (2m+1).1 + m^2 - 2m + 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 \leq 0 \\ m^2 - 4m + 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m \leq 2 \\ 1 \leq m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Vì m nguyên ta suy ra $S = \{1; 2\}$, tổng các phần tử của S là 3.

Câu 47. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $B(2; -1)$, $C(4; 1)$. Biết tam giác ABC có diện tích bằng 6 và có trọng tâm thuộc đường thẳng $2x - y - 9 = 0$. Tọa độ điểm A là
A. $A(6; 4)$, $A(5; 7)$. **B.** $A(6; -3)$, $A(18; 21)$. **C.** $A(3; 6)$, $A(5; 7)$. **D.** $A(6; 3)$, $A(19; 22)$.

Lời giải



Từ giả thiết suy ra $BC = 2\sqrt{2}$ và phương trình của đường thẳng chứa cạnh BC là: $x - y - 3 = 0$.

Dựng $AH \perp BC$ và $GK \perp BC$. Ta có $GK = \frac{1}{3}AH$.

Diện tích tam giác ABC bằng 6 nên có $AH = \frac{2S_{ABC}}{BC} = 3\sqrt{2} \Rightarrow GK = \frac{1}{3}AH = \sqrt{2}$.

Điểm $G \in d: x + y - 5 = 0 \Rightarrow G(x_G; 2x_G - 9)$.

$$GK = \sqrt{2} \Rightarrow d(G, BC) = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{|x_G - y_G + 1|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |x_G - (2x_G - 9) - 3| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 4 \\ x_G = 8 \end{cases}$$

+) Với $G(4; -1)$ ta tìm được điểm $A(6; -3)$. +) Với $G(8; 7)$ ta tìm được điểm $A(18; 21)$

Câu 48. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với đỉnh $A(2; 4)$, trọng tâm $G\left(2; \frac{2}{3}\right)$.

Biết rằng đỉnh B nằm trên đường thẳng d có phương trình $x + y + 2 = 0$ và đỉnh C có hình chiếu vuông góc trên d là điểm $H(2; -4)$. Giả sử $B(a; b)$, khi đó $T = a - 3b$ bằng

A. $T = 4$.

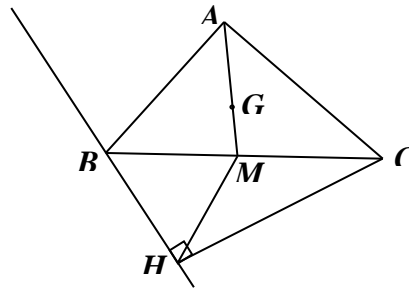
B. $T = -2$.

C. $T = 2$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Ta có

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 2 = \frac{3}{2}(2 - 2) \\ y_M - 4 = \frac{3}{2}\left(\frac{2}{3} - 4\right) \end{cases}, \text{ suy ra } M(2; -1).$$

$\overrightarrow{HM} = (0; 3)$ suy ra HM không vuông góc với d nên B không trùng với H .

$$B(a; b) \in d \Rightarrow b = -a - 2.$$

Tam giác BHC vuông tại H và HM là trung tuyến nên ta có

$$MB = MH \Leftrightarrow a - 2^2 + a + 1^2 = 9 \Leftrightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

Suy ra $B(-1; -1)$ và $T = a - 3b = 2$.

Câu 49. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta: 5x - 2y - 19 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Từ 1 điểm M nằm trên đường thẳng Δ kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (C) với A, B là 2 tiếp điểm. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác AMB biết $AB = \sqrt{10}$.

A. $\left(x - \frac{195}{58}\right)^2 + \left(y - \frac{35}{26}\right)^2 = \frac{5}{2}$.

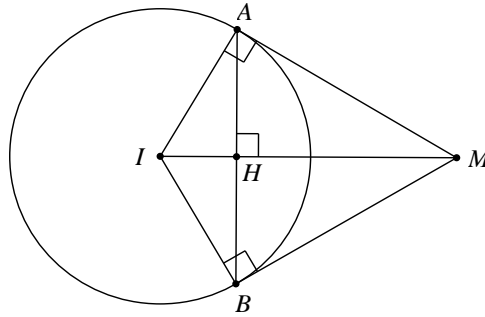
B. $\left(x - \frac{197}{58}\right)^2 + \left(y - \frac{101}{58}\right)^2 = \frac{5}{2}$.

C. $\left(x - \frac{197}{58}\right)^2 + \left(y - \frac{37}{26}\right)^2 = \frac{7}{2}$.

D. $\left(x - \frac{195}{58}\right)^2 + \left(y - \frac{35}{26}\right)^2 = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B



* Các tam giác IAM , IBM là các tam giác vuông nên đường tròn đường kính IM đi qua 2 điểm A, B nên đường tròn ngoại tiếp tam giác AMB là đường tròn đường kính IM .

* Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

$$\text{Ta có } IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow IM = \frac{IA^2}{IH} = \sqrt{10}.$$

$$\text{Gọi } M\left(a; \frac{5a-19}{2}\right) \in \Delta. \text{ Ta có } IM^2 = 10 \Leftrightarrow (a-2)^2 + \left(\frac{5a-19}{2} - 1\right)^2 = 10.$$

$$\text{Giải phương trình ta được } \begin{cases} a = 3 \\ a = \frac{139}{29} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(3; -2) \\ M\left(\frac{139}{29}; \frac{72}{29}\right) \end{cases}$$

* Với $M(3; -2)$ thì trung điểm IM là $\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, phương trình đường tròn đường kính

IM là

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}.$$

* Với $M\left(\frac{139}{29}; \frac{72}{29}\right)$ thì trung điểm IM là $\left(\frac{197}{58}; \frac{101}{58}\right)$, phương trình đường tròn đường

$$\text{kính } IM \text{ là } \left(x - \frac{197}{58}\right)^2 + \left(y - \frac{101}{58}\right)^2 = \frac{5}{2}$$

Câu 50. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(0;9), B(3;6)$. Gọi D là miền nghiệm của

$$\text{hệ phương trình } \begin{cases} 2x - y + a \leq 0 \\ 6x + 3y + 5a \geq 0 \end{cases}. \text{ Tập hợp tất cả các giá trị của } a \text{ để } AB \subset D \text{ là}$$

A. $\left[-\frac{27}{5}; 0\right]$.

B. $\left[0; \frac{17}{5}\right]$.

C. $\left[\frac{7}{5}; \frac{27}{5}\right]$.

D. $\left[\frac{20}{7}; \frac{39}{5}\right]$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng $AB: x + y - 9 = 0$.

Trường hợp 1: Nếu AB là đường thẳng.

Xét hệ $\begin{cases} a \leq -2x + y \\ 5a \geq -6x - 3y \end{cases}$.

Để thấy điểm $C(7; 2) \in AB$ nhưng $C \notin D$ vì $\begin{cases} a \leq -12 \\ 5a \geq -48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -12 \\ a \geq \frac{-48}{5} \end{cases} \Leftrightarrow a \in \emptyset$.

Trường hợp 2: Nếu AB là đoạn thẳng. Ta thay $y = 9 - x (x \in [0; 3])$ vào hệ $\begin{cases} a \leq -2x + y \\ 5a \geq -6x - 3y \end{cases}$

Ta được: $\begin{cases} a \leq 9 - 3x \\ a \geq \frac{-3x - 27}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{-3x - 27}{5} \leq a \leq 9 - 3x$ (*)

(*) đúng $\forall x \in [0; 3] \Leftrightarrow -\frac{27}{5} \leq a \leq 0$.

Vậy $-\frac{27}{5} \leq a \leq 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.