

Bài I (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $P = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{8\sqrt{x}}{x-4}$ và $Q = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

- Tính giá trị của biểu thức Q khi $x = 9$.
- Rút gọn biểu thức P .
- Biết $M = \frac{P}{Q}$. Tìm các giá trị x để $M = 18$.

Bài II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một phân xưởng theo kế hoạch cần sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do cải tiến kĩ thuật, mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

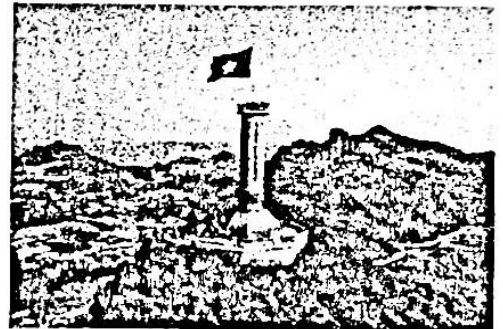
2) Cột cờ Lũng Cú là một cột cờ quốc gia nằm ở đỉnh Lũng Cú có độ cao 1 470 m so với mực nước biển ở xã Lũng Cú, huyện Đồng Văn, tỉnh Hà Giang, cách điểm cực bắc của Việt Nam khoảng 3,3 km. Phần thân cột cờ dạng hình trụ có chiều cao 20 m và đường kính đáy 3,8 m. Hãy tính thể tích phần thân cột cờ dạng hình trụ đó. (Lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân).

Bài III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3(y-5) + 2(x-3) = 0 \\ 7(x-4) + 3(x+y-1) - 14 = 0 \end{cases}$.

2) Cho phương trình: $x^2 - (m+5)x + 3m + 6 = 0$. (1)

- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của hình chữ nhật có đường chéo bằng 5.



Bài IV (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Các đường cao AD và CE cắt nhau tại điểm H .

- Chứng minh: Tứ giác $AEDC$ nội tiếp.
- Tiếp tuyến tại C với (O) cắt ED tại M . Chứng minh $\widehat{MDC} = \widehat{MCB}$.
- Đoạn AM cắt (O) tại F , tia AD cắt (O) tại N , đường thẳng BF cắt đường thẳng EM tại điểm I .
 - Chứng minh: tam giác MFD đồng dạng với tam giác MDA .
 - Chứng minh: ba điểm N, I, C thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm) Học sinh chọn một trong các ý Va hoặc Vb để làm

Va. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 - xy \\ x^4 + y^4 = 2 \end{cases}$.

Vb. Let $x, y \in \mathbb{R}, x \geq 0, y \geq 0$ satisfy $x + y = 2$, find the maximum and the minimum of expression:

$$H = \sqrt{x^2 + xy + y^2} + \sqrt{3xy}.$$

Bài VI (thường điểm). Tìm các số thực c sao cho $c + \sqrt{2023}$ và $\frac{2}{c} - \sqrt{2023}$ đều là các số nguyên.