

Ngày kiểm tra: ...../12/2021

Môn: Toán      Lớp: 10 Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

(Không kể thời gian giao đề)

**ĐỀ**

**Bài 1. (2.0 điểm)**

a. Tìm tham số  $m$  để hệ bất phương trình  $\begin{cases} 3x - m - 1 > 0 \\ 2x - 3m \leq 0 \end{cases}$  có nghiệm.

b. Xét tính chẵn lẻ của hàm số  $f(x) = |2021 - x| + |2021 + x|$ .

**Bài 2. (2.0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $D$  và  $E$  lần lượt là các điểm thỏa mãn đẳng thức  $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ ;  $\overline{AE} = x\overline{AC}$ .

a. Phân tích vector  $\overline{AG}$  theo hai vector  $\overline{AB}$  và  $\overline{AC}$ .

b. Tìm  $x$  để ba điểm  $D, G, E$  thẳng hàng. Với giá trị tìm được của  $x$ , hãy tính tỉ số  $\frac{DG}{DE}$ .

**Bài 3. (2.5 điểm)** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$  cho  $A(1; -1), B(-2; 2), C(0; 1)$ .

a. Chứng minh rằng  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác cân.

b. Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

c. Tìm điểm  $M$  trên trục hoành sao cho  $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 4. (2.5 điểm)** Một hộp có 15 bi đỏ được đánh số từ 1 đến 15; 20 bi vàng được đánh số từ 1 đến 20 và 25 bi xanh được đánh số từ 1 đến 25. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra ba viên bi.

a. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách lấy được ba viên bi cùng màu.

b. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách lấy được ba bi khác màu và khác số (từng đôi một).

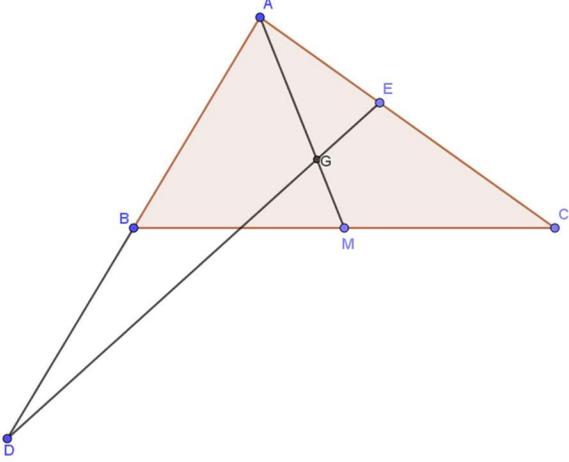
c. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách lấy để tổng các số ghi trên ba viên bi được lấy ra là một số chia hết cho 3.

**Bài 5. (1.0 điểm)** Xác định hàm số  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  biết rằng:  $f\left(\frac{3x-1}{x+2}\right) = \frac{x+1}{x-1}$  với  $x \neq 1, x \neq -2$ .

.....Hết.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Đáp án	Điểm
<b>Bài 1.</b> (2.0 điểm)	a. Tìm tham số $m$ để hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x - m - 1 > 0 \\ 2x - 3m \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm.	<b>1.0 điểm</b>
	Ta có $\begin{cases} 3x - m - 1 > 0 \\ 2x - 3m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{m+1}{3} \\ x \leq \frac{3m}{2} \end{cases}$ .	0.25
	Hệ phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \left(\frac{m+1}{3}; +\infty\right) \cap \left(-\infty; \frac{3m}{2}\right] \neq \emptyset$	0.5
	$\Leftrightarrow \frac{3m}{2} > \frac{m+1}{3} \Leftrightarrow m > \frac{2}{7}$	0.25
	<b>b. Xét tính chẵn lẻ của hàm số <math>f(x) =  2021 - x  +  2021 + x </math>.</b>	<b>1.0 điểm</b>
	Ta có $D = \mathbb{R}$ là tập đối xứng.	0.25
	Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có: $f(-x) =  -x - 2021  +  -x + 2021  =  x - 2021  +  x + 2021  = f(x)$ .	0.5
	Suy ra $f(x)$ là hàm chẵn.	0.25
<b>Cho tam giác <math>ABC</math> có trọng tâm <math>G</math>. Gọi <math>D</math> và <math>E</math> lần lượt là các điểm thỏa mãn đẳng thức <math>\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}</math>; <math>\overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{AC}</math>.</b> <b>a. Phân tích vector <math>\overrightarrow{AG}</math> theo hai vector <math>\overrightarrow{AB}</math> và <math>\overrightarrow{AC}</math>.</b>	<b>1.0 điểm</b>	

<p><b>Bài 2.</b> (2.0 điểm)</p>		
	<p>Gọi <math>M</math> là trung điểm của <math>BC</math>. Ta có <math>\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}</math></p>	0.25
	$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$	0.5
	$= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$	0.25
	<p><b>b. Tìm <math>x</math> để ba điểm <math>D, G, E</math> thẳng hàng. Với giá trị tìm được của <math>x</math>, hãy tính tỉ số <math>\frac{DG}{DE}</math>.</b></p>	<b>1.0 điểm</b>
	<p>Ta có <math>\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AD} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}</math></p>	0.25
	$\overrightarrow{DE} = -2\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{AC}$	0.25
	<p>Ba điểm <math>D, G, E</math> thẳng hàng <math>\Leftrightarrow \frac{-\frac{5}{3}}{-2} = \frac{\frac{1}{3}}{x} \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}</math></p>	0.25
	<p>Khi đó <math>\overrightarrow{DG} = \frac{5}{6}\overrightarrow{DE}</math> nên <math>\frac{DG}{DE} = \frac{5}{6}</math>.</p>	0.25
<p><b>Bài 3.</b> (2.5 điểm)</p>	<p><b>Trong hệ trục tọa độ <math>Oxy</math> cho <math>A(1; -1), B(-2; 2), C(0; 1)</math>.</b> <b>a. Chứng minh rằng <math>A, B, C</math> là đỉnh của một tam giác cân.</b></p>	<b>1.0 điểm</b>
	<p>Ta có <math>\overrightarrow{AB} = (-3; 3), \overrightarrow{AC} = (-1; 2), \overrightarrow{BC} = (2; -1)</math>.</p>	0.5

	Vì $\overline{AB}, \overline{AC}$ không cùng phương nên $A, B, C$ là 3 đỉnh của tam giác.	0.25
	Vì $AC = BC = \sqrt{5}$ nên tam giác $ABC$ cân tại $C$ .	0.25
	<b>b. Tìm tọa độ trực tâm <math>H</math> của tam giác <math>ABC</math>.</b>	<b>0.75 điểm</b>
	Gọi $H(x; y)$ là trực tâm của tam giác $ABC$ . Ta có $\overline{AH} = (x-1; y+1)$ ; $\overline{BH} = (x+2; y-2)$ .	0.25
	$H$ là trực tâm của tam giác $ABC$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x + 2y = 6 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$ . Vậy $H(4; 5)$ .	0.25
	<b>c. Tìm điểm <math>M</math> trên trục hoành sao cho <math> \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} </math> đạt giá trị nhỏ nhất.</b>	<b>0.75 điểm</b>
	Gọi $G$ là trọng tâm tam giác $ABC$ . Ta có $G\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .	0.25
	Khi đó $ \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}  = 3MG$ . $ \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} $ nhỏ nhất khi $MG$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của $G$ xuống trục $Ox$ .	0.25
	Do đó $M\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ là điểm cần tìm.	0.25
<b>Bài 4.</b> <b>(2.5 điểm)</b>	<b>Một hộp có 15 bi đỏ được đánh số từ 1 đến 15, 20 bi vàng được đánh số từ 1 đến 20 và 25 bi xanh được đánh số từ 1 đến 25. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra ba viên bi.</b> <b>a. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách lấy được ba viên bi cùng màu.</b>	<b>0.75 điểm</b>
	Số cách lấy được ba bi cùng màu là $C_{15}^3 + C_{20}^3 + C_{25}^3 = 3895$ .	0.75
	<b>b. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách lấy được ba bi khác màu và khác số (từng đôi một).</b>	<b>1.0 điểm</b>

	Chọn 1 bi đỏ: 15 cách.	0.25
	Chọn 1 bi vàng (khác số với bi đỏ đã chọn): 19 cách.	0.25
	Chọn 1 bi xanh (khác số với 2 bi đã chọn): 23 cách.	0.25
	Vậy có tất cả $15.19.23=6555$ cách lấy được 3 bi khác màu và khác số.	0.25
	<b>c. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách lấy để tổng các số trên ba viên bi được lấy ra là một số chia hết cho 3.</b>	<b>0.75 điểm</b>
	Đặt $A = \{1; 2; \dots; 15\}$ ; $B = \{1; 2; \dots; 20\}$ ; $C = \{1; 2; \dots; 25\}$ .	0.25
	Kể cả số lần lặp lại, ta thấy rằng trong tập $A, B, C$ có tất cả 19 số chia hết cho 3, có 21 số chia 3 dư 1 và có 20 số chia 3 dư 2. Ta nhận xét rằng $a + b + c : 3 \Leftrightarrow \begin{cases} a \equiv b \equiv c \equiv 0 \pmod{3} \\ a \equiv b \equiv c \equiv 1 \pmod{3} \\ a \equiv b \equiv c \equiv 2 \pmod{3} \\ a \equiv 0 \pmod{3}, b \equiv 1 \pmod{3}, c \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$	0.25
	Suy ra số cách lấy để tổng các số trên ba viên bi được lấy ra là một số chia hết cho 3 là $C_{19}^3 + C_{20}^3 + C_{21}^3 + 19.20.21 = 11419$ .	0.25
<b>Bài 5.</b> <b>(1.0 điểm)</b>	<b>Xác định hàm số <math>f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}</math> biết rằng: <math>f\left(\frac{3x-1}{x+2}\right) = \frac{x+1}{x-1}</math> với <math>x \neq 1, x \neq -2</math> (*).</b>	<b>1.0 điểm</b>
	Đặt $t = \frac{3x-1}{x+2} \Rightarrow x = \frac{-2t-1}{t-3}$ . Do đó tập giá trị của $t$ khi $x \neq 1, x \neq -2$ là $\mathbb{R} \setminus \left\{3; \frac{2}{3}\right\}$ .	0.25
	Thay vào (*) ta được: $f(t) = \frac{\frac{-2t-1}{t-3} + 1}{\frac{-2t-1}{t-3} - 1} = \frac{t+4}{3t-2}; (t \neq 3)$ .	0.25

	<p>Suy ra</p> $f(x) = \begin{cases} \frac{x+4}{3x-2}, x \notin \left\{3; \frac{2}{3}\right\} \\ a, x = 3 \\ b, x = \frac{2}{3}. \end{cases}$	0.25
	<p>Thử lại: Hàm số <math>f</math> thỏa mãn đề bài.</p> <p>Vậy: <math>f(x) = \begin{cases} \frac{x+4}{3x-2}, x \notin \left\{3; \frac{2}{3}\right\} \\ a, x = 3 \\ b, x = \frac{2}{3}. \end{cases}</math></p>	0.25

**Lưu ý: Các cách giải khác nếu đúng đều được tính điểm.**