

Đề chính thức

Câu 1: (4.0 điểm) Thực hiện phép tính:

1. $A = \frac{2}{7} \cdot \frac{9}{14} + \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{14}$

2. $B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$

3. $C = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot (-8)^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 + 2 \cdot 8^4 \cdot (-27)^3}$

4. $D = \frac{1}{4 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 14} + \frac{1}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{1}{64 \cdot 69}$

Câu 2: (4.0 điểm) Tìm x, biết:

1. $x + (x+1) + (x+2) + \dots + (x+99) = 14950$

2. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{8}{2} + \frac{9}{1}$

3. $[(4-x) \cdot 3 + 51] : 3 - 2^2 = 14$

4. $14 \cdot 7^{2021} = 35 \cdot 7^{2021} - 3 \cdot 49^x$

Câu 3: (4.0 điểm)

1. Tìm số tự nhiên n sao cho $2^n + 3^n = 5^n$

2. Tìm số nguyên x, y biết $x^2y - x + xy = 6$

Câu 4: (6.0 điểm)

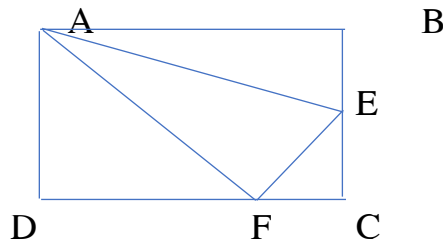
1. Trên tia Ox lấy hai điểm M và N, sao cho OM = 3cm và ON = 7cm.

a. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

b. Lấy điểm P trên tia Ox, sao cho MP = 2cm. Tính độ dài đoạn thẳng OP.

2. Cho 30 điểm trong đó có đúng 5 điểm thẳng hàng (ngoài ra không còn 3 điểm nào thẳng hàng). Qua 2 điểm ta vẽ một đường thẳng. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng.

3. Tính diện tích hình chữ nhật ABCD, biết $BE = CE = CF = \frac{1}{3} CD$, diện tích tam giác AEF bằng 50cm^2 .



Câu 5: (2.0 điểm) Cho n là số nguyên dương và m là ước nguyên dương của $2n^2$.

Chứng minh rằng: $n^2 + m$ không là số chính phương.

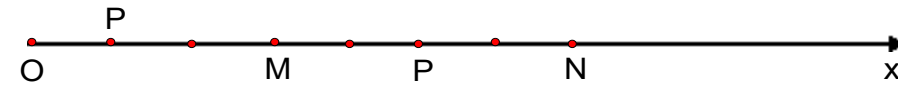
.....Hết.....

Họ tên học sinh : ; Số báo danh.....

Cán bộ coi giao lưu học sinh giỏi không giải thích gì thêm.

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu 1 (4.0đ)	1 (1.0 đ)	$A = \frac{2}{7} \cdot \frac{9}{14} + \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{14}$ $= \frac{2}{7} \left(\frac{9}{14} + \frac{5}{14} \right)$ $= \frac{2}{7} \cdot 1$ $= \frac{2}{7}$	0,5 0,25 0,25
	2 (1.0đ)	$B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$ $B = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \dots + \frac{1}{20} \cdot \frac{20 \cdot 21}{2}$ $B = \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{21}{2}$ $B = \frac{1}{2}(2+3+4+\dots+21) = \frac{1}{2}(1+2+3+4+\dots+20) = \frac{1}{2} \cdot \frac{20 \cdot 21}{2} + 10 = 115$	0,25 0,25 0,5
	3 (1.0đ)	$C = \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot (-8)^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 + 2 \cdot 8^4 \cdot (-27)^3}$ $= \frac{5 \cdot 4^6 \cdot 9^4 - 3^9 \cdot 8^4}{4 \cdot 2^{13} \cdot 3^8 - 2 \cdot 8^4 \cdot 27^3}$ $= \frac{5 \cdot 2^{12} \cdot 3^8 - 3^9 \cdot 2^{12}}{2^{12} \cdot 3^8 (5 - 3)} = \frac{2^{12} \cdot 3^8 \cdot 2}{2^{13} \cdot 3^8} = 1$	0,25 0,75
	4 (1.0đ)	$D = \frac{1}{4 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 14} + \frac{1}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{1}{64 \cdot 69}$ $= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{64} - \frac{1}{69} \right)$ $= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{69} \right) = \frac{13}{276}$	0,5 0,5
Câu 2 (4.0đ)	1 (1.0đ)	$x + (x+1) + (x+2) + \dots + (x+99) = 14950$ $100x + (1+2+3+\dots+99) = 14950$ $100x + 4950 = 14950$ $100x = 10000$ $x = 100$	0,25 0,25 0,25 0,25

	<p>2 (1.0đ)</p>	$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{8}{2} + \frac{9}{1}$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \left(\frac{1}{9} + 1\right) + \left(\frac{2}{8} + 1\right) + \left(\frac{3}{7} + 1\right) + \dots + \left(\frac{8}{2} + 1\right) + 1$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = \frac{10}{9} + \frac{10}{8} + \frac{10}{7} + \dots + \frac{10}{2} + \frac{10}{10}$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right)x = 10\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}\right) \Rightarrow x = 10$ <p>Vậy $x=10$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>
	<p>3 (1.0đ)</p>	$[(4-x) \cdot 3 + 51] : 3 = 18$ $(4-x) \cdot 3 + 51 = 54$ $(4-x) \cdot 3 = 3$ $4-x = 1$ $x = 3$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>4 (1.0đ)</p>	$14 \cdot 7^{2021} = 35 \cdot 7^{2021} - 3 \cdot 49^x$ $3 \cdot 49^x = 35 \cdot 7^{2021} - 14 \cdot 7^{2021}$ $3 \cdot 7^{2x} = 5 \cdot 7 \cdot 7^{2021} - 2 \cdot 7 \cdot 7^{2021}$ $3 \cdot 7^{2x} = 5 \cdot 7^{2022} - 2 \cdot 7^{2022}$ $3 \cdot 7^{2x} = 7^{2022}(5 - 2) = 3 \cdot 7^{2022}$ $7^{2x} = 7^{2022}$ $2x = 2022$ $x = 2022 : 2 = 1011$ <p>Vậy $x=1011$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 3 (4.0đ)</p>	<p>1 (2.0đ)</p>	<p>Chia hai vế cho 5^n, ta được:</p> $\left(\frac{2}{5}\right)^n + \left(\frac{3}{5}\right)^n = 1 \quad (1)$ <p>+ Với $n = 0 \Rightarrow$ vế trái của (1) bằng 2 (loại)</p> <p>+ Với $n = 1$ thì vế trái của (1) bằng 1 (đúng)</p> <p>+ Với $n \geq 2$ thì:</p> $\left(\frac{2}{5}\right)^n < \frac{2}{5}; \left(\frac{3}{5}\right)^n < \frac{3}{5}$	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>

		Nên: $\left(\frac{2}{5}\right)^n + \left(\frac{3}{5}\right)^n < \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = 1$ (loại) Vậy $n = 1$	0,25 0,25																				
	2 (2.0đ)	$x^2y - x + xy = 6$ $\Rightarrow (x^2y - x) + xy - 1 = 5$ $\Rightarrow x(xy - 1) + xy - 1 = 5$ $\Rightarrow (xy - 1)(x + 1) = 5$ <p>Mà $5 = 1.5 = (-1)(-5)$</p> <p>Ta có bảng sau:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>$x + 1$</td> <td>-5</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>$xy - 1$</td> <td>-1</td> <td>-5</td> <td>5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>-6</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>Vô lý</td> <td>$\frac{1}{2}$ (Loại)</td> </tr> </tbody> </table> <p>Vậy có 2 cặp (x,y) thỏa mãn là: $(-6;0); (-2;2)$.</p>	$x + 1$	-5	-1	1	5	$xy - 1$	-1	-5	5	1	x	-6	-2	0	4	y	0	2	Vô lý	$\frac{1}{2}$ (Loại)	0,25 0,25 0,25 0,25 0,75 0,25
$x + 1$	-5	-1	1	5																			
$xy - 1$	-1	-5	5	1																			
x	-6	-2	0	4																			
y	0	2	Vô lý	$\frac{1}{2}$ (Loại)																			
	1.a (1.0đ)	 <p>Do M, N cùng thuộc tia Ox mà $OM < ON$ nên M nằm giữa hai điểm O và N</p> $\Rightarrow OM + MN = ON$ $\Rightarrow 3 + MN = 7 \Rightarrow MN = 7 - 3 = 4(cm)$ <p>Vậy $MN = 4(cm)$</p>	0,5 0,5																				
Câu 4 (6.0đ)	1.b (1.0đ)	<p>TH1: Nếu P nằm giữa M và N thì M nằm giữa O và P</p> $\Rightarrow OP = OM + MP \Rightarrow OP = 3 + 2 = 5(cm).$ <p>TH2: Nếu P nằm giữa O và M $\Rightarrow OM = OP + PM$</p> $\Rightarrow 3 = OP + 2 \Rightarrow OP = 1(cm).$	0,5 0,5																				
	2 (2.0đ)	<p>Giả sử có 30 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng là: $30(30-1):2=435$ (đường thẳng)</p> <p>Với 5 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì vẽ được:</p> $5(5-1):2=10$ (đường thẳng) <p>Nếu 5 điểm này thẳng hàng thì chỉ vẽ được 1 (đường thẳng)</p>	0,5 0,5 0,5																				

		Do đó số đường thẳng giảm đi là: $10-1=9$ (đường thẳng) Vậy vẽ được $435-9=426$ (đường thẳng)	0,25 0,25
	3 (2.0đ)	Đặt $BE = CE = CF = x$. Ta có: $BC = 2x$; $DC = 3x$. Khi đó: $S_{ABCD} = S_{ADF} + S_{ABE} + S_{CEF} + S_{AEF}$ Hay $2x \cdot 3x = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2x + \frac{1}{2} \cdot x \cdot 3x + \frac{1}{2} \cdot x \cdot x + 50$ Suy ra: $2x^2 = 50$ $x^2 = 25$ $x = 5$ Vậy $S_{ABCD} = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 = 150\text{cm}^2$	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 5 (2.0đ)		Giả sử: $n^2 + m$ là số chính phương Đặt: $n^2 + m = k^2 (k \in N)$ (1) Theo bài ra ta có: $2n^2 = mp (p \in N) \Rightarrow m = \frac{2n^2}{p}$ Thay vào (1) ta được : $n^2 + \frac{2n^2}{p} = k^2 \Rightarrow n^2 p^2 + 2pn^2 = p^2 k^2 \Rightarrow n^2 (p^2 + 2p) = (pk)^2$ Do $n^2, (pk)^2$ là các số chính phương nên $p^2 + 2p$ là số chính phương. Mặt khác: $p^2 < p^2 + 2p < (p+1)^2 \Rightarrow p^2 + 2p$ không là số chính phương (Mâu thuẫn với giả sử) Vậy $n^2 + m$ không là số chính phương.	0,5 0,5 0,5 0,5

Chú ý:

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Bài hình (Câu 4) không vẽ hình hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không chấm điểm.