

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1. (4,0 điểm). Tính giá trị các biểu thức sau:

- $(-2013) \cdot 2014 + 1007 \cdot 26$
- $2^3 \cdot 5^3 - 3 \cdot \{400 - [673 - 2^3 \cdot (7^8 : 7^6 + 7^0)]\}$
- $2023 - \frac{1}{2.6} - \frac{1}{4.9} - \frac{1}{6.12} - \dots - \frac{1}{36.57} - \frac{1}{38.60}$

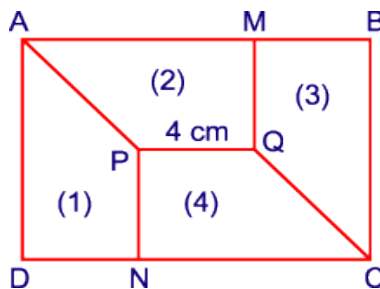
Câu 2. (4,0 điểm). Tìm số nguyên x biết:

- Tìm x biết: $(3x - 7)^3 = 2^3 \cdot 3^2 + 53$
- $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}) \cdot x = \frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021}$

Câu 3. (6,0 điểm).

- Tìm tất cả các cặp số nguyên x, y sao cho: $xy - 2x - y = 1$
- Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi chia cho 11 dư 6, chia cho 4 dư 1 và chia cho 19 dư 11.
- Tìm các số nguyên tố x, y sao cho: $x^2 + 117 = y^2$

Câu 4. (4,0 điểm). 1) Cho (1), (2), (3), (4) là các hình thang vuông có kích thước bằng nhau. Biết rằng $PQ = 4\text{ cm}$. Tính diện tích hình chữ nhật $ABCD$.



- Cho đoạn thẳng $AB = 8\text{ cm}$. Điểm C thuộc đường thẳng AB sao cho $BC = 4\text{ cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC .
- Cho điểm Q không thuộc đường thẳng xy và lấy thêm 2019 điểm phân biệt khác thuộc đường thẳng xy và không trùng với 4 điểm A, B, M, O . Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đoạn thẳng có 2 đầu mút là 2 điểm trong số các điểm đã cho?

Câu 5. (2,0 điểm). Chứng tỏ rằng: $P = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^3}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2^{200}}\right) < 3$

-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

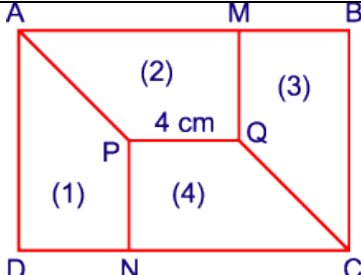
Họ và tên thí sinh: SBD.....

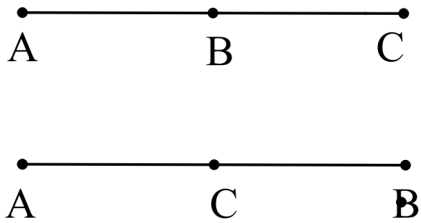
ĐÁP ÁN CHẤM GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI

Môn: Toán 6

Câu	Nội dung	Điểm
<p align="center">1 (4đ)</p>	<p>a) (1 điểm):</p> $\begin{aligned} & (-2013).2014 + 1007.26 \\ &= (-2013).2014 + 2014.13 \\ &= 2014.(-2013 + 13) \\ &= 2014.(-2000) = -4028000 \end{aligned}$	<p align="center">0,5đ 0,25đ 0,25đ</p>
	<p>b) (1 điểm) $2^3 \cdot 5^3 - 3 \cdot \{400 - [673 - 2^3 \cdot (7^8 : 7^6 + 7^0)]\}$</p> $\begin{aligned} &= 8.125 - 3 \cdot \{400 - [673 - 8.50]\} \\ &= 1000 - 3 \cdot \{400 - 273\} = 619 \end{aligned}$	<p align="center">0,5đ 0,5đ</p>
	<p>c) (2 điểm)</p> $\begin{aligned} & 2023 - \frac{1}{2.6} - \frac{1}{4.9} - \frac{1}{6.12} - \dots - \frac{1}{36.57} - \frac{1}{38.60} \\ &= 2023 - \frac{1}{2.3} \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{18.19} + \frac{1}{19.20} \right) \\ &= 2023 - \frac{1}{2.3} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{18} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} \right) \\ &= 2023 - \frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{20} \right) \\ &= 2023 - \frac{1}{6} \cdot \frac{19}{20} = 2022 \frac{101}{120} \end{aligned}$	<p align="center">0,75đ 0,75đ 0,25 đ 0,25 đ</p>
<p align="center">2 (4đ)</p>	<p>1) (2 điểm): Ta có $(3x - 7)^3 = 2^3 \cdot 3^2 + 53$</p> $\begin{aligned} & (3x - 7)^3 = 125 \\ & (3x - 7)^3 = 5^3 \\ & 3x - 7 = 5 \\ & 3x = 5 + 7 = 12 \\ & x = 12 : 3 = 4 \\ & \text{Vậy } x = 4 \end{aligned}$	<p align="center">0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ 0,25</p>

	<p>2) (2 điểm) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}\right) \cdot x = \frac{2021}{1} + \frac{2020}{2} + \dots + \frac{2}{2020} + \frac{1}{2021}$</p> $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}\right) \cdot x = \left(\frac{2020}{2} + 1\right) + \left(\frac{2019}{3} + 1\right) + \dots + \left(\frac{2}{2020} + 1\right) + \left(\frac{1}{2021} + 1\right) + 1$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}\right) \cdot x = \frac{2022}{2} + \frac{2022}{3} + \frac{2022}{4} + \dots + \frac{2022}{2020} + \frac{2022}{2021} + \frac{2022}{2022}$ $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}\right) \cdot x = 2022 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022}\right)$ <p>$\Rightarrow x = 2022$ Vậy $x = 2022$</p>	<p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>																				
<p>3 (6đ)</p>	<p>1. (2 điểm) Ta có: $xy - 2x - y = 1$</p> $\Rightarrow (xy - 2x) - (y - 2) - 2 = 1$ $\Rightarrow x(y - 2) - (y - 2) = 3$ $\Rightarrow (x - 1)(y - 2) = 3. \text{ Vì } x, y \in Z \text{ nên } (x - 1); (y - 2) \text{ là ước của } 3. \text{ Ta}$ <p>có bảng sau:</p> <table border="1" data-bbox="467 961 927 1094"> <tbody> <tr> <td>$x - 1$</td> <td>-1</td> <td>-3</td> <td>1</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>$y - 2$</td> <td>-3</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Suy ra</p> <table border="1" data-bbox="461 1157 953 1289"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>5</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table> <p>Đổi chiếu điều kiện $x, y \in Z \Rightarrow (x, y) \in \{(0, -1); (-2, 1); (2, 5); (4, 3)\}$.</p>	$x - 1$	-1	-3	1	3	$y - 2$	-3	-1	3	1	x	0	-2	2	4	y	-1	1	5	3	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p>
$x - 1$	-1	-3	1	3																		
$y - 2$	-3	-1	3	1																		
x	0	-2	2	4																		
y	-1	1	5	3																		
	<p>2) (2 điểm)</p> <p>Gọi số tự nhiên nhỏ nhất thỏa mãn đề bài là: a</p> <p>Vì a chia cho 11 dư 6 nên ta có:</p> $a = 11x + 6 \quad (x \in N)$ $\Rightarrow a + 27 = 11x + 6 + 27 = (11x + 33) : 11$ $\Rightarrow (a + 27) : 11 \quad (1)$ <p>Vì a chia cho 4 dư 1 nên ta có:</p> $a = 4y + 1 \quad (y \in N)$ $\Rightarrow a + 27 = (4y + 1) + 27 = (4y + 28) : 4$ $\Rightarrow (a + 27) : 4 \quad (2)$ <p>Vì a chia cho 19 dư 11 nên ta có:</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p>																				

	$a = 19.z + 11 \quad (z \in N)$ $\Rightarrow a + 27 = (19.z + 11) + 27 = (19.z + 38) : 19$ $\Rightarrow (a + 27) : 19 \quad (3)$ <p>Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow (a + 27) \in BC(11, 4, 19)$</p> <p>Mà a nhỏ nhất nên</p> $a + 27 = BCNN(11, 4, 19)$ $a + 27 = 836$ $a = 809$ <p>Vậy $a = 809$.</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p>
	<p>3) (2 điểm).</p> <p>* Với $x = 2$, ta có: $2^2 + 117 = y^2 \Leftrightarrow y^2 = 121 \Rightarrow y = 11$ (là số nguyên tố)</p> <p>* Với $x > 2$, mà x là số nguyên tố nên x lẻ $\Rightarrow y^2 = x^2 + 117$ là số chẵn</p> <p>$\Rightarrow y$ là số chẵn</p> <p>kết hợp với y là số nguyên tố nên $y = 2$ (loại)</p> <p>Vậy $x = 2; y = 11$.</p>	<p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p> <p>0,5 đ</p>
<p>4</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>a) (1,5 điểm)</p> <p>Vì các hình thang vuông $PQMA$, $QMBC$, $QPNC$, $PNDA$ bằng nhau nên:</p> $MQ = NP = QP = 4 \text{ cm} \text{ và } CN = AD .$ <p>Mặt khác $AD = NP + QM = 4 + 4 = 8(\text{cm})$. Do đó $CN = AD = 8 \text{ cm}$.</p> <p>Diện tích hình thang vuông $PQCN$ là:</p> $(CN + PQ) NP : 2 = (8 + 4) . 4 : 2 = 24 (\text{cm}^2)$ <p>Suy ra diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $24.4 = 96 (\text{cm}^2)$.</p>	<p>0.5đ</p> <p>0.5đ</p> <p>0.25đ</p> <p>0.25đ</p>
	<p>2. (1,5 điểm). Xét hai trường hợp :</p>	

	<p>*TH 1: C thuộc tia đối của tia BA. Hai tia BA, BC là hai tia đối nhau ⇒ B nằm giữa A và C $AC = AB + BC = 8 + 4 = 12 (cm)$.</p> <p>*TH 2 : C thuộc tia BA. C nằm giữa A và B (Vì $BA > BC$) ⇒ $AC + BC = AB \Rightarrow AC = AB - BC$ $8 - 4 = 4 (cm)$.</p>		<p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,5đ</p>
	<p>3) (1 điểm). Tổng số điểm trên đường thẳng xy là 2023 điểm</p> <p>Gọi tên các điểm đó là A, B, M, O, P₁, P₂, P₃, ..., P₂₀₁₉</p> <p>Từ Q vẽ được 2023 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại</p> <p>Từ A vẽ được 2022 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại (trừ điểm Q)</p> <p>Từ B vẽ được 2021 đoạn thẳng khi nối với các điểm còn lại (trừ điểm A, Q)</p> <p>.....</p> <p>Vậy tổng số đoạn thẳng vẽ được là: $2023 + 2022 + 2021 + \dots + 3 + 2 + 1$ $= 2023 \cdot (2023 + 1) : 2 = 2\ 073\ 276$</p>	<p>0.25đ</p> <p>0.25đ</p> <p>0.25đ</p> <p>0.25đ</p>	
<p>5 (2đ)</p>	<p>Ta có: $2^n > 2^n - 2 \ (n \in N)$ $\Rightarrow \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^n - 2} \Rightarrow 1 + \frac{1}{2^n} < 1 + \frac{1}{2^n - 2}$ $\Rightarrow 1 + \frac{1}{2^n} < \frac{2^n - 1}{2(2^{n-1} - 1)}$</p> <p>Áp dụng vào P ta có:</p> $P = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \left(1 + \frac{1}{2^3}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{2^{200}}\right)$ $< \frac{3}{2} \cdot \frac{2^2 - 1}{2(2 - 1)} \cdot \frac{2^3 - 1}{2(2^2 - 1)} \cdot \frac{2^4 - 1}{2(2^3 - 1)} \dots \frac{2^{100} - 1}{2(2^{99} - 1)}$ $= \frac{3}{2} \cdot \frac{2^{100} - 1}{2^{99}} = 3 \cdot \frac{2^{100} - 1}{2^{100}} = 3 - \frac{3}{2^{100}} < 3 (dpcm)$	<p>0.5đ</p> <p>0.5đ</p> <p>0.5đ</p> <p>0.5đ</p>	

Lưu ý: -Nếu HS làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

-Bài hình vẽ hình sai hoặc không vẽ hình không chấm điểm. các trường hợp khác do tổ chấm thống nhất.

