

CÂU HỎI NHẬN BIẾT

**Câu 1:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^5$  là

- A.**  $5x^4 + C$ .      **B.**  $\frac{x^6}{6} + C$ .      **C.**  $x^6 + C$ .      **D.**  $6x^6 + C$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = 2023 + \cos x$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $\int f(x)dx = 2023x + \sin x + C$ .      **B.**  $\int f(x)dx = -\sin x + C$ .  
**C.**  $\int f(x)dx = 2023x - \sin x + C$ .      **D.**  $\int f(x)dx = 2023 + \sin x + C$ .

**Câu 3:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + \frac{1}{x}$  là

- A.**  $e^x + \log x + C$ .      **B.**  $e^x + \ln x + C$ .      **C.**  $e^x \log e + \ln x + C$ .      **D.**  $e - \frac{1}{x^2} + C$ .

**Câu 4:** Nếu  $\int_{-1}^2 f(x)dx = 6$  và  $\int_{-1}^2 g(x)dx = -9$  thì  $\int_{-1}^2 [f(x) + g(x)]dx$  bằng:

- A.**  $-15$ .      **B.**  $3$ .      **C.**  $-3$ .      **D.**  $15$ .

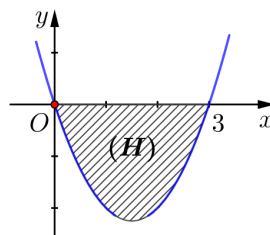
**Câu 5:** Giá trị của tích phân  $\int_6^9 dx$  là

- A.**  $15$       **B.**  $3$ .      **C.**  $\frac{3}{2}$ .      **D.**  $\frac{15}{2}$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = a, x = b$  (với  $a < b$ ) được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.**  $S = \int_a^b |f(x)|dx$ .      **B.**  $S = \int_a^b f(x)dx$ .      **C.**  $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .      **D.**  $S = \int_a^b |f(x)|dx$ .

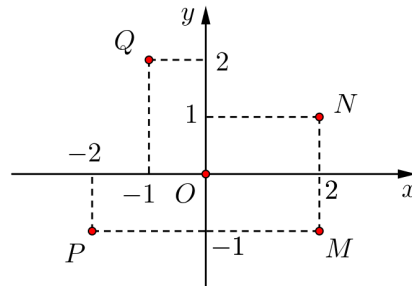
**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[0; 3]$  và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 3$ . Quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  ta được khối tròn xoay có thể tích  $V$  được tính theo công thức



- A.**  $V = \pi \int_0^3 [f(x)]^2 dx$ .      **B.**  $V = \int_0^3 |f(x)|dx$ .      **C.**  $V = \int_0^3 [f(x)]^2 dx$ .      **D.**  $V = \pi \int_0^3 [f(x)]dx$ .

**Câu 8:** Số phức  $z = 1 - 2023i$  có phần thực  $a$  và phần ảo  $b$  lần lượt là  
**A.**  $a = 1, b = 2023.$       **B.**  $a = 1, b = -2023.$       **C.**  $a = 1, b = -2023i.$       **D.**  $a = -2023, b = 1.$

**Câu 9:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức  $z = 2 - i$  ?



**A.** Điểm  $Q.$       **B.** Điểm  $M.$       **C.** Điểm  $P.$       **D.** Điểm  $N.$

**Câu 10:** Cho hai số phức  $z_1 = 1 - 2i$  và  $z_2 = 2 + i$ . Kết quả khi thực hiện phép tính  $z_1 - z_2$  là  
**A.**  $3 - i.$       **B.**  $-1 - i.$       **C.**  $-1 - 3i.$       **D.**  $1 - 3i.$

**Câu 11:** Cho số phức  $z = 3 - 2i$ . Khi đó, số phức  $w = (1 + i)z$  bằng  
**A.**  $5 - i.$       **B.**  $5 + i.$       **C.**  $1 + 5i.$       **D.**  $1 - 5i.$

**Câu 12:** Cho hai số phức  $z = 5i$  và  $w = 1 - 2i$ . Kết quả khi thực hiện phép tính  $\frac{z}{w}$  là  
**A.**  $-2 + i.$       **B.**  $1 + 2i.$       **C.**  $2 - i.$       **D.**  $2 + i.$

**Câu 13:** Số phức nghịch đảo của số phức  $z = 3 - 4i$  là  $\frac{1}{z}$  bằng  
**A.**  $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i.$       **B.**  $-\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i.$       **C.**  $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i.$       **D.**  $\frac{3}{7} + \frac{4}{7}i.$

**Câu 14:** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tổng của  $z_1 + z_2$  bằng  
**A.**  $-2.$       **B.**  $2 - 4i.$       **C.**  $2.$       **D.**  $2 + 4i.$

**Câu 15:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2; 3; 2)$  và  $\vec{b} = (1; 1; -1)$ . Vectơ  $\vec{a} - \vec{b}$  có tọa độ là  
**A.**  $(3; 4; 1).$       **B.**  $(-1; -2; 3).$       **C.**  $(3; 5; 1).$       **D.**  $(1; 2; 3).$

**Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt cầu có tâm  $I(-4; 5; -6)$ , bán kính  $R = 9$  là  
**A.**  $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 + (z + 6)^2 = 9.$       **B.**  $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 + (z - 6)^2 = 81.$   
**C.**  $(x - 4)^2 + (y + 5)^2 + (z - 6)^2 = 9.$       **D.**  $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 + (z + 6)^2 = 81.$

**Câu 17:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  ?  
**A.**  $\vec{n}_1 = (1; -2; -3).$       **B.**  $\vec{n}_2 = (1; -2; 1).$       **C.**  $\vec{n}_3 = (-1; 2; 1).$       **D.**  $\vec{n}_4 = (1; 2; 1).$

**Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có một vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -2; 3)$  là  
**A.**  $x - 2y + 3z + 12 = 0$       **B.**  $x + 2y - 3z - 12 = 0$       **C.**  $x - 2y + 3z - 12 = 0$       **D.**  $x + 2y - 3z + 12 = 0$

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$  ?  
**A.**  $\vec{u}_1 = (2; 1; -3).$       **B.**  $\vec{u}_2 = (2; 1; 3).$       **C.**  $\vec{u}_3 = (-1; 2; 3).$       **D.**  $\vec{u}_4 = (2; -1; -3).$

**Câu 20:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{-3}$  đi qua điểm nào dưới đây ?

- A.**  $M(-3; 1; 0)$ .      **B.**  $N(3; -1; 0)$ .      **C.**  $P(2; 4; -3)$ .      **D.**  $Q(3; 1; 0)$ .

**CÂU HỎI MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU**

**Câu 21:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{2x+2023}$  là

- A.**  $\int \frac{1}{2x+2023} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+2023| + C$ .      **B.**  $\int \frac{1}{2x+2023} dx = \ln|2x+2023| + C$ .  
**C.**  $\int \frac{1}{2x+2023} dx = \frac{1}{2023} \ln|2x+2023| + C$ .      **D.**  $\int \frac{1}{2x+2023} dx = \frac{-2}{(2x+2023)^2} + C$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = 2023^x - 2x + 3$ . Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

- A.**  $\int f(x) dx = \frac{2023^x}{\ln 2023} - x^2 + 3x + C$ .      **B.**  $\int f(x) dx = 2023^x \ln 2023 - 2 + C$ .  
**C.**  $\int f(x) dx = 2023^x \ln 2023 - x^2 + 3x + C$ .      **D.**  $\int f(x) dx = \frac{2023^x}{\ln 2023} + x^2 - 3x + C$ .

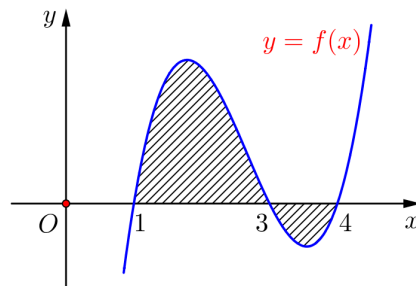
**Câu 23:** Biết hàm số  $F(x) = 2x^3$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên  $\mathbb{R}$ . Giá trị của  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng

- A.** 80.      **B.** 40.      **C.** 52.      **D.** 56.

**Câu 24:** Biết  $\int_0^3 f(x) dx = 4$ . Khi đó  $\int_0^3 [2f(x) - 1] dx$  bằng

- A.** 5.      **B.** 6.      **C.** 7.      **D.** 8.

**Câu 25:** Tính diện tích của hình phẳng  $(H)$  được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1, x = 4$  (hình vẽ bên dưới). Biết rằng  $\int_1^3 f(x) dx = \frac{8}{3}$  và  $\int_3^4 f(x) dx = -\frac{5}{12}$ .



- A.**  $S = \frac{37}{12}$ .      **B.**  $S = \frac{9}{4}$ .      **C.**  $S = \frac{13}{12}$ .      **D.**  $S = \frac{13}{3}$ .

**Câu 26:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{2x}$ , trục  $Ox$  và các đường thẳng  $x = 1, x = 9$ . Hình phẳng  $(H)$  quay xung quanh trục  $Ox$  được khối tròn xoay có thể tích  $V$  bằng

- A.**  $V = \pi \int_1^9 \sqrt{2x} dx$ .      **B.**  $V = \pi \int_1^9 (\sqrt{2x})^2 dx$ .  
**C.**  $V = \int_1^9 |\sqrt{2x}| dx$ .      **D.**  $V = 2\pi \int_1^9 (\sqrt{2x})^2 dx$ .

**Câu 27:** Mô đun của số phức  $z = 8 - 6i$  bằng

A.  $2\sqrt{7}$ .                      B. 10.                      C. 2.                      D.  $\sqrt{10}$ .

**Câu 28:** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $(x+2023)+(y-2022)i=0$ , với  $i$  là đơn vị ảo. Tính giá trị của biểu thức  $T = x + y$ .

A.  $T = -1$ .                      B.  $T = 1$ .                      C.  $T = 4045$ .                      D.  $T = -4045$ .

**Câu 29:** Cho hai số phức  $z_1 = -3+i$  và  $z_2 = 1-i$ . Phần ảo của số phức  $z_1 + \overline{z_2}$  bằng

A.  $-2$ .                      B.  $2i$ .                      C. 2.                      D. 0.

**Câu 30:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(-2+3i)z+(8+i)=0$ . Số phức liên hợp của  $z$  là

A.  $\overline{z} = 1+2i$ .                      B.  $\overline{z} = -1-2i$ .                      C.  $\overline{z} = -1+2i$ .                      D.  $\overline{z} = 1-2i$ .

**Câu 31:** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 2z + 10 = 0$ . Tính giá trị biểu thức

$$P = |z_1| + |z_2|$$

A.  $P = 2\sqrt{10}$ .                      B.  $P = 20$ .                      C.  $P = \sqrt{20}$ .                      D.  $P = 8$ .

**Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 8y - 12z + 4 = 0$ . Tọa độ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  là

A.  $I(1; -4; 6)$                       B.  $I(-1; 4; -6)$                       C.  $I(-2; 8; -12)$                       D.  $I(2; -8; 12)$

**Câu 33:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; 0; 0)$ ,  $B(0; 1; 0)$ ,  $C(0; 0; -2)$ . Mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình là

A.  $2x + 6y - 3z + 6 = 0$ .                      B.  $2x + 6y - 3z - 6 = 0$ .                      C.  $2x + 6y - 3z - 1 = 0$ .                      D.  $x + 3y - z - 3 = 0$ .

**Câu 34:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua điểm  $A(2; -1; 1)$  và song song với mặt phẳng  $(Q): 2x - y + 3z + 7 = 0$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

A.  $4x - 2y + 6z + 8 = 0$ .                      B.  $2x - y + 3z - 8 = 0$ .  
C.  $2x - y + 3z + 7 = 0$ .                      D.  $4x - 2y + 6z - 8 = 0$ .

**Câu 35:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A(1; 2; -1)$  và  $B(2; -1; 1)$  có phương trình tham số là

A.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 \end{cases}$ .

### CÂU HỎI MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

**Câu 36:** Kết quả của  $I = \int (2x-1)e^x dx$  là

A.  $I = (2x+1)e^x + C$ .                      B.  $I = 2xe^x + C$ .                      C.  $I = (2x-3)e^x + C$ .                      D.  $I = (2x+3)e^x + C$ .

**Câu 37:** Biết tích phân  $\int_1^2 \frac{2x^2 + 2023}{x} dx = a + b \ln 2$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Giá trị của biểu thức  $S = a + b$  bằng

A.  $S = 2026$ .                      B.  $S = 2028$ .                      C.  $S = 2025$ .                      D.  $S = 2027$ .

**Câu 38:** Biết tích phân  $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x + 1} = a \ln 2 + b \ln 3$ , trong đó  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Giá trị của biểu thức  $T = a + b$  bằng

A.  $T = 1$ .                      B.  $T = 0$ .                      C.  $T = -1$ .                      D.  $T = 3$ .

**Câu 39:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{2 + \cos x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $(H)$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng

- A.**  $\pi(\pi+1)$ .      **B.**  $\pi+1$ .      **C.**  $\pi(\pi-1)$ .      **D.**  $14,8$ .

**Câu 40:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 - 2$  và  $y = 3x - 2$  bằng

- A.**  $S = \frac{9}{2}$ .      **B.**  $S = \frac{9\pi}{2}$ .      **C.**  $S = \frac{125}{6}$ .      **D.**  $S = \frac{125\pi}{6}$ .

**Câu 41:** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + 2 - 3i| = 4$  là một đường tròn có tâm  $I$  và bán kính  $R$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $I(-2;3), R = 4$ .      **B.**  $I(2;-3), R = 16$ .      **C.**  $I(2;-3), R = 4$ .      **D.**  $I(-2;3), R = 16$ .

**Câu 42:** Trên tập số phức, xét phương trình  $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$  ( $m$  là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của  $m$  để phương trình đó có nghiệm  $z_0$  thỏa mãn  $|z_0| = 5$ .

- A.** 2.      **B.** 3.      **C.** 1.      **D.** 4.

**Câu 43:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0;1;3), B(3;2;8)$  và  $C(-2;m;4)$ . Tìm  $m$  để tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

- A.**  $m = 2$ .      **B.**  $m = -2$ .      **C.**  $m = 10$ .      **D.**  $m = -10$ .

**Câu 44:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;4;1), B(-1;1;3)$  và phương trình của mặt phẳng  $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ . Một mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với  $(P)$  có phương trình dạng:  $ax + by + cz - 11 = 0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.**  $a + b + c = -5$ .      **B.**  $a + b + c = 5$ .      **C.**  $a + b + c = 20$ .      **D.**  $a + b + c = -20$ .

**Câu 45:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{3}$ . Viết phương trình đường thẳng  $d'$  là hình chiếu vuông góc của  $d$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$ .

- A.**  $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = -5 + 3t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$ .      **B.**  $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = -5 + 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$ .      **C.**  $d': \begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = 0 \\ z = -5 + 3t \end{cases}$ .      **D.**  $d': \begin{cases} x = 0 \\ y = -3 - 4t \\ z = 1 + 6t \end{cases}$ .

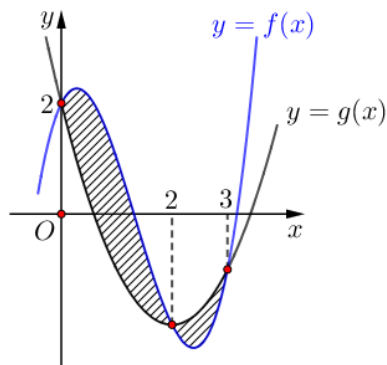
### CÂU HỎI MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên đoạn  $[0;1]$ . Biết hàm số  $y = f(x)$  có  $f(0) = 1$  và thỏa mãn  $f'(x)\sqrt{4x+2024} - 4\sqrt{f(x)+2023} = 0, \forall x \in [0;1]$ . Tính tích phân

$$I = \int_0^1 \frac{f(x)}{2x^2 + x + 1} dx.$$

- A.**  $2 \ln 2$ .      **B.**  $\ln 2$ .      **C.**  $2 \ln 2 - 1$ .      **D.**  $\ln 3$ .

**Câu 47:** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$  và  $g(x) = dx^2 + ex + 2$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là  $0; 2; 3$  (tham khảo hình vẽ). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$ , biết rằng  $\int_0^2 |f(x) - g(x)| dx = \frac{8}{3}$ .



- A.  $\frac{37}{6}$ .                      B.  $\frac{162}{35}$ .                      **C.**  $\frac{37}{12}$ .                      D.  $\frac{9}{4}$ .

**Câu 48:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-6|+|z+6|=20$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là môđun lớn nhất và môđun nhỏ nhất của số phức  $z$ . Tính tổng  $M+m$  bằng

- A.**  $M+m=18$ .                      B.  $M+m=16$ .                      C.  $M+m=17$ .                      D.  $M+m=19$ .

**Câu 49:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$  và hai điểm  $A(3;0;0), B(-1;1;0)$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc mặt cầu  $(S)$ . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $T = MA + 3MB$ .

- A.  $T_{\min} = 2\sqrt{34}$ .                      B.  $T_{\min} = \sqrt{26}$ .                      **C.**  $T_{\min} = 5$ .                      D.  $T_{\min} = \sqrt{34}$ .

**Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3;3;-2)$  và hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$ ,  $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$ . Đường thẳng  $d$  đi qua  $M$  và cắt cả hai đường thẳng  $d_1, d_2$  lần lượt tại  $A$  và  $B$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

- A.  $AB=1$ .                      **B.**  $AB=3$ .                      C.  $AB=5$ .                      D.  $AB=9$ .

----- HẾT -----

## BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.B  | 2.A  | 3.B  | 4.C  | 5.B  | 6.A  | 7.A  | 8.B  | 9.B  | 10.C |
| 11.B | 12.A | 13.C | 14.C | 15.D | 16.D | 17.B | 18.A | 19.D | 20.A |
| 21.A | 22.A | 23.C | 24.A | 25.A | 26.B | 27.B | 28.A | 29.C | 30.D |
| 31.A | 32.A | 33.B | 34.B | 35.A | 36.C | 37.A | 38.A | 39.A | 40.A |
| 41.A | 42.B | 43.A | 44.B | 45.B | 46.A | 47.C | 48.A | 49.C | 50.B |

### LỜI GIẢI MỘT SỐ CÂU VDC

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên đoạn  $[0;1]$ . Biết hàm số  $y = f(x)$  có  $f(0) = 1$  và thỏa mãn  $f'(x)\sqrt{4x+2024} - 4\sqrt{f(x)+2023} = 0, \forall x \in [0;1]$ . Tính tích phân

$$I = \int_0^1 \frac{f(x)}{2x^2 + x + 1} dx.$$

**A.**  $2 \ln 2$ .                      **B.**  $\ln 2$ .                      **C.**  $2 \ln 2 - 1$ .                      **D.**  $\ln 3$ .

LG: Từ giả thiết  $f'(x)\sqrt{4x+2024} - 4\sqrt{f(x)+2023} = 0, \forall x \in [0;1]$ , suy ra

$$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)+2023}} = \frac{2}{\sqrt{4x+2024}}, \forall x \in [0;1]$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{f(x)+2023}\right)' = \left(\sqrt{4x+2024}\right)', \forall x \in [0;1]$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{f(x)+2023} = \sqrt{4x+2024} + C, \forall x \in [0;1] (*)$$

Mà  $f(0) = 1$  nên thay vào (\*) ta có  $\sqrt{2024} = \sqrt{2024} + C \Rightarrow C = 0$

Từ đó suy ra  $f(x) = 4x + 1, \forall x \in [0;1]$ .

$$\text{Vậy nên ta có } I = \int_0^1 \frac{f(x)}{2x^2 + x + 1} dx = \int_0^1 \frac{4x+1}{2x^2 + x + 1} dx = \ln(2x^2 + x + 1) \Big|_0^1 = 2 \ln 2.$$

**Câu 49:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$  và hai điểm  $A(3;0;0), B(-1;1;0)$ .

Gọi  $M$  là điểm thuộc mặt cầu  $(S)$ . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $T = MA + 3MB$ .

**A.**  $T_{\min} = 2\sqrt{34}$ .                      **B.**  $T_{\min} = \sqrt{26}$ .                      **C.**  $T_{\min} = 5$ .                      **D.**  $T_{\min} = \sqrt{34}$ .

LG: Dễ thấy 2 điểm  $A, B$  đều nằm ngoài mặt cầu  $(S)$ . Gọi  $M(x; y; z) \in (S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

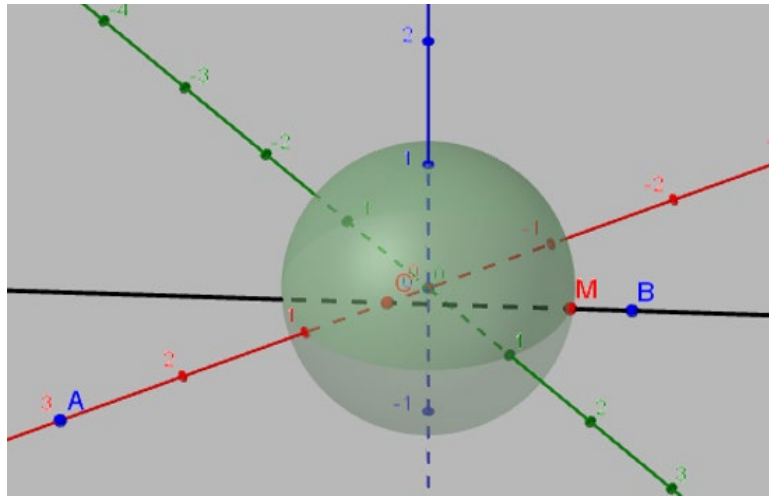
$$\text{Ta có } MA = \sqrt{(x-3)^2 + y^2 + z^2}; MB = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2}.$$

$$\text{Khi đó } T = MA + 3MB = \sqrt{(x-3)^2 + y^2 + z^2} + 8\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - 8 + 3\sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2}$$

$$= 3\sqrt{\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + y^2 + z^2} + 3\sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2} = 3(MC + MB) \geq 3BC, \text{ với } C\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là  $T_{\min} = 3BC = 5$ , đạt được khi

$$\begin{cases} M = BC \cap (S) \\ \overline{CM} = k\overline{CB} (k > 0) \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3-8\sqrt{6}}{25}; \frac{4+6\sqrt{6}}{25}; 0\right).$$



----- **HẾT** -----