

KIỂM TRA CUỐI KỲ – HỌC KỲ II

NĂM HỌC: 2022 – 2023

MÔN: TOÁN – KHỐI 11

Thời gian: 90 phút

Bài 1: (1,5 điểm) Tính các giới hạn sau:

a. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 - 3x + 27}{3x^2 + x - 30}$ b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x^2 - 7x + 10}$ c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 16x - 1} - 2x)$

Bài 2: (1,5 điểm)

a. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 8x + 5}{\sqrt{x+3} - 2} & \text{khi } x > 1 \\ x^4 + 2x^2 - 11 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ tại $x_0 = 1$

b. Tìm a để hàm số $f(x)$ sau liên tục tại $x_0 = -2$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 - x^2 - 5x + 10}{x^2 + 3x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ ax - 11 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$$

Bài 3: (1,5 điểm) Tìm đạo hàm các hàm số sau:

a. $y = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 7x + 2022$ b. $y = \frac{3x - 2}{x^2 - 5x + 4}$ c. $y = (3x - 1)\sqrt{x^2 + 3x - 7}$

Bài 4: (2,25 điểm)

a. Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 5$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = 2$.

b. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 14x + 1$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $d: y = 10x - 27$.

c. Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đó

vuông góc với đường thẳng $d: y = \frac{1}{7}x - 9$.

Bài 5: (3,25 điểm)

Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$.

a. Chứng minh rằng $BC \perp (SAB)$.

b. Chứng minh rằng $(SAD) \perp (SCD)$.

c. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABCD).

d. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và (ABCD).

e. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD).

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN TOÁN KHỐI 11 – HK 2 – 2022-2023**Bài 1: Tính các giới hạn sau:**

$$\begin{aligned} \text{a. } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 - 3x + 27}{3x^2 + x - 30} \\ = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x^2 - 2x - 9)}{(x-3)(3x+10)} \quad (0.25\text{đ}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 9}{3x + 10} \\ = -\frac{6}{19} \quad (0.25\text{đ}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x^2 - 7x + 10} \\ = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 5 - 9}{(x-2)(x-5)(\sqrt{2x+5} + 3)} \quad (0.25\text{đ}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{(x-5)(\sqrt{2x+5} + 3)} \\ = -\frac{1}{9} \quad (0.25\text{đ}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 16x - 1} - 2x) \\ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 16x - 1 - 4x^2}{x\sqrt{4 + \frac{16}{x} - \frac{1}{x^2}} + 2x} \quad (0.25\text{đ}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{16 - \frac{1}{x}}{\sqrt{4 + \frac{16}{x} - \frac{1}{x^2}} + 2} \\ = 4 \quad (0.25\text{đ}) \end{aligned}$$

Bài 2:**a. Xét tính liên tục của hàm số**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 8x + 5}{\sqrt{x+3} - 2} & (x > 1) \\ x^4 + 2x^2 - 11 & (x \leq 1) \end{cases} \text{ tại } x_0 = 1$$

$$\bullet \quad f(1) = -8 = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad (0.25\text{đ})$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x^2 - 8x + 5}{\sqrt{x+3} - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(3x-5)(\sqrt{x+3} + 2)}{x+3-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (3x-5)(\sqrt{x+3} + 2) = -8 \quad (0.25\text{đ}) \end{aligned}$$

$$\text{Do } f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -8$$

Vậy: hàm số liên tục tại $x_0 = 1$ (0.25đ)

b. Tìm a để hàm số liên tục tại $x_0 = -2$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 - x^2 - 5x + 10}{x^2 + 3x + 2} & (x \neq -2) \\ ax - 11 & (x = -2) \end{cases}$$

$$\bullet \quad f(-2) = -2a - 11$$

$$\bullet \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^3 - x^2 - 5x + 10}{x^2 + 3x + 2} \quad (0.25\text{đ})$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-2)(2x^2 - 5x + 5)}{(x+2)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 5x + 5}{x+1} = -23$$

$$\text{ycbt} \Leftrightarrow f(-2) = \lim_{x \rightarrow -2} f(x) \quad (0.25\text{đ})$$

$$\Leftrightarrow a = 6 \quad (0.25\text{đ})$$

Bài 3: Đạo hàm của các hàm số sau:

$$\text{a. } y = x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 7x + 2022$$

$$\Rightarrow y' = (x^4)' - (3x^3)' + (4x^2)' - (7x)' + (2022)'$$

(0.25đ)

$$y' = 4x^3 - 9x^2 + 8x - 7 \quad \text{(0.25đ)}$$

b. $y = \frac{3x-2}{x^2-5x+4}$

$$y' = \frac{(3x-2)'(x^2-5x+4) - (3x-2)(x^2-5x+4)'}{(x^2-5x+4)^2}$$

(0.25đ)

$$= \frac{-3x^2 + 4x + 2}{(x^2 - 5x + 4)^2} \quad \text{(0.25đ)}$$

c. $y = (3x-1)\sqrt{x^2+3x-7}$

$$y' = (3x-1)'\sqrt{x^2+3x-7} + (3x-1)(\sqrt{x^2+3x-7})'$$

$$= 3\sqrt{x^2+3x-7} + \frac{2x+3}{2\sqrt{x^2+3x-7}}(3x-1)$$

(0.25đ)

$$= \frac{12x^2 + 25x - 45}{2\sqrt{x^2 + 3x - 7}} \quad \text{(0.25đ)}$$

Bài 4:

a) Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 + 5(C)$.

$$\checkmark x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -3 \quad \text{(0.25đ)}$$

$$\checkmark y' = 4x^3 - 12x$$

$$\checkmark k = y'(2) = 8 \quad \text{(0.25đ)}$$

Pttt: $y = 8x - 19 \quad \text{(0.25đ)}$

b) Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 14x + 1(C)$.

$$\checkmark y' = 3x^2 + 6x - 14$$

$$\checkmark d: y = 10x - 27 \Rightarrow k_d = 10$$

\checkmark Gọi Δ là tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$

Ta có: $(\Delta) // (d)$

$$\Leftrightarrow k_{\Delta} = k_d = 10$$

$$\Leftrightarrow 3x_0^2 + 6x_0 - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -4 \end{cases} \quad \text{(0.25đ)}$$

\checkmark Với $x_0 = 2, y_0 = -7, k = 10$

Pttt: $y = 10x - 27$ (loại) **(0.25đ)**

\checkmark Với $x_0 = -4, y_0 = 41, k = 10$

Pttt: $y = 10x + 81$ (nhận) **(0.25đ)**

c) Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}(C)$

$$\checkmark y' = \frac{-7}{(x-2)^2}$$

$$\checkmark d: y = \frac{1}{7}x - 9 \Rightarrow k_d = \frac{1}{7}$$

\checkmark Gọi Δ' là tiếp tuyến tại điểm $M(x_0; y_0)$

Ta có: $(\Delta') \perp (d)$

$$\Leftrightarrow k_{\Delta'} \cdot k_d = -1$$

$$\Leftrightarrow k_{\Delta'} = -7$$

$$\Leftrightarrow \frac{-7}{(x_0-2)^2} = -7$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = 1 \end{cases} \quad \text{(0.25đ)}$$

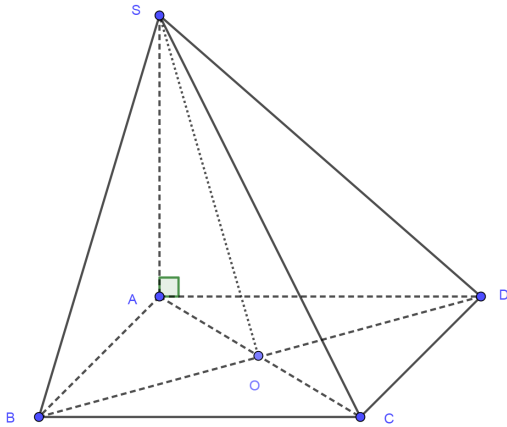
\checkmark Với $x_0 = 3, y_0 = 10, k = -7$

Pttt: $y = -7x + 31 \quad \text{(0.25đ)}$

\checkmark Với $x_0 = 1, y_0 = -4, k = -7$

Pttt: $y = -7x + 3$ (0.25đ)

Bài 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy hình chữ nhật, $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SA = a\sqrt{3}$.



a. Chứng minh: $BC \perp (SAB)$

Ta có:
$$\begin{cases} BC \perp SA (SA \perp (ABCD)) \\ BC \perp AB \\ (SAB): SA \cap AB = A \end{cases} \quad (0.25đ)$$

Vậy: $BC \perp (SAB)$ (0.25đ)

b. Chứng minh: $(SCD) \perp (SAD)$

Ta có:
$$\begin{cases} CD \perp SA (SA \perp (ABCD)) \\ CD \perp AD \\ (SAD): SA \cap AD = A \end{cases}$$

Nên $CD \perp (SAD)$ (0.25đ)

Mà $CD \subset (SCD)$

Vậy: $(SCD) \perp (SAD)$ (0.25đ)

c. Tính góc giữa SB và $(ABCD)$.

- $SB \cap (ABCD) = B$
- $SA \perp (ABCD)$ tại A.

Suy ra AB là hình chiếu vuông góc của SB lên $(ABCD)$

Nên góc giữa SB và $(ABCD)$ là góc \widehat{SBA} (trong tam giác vuông SAB) (0.25đ)

Xét ΔSAB vuông tại A có

$\tan \widehat{SBA} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$ (0.5đ)

d. Tính góc giữa (SCD) và $(ABCD)$.

Ta có:
$$\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ (ABCD): AD \perp CD = D \\ (SCD): SD \perp CD = D \end{cases}$$

Suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ cũng là góc giữa AD và SD, đó là góc \widehat{SDA} (trong tam giác vuông SCD) (0.25đ)

Xét ΔSOA vuông tại O:

$\tan \widehat{SDA} = 1 \Rightarrow \widehat{SDA} = 45^\circ$ (0.5đ)

e. Tính góc giữa SC và (SAD) .

- $SC \cap (SAD) = S$
- $CD \perp (SAD) = D$

Suy ra SD là hình chiếu vuông góc của SC lên (SAD) .

Nên góc giữa SC và (SAD) cũng là góc giữa

SC và SD, đó là góc \widehat{CSD} (trong tam giác vuông SCD) (0.25đ)

Xét ΔSCD vuông tại D có

$\tan \widehat{CSD} = \sqrt{6} \Rightarrow \widehat{CSD} = \arctan \sqrt{6}$ (0.5đ)

...HẾT...