

ĐỀ CHÍNH THỨC

**Bài I. (5,0 điểm)**

- 1) Với các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $a^3 - 3b = b^3 - 3c = c^3 - 3a = 2$ , tính giá trị của  $T = a^2 + b^2 + c^2$ .
- 2) Giải phương trình  $4\sqrt{2x-1} - 2\sqrt{x+3} = x-1$ .

**Bài II. (5,0 điểm)**

- 1) Cho các số nguyên  $m, n$  thỏa mãn mỗi số  $2m+5n$  và  $2n+5m$  là lập phương của một số nguyên. Chứng minh số  $K = m^3 - n^3$  chia hết cho 9.
- 2) Tìm tất cả bộ số nguyên  $(x; y; z)$  thỏa mãn  $|x+2023| + 2y^2 + 4z^2 - 12y - 12z + 21 = 0$ .

**Bài III. (2,0 điểm)**

- 1) Cho hai đa thức  $P(x), Q(x)$  có bậc khác 0 và hệ số cao nhất bằng 1, thỏa mãn  $P(Q(x)) = P(x) \cdot Q(x)$ . Tính  $Q(2024) - P(2023)$ .
- 2) Với các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $ab + bc + ca = 3$ , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \sqrt{a+3} + \sqrt{b+3} + \sqrt{c+3}$ .

**Bài IV. (6,0 điểm)**

Cho đường tròn  $(O)$  có đường kính  $BC$ . Lấy  $A$  là một điểm bất kì thuộc đường tròn ( $A \neq B, A \neq C$ ). Từ điểm  $M$  bất kì thuộc tia đối của tia  $CA$  ( $M \neq C$ ), vẽ tiếp tuyến  $ME, MF$  của đường tròn  $(O)$  ( $E, F$  là các tiếp điểm). Đường thẳng qua  $M$  vuông góc với  $BC$  tại  $I$  cắt  $BE, BF$  lần lượt tại  $T, Q$ .

- 1) Chứng minh rằng  $M$  là trung điểm  $QT$ .
- 2) Đường tròn ngoại tiếp  $\Delta BQT$  cắt đường tròn đường kính  $AC$  tại  $Z$  ( $Z \neq A$ ). Đường thẳng qua  $C$ , vuông góc với  $CM$ , cắt  $QT$  tại  $K$ . Dựng hình bình hành  $OCMW$ . Chứng minh  $KC = KZ$ .
- 3) Gọi  $U$  là trung điểm  $AB$ . Chứng minh rằng  $\widehat{WMU} = \widehat{CZI}$ .

**Bài V. (2,0 điểm)**

1) Cho 2024 số nguyên dương  $x_1, x_2, \dots, x_{2024}$  được viết thành một hàng ngang theo thứ tự đó, thỏa mãn  $x_1 = 1$  và với mỗi  $k \in \{1; 2; \dots; 2024\}$ , tổng của  $k$  số liên tiếp bất kì trong hàng chia hết cho  $x_k$ . Chứng minh  $x_{2024} \leq 2^{1012} - 1$ .

2) Cho bảng ô vuông kích thước  $2023 \times 2024$  gồm 2023 hàng và 2024 cột. Điền các số nguyên vào bảng sao cho ô nào cũng được điền và các số không nhất thiết phân biệt. Ta gọi một ô vuông  $1 \times 1$  là *tốt* nếu số của nó nhỏ hơn trung bình cộng của tất cả các số cùng hàng với nó, đồng thời lớn hơn trung bình cộng của tất cả các số cùng cột với nó.

- a) Chỉ ra một cách điền số để trên bảng có đúng 2023 ô vuông *tốt*.
- b) Tìm số lượng ô vuông *tốt* nhiều nhất có thể đạt được.

-----Hết-----

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh : ..... Số báo danh : .....