

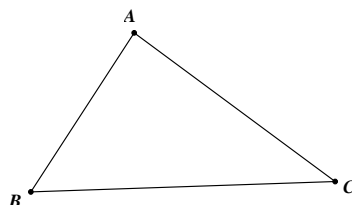
CHUYÊN ĐỀ 12. TỔNG CÁC GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Tổng ba góc của một tam giác

Tổng ba góc của một tam giác bằng 180° .

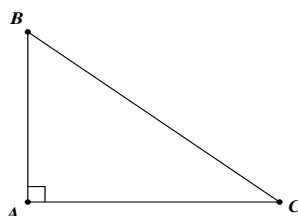
$$\Delta ABC \Rightarrow A + B + C = 180^\circ.$$



2. Áp dụng vào tam giác vuông

Trong tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.

$$\Delta ABC, A = 90^\circ \Rightarrow B + C = 90^\circ$$

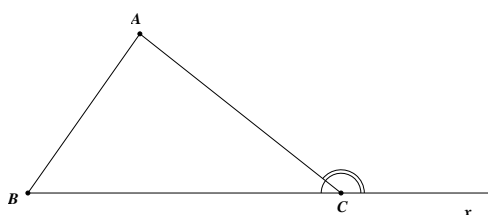


3. Góc ngoài của tam giác

Góc ngoài của một tam giác là góc kề bù với một góc của tam giác đó.

Góc ACx là góc ngoài tại đỉnh C của tam giác ABC .

Các góc A, B, C của tam giác ABC gọi là các góc trong.



Tính chất: Mỗi góc ngoài của một tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.

$$ACx = A + B.$$

Nhận xét: Góc ngoài của tam giác lớn hơn mỗi góc trong không kề với nó.

$$ACx > A; ACx > B.$$

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

Dạng 1. Tính số đo góc của một tam giác

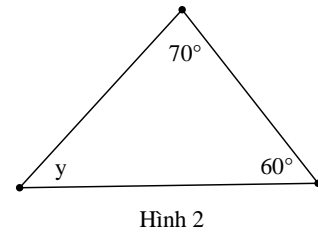
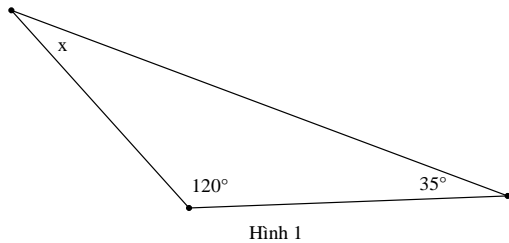
I. Phương pháp giải:

* Lập các đẳng thức thể hiện:

- + Tổng ba góc của tam giác bằng 180° .
- + Trong tam giác vuông, hai góc nhọn phụ nhau.
- + Góc ngoài của tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.
- * Sau đó tính số đo góc phải tìm.

II. Bài toán.

Bài 1. Tính số đo x, y trong hình vẽ dưới đây



Lời giải:

Hình 1:

Ta có: $x + 120^\circ + 35^\circ = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$\Rightarrow x = 180^\circ - 120^\circ - 35^\circ \Rightarrow x = 25^\circ. \text{ Vậy } x = 25^\circ$$

Hình 2:

Ta có: $y + 70^\circ + 60^\circ = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$\Rightarrow y = 180^\circ - 70^\circ - 60^\circ \Rightarrow y = 50^\circ. \text{ Vậy } y = 50^\circ$$

Bài 2.

Cho tam giác ΔPQR có $P = 48^\circ$; $Q = 62^\circ$. Tính góc còn lại của tam giác?

Lời giải:

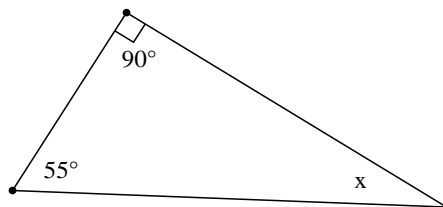
Xét ΔPQR

Ta có: $R + P + Q = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$\Rightarrow R + 48^\circ + 62^\circ = 180^\circ \Rightarrow R = 180^\circ - 62^\circ - 48^\circ \Rightarrow R = 70^\circ. \text{ Vậy } R = 70^\circ$$

Bài 3.

Tính số đo x trong hình vẽ dưới đây



Lời giải:

Cách 1:

Ta có: $x + 90^\circ + 55^\circ = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$\Rightarrow x = 180^\circ - 90^\circ - 55^\circ \Rightarrow x = 35^\circ. \text{ Vậy } x = 35^\circ$$

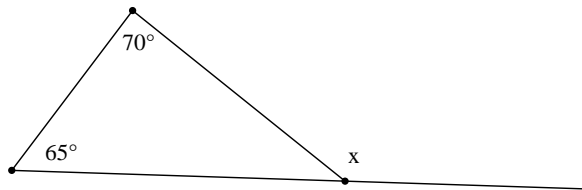
Cách 2:

Ta có $x + 55^\circ = 90^\circ$ (trong tam giác vuông hai góc nhọn phụ nhau)

$$\Rightarrow x = 90^\circ - 55^\circ \Rightarrow x = 35^\circ. \text{ Vậy } x = 35^\circ$$

Bài 4.

Tính số đo x trong hình vẽ dưới đây

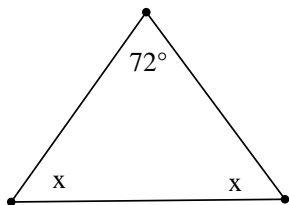


Lời giải:

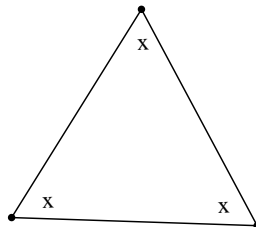
Ta có: $x = 70^\circ + 65^\circ$ (góc ngoài của tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó)

$$\Rightarrow x = 135^\circ. \text{ Vậy } x = 135^\circ$$

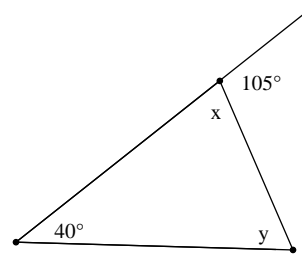
Bài 5. Tính số đo x, y trong hình vẽ dưới đây



Hình 1



Hình 2



Hình 3

Lời giải:

Hình 1:

Ta có: $x + x + 72^\circ = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$\Rightarrow 2x = 180^\circ - 72^\circ \Rightarrow 2x = 108^\circ \Rightarrow x = 54^\circ. \text{ Vậy } x = 54^\circ$$

Hình 2:

Ta có: $x + x + x = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$\Rightarrow 3x = 180^\circ \Rightarrow x = 60^\circ. \text{ Vậy } x = 60^\circ$$

Hình 3:

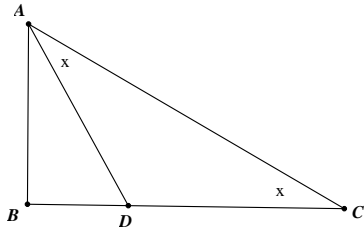
Ta có: $x = 180^\circ - 105^\circ$ (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow x = 75^\circ. \text{ Vậy } x = 75^\circ$$

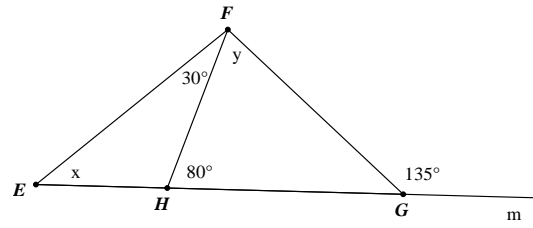
Ta có: $y + 40^\circ + 72^\circ = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$\Rightarrow y = 180^\circ - 70^\circ - 40^\circ \Rightarrow y = 65^\circ. \text{ Vậy } y = 65^\circ$$

Bài 6. Tính số đo x, y trong hình vẽ sau: Biết $BAD = 22^\circ$ và $ABD = 90^\circ$,



Hình 1



Hình 2

Lời giải:

Hình 1

Xét $\triangle ABD$ có $\angle ABD = 90^\circ$,

$\angle BAD + \angle ADB = 90^\circ$ (tính chất tam giác vuông)

$$22^\circ + \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow \angle ADB = 90^\circ - 22^\circ \Rightarrow \angle ADB = 68^\circ$$

Ta lại có $\angle ADC + \angle ADB = 180^\circ \Rightarrow \angle ADC = 112^\circ$.

Trong $\triangle ADC$ ta có $\angle ADC + \angle DAC + \angle ACD = 180^\circ$.

$$\text{Mà } \angle DAC = \angle ACD = x \Rightarrow 112^\circ + 2x = 180^\circ \Rightarrow x = 34^\circ.$$

Hình 2

Ta có $\angle EHF + \angle FHG = 180^\circ$ (hai góc kề bù).

$$\angle EHF + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow \angle EHF = 180^\circ - 80^\circ \Rightarrow \angle EHF = 100^\circ$$

Xét $\triangle EHF$ có:

$\angle EHF + \angle FEH + \angle EFH = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$100^\circ + \angle FEH + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow \angle FEH = 50^\circ \Rightarrow x = 50^\circ$$

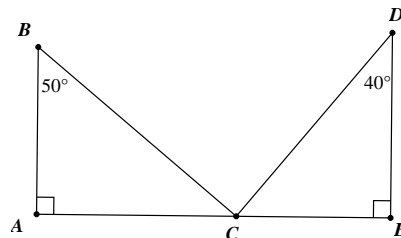
Ta lại có $y + 80^\circ = \angle FGm$ (góc ngoài của tam giác).

$$y + 80^\circ = 135^\circ$$

$$\Rightarrow y = 135^\circ - 80^\circ$$

$$\Rightarrow y = 55^\circ$$

Bài 7. Cho hình vẽ. Chứng minh rằng: $BC \perp CD$



Lời giải:

Xét $\triangle ABC$ có $\angle BAC = 90^\circ$,

$\angle ABC + \angle ACB = 90^\circ$ (tính chất tam giác vuông)

$$50^\circ + \angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \angle ACB = 90^\circ - 50^\circ \Rightarrow \angle ACB = 40^\circ$$

Xét $\triangle DEC$ có $\angle DEC = 90^\circ$.

$$CDE + DCE = 90^\circ \text{ (tính chất tam giác vuông)}$$

$$40^\circ + DCE = 90^\circ \Rightarrow DCE = 90^\circ - 40^\circ \Rightarrow DCE = 50^\circ$$

$$\text{Lại có } ACE = ACB + BCD + DCE$$

$$\text{Mặt khác } ACE = 180^\circ \Rightarrow 180^\circ = 40^\circ + 50^\circ + BCD \Rightarrow BCD = 90^\circ$$

$$\text{Hay } BC \perp CD$$

Bài 8. Tính các góc của $\triangle ABC$, biết: $A - B = 18^\circ$ và $B - C = 18^\circ$

Lời giải:

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ có } B - C = 18^\circ \Rightarrow B = 18^\circ + C.$$

$$\text{Mà } A - B = 18^\circ \Rightarrow A - (18^\circ + C) = 18^\circ \Rightarrow A - C = 36^\circ \Rightarrow A = 36^\circ + C$$

$$\text{Lại có: } A + B + C = 180^\circ \Rightarrow 36^\circ + C + 18^\circ + C + C = 180^\circ \Rightarrow 3C = 126^\circ \Rightarrow C = 42^\circ$$

$$\Rightarrow B = 18^\circ + 42^\circ \Rightarrow B = 60^\circ \Rightarrow A = 78^\circ$$

Bài 9. Tính các góc của tam giác ABC biết:

$$\text{a) } \frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5}.$$

$$\text{b) } A = 2B = 6C.$$

Lời giải:

$$\text{a) } \frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5}.$$

$$\text{Ta có } \frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} \Leftrightarrow A = \frac{3}{4}B, C = \frac{5}{4}B.$$

$$\text{Mà } A + B + C = 180^\circ \Leftrightarrow \frac{3}{4}B + B + \frac{5}{4}B = 180^\circ \Leftrightarrow B = 60^\circ \Rightarrow A = 45^\circ, C = 75^\circ.$$

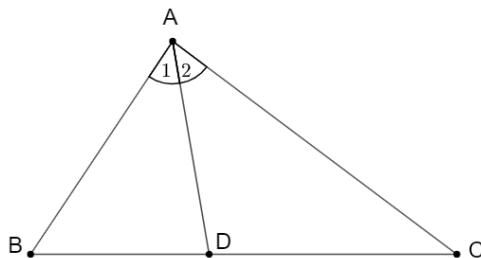
$$\text{b) } A = 2B = 6C.$$

$$\text{Ta có } A = 2B = 6C \Rightarrow A = 6C, B = 3C$$

$$\text{Mà } A + B + C = 180^\circ \Leftrightarrow 6C + 3C + C = 180^\circ \Leftrightarrow C = 18^\circ \Rightarrow A = 108^\circ, B = 54^\circ.$$

Bài 10. Cho tam giác ABC , tia phân giác AD của góc A cắt BC tại D . Tính góc ADB biết $B - C = 40^\circ$.

Lời giải:



$$\text{Ta có } BAC + B + C = 180^\circ \text{ (định lý tổng 3 góc của một tam giác)}$$

$$\Rightarrow BAC = 180^\circ - B - C$$

Vì AD là tia phân giác của góc BAC nên

$$A_1 = A_2 = \frac{1}{2}A = \frac{1}{2}(180^\circ - B - C) = 90^\circ - \frac{1}{2}B - \frac{1}{2}C.$$

Ta lại có $A_1 + B + ADB = 180^\circ$ (định lý tổng 3 góc của một tam giác)

$$\Rightarrow ADB = 180^\circ - A_1 - B = 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2}B - \frac{1}{2}C\right) - B = 90^\circ - \frac{1}{2}(B - C) = 90^\circ - \frac{1}{2} \cdot 40^\circ = 70^\circ.$$

Bài 11. Cho $\triangle MNP$. Tính các góc của tam giác biết

a) $\frac{M}{3} = \frac{N}{2} = \frac{P}{4}.$

b) $N = 2M; P - M = 36^\circ.$

Lời giải:

a) Áp dụng định lý tổng 3 góc trong một tam giác ta có:

$$M + N + P = 180^\circ$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được:

$$\frac{M}{3} = \frac{N}{2} = \frac{P}{4} = \frac{M + N + P}{3 + 2 + 4} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$$

$$\frac{M}{3} = 20^\circ \Rightarrow M = 60^\circ;$$

$$\frac{N}{2} = 20^\circ \Rightarrow N = 40^\circ;$$

$$\frac{P}{4} = 20^\circ \Rightarrow P = 80^\circ.$$

b) Ta có $N = 2M; P - M = 36^\circ$

$$N = 2M; P = M + 36^\circ$$

Áp dụng định lý tổng 3 góc trong một tam giác ta có:

$$M + N + P = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow M + 2M + M + 36^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow 4M + 36^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow 4M = 144^\circ$$

$$\Leftrightarrow M = 36^\circ$$

$$\Rightarrow N = 2M = 2 \cdot 36^\circ = 72^\circ; P = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

Bài 12. Cho $\triangle DEG$ biết $D : E : G = 1 : 3 : 5$.

a) Tính các góc của tam giác $\triangle DEG$.

b) Tia phân giác ngoài tại E cắt DG tại A . Tính DAE .

Lời giải:

a) Từ $D : E : G = 1 : 3 : 5$ suy ra:

$$\frac{D}{1} = \frac{E}{3} = \frac{G}{5} \text{ mà } D + E + G = 180^\circ \text{ (tổng 3 góc trong một tam giác)}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được:

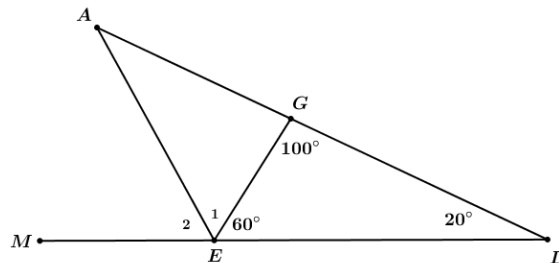
$$\frac{D}{1} = \frac{E}{3} = \frac{G}{5} = \frac{D+E+G}{1+3+5} = \frac{180^\circ}{9} = 20^\circ$$

$$\frac{D}{1} = 20^\circ \Rightarrow D = 20^\circ$$

$$\frac{E}{3} = 20^\circ \Rightarrow E = 60^\circ$$

$$\frac{G}{5} = 20^\circ \Rightarrow G = 100^\circ.$$

b)



Ta có $MEG + GED = 180^\circ$

$$\Leftrightarrow MEG + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow MEG = 120^\circ$$

$$\Leftrightarrow E_1 + E_2 = 120^\circ \text{ (mà } EA \text{ là phân giác ngoài tại } E \text{ nên } E_1 = E_2)$$

$$\Leftrightarrow 2E_1 = 120^\circ$$

$$\Leftrightarrow E_1 = E_2 = 60^\circ$$

Ta có $E_2 = A + D$

$$60^\circ = A + 20^\circ$$

$$A = 60^\circ - 20^\circ$$

$$A = 40^\circ$$

Dạng 2. Các dạng bài toán chứng minh

I. Phương pháp giải:

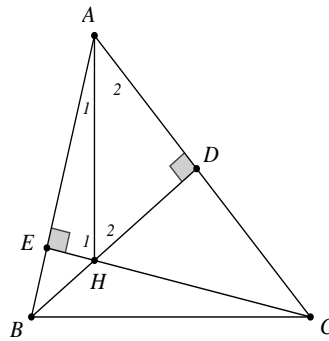
Sử dụng các tính chất trong phần kiến thức cần nhớ.

Lưu ý thêm về các tính chất đã học về quan hệ song song, vuông góc, tia phân giác góc...

II. Bài toán.

Bài 1. Cho ΔABC có $B, C < 90^\circ$. Kẻ BD vuông góc với AC ($D \in AC$). Kẻ CE vuông góc với AB ($E \in AB$). Gọi H là giao điểm của BD và CE . Chứng minh: $A + DHE = 180^\circ$.

Lời giải:



Trong ΔAEH vuông tại E , ta có: $A_1 + H_1 = 90^\circ$ (hai góc phụ nhau) (1)

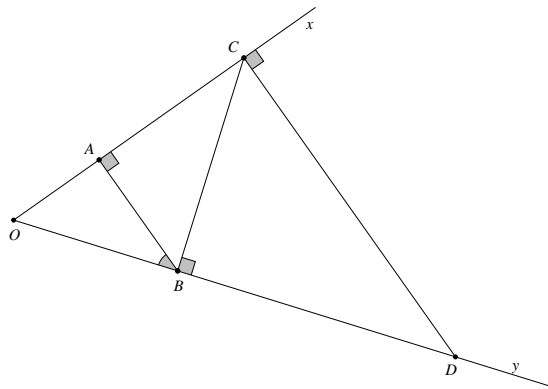
Trong ΔADH vuông tại D , ta có: $A_2 + H_2 = 90^\circ$ (hai góc phụ nhau) (2)

Cộng (1) với (2) vế theo vế, ta có: $A_1 + A_2 + H_1 + H_2 = 90^\circ + 90^\circ$

Suy ra $A + EHD = 180^\circ$

Bài 2. Cho góc xOy , điểm A thuộc tia Ox . Kẻ AB vuông góc với Ox ($B \in Oy$), kẻ BC vuông góc với Oy ($C \in Ox$), kẻ CD vuông góc với Ox ($D \in Oy$). Chứng minh: $ABO = ACB$ và $ABO = CDO$.

Lời giải:



+ Ta có: $ABO = ACB$ (cùng phụ với ABC)

+ Ta có: $\begin{cases} BA \perp Ox \\ DC \perp Ox \end{cases}$ (gt)

Suy ra $AB \parallel CD$

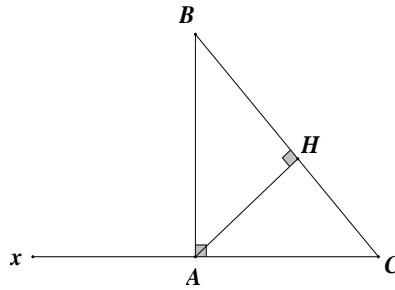
Suy ra $ABO = CDO$ (đồng vị)

Bài 3. Cho ΔABC vuông tại A . Vẽ AH vuông góc với BC tại H . Vẽ Ax là tia đối của tia AC . Chứng minh:

1. $BAH = C$

2. xAH và B bù nhau

Lời giải:



1. Xét $\triangle ABH$, ta có $\widehat{BAH} + \widehat{ABH} = 90^\circ$.

Xét $\triangle ABC$, ta có $\widehat{BCA} + \widehat{ABC} = 90^\circ$.

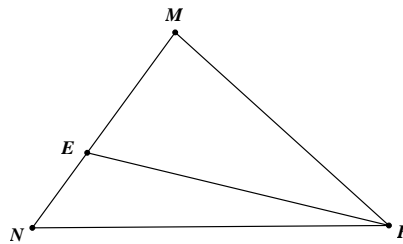
Mà $\widehat{ABH} = \widehat{ABC}$ nên $\widehat{BAH} = \widehat{BCA}$.

2. Tương tự câu a, ta có $\widehat{ABH} = \widehat{HAC}$

Mà \widehat{xAH} kề bù với \widehat{HAC} nên \widehat{xAH} bù với \widehat{ABH}

Bài 4. Cho tam giác $\triangle MNP$, E là một điểm trên MN . Chứng minh: $\widehat{NEP} > \widehat{NMP}$

Lời giải:



Ta có \widehat{NEP} là góc ngoài tam giác $\triangle PEM$.

Từ đó suy ra $\widehat{NEP} > \widehat{NMP}$.

Bài 5. Cho tam giác $\triangle ABC$ có B tù. Chứng minh rằng các A và C nhọn.

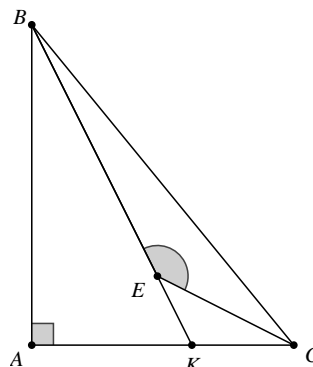
Lời giải:

Cách 1. Do B tù nên ta có góc ngoài của đỉnh B là góc nhọn, suy ra các A, C nhọn.

Cách 2. Do $A + B + C = 180^\circ$ mà $B > 90^\circ \Rightarrow A + C < 180^\circ - 90^\circ$ nên A và C đều là các góc nhọn.

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , điểm E nằm trong tam giác đó. Chứng minh \widehat{BEC} là góc tù.

Lời giải:



Gọi K là giao điểm của BE và AC

Xét $\triangle ABK$ ta có: $BKC = BAC + ABK$ (1)

Xét $\triangle KEC$ ta có: $BEC = BKC + KCE$ (2)

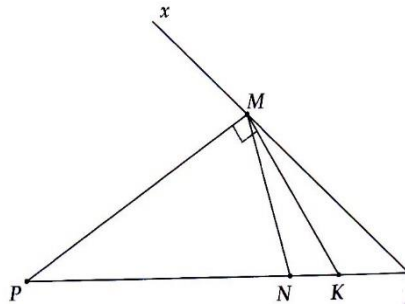
Từ (1);(2) suy ra: $BEC = BKC + KCE = BAC + ABK + KCE$

$\Rightarrow BEC > BAC = 90^\circ \Rightarrow BEC$ là góc tù.

Bài 7. Cho tam giác MNP có $N > P$. Vẽ phân giác MK .

a) Chứng minh $MKP - MKN = N - P$

b) Đường thẳng chứa tia phân giác góc ngoài đỉnh M của tam giác MNP , cắt đường thẳng NP tại E . Chứng minh rằng: $MEP = \frac{N - P}{2}$



Lời giải:

a) Sử dụng tính chất góc ngoài.

Ta được:

$$MKN = P + \frac{M}{2}, MKP = N + \frac{M}{2}$$

$$MKP - MKN = N - P$$

b) Ta có

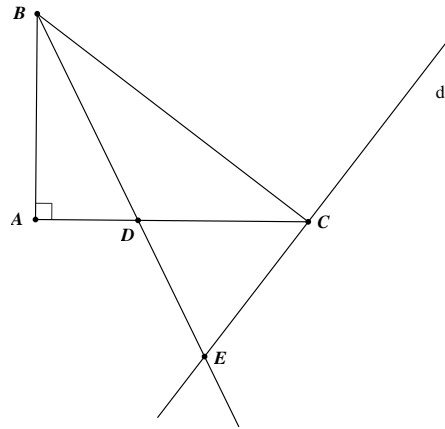
$$MEP = MEx - MPE = \frac{NMx}{2} - P$$

$$\text{Mà } NMx = N + P. \text{ Từ đó suy } MEP = \frac{N - P}{2}$$

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi d là đường thẳng vuông góc với BC tại C . Tia phân giác của góc B cắt AC ở D và cắt d ở E .

Chứng minh rằng $EDC = DEC$

Lời giải:

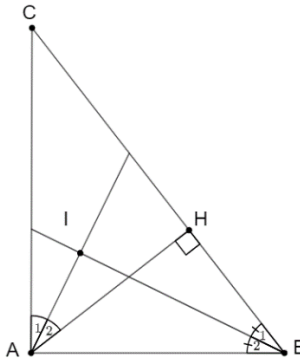


Ta có: $CEB = 90^\circ - \frac{B}{2}$; $EDC = ADB = 90^\circ - \frac{B}{2}$

Suy ra $EDC = DEC$.

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A . Kẻ AH vuông góc với BC tại H . Các tia phân giác của B và HAC cắt nhau tại I . Chứng minh rằng $AIB = 90^\circ$.

Lời giải



Ta có BI , AI lần lượt là tia phân giác của B và HAC

Nên $B_1 = B_2 = \frac{1}{2}ABC$ và $A_1 = A_2 = \frac{1}{2}HAC$

Mà $ABC = HAC$ (cùng phụ với C) nên $B_2 = A_1$

Xét tam giác AIB có:

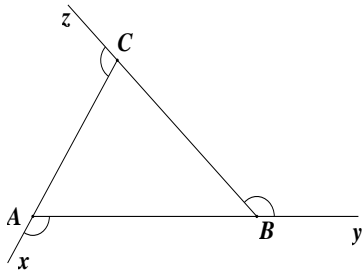
$$AIB + IAB + B_2 = 180^\circ \text{ (định lý tổng 3 góc của một tam giác)}$$

$$\Rightarrow AIB = 180^\circ - (IAB + B_2) = 180^\circ - (A_2 + HAB + B_2) = 180^\circ - (A_2 + A_1 + HAB)$$

$$= 180^\circ - (HAC + HAB) = 180^\circ - BAC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Bài 10. Chứng minh rằng: Tổng ba góc ngoài ở ba đỉnh của một tam giác bằng 360° .

Lời giải



Giả sử : Xét $\triangle ABC$, cần chứng minh $BAx + CBy + ACz = 360^\circ$

Ta có: $BAx = 180^\circ - BAC$

$CBy = 180^\circ - ABC$

$ACz = 180^\circ - BCA$

Cộng vế theo vế ta có

$$BAx + CBy + ACz = 3.180^\circ - (BAC + ABC + BCA)$$

Mà $BAC + ABC + BCA = 180^\circ$

$$\Rightarrow BAx + CBy + ACz = 3.180^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$

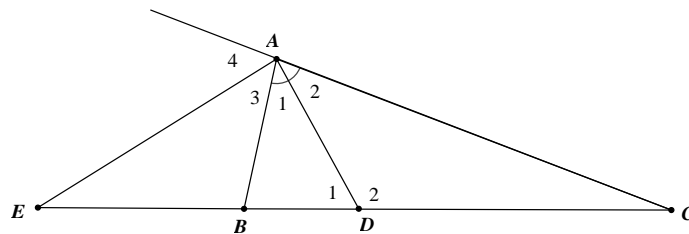
Cách khác: Dựa vào tính chất góc ngoài tam giác, tính số đo từng góc ngoài $\triangle ABC$ và thực hiện tương tự.

Bài 11. Tam giác ABC có $B > C$. Tia phân giác BAC cắt BC tại D .

a) Chứng minh $ADC - ADB = B - C$.

b) Đường thẳng chứa tia phân giác góc ngoài ở đỉnh A của tam giác ABC cắt đường thẳng BC tại E . Chứng minh rằng $AEB = \frac{B - C}{2}$.

Lời giải



a) $\triangle ABD$ có $A_1 + ABC + ADB = 180^\circ$;

$\triangle ACD$ có $A_2 + C + ADC = 180^\circ$;

Mà $A_1 = A_2$ nên $C + ADC = B + ADB \Rightarrow ADC - ADB = B - C$.

b) $\triangle ABC$ có $BAx = ABC + C$ (góc ngoài tam giác)

$$\Rightarrow A_3 = A_4 = \frac{1}{2} BAx = \frac{B + C}{2}$$

$\triangle ACE$ có: $A_4 = E + C$ (góc ngoài)

$$\Rightarrow E = A_4 - C \Rightarrow AEB = \frac{B + C}{2} - C \text{ hay } AEB = \frac{B - C}{2}.$$

Bài 12. Cho tam giác ABC , O là điểm nằm trong tam giác.

a) Chứng minh rằng $\angle BOC = A + \angle ABO + \angle ACO$.

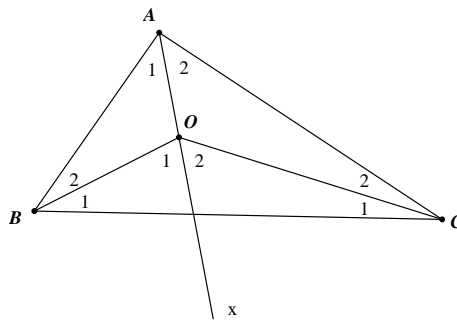
b) Biết $\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ - \frac{A}{2}$ và tia BO là tia phân giác của góc B . Chứng minh rằng tia CO là tia phân giác của góc C .

Lời giải

a) $\triangle ABO$ có $\angle O_1 = A_1 + \angle ABO$ (góc ngoài tam giác).

$\triangle ACO$ có $\angle O_2 = A_2 + \angle ACO$ (góc ngoài tam giác).

$\Rightarrow \angle O_1 + \angle O_2 = A_1 + A_2 + \angle ABO + \angle ACO$ Hay $\angle BOC = A + \angle ABO + \angle ACO$.



b) Từ $\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ - \frac{\angle BAC}{2}$

$$\Rightarrow \angle B_2 + \angle C_2 = \frac{180^\circ - A}{2} \Rightarrow \angle B_2 + \angle C_2 = \frac{\angle ABC + \angle ACB}{2}$$

$$\Rightarrow \angle B_2 + \angle C_2 = \frac{\angle ABC}{2} + \frac{\angle ACB}{2}$$

mà BO là tia phân giác của $\angle ABC$

$$\text{nên } \angle B_1 = \frac{\angle ABC}{2}$$

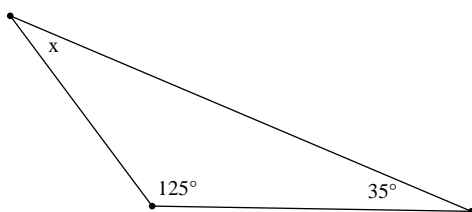
$$\text{suy ra } \angle C_2 = \frac{\angle ACB}{2}$$

Hay CO là tia phân giác của góc $\angle ACB$.

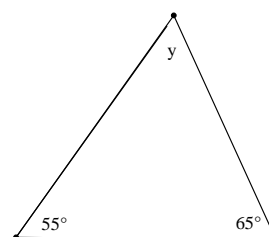
Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1.

Bài 1. Tính số đo x, y trong hình vẽ dưới đây

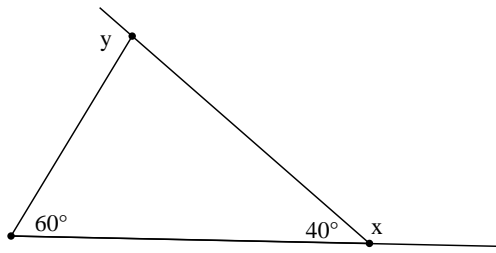


Hình 1

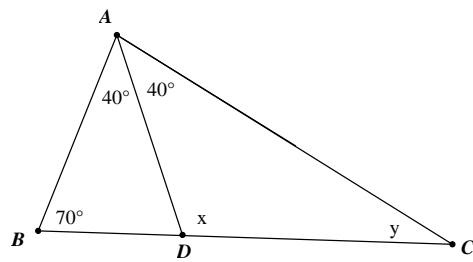


Hình 2

Bài 2. Tính số đo x, y trong hình vẽ dưới đây



Hình 1



Hình 2

Bài 3. Cho $\triangle MNP$. Tính các góc của tam giác biết

a) $5M = 3N; 7M - 4N = 15^\circ$.

b) $M + N = P; 2M = 3N$

Bài 4. Cho tam giác ABC có góc ngoài tại đỉnh C có số đo bằng 120° và $2A = 3B$.

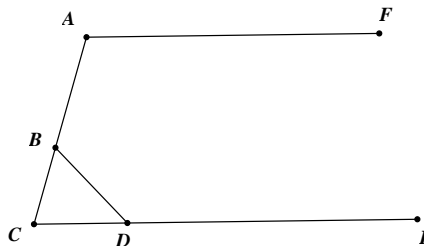
a) Tính các góc A, B, C .

b) Hai tia phân giác của góc A và B cắt nhau tại I . Tính góc BIA .

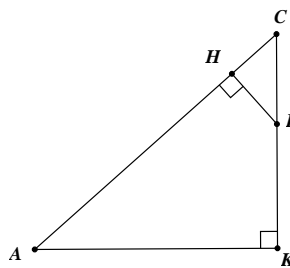
Dạng 2.

Bài 1. Cho hình vẽ dưới đây. Chứng minh $FA \parallel CE$ biết rằng:

$BAF = 120^\circ; ABD = 140^\circ; BDE = 100^\circ$.



Bài 2. Cho hình vẽ sau. Chứng minh rằng: $\hat{A} = \hat{HBC}$



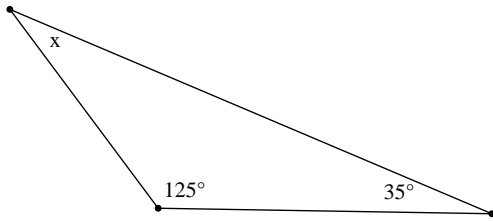
Bài 3. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 90^\circ$. Gọi d là đường thẳng đi qua C và vuông góc với BC . Tia phân giác của góc B cắt AC ở D và cắt d ở E . Kẻ CH vuông góc với DE . Chứng minh rằng CH là tia phân giác của góc DCE .

Bài 4. Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 90^\circ$, gọi D là một điểm nằm giữa A và C . Lấy điểm E thuộc tia đối của tia BD . Chứng minh rằng góc AEC là góc nhọn.

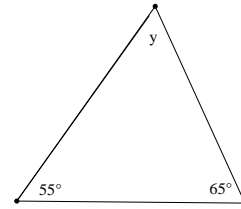
ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1.

Bài 1. Tính số đo x, y trong hình vẽ dưới đây



Hình 1



Hình 2

Lời giải:

Xét H1:

Ta có: $x + 125^\circ + 35^\circ = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

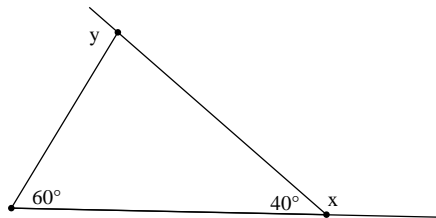
$$\Rightarrow x = 180^\circ - 125^\circ - 35^\circ \Rightarrow x = 20^\circ. \text{ Vậy } x = 20^\circ$$

Xét H2:

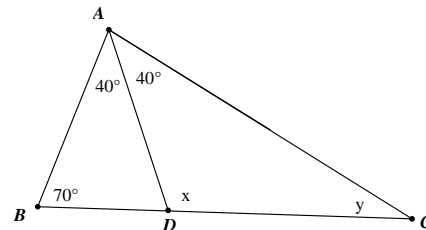
Ta có: $y + 55^\circ + 65^\circ = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$\Rightarrow y = 180^\circ - 55^\circ - 65^\circ \Rightarrow y = 60^\circ. \text{ Vậy } y = 60^\circ$$

Bài 2. Tính số đo x, y trong hình vẽ dưới đây



Hình 1



Hình 2

Lời giải:

Hình 1:

Ta có: $x = 180 - 40^\circ$ (hai góc kề bù)

$$\Rightarrow x = 140^\circ.$$

Vậy $x = 140^\circ$

Ta có: $y = 60^\circ + 40^\circ$ (góc ngoài của tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó)

$$\Rightarrow y = 100^\circ.$$

Vậy $y = 100^\circ$

Hình 2:

Ta có: $x = 70^\circ + 40^\circ$ (góc ngoài của tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó)

$$\Rightarrow x = 110^\circ.$$

Vậy $x = 110^\circ$

Ta có: $y + 110^\circ + 40^\circ = 180^\circ$ (định lý tổng ba góc trong một tam giác)

$$\Rightarrow y = 180^\circ - 110^\circ - 40^\circ \Rightarrow y = 30^\circ.$$

Vậy $y = 30^\circ$

Bài 3. Cho $\triangle MNP$. Tính các góc của tam giác biết

a) $5M = 3N; 7M - 4N = 15^\circ.$

$$b) M + N = P; 2M = 3N$$

Lời giải:

$$a) 5M = 3N \Rightarrow \frac{M}{3} = \frac{N}{5} \Rightarrow \frac{7M}{21} = \frac{4N}{20}, \text{ áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được:}$$

$$\frac{7M}{21} = \frac{4N}{20} = \frac{7M - 4N}{21 - 20} = \frac{15^\circ}{1} = 15^\circ$$

$$\frac{7M}{21} = 15^\circ \Rightarrow M = 45^\circ$$

$$\frac{4N}{20} = 15^\circ \Rightarrow N = 75^\circ$$

- Xét $\triangle MNP$, áp dụng định lý tổng 3 góc trong một tam giác ta được :

$$M + N + P = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow 45^\circ + 75^\circ + P = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow 120^\circ + P = 180^\circ$$

$$P = 60^\circ$$

$$b) M + N = P; 2M = 3N$$

- Xét $\triangle MNP$, áp dụng định lý tổng 3 góc trong một tam giác ta được:

$$M + N + P = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow P + P = 180^\circ$$

$$\Leftrightarrow 2P = 180^\circ$$

$$\Rightarrow P = 90^\circ$$

$$\Rightarrow M + N = 90^\circ$$

$$\text{Ta có: } 2M = 3N \Rightarrow \frac{M}{3} = \frac{N}{2}, \text{ áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta được:}$$

$$\frac{M}{3} = \frac{N}{2} = \frac{M + N}{3 + 2} = \frac{90^\circ}{5} = 18^\circ$$

$$\frac{M}{3} = 18^\circ \Rightarrow M = 54^\circ$$

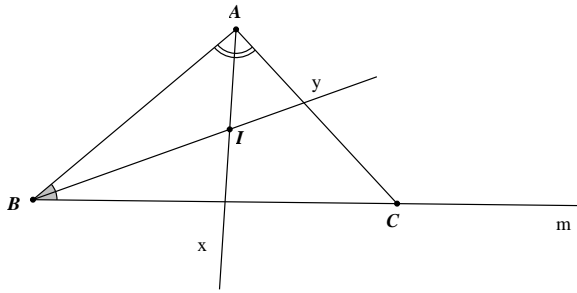
$$\frac{N}{2} = 18^\circ \Rightarrow N = 36^\circ$$

Bài 4. Cho tam giác ABC có góc ngoài tại đỉnh C có số đo bằng 120° và $2A = 3B$.

a) Tính các góc A, B, C .

b) Hai tia phân giác của góc A và B cắt nhau tại I . Tính góc BIA .

Lời giải



a) Tính các góc A, B, C .

Ta có góc ngoài tại đỉnh C có số đo bằng 120° nên $ACm = 120^\circ \Rightarrow ACB = 60^\circ \Rightarrow C = 60^\circ$.

Ta lại có $2A = 3B \Rightarrow A = \frac{3}{2}B$.

Mà $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow \frac{3}{2}B + B + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow B = 48^\circ \Rightarrow A = 72^\circ$.

b) Hai tia phân giác của góc A và B cắt nhau tại I . Tính góc BIA .

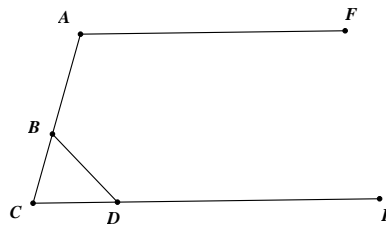
Do tia Ax là tia phân giác của góc $A \Rightarrow BAx = \frac{1}{2}A = 36^\circ \Rightarrow BAI = 36^\circ$

Do tia By là tia phân giác của góc $B \Rightarrow ABx = \frac{1}{2}B = 24^\circ \Rightarrow ABI = 24^\circ$.

Ta lại có $ABI + BAI + AIB = 180^\circ \Rightarrow AIB = 180^\circ - 36^\circ - 24^\circ = 120^\circ$.

Dạng 2.

Bài 1. Cho hình vẽ dưới. Chứng minh $FA \parallel CE$ biết rằng: $BAF = 120^\circ$; $ABD = 140^\circ$; $BDE = 100^\circ$.

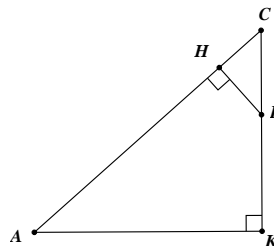


Lời giải

Ta có: ABD là góc ngoài của $\triangle BCD \Rightarrow BCD = 60^\circ$

Hai góc trong cùng phía BCD ; FAC có tổng bằng $180^\circ \Rightarrow FA \parallel CE$

Bài 2. Cho hình vẽ sau. Chứng minh rằng: $A = HBC$



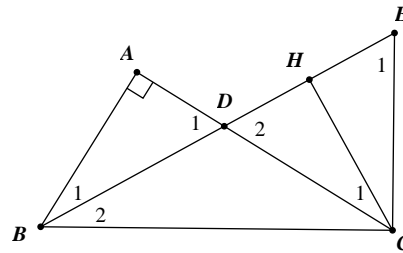
Lời giải

$\triangle ACK$ có $A + C = 90^\circ$; $\triangle BHC$ có $HBC + C = 90^\circ$

$\Rightarrow A = HBC$ (cùng phụ C)

Bài 3. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 90^\circ$. Gọi d là đường thẳng đi qua C và vuông góc với BC . Tia phân giác của góc B cắt AC ở D và cắt d ở E . Kẻ CH vuông góc với DE . Chứng minh rằng CH là tia phân giác của góc DCE .

Lời giải



Ta có: $B_1 + D_1 = 90^\circ$; $C_1 + D_2 = 90^\circ$

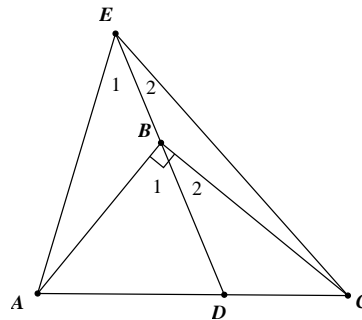
mà $D_1 = D_2 \Rightarrow B_1 = C_1$

CMTT $\Rightarrow B_2 = C_2$

Mà $B_1 = B_2 \Rightarrow C_1 = C_2$

$\Rightarrow CH$ là phân giác của DCE .

Bài 4. Cho tam giác ABC có $B = 90^\circ$, gọi D là một điểm nằm giữa A và C . Lấy điểm E thuộc tia đối của tia BD . Chứng minh rằng AEC là góc nhọn.



Lời giải

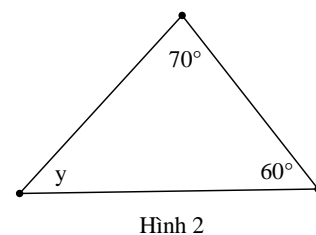
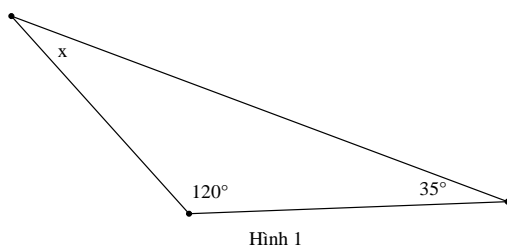
Chứng minh $E_1 < B_1$; $E_2 < B_2$ (tính chất góc ngoài của tam giác)

$\Rightarrow AEC < ABC = 90^\circ$.

PHIẾU BÀI TẬP.

Dạng 1. Tính số đo góc của một tam giác

Bài 1. Tính số đo x, y trong hình vẽ dưới đây

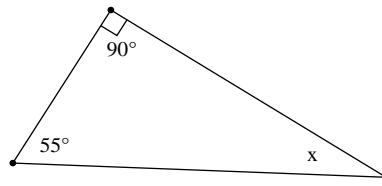


Bài 2.

Cho tam giác ΔPQR có $P = 48^\circ$, $Q = 62^\circ$. Tính góc còn lại của tam giác?

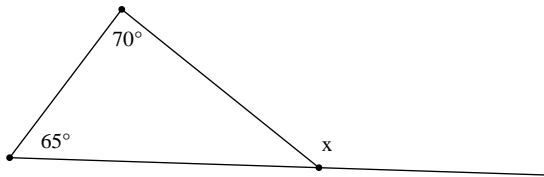
Bài 3.

Tính số đo x trong hình vẽ dưới đây

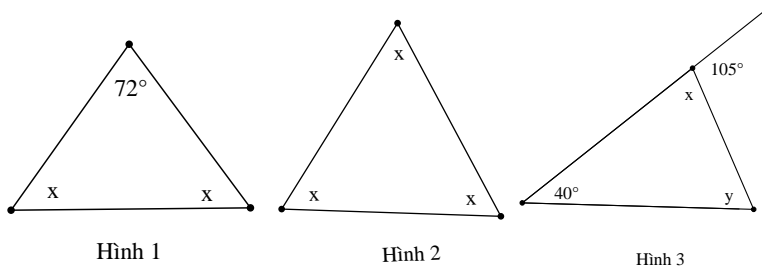


Bài 4.

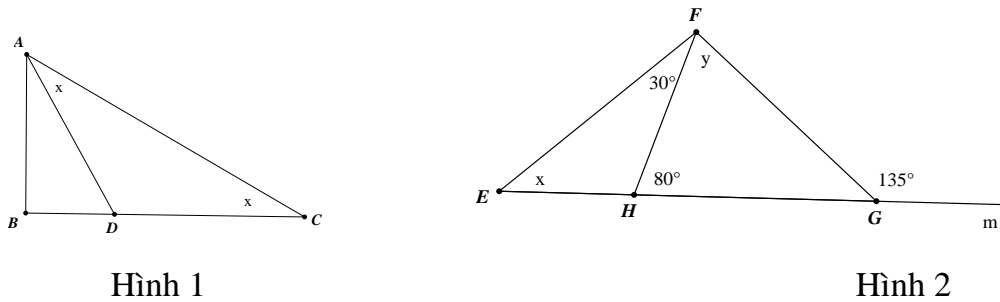
Tính số đo x trong hình vẽ dưới đây



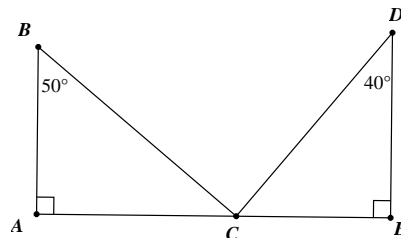
Bài 5. Tính số đo x, y trong hình vẽ dưới đây



Bài 6. Tính số đo x, y trong hình vẽ sau: Biết $\angle BAD = 22^\circ$



Bài 7. Cho hình vẽ. Chứng minh rằng: $BC \perp CD$



Bài 8. Tính các góc của ΔABC , biết: $A - B = 18^\circ$ và $B - C = 18^\circ$

Bài 9. Tính các góc của tam giác ABC biết:

- a) $\frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5}$.
- b) $A = 2B = 6C$.

Bài 10. Cho tam giác ABC , tia phân giác AD của góc A cắt BC tại D . Tính góc ADB biết $B - C = 40^\circ$.

Bài 11. Cho $\triangle MNP$. Tính các góc của tam giác biết

a) $\frac{M}{3} = \frac{N}{2} = \frac{P}{4}$.

b) $N = 2M; P - M = 36^\circ$.

Bài 12. Cho $\triangle DEG$ biết $D : E : G = 1 : 3 : 5$.

a) Tính các góc của tam giác $\triangle DEG$.

b) Tia phân giác ngoài tại E cắt DG tại A . Tính DAE .

Dạng 2. Các dạng bài toán chứng minh

Bài 1. Cho $\triangle ABC$ có $B, C < 90^\circ$. Kẻ BD vuông góc với $AC (D \in AC)$. Kẻ CE vuông góc với $AB (E \in AB)$. Gọi H là giao điểm của BD và CE . Chứng minh: $\angle A$ và $\angle DHE = 180^\circ$.

Bài 2. Cho góc xOy , điểm A thuộc tia Ox . Kẻ AB vuông góc với $Oy (B \in Oy)$, kẻ BC vuông góc với $Ox (C \in Ox)$, kẻ CD vuông góc với $Oy (D \in Oy)$. Chứng minh: $\angle ABO = \angle ACB$ và $\angle ABO = \angle CDO$

Bài 3. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Vẽ AH vuông góc với BC tại H . Vẽ Ax là tia đối của tia AC . Chứng minh:

1. $\angle BAH = \angle C$

2. $\angle xAH$ và $\angle B$ bù nhau

Bài 4. Cho tam giác $\triangle MNP$, E là một điểm trên MN . Chứng minh: $\angle NEP > \angle NMP$

Bài 5. Cho tam giác $\triangle ABC$ có B tù. Chứng minh rằng các $\angle A$ và $\angle C$ nhọn.

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , điểm E nằm trong tam giác đó. Chứng minh $\angle BEC$ là góc tù.

Bài 7. Cho tam giác MNP có $N > P$. Vẽ phân giác MK .

a) Chứng minh $\angle MKP - \angle MKN = N - P$

b) Đường thẳng chứa tia phân giác góc ngoài đỉnh M của tam giác MNP , cắt đường thẳng NP tại E . Chứng minh rằng: $\angle MEP = \frac{N - P}{2}$

Bài 8. Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi d là đường thẳng vuông góc với BC tại C . Tia phân giác của góc B cắt AC ở D và cắt d ở E .

Chứng minh rằng $\angle EDC = \angle DEC$

Bài 9. Cho tam giác ABC vuông tại A . Kẻ AH vuông góc với BC tại H . Các tia phân giác của $\angle B$ và $\angle HAC$ cắt nhau tại I . Chứng minh rằng $\angle AIB = 90^\circ$.

Bài 10. Chứng minh rằng: Tổng ba góc ngoài ở ba đỉnh của một tam giác bằng 360° .

Bài 11. Tam giác ABC có $B > C$. Tia phân giác $\angle BAC$ cắt BC tại D .

a) Chứng minh $\angle ADC - \angle ADB = B - C$.

b) Đường thẳng chứa tia phân giác góc ngoài ở đỉnh A của tam giác ABC cắt đường thẳng BC tại E . Chứng minh rằng $AE = \frac{B-C}{2}$.

Bài 12. Cho tam giác ABC , O là điểm nằm trong tam giác.

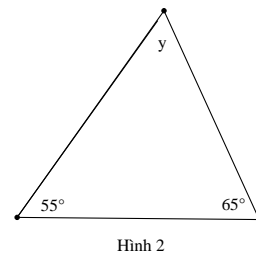
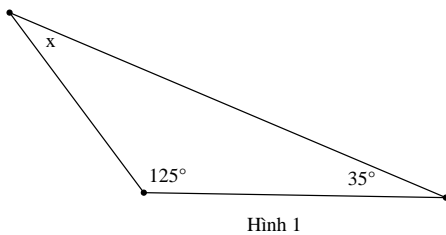
a) Chứng minh rằng $\angle BOC = A + \angle ABO + \angle ACO$.

b) Biết $\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ - \frac{A}{2}$ và tia BO là tia phân giác của góc B . Chứng minh rằng tia CO là tia phân giác của góc C .

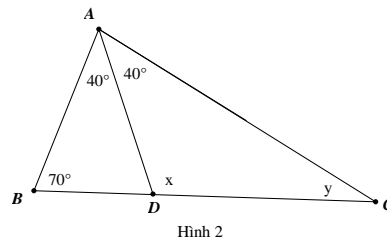
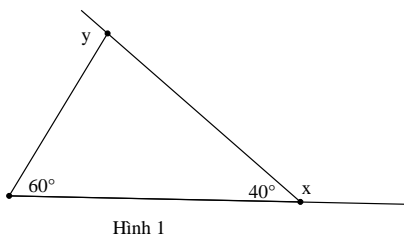
BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1.

Bài 1. Tính số đo x, y trong hình vẽ dưới đây



Bài 2. Tính số đo x, y trong hình vẽ dưới đây



Bài 3. Cho $\triangle MNP$. Tính các góc của tam giác biết

a) $5M = 3N; 7M - 4N = 15^\circ$.

b) $M + N = P; 2M = 3N$

Bài 4. Cho tam giác ABC có góc ngoài tại đỉnh C có số đo bằng 120° và $2A = 3B$.

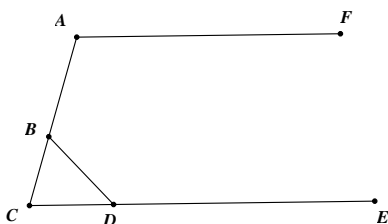
a) Tính các góc A, B, C .

b) Hai tia phân giác của góc A và B cắt nhau tại I . Tính góc BIA .

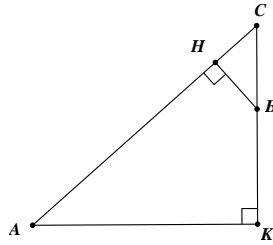
Dạng 2.

Bài 1. Cho hình vẽ dưới đây. Chứng minh $FA \parallel CE$ biết rằng:

$\angle BAF = 120^\circ; \angle ABD = 140^\circ; \angle BDE = 100^\circ$.



Bài 2. Cho hình vẽ sau. Chứng minh rằng: $\angle A = \angle HBC$.



Bài 3. Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ$. Gọi d là đường thẳng đi qua C và vuông góc với BC . Tia phân giác của góc B cắt AC ở D và cắt d ở E . Kẻ CH vuông góc với DE . Chứng minh rằng CH là tia phân giác của góc DCE .

Bài 4. Cho tam giác ABC có $\hat{B} = 90^\circ$, gọi D là một điểm nằm giữa A và C . Lấy điểm E thuộc tia đối của tia BD . Chứng minh rằng góc AEC là góc nhọn.

-HẾT-