

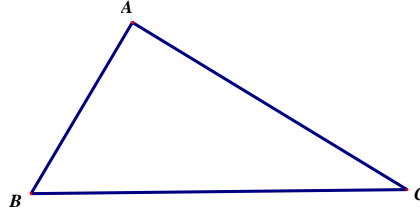
CHUYÊN ĐỀ 31: QUAN HỆ GIỮA GÓC VÀ CẠNH ĐỐI DIỆN TRONG TAM GIÁC

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

I. Góc đối diện với cạnh lớn hơn trong một tam giác

Định lí 1:

“ Trong một tam giác, góc đối diện với cạnh lớn hơn là góc lớn hơn “.



VD: Cho $\triangle ABC$, ($AC > AB$). Khi đó:

+ Cạnh AB là cạnh đối diện với góc C .

+ Cạnh AC là cạnh đối diện với góc B .

$$AC > AB \Rightarrow B > C$$

II. Cạnh đối diện với góc lớn hơn trong một tam giác

Định lí 2: “ Trong một tam giác, cạnh đối diện với góc lớn hơn là cạnh lớn hơn ”.

VD: Cho $\triangle ABC$, ($AC > AB$). Khi đó:

+ Góc C là góc đối diện với cạnh AB .

+ Góc B là góc đối diện với cạnh AC .

$$B > C \Rightarrow AC > AB$$

Chú ý:

+ Đối diện với cạnh là góc, mà đối diện với góc là cạnh.

+ Trong tam giác tù hoặc tam giác vuông thì góc tù và góc vuông là góc lớn nhất nên cạnh đối diện với góc vuông (cạnh huyền), cạnh đối diện với góc tù là cạnh lớn nhất.

+ Định lí 1 và 2 chỉ đúng khi ta áp dụng trong 1 tam giác.

+ Trong tam giác cạnh nhỏ nhất đối diện với góc nhọn.

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

Dạng 1. So sánh các góc trong một tam giác

I. Phương pháp giải:

+ TH1: Nếu các góc cần so sánh nằm trong cùng một tam giác thì ta áp dụng định lí 1:

So sánh các cạnh đối diện với các góc đó.

+ TH2: Nếu các góc cần so sánh không cùng nằm trong cùng một tam giác

Thì ta dùng góc trung gian để so sánh

II. Bài toán.

Bài 1. So sánh các góc của $\triangle ABC$ biết rằng: $AB = 4\text{cm}, BC = 6\text{cm}, CA = 5\text{cm}$.

Lời giải:

$\triangle ABC$ có $AB < AC < BC (4 < 5 < 6) \Rightarrow C < B < A$ (Định lí 1 – quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác).

Bài 2. So sánh các góc của $\triangle DEF$ biết rằng: $DE = 2\text{cm}, DF = 3\text{cm}, EF = 4\text{cm}$.

Lời giải:

$\triangle DEF$ có $DE < DF < EF (2 < 3 < 4) \Rightarrow F < E < D$ (Định lí 1 – quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác).

Bài 3. So sánh các góc của $\triangle ABC$ biết rằng: $AB = 2\sqrt{2}\text{cm}, BC = \sqrt{11}\text{cm}, CA = 3\text{cm}$.

Lời giải:

$\triangle ABC$ có $AB < BC < AC (2\sqrt{2} < 3 < \sqrt{11}) \Rightarrow C < A < B$ (Định lí 1 – quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác).

Bài 4. So sánh các góc của $\triangle ABC$ biết độ dài các cạnh AB, BC, CA lần lượt tỉ lệ nghịch với 3, 4, 5.

Lời giải:

$\triangle ABC$ có: Độ dài các cạnh AB, BC, CA lần lượt tỉ lệ nghịch với 3, 4, 5.

$$\Rightarrow AB \cdot 3 = BC \cdot 4 = CA \cdot 5$$

$$\Rightarrow AB > BC > AC$$

$$\Rightarrow ACB > BAC > ABC \text{ hay } C > A > B \text{ (Định lí 1)}.$$

Bài 5. So sánh các góc của $\triangle ABC$ biết độ dài các cạnh AB, BC, CA lần lượt tỉ lệ với 3, 4, 5.

Lời giải:

$\triangle ABC$ có: Độ dài các cạnh AB, BC, CA lần lượt tỉ lệ với 3, 4, 5.

$$\Rightarrow \frac{AB}{3} = \frac{BC}{4} = \frac{AC}{5}$$

$$\Rightarrow AB < BC < AC$$

$$\Rightarrow ACB < BAC < ABC \text{ hay } C < A < B \text{ (Định lí 1)}$$

Bài 6. Sử dụng quan hệ giữa góc và cạnh đối diện để chứng minh định lí: Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

Lời giải:

Cho $\triangle ABC$ cân tại A nên $AB = AC \Rightarrow C = B$ (Định lí 1)

Vậy trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

Bài 7. Sử dụng quan hệ giữa góc và cạnh đối diện để chứng minh định lí: Trong một tam giác đều, ba góc bằng nhau.

Lời giải:

Cho $\triangle ABC$ đều nên $AB = AC = BC \Rightarrow C = B = A$ (Định lý 1)

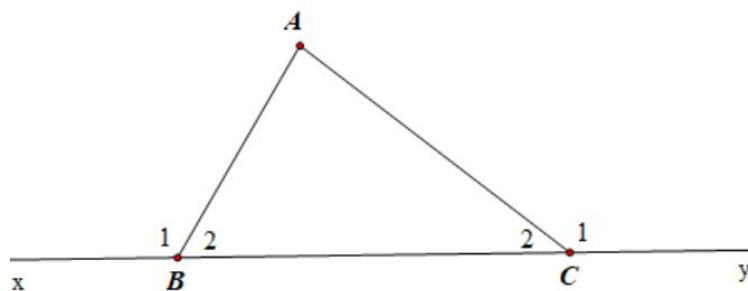
Vậy trong một tam giác đều, ba góc bằng nhau.

Bài 8. Trong một tam giác, đối diện với cạnh nhỏ nhất là góc gì (nhọn, vuông, tù)? tại sao?

Lời giải: Trong một tam giác, đối diện với cạnh nhỏ nhất là góc nhỏ nhất. Góc nhỏ nhất của tam giác là góc nhọn (tam giác nào cũng có ít nhất một góc nhọn)

Bài 9. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. So sánh hai góc ngoài tại các đỉnh $B; C$

Lời giải:



Trước hết ta so sánh các góc trong tại hai đỉnh $B; C$

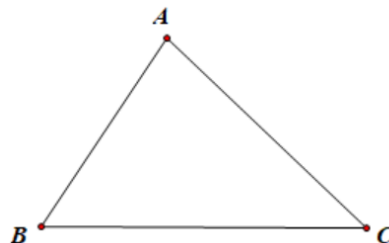
Vì $AB < AC$ nên $C_2 < B_2$ (Định lý 1)

Mà $B_1 + B_2 = C_1 + C_2 = 180^\circ$ (Tính chất hai góc kề bù)

Do đó $C_1 > B_1$

Bài 10. Cho tam giác ABC có AB là cạnh nhỏ nhất. Chứng minh rằng $C \leq 60^\circ$

Lời giải



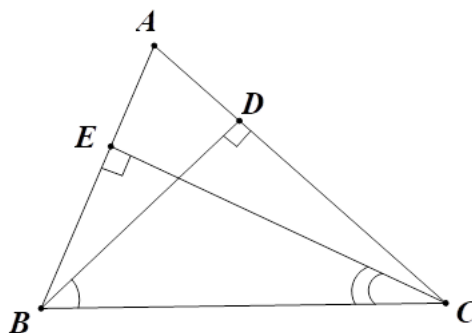
Vì tam giác ABC có AB là cạnh nhỏ nhất nên C là góc nhỏ nhất

Do đó $C \leq B, C \leq A$

Suy ra $3C \leq C + B + A = 180^\circ \Rightarrow C \leq 60^\circ$

Bài 11. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$. Kẻ BD vuông góc với AC tại D , CE vuông góc với AB tại E . So sánh DBC và ECB .

Lời giải



Tam giác ABC có $AB < AC$ suy ra $ACB < ABC$ (quan hệ giữa cạnh và góc trong tam giác).

Tam giác DBC có $DBC = 90^\circ - ACB$ (1).

(Trong tam giác vuông hai góc nhọn phụ nhau)

Tam giác ECB có $ECB = 90^\circ - ABC$ (2)

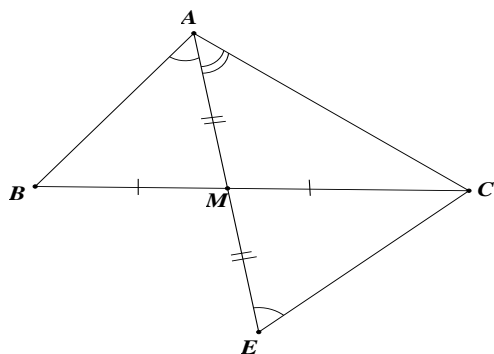
(Trong tam giác vuông hai góc nhọn phụ nhau)

Mà $ACB < ABC$ (GT) (3)

Từ (1),(2),(3) $\Rightarrow DBC > ECB$

Bài 12. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh $MAB > MAC$.

Lời giải



Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $AM = ME$

$\Delta ABM = \Delta ECM$ (c.g.c)

$\Rightarrow AB = EC$ (hai cạnh tương ứng)

$\Rightarrow BAM = CEM$ (hai góc tương ứng) (1)

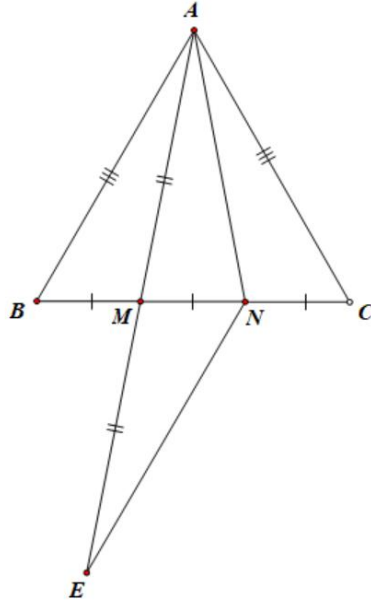
Xét ΔAEC có $CE < AC$ (vì $EC = AB < AC(gt)$)

$\Rightarrow EAC < AEC$ (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác) (2)

Từ (1),(2) $\Rightarrow MAB > MAC$ (đ.p.c.m).

Bài 13. Cho ΔABC đều. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = \frac{1}{3}BC$. Chứng minh rằng $BAM < 20^\circ$.

Lời giải



Gọi N là điểm trên BC sao cho $BM = MN = NC$

ΔABC đều nên $BAC = ABC = ACB = 60^\circ$

$\Delta ABM = \Delta ACN$ (c.g.c)

$\Rightarrow BAM = CAN$ (hai góc tương ứng).

Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $AM = ME$

$\Delta ABM = \Delta ENM$ (c.g.c)

$\Rightarrow AB = EN$ (hai cạnh tương ứng).

ΔABM có $B = 60^\circ; BAM < 30^\circ$

(Vì ΔABC đều $BM = \frac{1}{3}BC \Rightarrow BM < \frac{BC}{2}$ nên $BAM < 30^\circ$)

$\Rightarrow AMB > 90^\circ$

$\Rightarrow ABM < AMB \Rightarrow AM < AB$ (quan hệ giữa cạnh và góc trong tam giác)

$\Rightarrow EN > AM$ mà $AM = AN$ ($\Delta ABM = \Delta ACN$)

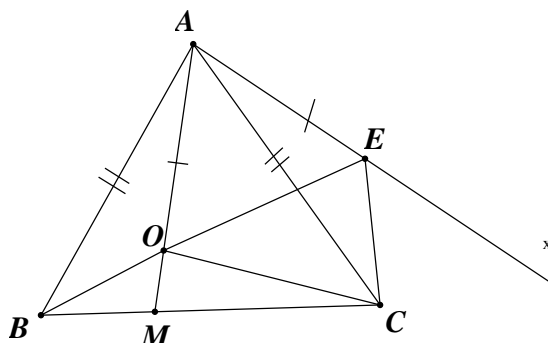
$\Rightarrow EN > AN$ hay $EAN > AEN \Rightarrow MAN > BAM$

Mà $BAM + MAN + NAC = 60^\circ \Rightarrow MAN + 2BAM = 60^\circ$

Mặt khác $MAN > BAM \Rightarrow 3BAM < 60^\circ \Rightarrow BAM < 20^\circ$ (đ.p.c.m)

Bài 14. Cho ΔABC cân tại A . Gọi M là một điểm nằm trên cạnh BC sao cho $MB < MC$. Lấy điểm O trên đoạn thẳng AM . Chứng minh rằng $\angle AOB > \angle AOC$.

Lời giải



Xét ΔAMB và ΔAMC có:

$$AB = AC(gt)$$

AM cạnh chung

$$MB < MC(gt) \Rightarrow \angle MAB < \angle MAC$$

Trên nửa mặt phẳng bờ AC , không chứa điểm B , vẽ tia Ax sao cho $\angle CAx = \angle MAB$.

Trên Ax lấy điểm E sao cho $AE = AO$

Ta có $\Delta AEC = \Delta AOB$ (c.g.c)

$$\Rightarrow EC = OB \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow \angle AEC = \angle AOB \text{ (hai góc tương ứng)}$$

ΔAEC và ΔAOC có AC cạnh chung; $AE = AO$ và $\angle EAC < \angle OAC$

Nên $EC < OC$ suy ra $\angle EOC < \angle OEC$ (1)

ΔAOE cân tại A nên $\angle AOE = \angle AEO$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \angle AOC < \angle AEC$, do đó $\angle AOC < \angle AOB$

Dạng 2. So sánh các cạnh trong một tam giác

I. Phương pháp giải:

+ TH1: Nếu các cạnh cần so sánh nằm trong cùng một tam giác thì ta áp dụng định lí 2:

So sánh các góc đối diện với các cạnh đó

+ TH2: Nếu các góc cần so sánh không cùng nằm trong cùng một tam giác

Thì ta dùng góc trung gian để so sánh

II. Bài toán.

Bài 1. So sánh các cạnh của ΔABC , biết: $A = 45^\circ; B = 55^\circ$

Lời giải

ΔABC có: $A = 45^0; B = 55^0$

Mà $A + B + C = 180^0$ (tổng 3 góc của một tam giác)

$$\Rightarrow 45^0 + 55^0 + C = 180^0 \Rightarrow C = 180^0 - (45^0 + 55^0) = 80^0$$

$$\Rightarrow C > B > A \text{ (Vì } 80^0 > 55^0 > 45^0)$$

$$\Rightarrow AB > AC > BC \text{ (Định lý 2)}$$

Bài 2. So sánh các cạnh của ΔABC vuông tại A , biết $B = 55^0$

Lời giải

ΔABC có: $A = 90^0; B = 55^0$

Mà $B + C = 90^0$ (tổng 3 góc của một tam giác)

$$\Rightarrow 55^0 + C = 90^0 \Rightarrow C = 90^0 - 55^0 = 35^0$$

$$\Rightarrow A > B > C \text{ (Vì } 90^0 > 55^0 > 35^0)$$

$$\Rightarrow BC > AC > AB \text{ (Định lý 2)}$$

Bài 3. So sánh các cạnh của ΔABC , biết góc ngoài tại đỉnh A bằng 100^0 , $B = 55^0$

Lời giải

Vì góc ngoài tại đỉnh A bằng $120^0 \Rightarrow A = 180^0 - 100^0 = 80^0$

ΔABC có: $A = 80^0; B = 55^0$

Mà $A + B + C = 180^0$ (tổng 3 góc của một tam giác)

$$\Rightarrow 80^0 + 55^0 + C = 180^0 \Rightarrow C = 180^0 - (80^0 + 55^0) = 45^0$$

$$\Rightarrow A > B > C \text{ (Vì } 80^0 > 55^0 > 45^0)$$

$$\Rightarrow BC > AC > AB \text{ (Định lý 2)}$$

Bài 4. Chứng minh trong tam giác vuông, cạnh huyền lớn hơn mỗi cạnh góc vuông.

Lời giải

Trong tam giác vuông có một góc vuông và hai góc nhọn, góc vuông là góc lớn nhất, đối diện với góc vuông là cạnh huyền, hai cạnh còn lại là hai cạnh góc vuông. Nên trong tam giác vuông cạnh huyền là cạnh lớn nhất.

Bài 5. So sánh các cạnh của ΔABC , biết ΔABC cân tại A , $A < 60^0$.

Lời giải

ΔABC cân tại A .

$$\Rightarrow B = C \text{ (t/c tam giác cân)}$$

$$A+B+C=180^0 \text{ (tổng 3 góc của một tam giác)}$$

$$\Rightarrow A+2B=180^0 \Rightarrow A=180^0-2B$$

$$\text{Mà } A < 60^0 \Rightarrow 180^0-2B < 60^0 \Rightarrow 120^0 < 2B \Rightarrow 60^0 < B$$

$$\Rightarrow B=C > A \text{ (Vì } B=C > 60^0 > A)$$

ΔABC có $B=C > A$

$$\Rightarrow AC=AB > BC \text{ (Định lý 2)}$$

Bài 6. So sánh các cạnh của ΔABC , biết số đo các góc A, B, C lần lượt tỉ lệ với 2, 3, 4.

Lời giải

$$\text{Vì } A:B:C=2:3:4$$

$$\Rightarrow \frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4}$$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{A}{2} = \frac{B}{3} = \frac{C}{4} = \frac{A+B+C}{2+3+4} = \frac{180^0}{9} = 20^0$ (tổng 3 góc của một tam giác)

$$\Rightarrow A=2.20^0=40^0$$

$$B=3.20^0=60^0$$

$$C=4.20^0=80^0$$

ΔABC có: $C > B > A$ (Vì $80^0 > 60^0 > 40^0$)

$$\Rightarrow AB > AC > BC \text{ (Định lý 2)}$$

Bài 7: So sánh các cạnh của ΔABC biết rằng: $A=40^0$ và số đo góc B, C tỉ lệ với 3, 4.

Lời giải

Ta có ΔABC biết rằng: $A=40^0$ và số đo góc B, C tỉ lệ với 3, 4.

$$A+B+C=180^0 \text{ (tổng 3 góc của một tam giác)}$$

$$\Rightarrow 40^0+B+C=180^0 \Rightarrow B+C=180^0-40^0=140^0$$

$$\text{Do đó } \frac{B}{3} = \frac{C}{4} = \frac{B+C}{3+4} = \frac{140^0}{7} = 20^0$$

$$\text{Suy ra } B=3.20^0=60^0, C=4.20^0=80^0$$

$$\Rightarrow A < B < C \text{ (} 40^0 < 60^0 < 80^0)$$

$$\Rightarrow BC < AC < AB$$

(Định lý 2)

Bài 8: So sánh các cạnh của $\triangle ABC$ biết rằng: $A = 40^\circ$ và số đo góc B, C tỉ lệ nghịch với 3, 4.

Lời giải

Ta có $\triangle ABC$ biết rằng: $A = 40^\circ$ và số đo góc B, C tỉ lệ nghịch với 3, 4.

$$A + B + C = 180^\circ \text{ (tổng 3 góc của một tam giác)}$$

$$\Rightarrow 40^\circ + B + C = 180^\circ \Rightarrow B + C = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$\text{Do đó } 3B = 4C \Rightarrow \frac{B}{4} = \frac{C}{3} = \frac{B+C}{4+3} = \frac{140^\circ}{7} = 20^\circ$$

$$\text{Suy ra } B = 4 \cdot 20^\circ = 80^\circ, C = 3 \cdot 20^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow A < C < B \text{ (} 40^\circ < 60^\circ < 80^\circ \text{)}$$

$$\Rightarrow BC < AB < AC$$

(Định lí 2)

Bài 9: Cho tam giác $\triangle ABC$ cân tại A , biết $B = 45^\circ$

a) So sánh các cạnh của tam giác $\triangle ABC$.

b) Tam giác $\triangle ABC$ còn gọi là tam giác gì? Vì sao?

Lời giải

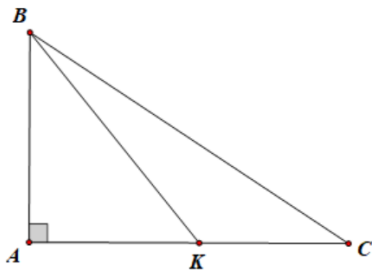
a) Tam giác $\triangle ABC$ cân tại A nên $C = B = 45^\circ \Rightarrow A = 90^\circ$.

Vậy $A = 90^\circ > B = C = 45^\circ \Rightarrow BC > AC = AB$.

b) Tam giác $\triangle ABC$ vuông cân tại A vì $A = 90^\circ, B = C$.

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , điểm K nằm giữa A và C . So sánh BK và BC .

Lời giải



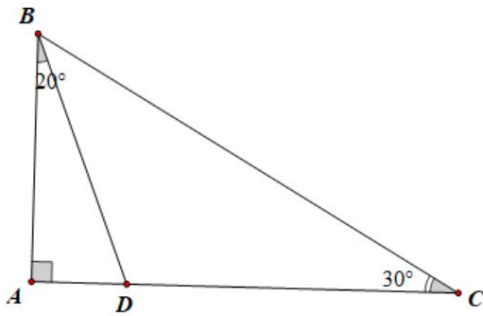
Ta có $\angle AKC > A$ (góc ngoài $\triangle ABK$) nên $\angle AKC > 90^\circ$

Xét $\triangle BKC$ có $\angle AKC > 90^\circ$ nên $BC > BK$

Bài 11: Cho tam giác ABC vuông tại A , $C = 30^\circ$. Điểm D thuộc cạnh AC sao cho $\angle ABD = 20^\circ$.

So sánh BA, BD, BC, AD, DC

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại A , $C = 30^\circ \Rightarrow \angle ABC = 90^\circ - C = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$$\Rightarrow \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$$

Xét $\triangle BDC$: $\angle D = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$

$$\Rightarrow \angle BDC > \angle DBC > \angle BCD (110^\circ > 40^\circ > 30^\circ)$$

$$\Rightarrow BC > DC > BD$$

Xét $\triangle ABD$: $\angle D = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

$$\Rightarrow \angle BAD > \angle ADB > \angle ABD (90^\circ > 70^\circ > 20^\circ)$$

$$\Rightarrow BD > AB > AD$$

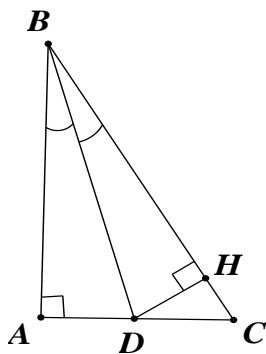
Vậy $BC > DC > BD > AB > AD$

Bài 12: Cho tam giác ABC vuông tại A . Tia phân giác góc B cắt AC ở D . Kẻ DH vuông góc với BC tại H . So sánh:

a) BA với BH

b) DA với DC

Lời giải



a) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle HBD$ có

$$\angle BAD = \angle BHD = 90^\circ$$

$$\angle ABD = \angle HBD \text{ (gt)}$$

BD cạnh chung

$$\Rightarrow \triangle ABD = \triangle HBD \text{ (Cạnh huyền-góc nhọn)}$$

$$\Rightarrow BA = BH \text{ (Hai cạnh tương ứng)}$$

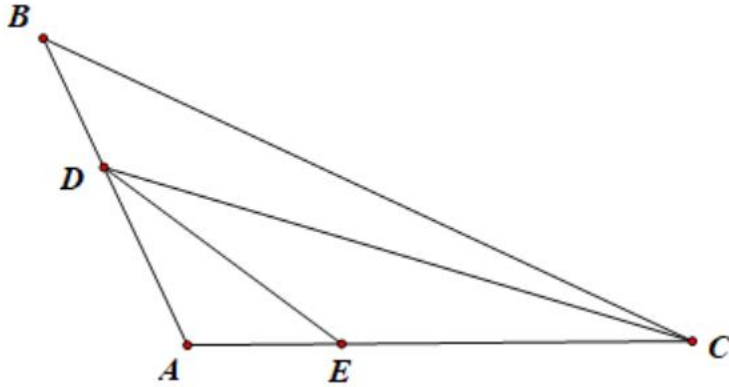
b) ΔHDC có $DHC = 90^\circ \Rightarrow DC > DH$ (cạnh huyền , cạnh góc vuông)

Mà $AD = DH$ (Vì $\Delta ABD = \Delta HBD$)

$\Rightarrow DC > AD$

Bài 13: Cho tam giác ABC có $A > 90^\circ$. Lấy điểm D thuộc cạnh AB điểm E thuộc cạnh AC . Chứng minh rằng $DE < BC$

Lời giải



Vì BDC là góc ngoài của ΔDAC

Nên $BDC > A = 90^\circ$. Do đó BC là cạnh lớn nhất của ΔDBC

$\Rightarrow BC > CD$ (1)

Mặt khác DEC là góc ngoài của ΔADE

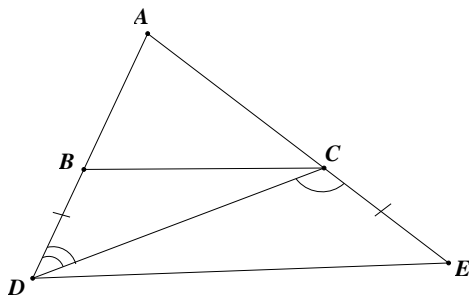
Nên $DEC > A = 90^\circ$. Do đó DC là cạnh lớn nhất của ΔDEC

$\Rightarrow DC > DE$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DE < BC$

Bài 14. Cho tam giác ABC nhọn. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D và trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Chứng minh rằng: $BC < DE$.

Lời giải



Ta có ΔACD có $DCE > ADC$ (góc ngoài của tam giác)

Xét ΔBCD và ΔCDE

Có $BD = CE$ (gt)

CD : cạnh chung

$$DCE > ADC \text{ (cmt)}$$

$\Rightarrow DE > BC$ (Hai tam giác có hai cặp cạnh bằng nhau và hai góc tạo bởi các cạnh đó không bằng nhau thì góc nào lớn hơn thì có cạnh đối diện lớn hơn, ngược lại cạnh nào lớn hơn thì góc đối diện với cạnh đó lớn hơn).

Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1. So sánh các góc trong một tam giác

Bài 1. So sánh các góc của $\triangle ABC$ biết:

a) $AB = 4\text{cm}; BC = 6\text{cm}; CA = 5\text{cm}.$

b) $AB = 9\text{cm}; AC = \sqrt{72}\text{cm}; BC = 8\text{cm}.$

c) Độ dài các cạnh AB, BC, CA lần lượt tỉ lệ nghịch với $2, 3, 4$.

Bài 2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$. Kẻ AH vuông góc với BC tại H . So sánh HAB và HAC .

Bài 3. Cho tam giác ABC . Có $AB < AC$ và AD là tia phân giác của góc A ($D \in BC$) . Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$) và gọi M là trung điểm của cạnh BC . Chứng minh rằng: Tia AD nằm giữa hai tia AH và AM .

Bài 4. Cho $\triangle ABC$, trung tuyến AM . Biết $BAM > CAM$ hãy so sánh B với C .

Dạng 2. So sánh các cạnh trong một tam giác

Bài 1. So sánh các cạnh của $\triangle ABC$, biết:

a) $A = 40^\circ; B = 50^\circ$

b) Góc ngoài tại đỉnh A bằng 120° , $B = 54^\circ$

c) $\triangle ABC$ cân tại A , $A > 60^\circ$.

d) Số đo các góc A, B, C lần lượt tỉ lệ với $2, 3, 4$.

Bài 2. Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 50^\circ$. So sánh độ dài AB và BC .

Bài 3. Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ, C = 30^\circ$. Điểm D thuộc cạnh AC sao cho $ABD = 20^\circ$. So sánh độ dài các cạnh của tam giác BDC .

Bài 4. Tam giác ABC có $AB < AC$. Vẽ ra ngoài tam giác ABC các tam giác đều ABD và ACE . Gọi M là trung điểm của BC . So sánh MD với ME .

ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1. So sánh các góc trong một tam giác

Bài 1. So sánh các góc của ΔABC biết:

a) $AB = 4cm; BC = 6cm; CA = 5cm.$

b) $AB = 9cm; AC = \sqrt{72}cm; BC = 8cm.$

c) Độ dài các cạnh AB, BC, CA lần lượt tỉ lệ nghịch với 2,3,4 .

Lời giải

a) ΔABC có: $AB = 4cm; BC = 6cm; CA = 5cm.$

$$\Rightarrow BC > CA > AB$$

$$\Rightarrow BAC > CBA > ACB \text{ hay } A > B > C \text{ (Định lý 1)}$$

b) ΔABC có: $AB = 9cm; AC = \sqrt{72}cm \approx 8,5cm; BC = 8cm.$

$$\Rightarrow AB > AC > BC$$

$$\Rightarrow ACB > ABC > BAC \text{ hay } C > B > A \text{ (Định lý 1)}$$

c) ΔABC có: Độ dài các cạnh AB, BC, CA lần lượt tỉ lệ nghịch với 2,3,4 .

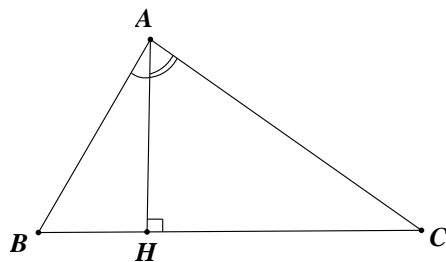
$$\Rightarrow AB.2 = BC.3 = CA.4$$

$$\Rightarrow AB > BC > AC$$

$$\Rightarrow ACB > BAC > ABC \text{ hay } C > A > B \text{ (Định lý 1)}$$

Bài 2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$. Kẻ AH vuông góc với BC tại H . So sánh HAB và HAC .

Lời giải



Tam giác ABC có $AB < AC$ suy ra $ACB < ABC$

(quan hệ giữa cạnh và góc trong tam giác)

Tam giác HBA có $HAB = 90^\circ - ABC$ (1)

(Trong tam giác vuông hai góc nhọn phụ nhau)

Tam giác HAC có $HAC = 90^\circ - ACB$ (2)

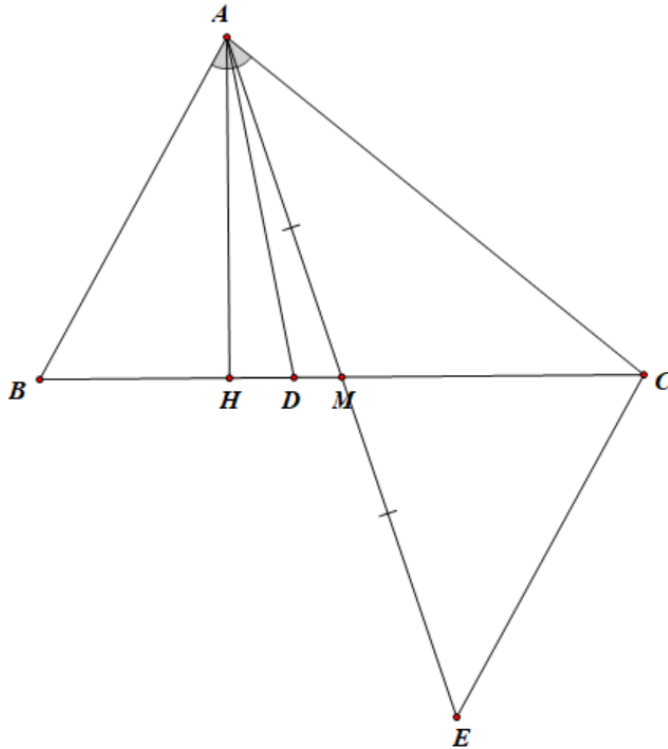
(Trong tam giác vuông hai góc nhọn phụ nhau)

Mà $ACB < ABC$ (GT) (3)

Từ (1),(2),(3) $\Rightarrow HAC > HAB$

Bài 3. Cho tam giác ABC . Có $AB < AC$ và AD là tia phân giác của góc A ($D \in BC$). Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$) và gọi M là trung điểm của cạnh BC . Chứng minh rằng: Tia AD nằm giữa hai tia AH và AM .

Lời giải



Ta có $D \in BC; H \in BC$ (gt). Suy ra $H; B$ cùng thuộc một tia gốc C .

Do đó các tia AM, AD, AH cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ AC .

Tia AD nằm giữa hai tia AH và AM . Khi $CAM < CAD < CAH$

Thật vậy ta có: $CAD = \frac{BAC}{2}$ (1)

Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $AM = ME$

$$\Delta ABM = \Delta ECM (c.g.c)$$

$$\Rightarrow AB = EC \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow BAM = CEM \text{ (hai góc tương ứng) (2)}$$

Xét ΔAEC có $CE < AC$ (vì $EC = AB < AC(gt)$)

$$\Rightarrow EAC < AEC \text{ (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác) (3)}$$

$$\text{Từ (2),(3)} \Rightarrow MAB > MAC$$

Nên $CAM + CAM < BAM + CAM$ do đó

$$2CAM < BAC, \text{ hay } CAM < \frac{BAC}{2} \text{ (4)}$$

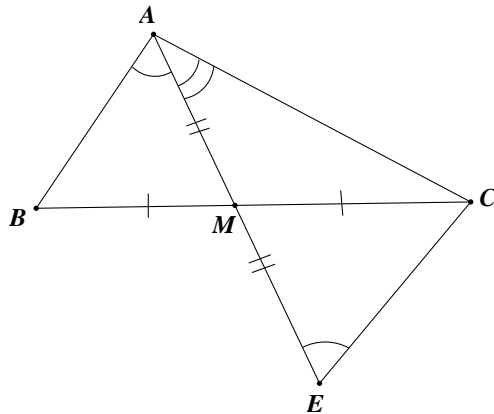
Xét ΔCAH vuông ta có

$$CAH = 90^\circ - ACH = \frac{BAC}{2} + \frac{ABC}{2} + \frac{ACB}{2} - ACB = \frac{BAC}{2} + \frac{ABC - ACB}{2} > \frac{BAC}{2} \quad (5) \text{ (vì } ABC > ACB)$$

Từ (1), (4),(5) $\Rightarrow CAM < CAD < CAH$. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AC , ta có $CAM < CAD < CAH$ nên tia AD nằm giữa hai tia AH và AM .

Bài 4. Cho ΔABC , trung tuyến AM . Biết $BAM > CAM$ hãy so sánh B với C .

Lời giải



Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $AM = ME$

$$\Delta ABM = \Delta ECM \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow AB = EC \text{ (hai cạnh tương ứng) (1)}$$

$$\Rightarrow BAM = CEM \text{ (hai góc tương ứng)}$$

Xét ΔAEC có $AEC > EAC$ (vì $BAM = MEC > MAC(gt)$)

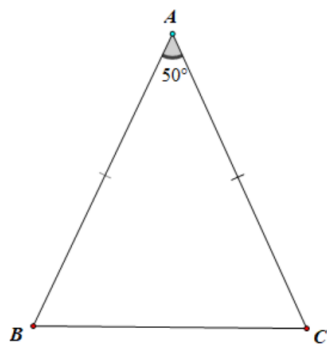
$$\Rightarrow EC < AC \text{ (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác) (2)}$$

Từ (1),(2) $\Rightarrow AB < AC \Rightarrow C < B$ (đ.p.c.m)

Dạng 2 . So sánh các cạnh trong một tam giác

Bài 1. Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 50^\circ$. So sánh độ dài AB và BC .

Lời giải



Tam giác ABC cân tại A có $A = 50^\circ$.

$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \frac{180^\circ - A}{2} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$$

Tam giác ABC có $\widehat{BAC} < \widehat{ACB} (50^\circ < 65^\circ) \Rightarrow BC < AB$ (Quan hệ giữa góc và cạnh trong tam giác)

Bài 2. So sánh các cạnh của ΔABC , biết:

a) $A = 40^\circ; B = 60^\circ$

b) Góc ngoài tại đỉnh A bằng 120° , $B = 54^\circ$

c) ΔABC cân tại A , $A > 60^\circ$.

d) Số đo các góc A, B, C lần lượt tỉ lệ với $3, 4, 5$.

Lời giải

a) ΔABC có: $A = 40^\circ; B = 60^\circ$

Mà $A + B + C = 180^\circ$ (tổng 3 góc của một tam giác)

$$\Rightarrow 40^\circ + 60^\circ + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ$$

$$\Rightarrow C > B > A \text{ (Vì } 80^\circ > 60^\circ > 40^\circ)$$

$$\Rightarrow AB > AC > BC \text{ (Định lý 2)}$$

b) Vì góc ngoài tại đỉnh A bằng $120^\circ \Rightarrow A = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

ΔABC có: $A = 60^\circ; B = 55^\circ$

Mà $A + B + C = 180^\circ$ (tổng 3 góc của một tam giác)

$$\Rightarrow 60^\circ + 54^\circ + C = 180^\circ \Rightarrow C = 180^\circ - (60^\circ + 54^\circ) = 66^\circ$$

$$\Rightarrow C > A > B \text{ (Vì } 66^\circ > 60^\circ > 54^\circ)$$

$$\Rightarrow AB > BC > AC \text{ (Định lý 2)}$$

c) ΔABC cân tại A

$$\Rightarrow B = C \text{ (t/c tam giác cân)}$$

$A + B + C = 180^\circ$ (tổng 3 góc của một tam giác)

$$\Rightarrow A + 2B = 180^\circ \Rightarrow A = 180^\circ - 2B$$

$$\text{Mà } A > 60^\circ \Rightarrow 180^\circ - 2B > 60^\circ \Rightarrow 120^\circ > 2B \Rightarrow B < 60^\circ$$

$$\Rightarrow B = C < A \text{ (Vì } B = C < 60^\circ < A)$$

ΔABC có $B = C < A$

$$\Rightarrow AC = AB < BC \text{ (Định lý 2)}$$

d) Vì $A : B : C = 3 : 4 : 5$

$$\Rightarrow \frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5}$$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{A}{3} = \frac{B}{4} = \frac{C}{5} = \frac{A+B+C}{3+4+5} = \frac{180^\circ}{12} = 15^\circ$ (tổng 3 góc của một tam giác)

$$\Rightarrow A = 3 \cdot 15^\circ = 45^\circ$$

$$B = 4 \cdot 15^\circ = 60^\circ$$

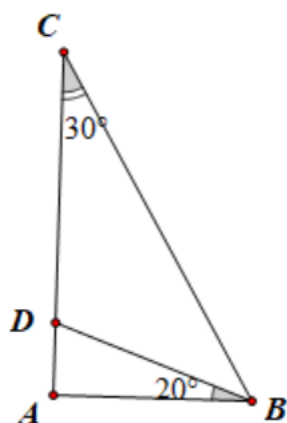
$$C = 5 \cdot 15^\circ = 75^\circ$$

$\triangle ABC$ có: $C > B > A$ (Vì $75^\circ > 60^\circ > 45^\circ$)

$\Rightarrow AB > AC > BC$ (Định lý 2)

Bài 3. Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ, C = 30^\circ$. Điểm D thuộc cạnh AC sao cho $ABD = 20^\circ$. So sánh độ dài các cạnh của tam giác BDC .

Lời giải



Tam giác ABC có $A = 90^\circ, C = 30^\circ \Rightarrow B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

Tia BD nằm giữa hai tia $BA; BC$, nên $DBC = ABC - ABD = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$

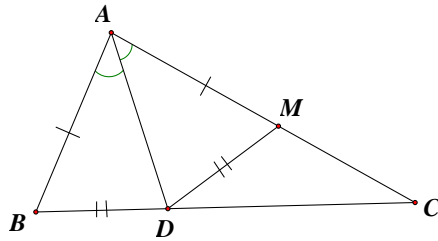
Tam giác DBC có $DCB = 30^\circ, DBC = 40^\circ \Rightarrow CDB = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$

Tam giác DBC có $DCB < DBC < CDB$ (Vì $30^\circ < 40^\circ < 110^\circ$)

$\Rightarrow BD < CD < BC$ (Quan hệ giữa góc và cạnh trong tam giác)

Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$. Tia phân giác góc A cắt cạnh BC tại D . Chứng minh $DB < DC$.

Lời giải



Trên cạnh AC lấy điểm M ($M \in AC$) sao cho $AB = AM$

$$\triangle ABD = \triangle AMD \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow BD = DM \text{ (hai cạnh tương ứng) (1)}$$

$$\angle ABD = \angle AMD \text{ (hai góc tương ứng)}$$

Mặt khác $\angle AMD + \angle DMC = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

Mà $\angle ABD < 90^\circ$ ($\triangle ABC$ nhọn) $\Rightarrow \angle AMD < 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle DMC > 90^\circ$$

Xét $\triangle DMC$ có $\angle DMC > 90^\circ \Rightarrow \angle MCD < 90^\circ$ hay $\angle MCD < \angle DMC$

$$\Rightarrow DM < DC \text{ (quan hệ giữa cạnh và góc trong tam giác) (2)}$$

Từ(1),(2) $\Rightarrow BD < DC$

PHIẾU BÀI TẬP

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

Dạng 1. So sánh các góc trong một tam giác

Bài 1. So sánh các góc của $\triangle ABC$ biết rằng: $AB = 4\text{cm}, BC = 6\text{cm}, CA = 5\text{cm}$.

Bài 2. So sánh các góc của $\triangle DEF$ biết rằng: $DE = 2\text{cm}, DF = 3\text{cm}, EF = 4\text{cm}$.

Bài 3. So sánh các góc của $\triangle ABC$ biết rằng: $AB = 2\sqrt{2}\text{cm}, BC = \sqrt{11}\text{cm}, CA = 3\text{cm}$.

Bài 4. So sánh các góc của $\triangle ABC$ biết độ dài các cạnh AB, BC, CA lần lượt tỉ lệ nghịch với 3,4,5.

Bài 5. So sánh các góc của $\triangle ABC$ biết độ dài các cạnh AB, BC, CA lần lượt tỉ lệ với 3,4,5.

Bài 6. Sử dụng quan hệ giữa góc và cạnh đối diện để chứng minh định lí: Trong một tam giác cân, hai góc ở đáy bằng nhau.

Bài 7. Sử dụng quan hệ giữa góc và cạnh đối diện để chứng minh định lí: Trong một tam giác đều, ba góc bằng nhau.

Bài 8. Trong một tam giác, đối diện với cạnh nhỏ nhất là góc gì (nhọn, vuông, tù)? tại sao?

Bài 9. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. So sánh hai góc ngoài tại các đỉnh $B; C$

Bài 10. Cho tam giác ABC có AB là cạnh nhỏ nhất. Chứng minh rằng $C \leq 60^\circ$

Bài 11. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$. Kẻ BD vuông góc với AC tại D , CE vuông góc với AB tại E . So sánh DBC và ECB .

Bài 12. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh $MAB > MAC$.

Bài 13. Cho ΔABC đều. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = \frac{1}{3}BC$. Chứng minh rằng $BAM < 20^\circ$.

Bài 14. Cho ΔABC cân tại A . Gọi M là một điểm nằm trên cạnh BC sao cho $MB < MC$. Lấy điểm O trên đoạn thẳng AM . Chứng minh rằng $AOB > AOC$.

Dạng 2. So sánh các cạnh trong một tam giác

Bài 1. So sánh các cạnh của ΔABC , biết: $A = 45^\circ; B = 55^\circ$

Bài 2. So sánh các cạnh của ΔABC vuông tại A , biết $B = 55^\circ$

Bài 3. So sánh các cạnh của ΔABC , biết góc ngoài tại đỉnh A bằng 100° , $B = 55^\circ$

Bài 4. Chứng minh trong tam giác vuông, cạnh huyền lớn hơn mỗi cạnh góc vuông.

Bài 5. So sánh các cạnh của ΔABC , biết ΔABC cân tại A , $A < 60^\circ$.

Bài 6. So sánh các cạnh của ΔABC , biết số đo các góc A, B, C lần lượt tỉ lệ với $2, 3, 4$.

Bài 7: So sánh các cạnh của ΔABC biết rằng: $A = 40^\circ$ và số đo góc B, C tỉ lệ với $3, 4$.

Bài 8: So sánh các cạnh của ΔABC biết rằng: $A = 40^\circ$ và số đo góc B, C tỉ lệ nghịch với $3, 4$.

Bài 9: Cho tam giác ΔABC cân tại A , biết $B = 45^\circ$

a) So sánh các cạnh của tam giác ΔABC .

b) Tam giác ΔABC còn gọi là tam giác gì? Vì sao?

Bài 10: Cho ΔABC vuông tại A , điểm K nằm giữa A và C . So sánh BK và BC .

Bài 11: Cho tam giác ABC vuông tại A , $C = 30^\circ$. Điểm D thuộc cạnh AC sao cho $ABD = 20^\circ$. So sánh BA, BD, BC, AD, DC

Bài 12: Cho tam giác ABC vuông tại A . Tia phân giác góc B cắt AC ở D . Kẻ DH vuông góc với BC tại H . So sánh:

a) BA với BH

b) DA với DC

Bài 13: Cho tam giác ABC có $A > 90^\circ$. Lấy điểm D thuộc cạnh AB điểm E thuộc cạnh AC . Chứng minh rằng $DE < BC$

Bài 14. Cho tam giác ABC nhọn. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D và trên tia đối của tia CA lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Chứng minh rằng: $BC < DE$.

Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1. So sánh các góc trong một tam giác

Bài 1. So sánh các góc của $\triangle ABC$ biết:

a) $AB = 4\text{cm}; BC = 6\text{cm}; CA = 5\text{cm}.$

b) $AB = 9\text{cm}; AC = \sqrt{72}\text{cm}; BC = 8\text{cm}.$

c) Độ dài các cạnh AB, BC, CA lần lượt tỉ lệ nghịch với 2,3,4 .

Bài 2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC$. Kẻ AH vuông góc với BC tại H . So sánh HAB và HAC .

Bài 3: Cho tam giác ABC có $A > 90^\circ$. Lấy điểm D thuộc cạnh AB điểm E thuộc cạnh AC . Chứng minh rằng $DE < BC$

Bài 4. Cho $\triangle ABC$, trung tuyến AM . Biết $BAM > CAM$ hãy so sánh B với C .

Dạng 2. So sánh các cạnh trong một tam giác

Bài 1. Cho tam giác ABC cân tại A có $A = 50^\circ$. So sánh độ dài AB và BC .

Bài 2. So sánh các cạnh của $\triangle ABC$, biết:

a) $A = 45^\circ; B = 55^\circ$

b) Góc ngoài tại đỉnh A bằng 120° , $B = 54^\circ$

c) $\triangle ABC$ cân tại A , $A > 60^\circ$.

d) Số đo các góc A, B, C lần lượt tỉ lệ với 2,3,4 .

Bài 3. Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ, C = 30^\circ$. Điểm D thuộc cạnh AC sao cho $ABD = 20^\circ$. So sánh độ dài các cạnh của tam giác BDC .

Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$. Tia phân giác góc A cắt cạnh BC tại D . Chứng minh $DB < DC$.