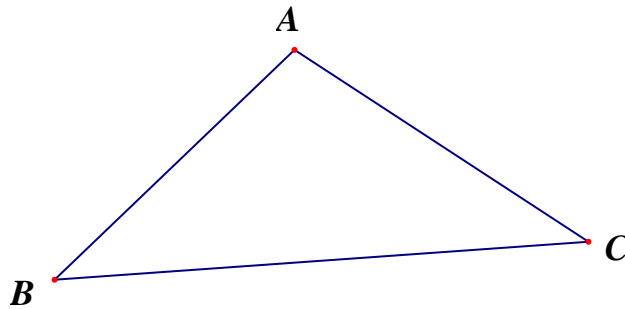


CHUYÊN ĐỀ 33: QUAN HỆ GIỮA BA CẠNH CỦA MỘT TAM GIÁC

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

*) Định lí: Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn nhỏ hơn tổng độ dài hai cạnh còn lại.



Ba hệ thức:

$$AB < BC + AC,$$

$$AC < AB + BC,$$

$$BC < AC + AB$$

gọi là các bất đẳng thức tam giác.

- Tính chất: Trong một tam giác, độ dài của một cạnh bất kì luôn lớn hơn hiệu độ dài hai cạnh còn lại.

- Nhận xét: Nếu kí hiệu a, b, c là độ dài ba cạnh tùy ý của một tam giác thì: $|b - c| < a < b + c$.

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

Dạng 1. Khẳng định có tồn tại hay không một tam giác biết độ dài ba cạnh

I. Phương pháp giải:

+ Tồn tại một tam giác có độ dài ba cạnh là a, b, c nếu:

$$\begin{cases} a < b + c \\ b < a + c \text{ hoặc } |b - c| < a < b + c. \\ c < a + b \end{cases}$$

+ Trong trường hợp xác định được a là số lớn nhất trong ba số a, b, c thì điều kiện để tồn tại tam giác chỉ cần: $a < b + c$.

II. Bài toán.

Bài 1. Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác?

- a) 6cm; 8cm; 16cm
- b) 5,5cm; 3,1cm; 2,4cm
- c) 13,7cm; 8,2cm; 5,3cm
- d) 8m; 12m; 7m

Lời giải:

- a) Không vì $16 > 8 + 6$
- b) Có vì $5,5 < 3,1 + 2,4$
- c) Không vì $13,7 > 8,2 + 5,3$
- d) Có vì $12 < 7 + 8$

Bài 2. Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây có thể tạo thành một tam giác hay không?

- a) 3cm, 4cm, 6cm
- b) 2m, 4m, 8m
- c) 1cm, 3cm, 4cm

Lời giải:

- a) Ta có $6 < 3 + 4$ nên bộ ba đoạn thẳng này có thể là ba cạnh của một tam giác.
- b) Không vì $8 > 2 + 4$.
- c) Không vì $4 = 1 + 3$.

Bài 3. Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây không thể là ba cạnh của một tam giác.

- a) 3cm, 3cm, 7cm .
- b) 6m, 10m, 8m .
- c) 2m, 6m, 8m .

Lời giải:

- a) Không vì $7 > 3 + 3$.
- b) Ta có $10 < 6 + 8$ nên bộ ba đoạn thẳng này có thể là ba cạnh của một tam giác.
- c) Không vì $8 = 6 + 2$.

Bài 4. Một tam giác cân có một cạnh bằng 6 cm. Tính hai cạnh còn lại, biết chu vi của tam giác đó bằng 20 cm.

Lời giải:

Nếu cạnh đã cho (6cm) là cạnh đáy thì hai cạnh còn lại là $(20 - 6) : 2 = 7$ (cm), thỏa mãn bất đẳng thức tam giác.

Nếu cạnh đã cho (6cm) là cạnh bên thì hai cạnh còn lại là 6cm và $20 - 2 \cdot 6 = 8$ (cm), thỏa mãn bất đẳng thức tam giác.

Bài 5. Cho tam giác ABC có $BC = 1\text{cm}$, $AC = 7\text{cm}$. Tìm độ dài cạnh AB biết độ dài này là một số nguyên (cm).

Lời giải:

Theo bất đẳng thức tam giác, trong ABC có: $|AC - BC| < AB < AC + BC \Leftrightarrow 6 < AB < 8$

Do AB là số nguyên nên $AB = 7\text{cm}$.

Bài 6. Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 6cm và 2cm. Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của cạnh đó theo cm là một số tự nhiên chẵn.

Lời giải:

Giả sử ΔABC có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 2\text{cm}$.

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có $AB - AC < BC < AB + AC$. Suy ra $4 < BC < 8$. Mà BC có độ dài theo cm là một số tự nhiên chẵn. Do đó, $BC = 6\text{cm}$.

Bài 7. Cho tam giác ABC có $AB = 4\text{cm}$, $AC = 1\text{cm}$. Hãy tìm độ dài cạnh BC biết rằng độ dài này là một số nguyên (cm).

Lời giải:

Ta có $AB = 4\text{cm}$, $AC = 1\text{cm}$.

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có $AB - AC < BC < AB + AC$. Suy ra $3 < BC < 5$. Mà BC có độ dài theo cm là một số nguyên. Do đó, $BC = 4\text{cm}$.

Bài 8. Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 4m và 8m.

Lời giải:

Cách 1: Vì tam giác là tam giác cân nên sẽ có độ dài ba cạnh là

Th1 4m; 4m; 8m trường hợp này không xảy ra vì $4\text{m} + 4\text{m} = 8\text{m}$

Th2 4m; 8m; 8m trường hợp này xảy ra vì $4\text{m} + 8\text{m} > 8\text{m}$

Vậy chu vi tam giác là 20m.

Cách 2:

Giả sử $\triangle ABC$ có $AB = 4\text{m}$, $AC = 8\text{m}$.

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có $|AB - AC| < BC < AB + AC$.

Do đó, $4 < BC < 12$. Mà $\triangle ABC$ cân nên suy ra $BC = 8\text{m}$. Vậy chu vi tam giác $\triangle ABC$ là 20m.

Bài 9. Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 3cm và 7cm.

Lời giải:

Giả sử $\triangle ABC$ có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 7\text{cm}$.

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có $|AB - AC| < BC < AB + AC$. Do đó, $4 < BC < 10$. Mà $\triangle ABC$ cân nên suy ra $BC = 7\text{cm}$. Vậy chu vi tam giác ABC là 17cm.

Bài 10. Ba cạnh của một tam giác có độ dài bằng $2\frac{1}{2}$, 16, x (đơn vị cm). Tìm x , biết rằng x là số tự nhiên và có giá trị nhỏ nhất có thể.

Lời giải:

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có $|2\frac{1}{2} - 16| < x < 2\frac{1}{2} + 16 \Rightarrow 13,5 < x < 18,5$.

Mà x là số tự nhiên và có giá trị nhỏ nhất có thể nên $x = 14\text{cm}$

Bài 11. Tam giác ABC có chu vi 18cm, $BC > AC > AB$. Tính độ dài BC biết rằng độ dài đó là một số chẵn (đơn vị: cm).

Lời giải:

Ta có: $BC > AB$, $BC > AC$ nên $BC + BC + BC > AC + AB + BC$, tức là $3 \cdot BC > 18$.

Vậy $BC > 6\text{cm}$ (1)

Ta có: $BC < AC + AB$ nên $BC + BC < AB + AC + BC$, tức là $2 \cdot BC < 18$.

Vậy $BC < 9\text{cm}$ (2)

Do BC là số chẵn nên từ (1), (2) suy ra $BC = 8\text{cm}$

Bài 12. Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 7cm và 2cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm)?

Lời giải:

Gọi độ dài cạnh còn lại của tam giác là: x (cm).

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có: $|7 - 2| < x < 7 + 2 \Rightarrow 5 < x < 9$

Mà x là một số nguyên nên $x \in \{6; 7; 8\}$.

Do đó có 3 tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Dạng 2. Chứng minh các bất đẳng thức về độ dài

I. Phương pháp giải:

Sử dụng bất đẳng thức tam giác và các biến đổi về bất đẳng thức tam giác

+ Cộng cùng một số vào hai vế của bất đẳng thức: $a < b \Rightarrow a + c < b + c$.

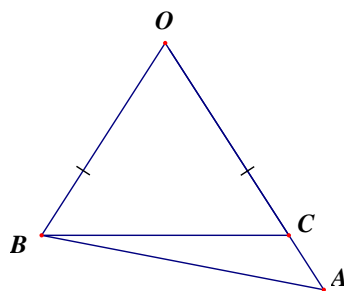
+ Cộng từng vế hai bất đẳng thức cùng chiều:

$$\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a + c < b + d.$$

II. Bài toán.

Bài 1. Cho tam giác OBC cân tại O . Trên tia đối của tia CO lấy điểm A . Chứng minh $AB > AC$.

Lời giải:



Vì A thuộc tia đối CO nên C nằm giữa O ; A $OA > OC$ mà $OB = OC \Rightarrow OA > OB$

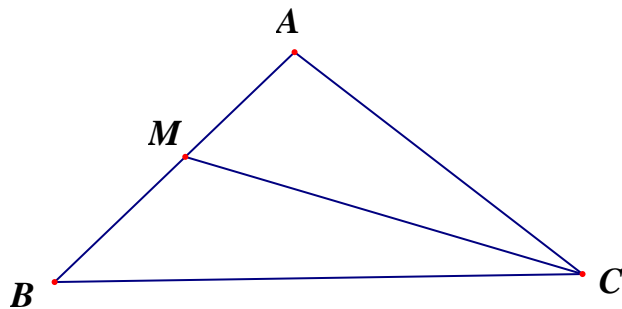
Xét tam giác OBA có $OA - OB < AB$ (bất đẳng thức tam giác) $\Rightarrow AC + OC - OB < AB$.

Lại có $OB = OC$ ($\triangle OBC$ cân tại O) $\Rightarrow AC < AB$ (điều phải chứng minh).

Bài 2. Cho tam giác ABC , điểm M thuộc cạnh AB .

- So sánh MC với $AM + AC$.
- Chứng minh $MB + MC < AB + AC$.

Lời giải:

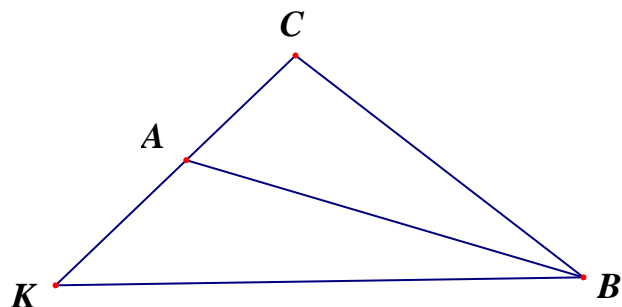


- Áp dụng bất đẳng thức tam giác vào tam giác AMC ta có: $MC < AM + AC$.
- Ta có: $MC < AM + AC \Rightarrow MB + MC < MB + MA + AC = AB + AC$

Bài 3. Cho tam giác ABC , trên tia đối của tia AC lấy điểm K .

- So sánh AB với $KA + KB$.
- Chứng minh $AB + AC < KB + KC$.

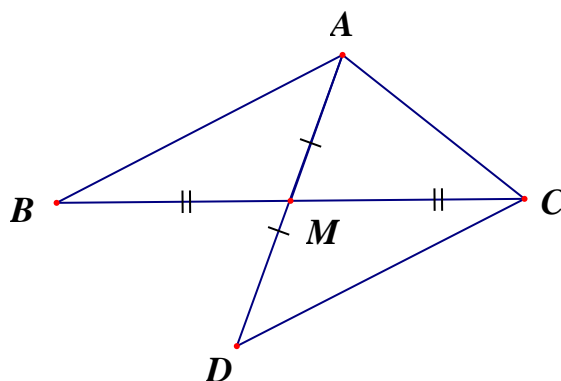
Lời giải:



- Áp dụng bất đẳng thức tam giác vào tam giác AKB ta có: $AB < KA + KB$.
- Ta có: $AB < KB + KA \Rightarrow AB + AC < KB + KA + AC = KB + KC$

Bài 4. Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng: $AB + AC > 2AM$

Lời giải:



Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$.

Xét $\triangle MAB$ và $\triangle MDC$ có

$$MA = MD$$

$$\angle AMB = \angle DMC \text{ (đối đỉnh)}$$

$$MB = MC \text{ (giả thiết)}$$

$$\Rightarrow \triangle MAB = \triangle MDC \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow AB = DC \text{ (Hai cạnh tương ứng)}$$

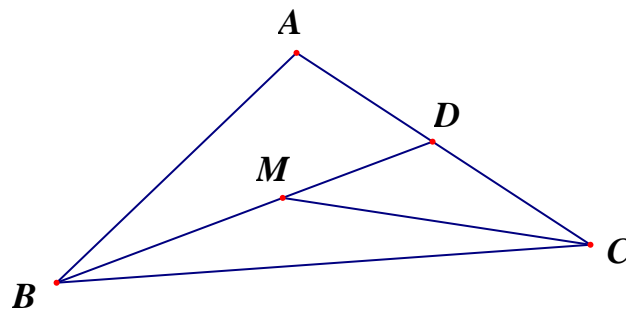
Xét $\triangle ADC$ có : $CD + AC > AD$ (bất đẳng thức trong tam giác)

Do đó : $AB + AC > AD$ mà $AD = 2AM$

$$\Rightarrow AB + AC > 2AM \text{ (đpcm)}$$

Bài 5. Cho điểm M nằm trong $\triangle ABC$. Chứng minh rằng: $MB + MC < AB + AC$. Từ đó suy ra: $MA + MB + MC < AB + AC + BC$.

Lời giải:



Kẻ BM cắt cạnh AC tại D .

$$\text{Xét } \triangle ABD \text{ có : } BD < AB + AD \Rightarrow MB + MD < AB + AD \quad (1)$$

$$\text{Xét } \triangle MDC \text{ có : } MC < MD + DC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra :

$$MB + MC + MD < AB + AD + DC + MD$$

$$\Rightarrow MB + MC < AB + AC$$

CMTT ta có : $MA + MC < AB + BC$ và $MA + MB < AC + BC$

$$\text{Do đó : } 2.(MA + MB + MC) < 2.(AB + AC + BC)$$

$$\Rightarrow MA + MB + MC < AB + AC + BC$$

Bài 6. Cho tam giác ABC và M là một điểm nằm trong tam giác. Gọi I là giao điểm của đường thẳng BM và cạnh AC . So sánh MA với $MI + IA$.

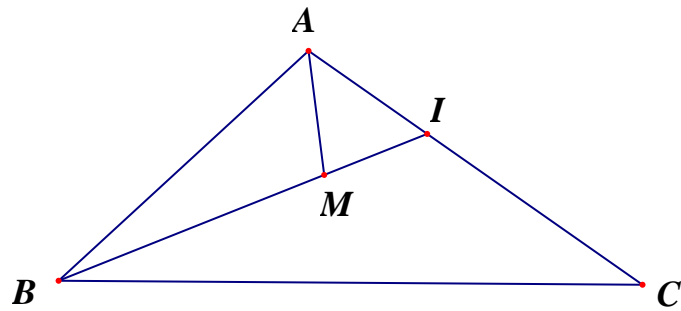
a) So sánh MA với $MI + IA$.

b) Chứng minh rằng $MA + MB < IB + IA$.

c) Chứng minh rằng $IB + IA < CA + CB$.

d) Chứng minh rằng $MA + MB < CA + CB$

Lời giải:



a) Xét $\triangle AMI$, theo bất đẳng thức tam giác, ta có

$$MA < MI + IA$$

b) Từ câu a), suy ra

$$MA + MB < MI + IA + MB$$

Do đó, $MA + MB < IA + IB$

c) Xét $\triangle ABC$, theo bất đẳng thức tam giác, ta có

$$IB < BC + CI$$

Do đó $IA + IB < CA + CB$.

d) Từ câu a) kết hợp câu b) ta được

$$MA + MB < CA + CB$$

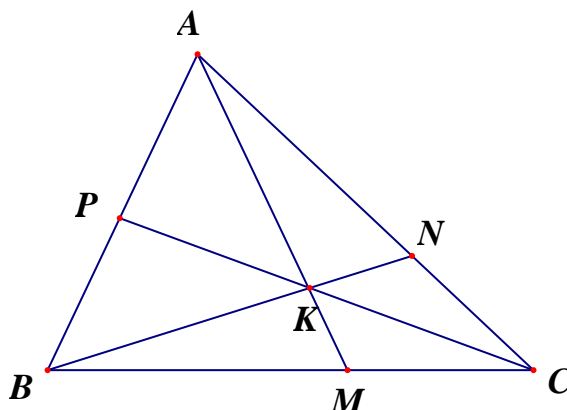
Bài 7. Cho điểm K nằm trong tam giác ABC . Gọi M là giao điểm của tia AK với cạnh BC .

a. Chứng minh rằng $KA + KB < MA + MB < CA + CB$.

b. So sánh $KB + KC$ với $AB + AC$.

c. Chứng minh rằng $KA + KB + KC$ nhỏ hơn chu vi tam giác ABC .

Lời giải:



a. Chứng minh tương tự bài tập 5 ta được

$$KA + KB < MA + MB < CA + CB$$

b. Gọi N là giao điểm của tia BK với AC .

Tương tự câu a) ta có

$$KB + KC < NB + NC < AB + AC. \quad (1)$$

Do đó, $KB + KC < AB + AC$

c. Gọi P là giao điểm của tia CK với AB .

Ta có, $KA + KC < PA + PC < BA + BC$

Do đó, $KA + KC < BA + BC. (2)$

Từ câu a), suy ra $KA + KB < CA + CB. (3)$

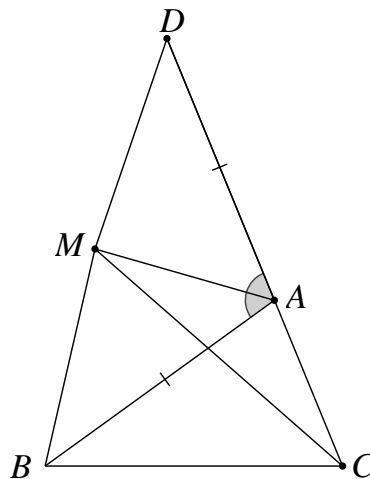
Từ (1), (2) và (3), ta thấy

$$2(KA + KB + KC) < 2(AB + AC + BC) \Rightarrow KA + KB + KC < AB + AC + BC$$

Vậy tổng $KA + KB + KC$ nhỏ hơn chu vi tam giác ABC .

Bài 8. Cho tam giác ABC . Trên đường phân giác của góc ngoài đỉnh A , lấy điểm M không trùng với A . Chứng minh rằng: $MB + MC > AB + AC$.

Lời giải:



Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho $AB = AD \Rightarrow AB + AC = AD + AC = CD$ (1)

Xét $\triangle AMB$ và $\triangle AMD$ có: MA : chung; $\widehat{BAM} = \widehat{DAM}$ (AM là tia phân giác của \widehat{BAD}); $MB = MD$ (cách vẽ)

$$\Rightarrow \triangle AMB = \triangle AMD \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow MB = MD \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

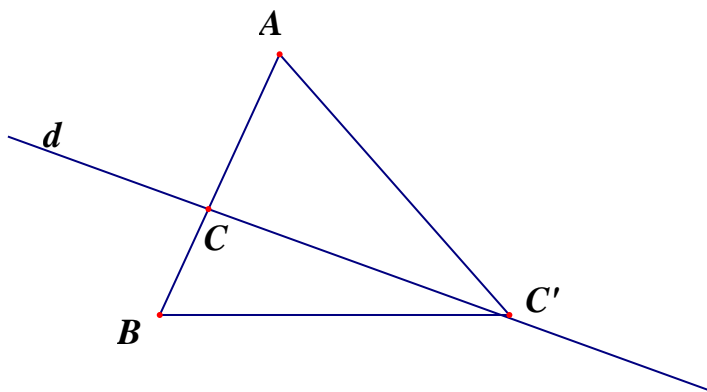
$$\Rightarrow MB + MC = MD + MC \text{ (2)}$$

Xét ΔMCD , ta có: $MC + MD > CD$. (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $MB + MC > AB + AC$.

Bài 9. Cho hai điểm A và B nằm về hai phía của đường thẳng d . Tìm điểm C thuộc đường thẳng d sao cho tổng $AC + CB$ là nhỏ nhất.

Lời giải:



Giả sử C là giao điểm của đoạn thẳng AB với đường thẳng d .

Vì C nằm giữa A và B nên ta có $AC + CB = AB$. (1)

Lấy điểm C' bất kỳ trên d ($C \neq C'$). Nối AC', BC' .

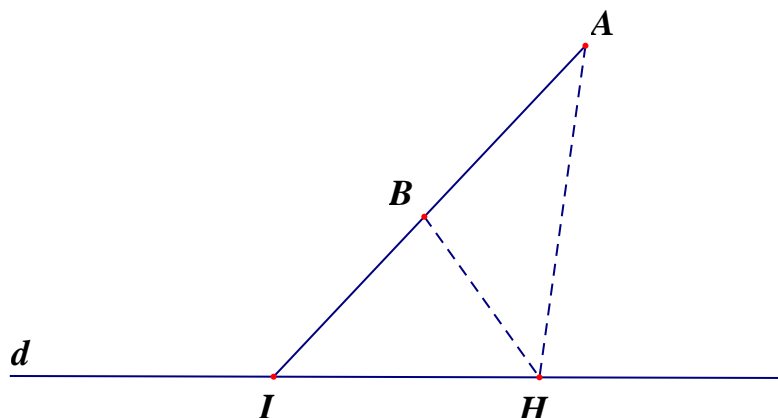
Áp dụng bất đẳng thức tam giác vào $\Delta ABC'$, ta có $AC' + BC' > AB$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AC' + BC' > AC + CB$.

Vậy C là điểm cần tìm.

Bài 10. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B nằm cùng về một phía của d và AB không song song với d . Một điểm H di động trên d . Tìm vị trí của H sao cho $|HA - HB|$ là lớn nhất.

Lời giải:



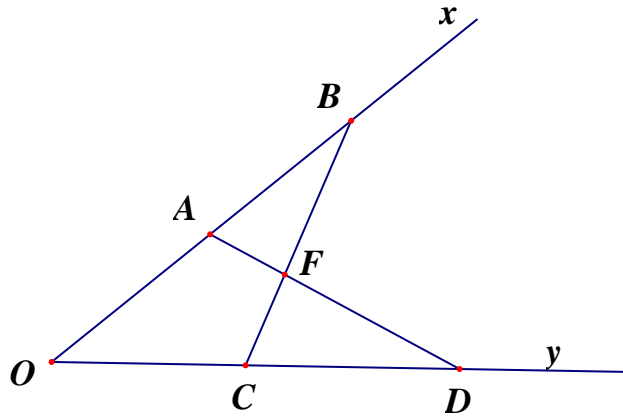
Vì AB không song song với d nên AB cắt d tại I . Với điểm H bất kỳ thuộc d mà H không trùng với I thì ta có tam giác HAB . Xét tam giác HAB có $|HA - HB| < AB$.

Khi $H \equiv I$ thì $|HA - HB| = AB$.

Vậy $|HA - HB|$ lớn nhất là bằng AB , khi đó $H \equiv I$ là giao điểm của hai đường thẳng d và AB .

Bài 11. Cho góc xOy nhọn, trên Ox lấy hai điểm A và B (điểm A nằm giữa hai điểm O và B). Trên Oy lấy hai điểm C và D (điểm C nằm giữa O và D). Chứng minh $AB + CD < AD + BC$.

Lời giải:



Gọi F là giao điểm của AD và BC .

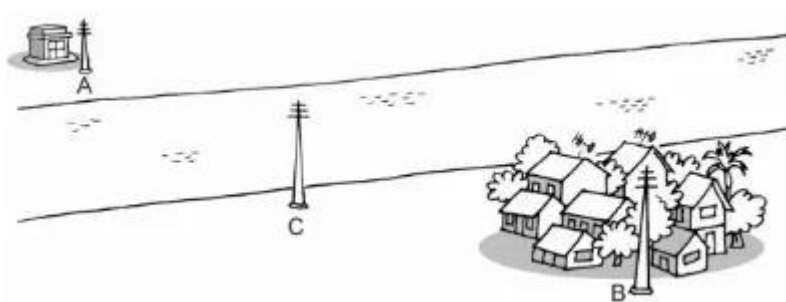
Xét $\triangle AFB$, ta có $AB < AF + FB$ (bất đẳng thức tam giác). (1)

Xét $\triangle CFD$, ta có $CD < CF + FD$ (bất đẳng thức tam giác). (2)

Từ (1), (2) có $AB + CD < AF + FB + CF + FD = AD + BC$

hay $AB + CD < AD + BC$. (điều phải chứng minh).

Bài 12. Một trạm biến áp và một khu dân cư được xây dựng cách xa hai bờ sông tại hai địa điểm A và B . Hãy tìm trên bờ sông gần khu dân cư một địa điểm C để dựng một cột mắc dây đưa điện từ trạm biến áp về cho khu dân cư sao cho độ dài đường dây dẫn là ngắn nhất.



Lời giải:

Nếu A, B, C thẳng hàng thì $AC + BC = AB$

Nếu A, B, C không thẳng hàng thì ta có tam giác $\triangle ABC$ lúc đó $AC + BC > AB$

Do đó: $AC + BC$ ngắn nhất khi $AC + BC = AB$

$\Rightarrow A, B, C$ thẳng hàng và C nằm giữa A, B .

Vậy vị trí đặt một cột mắc dây điện từ trạm về cho khu dân cư sao cho độ dài đường dây dẫn ngắn nhất là C nằm giữa A và B (và A, B, C thẳng hàng)

Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1.

Bài 1. Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác?

- a) 6cm; 7cm; 15cm
- b) 4,2cm; 3,5cm; 2,5cm
- c) 3cm; 7,2cm; 5cm
- d) 3m; 10m; 7m

Bài 2. Cho tam giác ABC có cạnh $AB = 2\text{cm}$ và cạnh $BC = 7\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AC biết độ dài cạnh AC là một số nguyên tố.

Bài 3. Cho $\triangle ABC$ cân.

- a) Tính AC, BC biết chu vi $\triangle ABC$ là 23 cm và $AB = 5$ cm.
- b) Tính chu vi $\triangle ABC$ biết $AB = 5\text{cm}, AC = 12\text{cm}$.

Bài 4. Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 1cm và 3cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm)?

Dạng 2.

Bài 1. Cho góc xOy , Oz là tia phân giác của góc xOy . Từ điểm M ở trong góc xOz vẽ MH vuông góc với Ox (H thuộc Ox), MK vuông góc với Oy (K thuộc Oy). Chứng minh rằng: $MH < MK$.

Bài 2. Cho $\triangle ABC$ có ($AB < AC$) và AD là phân giác góc A ($D \in BC$). Gọi E là một điểm bất kỳ thuộc cạnh AD (E khác A). Chứng minh $AC - AB > EC - EB$.

Bài 3. Cho $\triangle ABC$ cân tại A , góc A tù, trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$, trên tia đối của tia CA lấy điểm I sao cho $CI = CA$.

a, Chứng minh rằng: $\triangle ABD = \triangle ICE$ và $AB + AC < AD + AE$.

b, Từ D và E kẻ các đường thẳng cùng vuông góc với BC cắt AB, AI lần lượt tại M và N , Chứng minh rằng: $BM = CN$.

c, Chứng minh rằng: Chu vi $\triangle ABC$ nhỏ hơn chu vi $\triangle AMN$.

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , tia phân giác của góc B cắt AC tại D . Chứng minh rằng $BC - BA > DC - DA$.

ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1.

Bài 1.

- a) Không vì $15 > 6 + 7$.
- b) Có vì $4,2 < 3,5 + 2,5$
- c) Có vì $7,2 < 3 + 5$

d) Không vì $10 = 3 + 7$

Bài 2.

Áp dụng tính chất quan hệ ba cạnh của một tam giác vào tam giác ABC ta có:

$$|BC - AB| < AC < BC + AB \Rightarrow 5 < AC < 9$$

Mà độ dài cạnh AC là một số nguyên tố nên $AC = 7\text{cm}$.

Bài 3.

a) Tính AC, BC biết chu vi ΔABC là 23 cm và $AB = 5\text{ cm}$.

Cách 1: Vì là tam giác cân

TH1 : ta có ba cạnh là 5 cm , 5 cm và 13 cm không có tam giác có ba cạnh vậy

Th2 : ta có ba cạnh là $5\text{ cm}, x\text{ cm}, x\text{ cm}$ và chu vi bằng 23 cm

Lúc đó $5 + 5 + x + x = 23 \Rightarrow x = 9$ thỏa mãn tam giác có ba cạnh này

Vì $AB = 5\text{ cm}$. nên $AC = BC = 9\text{ cm}$.

Cách 2

* Nếu AB là cạnh bên và ΔABC cân tại A

$$\Rightarrow AB = AC = 5\text{ cm}.$$

$$\Rightarrow BC = 13\text{ cm} \text{ (không thỏa mãn BĐT tam giác)}.$$

* Nếu AB là cạnh bên và ΔABC cân tại B

$$\Rightarrow AB = CB = 5\text{ cm}.$$

$$\Rightarrow AC = 13\text{ cm} \text{ (không thỏa mãn BĐT tam giác)}.$$

* Nếu AB là cạnh đáy thì ΔABC cân tại C

$$\Rightarrow AC = BC = (23 - 5) : 2 = 9\text{ cm}. \text{ (Thỏa mãn BĐT tam giác)}$$

$$\text{Vậy: } AC = BC = 9\text{ cm}$$

b) Tính chu vi ΔABC biết $AB = 5\text{ cm}, AC = 12\text{ cm}$.

* Nếu $AB = BC = 5\text{ cm}$ là cạnh bên

$$\Rightarrow AC = 12\text{ cm} \text{ là cạnh đáy}$$

Khi đó $12 > 5 + 5$ (không thỏa mãn BĐT tam giác).

Vậy $AC = BC = 12\text{ cm}$ là cạnh bên

$$AB = 5\text{ cm} \text{ là cạnh đáy}$$

Chu vi ΔABC là : $12 + 12 + 5 = 29(\text{cm})$

Bài 4.

Gọi độ dài cạnh còn lại của tam giác là: $x (cm)$.

Theo bất đẳng thức tam giác, ta có: $|1-3| < x < 1+3 \Rightarrow 2 < x < 4$

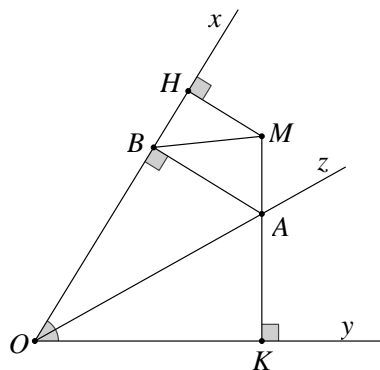
Mà x là một số nguyên nên $x = 3$.

Do đó có 1 tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Dạng 2.

Bài 1.

Gọi A là giao điểm của MK với Oz . Vẽ AB vuông góc với Ox (B thuộc Ox). Nối B với M



Xét ΔKOA ($K = 90^\circ$) và ΔBOA ($B = 90^\circ$) có:

OA chung

$KOA = BOA$ (Oz là tia phân giác xOy)

$\Rightarrow \Delta KOA = \Delta BOA$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow AK = AB$ (Hai cạnh tương ứng)

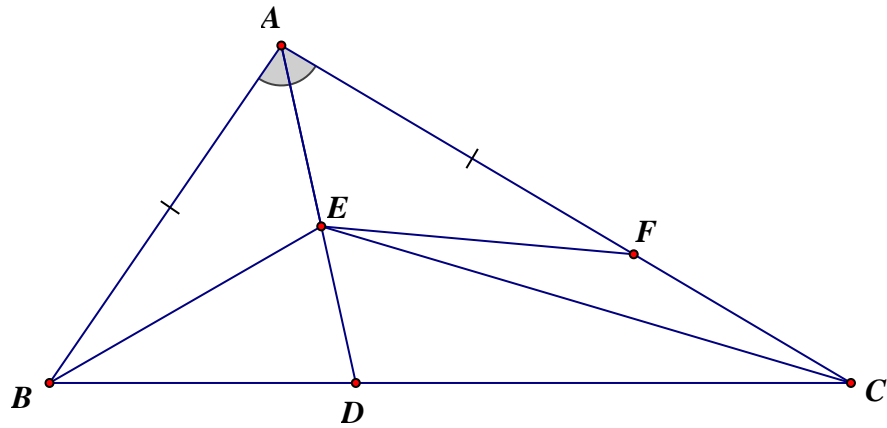
Xét ΔABM có $BM < AB + AM$ (Bất đẳng thức trong tam giác)

Do đó: $BM < AK + AM$ hay $BM < MK$

Mà $MH < BM$ (quan hệ giữa đường xiên và đường vuông góc)

$\Rightarrow MH < MK$ (đpcm)

Bài 2.



Trên cạnh AC lấy điểm F sao cho $AF = AB$.

Xét $\triangle ABE$ và $\triangle AFE$ có $AB = AF$; $\angle BAE = \angle FAE$; AE chung.

Do đó $\triangle ABE = \triangle AFE$ (c.g.c) $\Rightarrow BE = EF$.

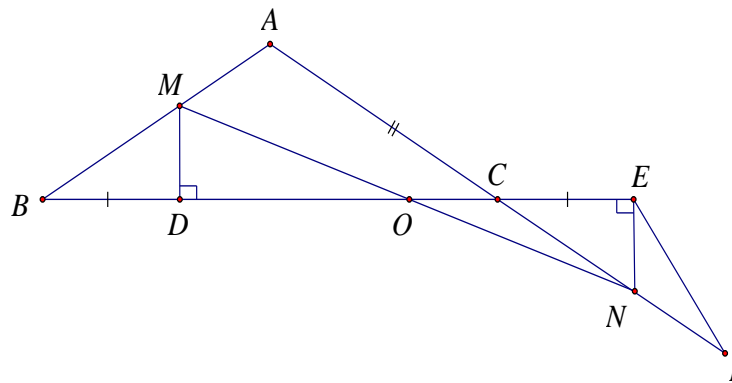
Trong tam giác EFC có $FC > EC - EF$

Mà $BE = EF$ nên $FC > EC - EB$ (1)

Lại có $FC = AC - AF$ mà $AF = AB$ nên $FC = AC - AB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AB - AC > EC - EB$.

Bài 3.



a, CM: $\triangle ABD = \triangle ICE$ (c.g.c), Ta có : $AB + AC = AI$

Vì $\triangle ABD = \triangle ICE \Rightarrow AD = EI$

Áp dụng BĐT trong $\triangle AEI$: $AE + EI > AI$ hay $AE + AD > AB + AC$

b, CM: $\triangle BDM = \triangle CEN$ (g.c.g) $\Rightarrow BM = CN$

c, Vì $BM = CN \Rightarrow AB + AC = AM + AN$ (1)

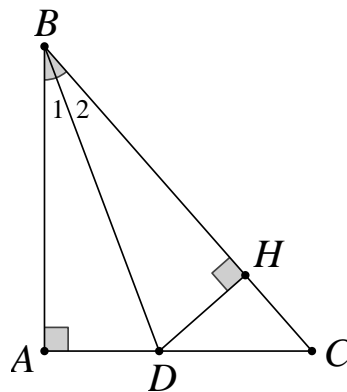
Có $BD = CE$ (gt), $\Rightarrow BC = DE$

Gọi O là giao của MN và BC

$$\Rightarrow \begin{cases} OM > OD \\ ON > OE \end{cases} \Rightarrow MO + ON > OD + OE \Rightarrow MN > DE \Rightarrow MN > BC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có : chu vi của $\triangle ABC$ nhỏ hơn chu vi của $\triangle AMN$

Bài 4.



Xét $\triangle ADB$ và $\triangle HDB$ có: BD : cạnh huyền chung; $B_1 = B_2$ (BD là tia phân giác của B)

$\Rightarrow \triangle ADB = \triangle HDB$ (cạnh huyền-góc nhọn)

$\Rightarrow BA = BH; DA = DH$ (hai cạnh tương ứng)

Xét $\triangle HDC$ vuông tại H có $DC > DH$ và $HC > DC - DH$ (bất đẳng thức tam giác)

Suy ra $BC - BH = HC > DC - DA$ (vì $DH = DA$)

Do đó, $BC - BA > DC - DA$ (vì $BH = BA$)

PHIẾU BÀI TẬP

Dạng 1:

Bài 1. Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác?

a) 6cm; 8cm; 16cm

b) 5,5cm; 3,1cm; 2,4cm

d) 13,7cm; 8,2cm; 5,3cm

c) 8m; 12m; 7m

Bài 2. Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây có thể tạo thành một tam giác hay không?

a) 3cm, 4cm, 6cm

b) 2m, 4m, 8m

c) 1cm, 3cm, 4cm

Bài 3. Dựa vào bất đẳng thức tam giác, kiểm tra xem bộ ba đoạn thẳng có độ dài cho sau đây không thể là ba cạnh của một tam giác.

a) 3cm, 3cm, 7cm .

b) 6m, 10m, 8m .

c) 2m, 6m, 8m .

Bài 4. Một tam giác cân có một cạnh bằng 6 cm. Tính hai cạnh còn lại, biết chu vi của tam giác đó bằng 20 cm.

Bài 5. Cho tam giác ABC có $BC = 1\text{cm}$, $AC = 7\text{cm}$. Tìm độ dài cạnh AB biết độ dài này là một số nguyên (cm).

Bài 6. Độ dài hai cạnh của một tam giác bằng 6cm và 2cm. Tính độ dài cạnh còn lại biết rằng số đo của cạnh đó theo cm là một số tự nhiên chẵn.

Bài 7. Cho tam giác ABC có $AB = 4\text{cm}$, $AC = 1\text{cm}$. Hãy tìm độ dài cạnh BC biết rằng độ dài này là một số nguyên (cm).

Bài 8. Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 4m và 8m.

Bài 9. Tính chu vi của tam giác cân có hai cạnh bằng 3cm và 7cm.

Bài 10. Ba cạnh của một tam giác có độ dài bằng $2\frac{1}{2}$, 16, x (đơn vị cm). Tìm x , biết rằng x là số tự nhiên và có giá trị nhỏ nhất có thể.

Bài 11. Tam giác ABC có chu vi 18cm, $BC > AC > AB$. Tính độ dài BC biết rằng độ dài đó là một số chẵn (đơn vị: cm).

Bài 12. Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 7cm và 2cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm)?

Dạng 2:

Bài 1. Cho tam giác OBC cân tại O . Trên tia đối của tia CO lấy điểm A . Chứng minh $AB > AC$.

Lại có $OB = OC$ ($\triangle OBC$ cân tại O) $\Rightarrow AC < AB$ (điều phải chứng minh).

Bài 2. Cho tam giác ABC , điểm M thuộc cạnh AB .

- c) So sánh MC với $AM + AC$.
- d) Chứng minh $MB + MC < AB + AC$.

Bài 3. Cho tam giác ABC , trên tia đối của tia AC lấy điểm K .

- c) So sánh AB với $KA + KB$.
- d) Chứng minh $AB + AC < KB + KC$.

Bài 4. Cho tam giác ABC , M là trung điểm của BC . Chứng minh rằng: $AB + AC > 2AM$

Bài 5. Cho điểm M nằm trong $\triangle ABC$. Chứng minh rằng: $MB + MC < AB + AC$. Từ đó suy ra: $MA + MB + MC < AB + AC + BC$.

Bài 6. Cho tam giác ABC và M là một điểm nằm trong tam giác. Gọi I là giao điểm của đường thẳng BM và cạnh AC . So sánh MA với $MI + IA$.

- a) So sánh MA với $MI + IA$.
- b) Chứng minh rằng $MA + MB < IB + IA$.
- c) Chứng minh rằng $IB + IA < CA + CB$.

d) Chứng minh rằng $MA + MB < CA + CB$

Bài 7. Cho điểm K nằm trong tam giác ABC . Gọi M là giao điểm của tia AK với cạnh BC .

a. Chứng minh rằng $KA + KB < MA + MB < CA + CB$.

b. So sánh $KB + KC$ với $AB + AC$.

c. Chứng minh rằng $KA + KB + KC$ nhỏ hơn chu vi tam giác ABC .

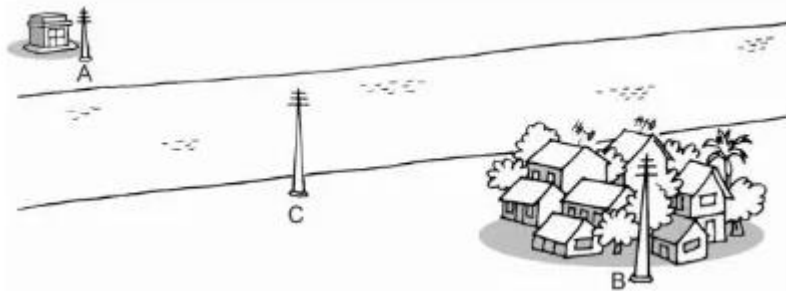
Bài 8. Cho tam giác ABC . Trên đường phân giác của góc ngoài đỉnh A , lấy điểm M không trùng với A . Chứng minh rằng: $MB + MC > AB + AC$.

Bài 9. Cho hai điểm A và B nằm về hai phía của đường thẳng d . Tìm điểm C thuộc đường thẳng d sao cho tổng $AC + CB$ là nhỏ nhất.

Bài 10. Cho đường thẳng d và hai điểm A, B nằm cùng về một phía của d và AB không song song với d . Một điểm H di động trên d . Tìm vị trí của H sao cho $|HA - HB|$ là lớn nhất.

Bài 11. Cho góc xOy nhọn, trên Ox lấy hai điểm A và B (điểm A nằm giữa hai điểm O và B). Trên Oy lấy hai điểm C và D (điểm C nằm giữa O và D). Chứng minh $AB + CD < AD + BC$.

Bài 12. Một trạm biến áp và một khu dân cư được xây dựng cách xa hai bờ sông tại hai địa điểm A và B . Hãy tìm trên bờ sông gần khu dân cư một địa điểm C để dựng một cột mắc dây đưa điện từ trạm biến áp về cho khu dân cư sao cho độ dài đường dây dẫn là ngắn nhất.



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1.

Bài 1. Bộ ba độ dài nào dưới đây có thể tạo thành độ dài của ba cạnh trong tam giác?

- e) 6cm; 7cm; 15cm
- f) 4,2cm; 3,5cm; 2,5cm
- g) 3cm; 7,2cm; 5cm
- h) 3m; 10m; 7m

Bài 2. Cho tam giác ABC có cạnh $AB = 2\text{cm}$ và cạnh $BC = 7\text{cm}$. Tính độ dài cạnh AC biết độ dài cạnh AC là một số nguyên tố.

Bài 3. Cho ΔABC cân.

a) Tính AC, BC biết chu vi ΔABC là 23 cm và $AB = 5\text{ cm}$.

b) Tính chu vi ΔABC biết $AB = 5\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$.

Bài 4. Có bao nhiêu tam giác có độ dài hai cạnh là 1cm và 3cm còn độ dài cạnh thứ ba là một số nguyên (đơn vị cm)?

Dạng 2.

Bài 1. Cho góc xOy , Oz là tia phân giác của góc xOy . Từ điểm M ở trong góc xOz vẽ MH vuông góc với Ox (H thuộc Ox), MK vuông góc với Oy (K thuộc Oy). Chứng minh rằng: $MH < MK$.

Bài 2. Cho ΔABC có ($AB < AC$) và AD là phân giác góc A ($D \in BC$). Gọi E là một điểm bất kỳ thuộc cạnh AD (E khác A). Chứng minh $AC - AB > EC - EB$.

Bài 3. Cho ΔABC cân tại A , góc A tù, trên cạnh BC lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$, trên tia đối của tia CA lấy điểm I sao cho $CI = CA$.

a, Chứng minh rằng: $\Delta ABD = \Delta ICE$ và $AB + AC < AD + AE$.

b, Từ D và E kẻ các đường thẳng cùng vuông góc với BC cắt AB, AI lần lượt tại M và N , Chứng minh rằng: $BM = CN$.

c, Chứng minh rằng: Chu vi ΔABC nhỏ hơn chu vi ΔAMN .

Bài 4. Cho ΔABC vuông tại A , tia phân giác của góc B cắt AC tại D . Chứng minh rằng $BC - BA > DC - DA$.