

CHƯƠNG I. SỐ HỮU TỈ.

Bài 1: TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Khái niệm:

Ví dụ 1: Viết các số thập phân như $-2,4$ hay hỗn số $1\frac{3}{7}$ về phân số:

$$\text{Ta có } -2,4 = \frac{-24}{10} = \frac{-12}{5} \text{ và } 1\frac{3}{7} = \frac{10}{7}$$

Khi đó hai phân số $\frac{-12}{5}$ và $\frac{10}{7}$ được gọi là số hữu tỉ.

Kết luận:

- ♣ Số hữu tỉ là số được viết dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.
- ♣ Tập hợp các số hữu tỉ được kí hiệu là \mathbb{Q} .

Chú ý:

- ♣ Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối. Số đối của số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ $-\frac{a}{b}$.
- ♣ Vì các số thập phân đã biết đều viết được dưới dạng phân số thập phân nên chúng đều là các số hữu tỉ. Tương tự cho các số tự nhiên và số nguyên.

Ví dụ 2: Trong các số sau, số nào là số hữu tỉ:

$$\frac{1}{-5} \quad \frac{-3}{10} \quad 21 \quad \frac{6}{0} \quad -1\frac{3}{8} \quad -0,12 \quad \frac{-2}{-15}$$

$$\text{Ta có } 21 = \frac{21}{1} \quad -1\frac{3}{8} = -\frac{11}{8} \quad -0,12 = -\frac{12}{100} = -\frac{3}{25} \quad \frac{-2}{-15} = \frac{-2}{15}$$

Nên các số $\frac{1}{-5}$; $\frac{-3}{10}$; $0,001$; $-1\frac{3}{8}$; $-0,12$; $-\frac{-2}{-15}$ đều là các số hữu tỉ.

Số $\frac{6}{0}$ không là số hữu tỉ vì có mẫu bằng 0.

Ví dụ 3: Tìm số đối của các số hữu tỉ sau:

$$\frac{7}{9} \quad \frac{-5}{2} \quad \frac{6}{-11} \quad \frac{-3}{-13} \quad -\frac{-5}{-4} \quad -1\frac{3}{7} \quad -9,2$$

Các số trên có số đối lần lượt là

$$-\frac{7}{9} \quad \frac{5}{2} \quad \frac{6}{11} \quad \frac{-3}{13} \quad \frac{5}{4} \quad 1\frac{3}{7} \quad 9,2$$

Ví dụ 4: Tìm số đối của số hữu tỉ 0.

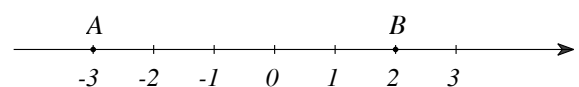
Số đối của số hữu tỉ 0 là số 0.

2) Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số.

Ví dụ 5: Biểu diễn các số hữu tỉ -3 ; 2 trên trục số

Điểm A biểu diễn số -3

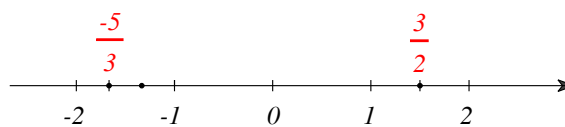
Điểm B biểu diễn số 2



Ví dụ 6: Biểu diễn các số hữu tỉ $\frac{3}{2}$; $\frac{-5}{3}$ trên trục số

Số hữu tỉ $\frac{3}{2} = 1,5$ hoặc $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$

Số hữu tỉ $\frac{-5}{3} = -1\frac{2}{3} = -1 - \frac{2}{3}$



Nên trên trục số ta lấy đoạn từ -1 đến -2 và chia đoạn đó thành 3 phần và lấy 2 lần.

Kết luận:

- ♣ Mọi số hữu tỉ đều được biểu diễn trên trục số.
- ♣ Số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ có thể được viết về số thập phân rồi biểu diễn trên trục số.
- ♣ Trên trục số, mỗi điểm biểu diễn số hữu tỉ a được gọi là điểm a .

Chú ý:

- ♣ Trên trục số, hai điểm biểu diễn hai số hữu tỉ đối nhau $\frac{a}{b}$ và $-\frac{a}{b}$ nằm về hai phía khác nhau so với điểm O và có cùng khoảng cách đến O .

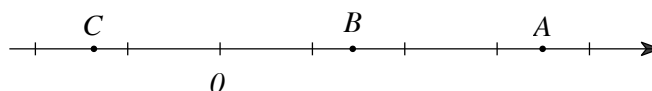
3) Thứ tự trong tập hợp các số hữu tỉ.

Ví dụ 7: Cho ba số hữu tỉ được biểu diễn bởi ba điểm A, B, C trên trục số như trên hình vẽ. Hỏi trong ba điểm đó, điểm nào lớn nhất, điểm nào nhỏ nhất.

Ta có điểm A lớn nhất

Điểm C nhỏ nhất

và $C < B < A$



Ví dụ 8: So sánh hai số hữu tỉ $\frac{5}{8}$ và $\frac{7}{8}$

Ta thấy $5 < 7 \Rightarrow \frac{5}{8} < \frac{7}{8}$.

Kết luận:

- ♣ Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bất kì bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi so sánh.
- ♣ Với hai số hữu tỉ a, b bất kì ta luôn có $a > b$ hoặc $a < b$ hoặc $a = b$.
- ♣ Với ba số hữu tỉ a, b, c . Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < b < c$ (tính chất bắc cầu)
- ♣ Trên trục số nếu $a < b$ thì a nằm bên trái b .

Chú ý:

- ♣ Số hữu tỉ dương là số hữu tỉ lớn hơn 0.
- ♣ Số hữu tỉ âm là số hữu tỉ nhỏ hơn 0.
- ♣ Số 0 không là số hữu tỉ âm, cũng không là số hữu tỉ dương.
- ♣ So sánh cùng tử dương: Phân số nào có mẫu lớn hơn thì phân số đó nhỏ hơn

Cụ thể: Nếu $m > n$ thì $\frac{a}{m} < \frac{a}{n}$

- ♣ Thêm dấu âm: Khi ta thêm dấu âm vào hai vế của một biểu thức so sánh thì ta đổi chiều dấu so sánh

Cụ thể: Nếu $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ thì $-\frac{a}{b} < -\frac{c}{d}$

B. BÀI TẬP.

Dạng 1: Nhận biết số hữu tỉ.

Bài 1: Trong các số sau, số nào là số hữu tỉ

$$-\frac{1}{-4} \quad -\frac{12}{6} \quad -\frac{6}{-5} \quad \frac{7}{0} \quad -3 \quad \frac{0}{-6} \quad 5$$

Bài 2: Trong các số sau, số nào là số hữu tỉ

$$1\frac{4}{7} \quad -4\frac{5}{12} \quad -9,1 \quad 0,123 \quad \frac{2,1}{3} \quad \frac{4}{1,2} \quad \frac{-3,2}{0,8}$$

Bài 3: Điền dấu \in , \notin để thể hiện các mối quan hệ sau

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{4}{5} \dots \mathbb{Q} & 2) -3 \dots \mathbb{Q} & 3) \frac{-8}{4} \dots \mathbb{Q} & 4) 3\frac{1}{2} \dots \mathbb{Q} \\ 5) \frac{-6}{-19} \dots \mathbb{Q} & 6) \frac{0}{10} \dots \mathbb{Q} & 7) \frac{3}{0} \dots \mathbb{Q} & 8) 9 \dots \mathbb{Q} \end{array}$$

Bài 4: Điền dấu \in , \notin để thể hiện các mối quan hệ sau

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{3}{4} \dots \mathbb{Z} & 2) \frac{-6}{2} \dots \mathbb{Z} & 3) \frac{9}{-3} \dots \mathbb{Z} & 4) \frac{-5}{6} \dots \mathbb{N} \\ 5) \frac{1}{2} \dots \mathbb{Z} & 6) \frac{0}{6} \dots \mathbb{N} & 7) \frac{7}{-7} \dots \mathbb{N} & 8) -6 \dots \mathbb{Z} \end{array}$$

Bài 5: Viết các số sau về số hữu tỉ:

$$\begin{array}{llll} 1) -1\frac{1}{6} & 2) 3\frac{3}{5} & 3) 7\frac{1}{2} & 4) -4\frac{3}{7} \\ 5) 0,2 & 6) 3,2 & 7) -4,50 & 8) -1,22 \end{array}$$

Bài 6: Viết các số sau về số hữu tỉ:

$$\begin{array}{llll} 1) \frac{0,1}{5} & 2) \frac{-2,2}{20} & 3) \frac{4}{2,1} & 4) \frac{5}{3,5} \\ 5) \frac{3,4}{1,7} & 6) \frac{-2,8}{0,7} & 7) \frac{4,9}{7,0} & 8) \frac{0,8}{-3,2} \end{array}$$

Bài 7: Tìm số đối của các số hữu tỉ sau:

$$\frac{3}{8} \quad -\frac{7}{12} \quad -\frac{6}{11} \quad \frac{5}{-3} \quad -\frac{-4}{-9} \quad \frac{-0}{10} \quad \frac{0}{20}$$

Bài 8: Tìm số đối của các số hữu tỉ sau:

$$-5\frac{3}{7} \quad 4\frac{1}{4} \quad -8,8 \quad 2,3 \quad \frac{-1}{5,1} \quad \frac{-5}{2,2} \quad \frac{-2,3}{-3,4}$$

Dạng 2. Biểu diễn và so sánh các số hữu tỉ

Bài 1: Biểu diễn số hữu tỉ $\frac{3}{2}$; $-\frac{5}{4}$; 2; 0 trên trục số.

Bài 2: Biểu diễn số hữu tỉ $1\frac{1}{3}$; $2\frac{5}{6}$; 4; 4,5 trên trục số.

Bài 3: Biểu diễn số hữu tỉ $-1\frac{2}{3}$; -3,2; -4; $-5\frac{1}{3}$ trên trục số.

Bài 4: Cho biết các điểm A, B, C trên trục số trong Hình 1 biểu diễn số hữu tỉ nào?



Bài 5: Cho biết điểm M, N, H trên trục số trong Hình 2 biểu diễn số hữu tỉ nào?

Bài 6: So sánh các số hữu tỉ sau:

1) $\frac{3}{4}$ và $\frac{5}{4}$

2) $\frac{-5}{9}$ và $\frac{-6}{9}$

3) $\frac{2}{7}$ và $\frac{2}{9}$

4) $\frac{-7}{11}$ và $\frac{-7}{12}$

5) $2\frac{5}{6}$ và $3\frac{1}{6}$

6) $3\frac{4}{13}$ và $3\frac{3}{13}$

Bài 7: So sánh các số hữu tỉ sau:

1) $\frac{5}{6}$ và $\frac{4}{5}$

2) $\frac{5}{8}$ và $\frac{3}{4}$

3) $\frac{5}{3}$ và $\frac{9}{6}$

4) $\frac{-9}{10}$ và $\frac{-4}{5}$

5) $\frac{5}{-12}$ và $\frac{-1}{2}$

6) $\frac{-7}{4}$ và $\frac{31}{-18}$

Bài 8: So sánh các số hữu tỉ sau:

1) $\frac{11}{12}$ và $\frac{15}{14}$

2) $\frac{-9}{17}$ và $\frac{-3}{2}$

3) $\frac{-7}{6}$ và $\frac{-6}{7}$

4) $\frac{-69}{68}$ và $\frac{1}{3}$

5) $\frac{28}{-6}$ và -5

6) 4 và $\frac{21}{5}$

Bài 9: So sánh các số hữu tỉ sau:

1) $\frac{56}{57}$ và $\frac{57}{58}$

2) $\frac{15}{16}$ và $\frac{19}{20}$

3) $\frac{43}{42}$ và $\frac{53}{52}$

4) $\frac{29}{14}$ và $\frac{31}{15}$

5) $-\frac{9}{19}$ và $-\frac{10}{21}$

6) $\frac{-14}{17}$ và $\frac{-21}{24}$

Bài 10: So sánh các số hữu tỉ sau:

1) $\frac{1212}{2323}$ và $\frac{12}{23}$

2) $\frac{414141}{676767}$ và $\frac{41}{67}$

3) $\frac{-5959}{4242}$ và $\frac{-59}{42}$

4) $\frac{1010}{2121}$ và $\frac{101010}{212121}$

5) $-\frac{333}{666}$ và $\frac{444}{-888}$

6) $-\frac{555}{888}$ và $\frac{-33}{44}$

Bài 2: CỘNG, TRỪ, NHÂN, CHIA SỐ HỮU TỈ

A. LÝ THUYẾT.

1) Cộng, trừ hai số hữu tỉ.

Ví dụ 1: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{-51}{19} + \frac{13}{19}$$

$$1) \frac{-51}{19} + \frac{13}{19} = \frac{-51+13}{19} \\ = \frac{-38}{19} = -2.$$

$$2) \frac{5}{6} - \frac{-11}{6}$$

$$2) \frac{5}{6} - \frac{-11}{6} = \frac{5-(-11)}{6} \\ = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}.$$

$$3) -\frac{2}{5} - \frac{4}{15}$$

$$3) -\frac{2}{5} - \frac{4}{15} = \frac{-6}{15} - \frac{4}{15} \\ = \frac{-6-4}{15} = \frac{-10}{15} = \frac{-2}{3}.$$

Ví dụ 2: Thực hiện phép tính

$$1) 0,6 + \frac{2}{3}$$

$$1) 0,6 + \frac{2}{3} = \frac{6}{10} + \frac{2}{3} \\ = \frac{3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{10}{15} \\ = \frac{19}{15}.$$

$$2) \frac{1}{3} - (-0,4)$$

$$2) \frac{1}{3} - (-0,4) = \frac{1}{3} + \frac{4}{10} \\ = \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} \\ = \frac{11}{15}.$$

$$3) 3,5 - \left(\frac{-2}{7}\right)$$

$$3) 3,5 - \left(\frac{-2}{7}\right) = \frac{35}{10} + \frac{2}{7} \\ = \frac{7}{2} + \frac{2}{7} = \frac{49}{14} + \frac{4}{14} \\ = \frac{53}{14}.$$

Kết luận:

- ♣ Để cộng, trừ các số hữu tỉ ta thực hiện như cộng, trừ các phân số.
- ♣ Các tính chất cơ bản:

$$\cdot \text{Giao hoán: } \frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{b}{m} + \frac{a}{m}$$

$$\cdot \text{Kết hợp: } \frac{a}{m} + \frac{b}{n} + \frac{c}{m} = \left(\frac{a}{m} + \frac{c}{m}\right) + \frac{b}{n}$$

$$\cdot \text{Cộng với số 0: } \frac{a}{m} + 0 = 0 + \frac{a}{m}$$

$$\cdot \text{Cộng với số đối: } \frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0.$$

- ♣ Trong tập hợp \mathbb{Q} ta cũng có quy tắc dấu ngoặc tương tự như tập hợp \mathbb{Z} .
- ♣ Đối với một tổng các số hữu tỉ, ta có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý để tính toán cho thuận lợi.

Ví dụ 3: Thực hiện phép tính:

$$1) \frac{3}{13} - \frac{3}{2} + \frac{10}{13}$$

$$1) \frac{3}{13} - \frac{3}{2} + \frac{10}{13} \\ = \frac{3}{13} + \frac{10}{13} - \frac{3}{2} \\ = \frac{13}{13} - \frac{3}{2} = 1 - \frac{3}{2} = \frac{-1}{2}.$$

$$2) \frac{4}{7} - \left(\frac{-3}{7}\right) - \frac{7}{3}$$

$$2) \frac{4}{7} - \left(\frac{-3}{7}\right) - \frac{7}{3} \\ = \frac{4}{7} + \frac{3}{7} - \frac{7}{3} \\ = \frac{7}{7} - \frac{7}{3} = 1 - \frac{7}{3} = \frac{-4}{3}.$$

$$3) \frac{3}{4} + \frac{11}{8} - \frac{9}{12}$$

$$3) \frac{3}{4} + \frac{11}{8} - \frac{9}{12} \\ = \frac{3}{4} - \frac{9}{12} + \frac{11}{8} \\ = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} + \frac{11}{8} = \frac{11}{8}.$$

Ví dụ 4: Thực hiện phép tính:

$$1) \frac{15}{12} + \frac{5}{13} - \left(\frac{3}{12} + \frac{18}{13} \right)$$

$$1) \frac{15}{12} + \frac{5}{13} - \left(\frac{3}{12} + \frac{18}{13} \right)$$

$$= \frac{15}{12} + \frac{5}{13} - \frac{3}{12} - \frac{18}{13}$$

$$= \frac{15}{12} - \frac{3}{12} + \frac{5}{13} - \frac{18}{13}$$

$$= \frac{12}{12} + \frac{-13}{13} = 0.$$

$$2) \frac{5}{16} - \left(\frac{7}{15} - \frac{3}{16} \right) + \frac{17}{30}$$

$$2) \frac{5}{16} - \left(\frac{7}{15} - \frac{3}{16} \right) + \frac{17}{30}$$

$$= \frac{5}{16} - \frac{7}{15} + \frac{3}{16} + \frac{17}{30}$$

$$= \frac{5}{16} + \frac{3}{16} - \frac{7}{15} + \frac{17}{30}$$

$$= \frac{8}{16} + \frac{-14}{30} + \frac{17}{30}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{3}{5}.$$

$$3) \frac{1}{6} - \left[\frac{1}{6} - \left(\frac{1}{4} + \frac{9}{12} \right) \right]$$

$$3) \frac{1}{6} - \left[\frac{1}{6} - \left(\frac{1}{4} + \frac{9}{12} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{6} - \left[\frac{1}{6} - \frac{1}{4} - \frac{9}{12} \right]$$

$$= \frac{1}{6} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{9}{12}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1.$$

2) Nhân, chia hai số hữu tỉ.

Ví dụ 5: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{-4}{7} \cdot \frac{21}{8}$$

$$1) \frac{-4}{7} \cdot \frac{21}{8} = \frac{-3}{2}.$$

$$2) \frac{17}{15} : \frac{4}{3}$$

$$2) \frac{17}{15} : \frac{4}{3} = \frac{17}{15} \cdot \frac{3}{4} = \frac{17}{20}.$$

$$3) \frac{-5}{9} : \frac{-7}{18}$$

$$3) \frac{-5}{9} : \frac{-7}{18} = \frac{-5}{9} \cdot \frac{-18}{7} = \frac{10}{7}.$$

Ví dụ 6: Thực hiện phép tính

$$1) (-5) \cdot \frac{-4}{15}$$

$$1) (-5) \cdot \frac{-4}{15} = \frac{5 \cdot 4}{15} = \frac{4}{3}.$$

$$2) \left(\frac{-3}{25} \right) : 6$$

$$2) \left(\frac{-3}{25} \right) : 6 = \frac{-3}{25} \cdot \frac{1}{6} = \frac{-1}{50}.$$

$$3) \frac{-7}{11} : (-3,5)$$

$$3) \frac{-7}{11} : (-3,5) = \frac{-7}{11} : \frac{-7}{2}$$

$$= \frac{-7}{11} \cdot \frac{-2}{7} = \frac{2}{11}.$$

Kết luận:

♣ Để nhân, chia các số hữu tỉ ta thực hiện như cộng, trừ các phân số.

♣ Các tính chất cơ bản:

. Giao hoán $\frac{a}{m} \cdot \frac{b}{n} = \frac{a \cdot b}{m \cdot n}$

. Kết hợp $\frac{a}{m} \cdot \frac{b}{n} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot b \cdot c}{m \cdot n \cdot d} = \frac{a}{m} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{b}{n}$

. Nhân với số 1 $\frac{a}{m} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{a}{m} = \frac{a}{m}$

. Phân phối $\frac{a}{m} \cdot \frac{c}{d} + \frac{b}{n} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \left(\frac{a}{m} + \frac{b}{n} \right)$

♣ Nếu số hữu tỉ được cho dưới dạng hỗn số, số thập phân thì ta có thể viết chúng dưới dạng phân số rồi tính hoặc tính trực tiếp.

Ví dụ 7: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{11}{9} \cdot \frac{3}{4} - \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4}$$

$$1) \frac{11}{9} \cdot \frac{3}{4} - \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4}$$

$$2) \frac{-11}{8} \cdot \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{-5}{8}$$

$$2) \frac{-11}{8} \cdot \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{-5}{8}$$

$$3) \frac{-3}{11} \cdot \frac{5}{7} + \frac{5}{7} \cdot \frac{-8}{11} + 2 \frac{5}{7}$$

$$3) \frac{-3}{11} \cdot \frac{5}{7} + \frac{5}{7} \cdot \frac{-8}{11} + 2 \frac{5}{7}$$

$$= \frac{3}{4} \left(\frac{11}{9} - \frac{2}{9} \right)$$

$$= \frac{3}{4} \cdot 1 = \frac{3}{4}$$

$$= \frac{19}{3} \left(\frac{-11}{8} + \frac{-5}{8} \right)$$

$$= \frac{19}{3} \cdot \frac{-16}{8} = \frac{19}{3} \cdot (-2)$$

$$= \frac{-38}{3}$$

$$= \frac{5}{7} \left(\frac{-3}{11} + \frac{-8}{11} \right) + 2 \frac{5}{7}$$

$$= \frac{5}{7} \cdot (-1) + 2 \frac{5}{7}$$

$$= \frac{-5}{7} + 2 + \frac{5}{7} = 2$$

Ví dụ 8: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right)$$

$$2) \left(\frac{-2}{5} + \frac{3}{8} \right) : \frac{19}{18} + \left(\frac{-3}{5} + \frac{5}{8} \right) : \frac{19}{18}$$

$$1) \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22} \right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3} \right)$$

$$2) \left(\frac{-2}{5} + \frac{3}{8} \right) : \frac{19}{18} + \left(\frac{-3}{5} + \frac{5}{8} \right) : \frac{19}{18}$$

$$= \frac{5}{9} : \left(\frac{2}{22} - \frac{5}{22} \right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{10}{15} \right)$$

$$= \left(\frac{-2}{5} + \frac{3}{8} \right) \cdot \frac{18}{19} + \left(\frac{-3}{5} + \frac{5}{8} \right) \cdot \frac{18}{19}$$

$$= \frac{5}{9} : \frac{-3}{22} + \frac{5}{9} : \frac{-3}{5} = \frac{5}{9} \cdot \frac{-22}{3} + \frac{5}{9} \cdot \frac{-5}{3}$$

$$= \frac{18}{19} \left(\frac{-2}{5} + \frac{3}{8} + \frac{-3}{5} + \frac{5}{8} \right)$$

$$= \frac{5}{9} \left(\frac{-22}{3} + \frac{-5}{3} \right) = \frac{5}{9} \cdot \frac{-27}{3} = -5$$

$$= \frac{18}{19} \left(\frac{-2}{5} + \frac{-3}{5} + \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \right) = \frac{18}{19} \cdot 0 = 0$$

B. BÀI TẬP.

Dạng 1: Tính đơn giản

Bài 1: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{3}{5} + \frac{2}{5}$$

$$2) \frac{4}{7} - \frac{3}{7}$$

$$3) \frac{-5}{13} + \frac{-7}{13}$$

$$4) \frac{3}{8} + \left(-\frac{7}{8} \right)$$

$$5) -\frac{5}{9} - \frac{4}{9}$$

$$6) \frac{17}{11} - \frac{-5}{11}$$

Bài 2: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$2) \frac{2}{3} - \frac{3}{4}$$

$$3) \frac{3}{5} - \frac{2}{3}$$

$$4) \frac{-1}{5} + \frac{5}{2}$$

$$5) \frac{1}{4} + \frac{-2}{5}$$

$$6) \frac{5}{6} - \frac{-7}{5}$$

Bài 3: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{1}{12} - \frac{5}{4}$$

$$2) \frac{3}{11} + \frac{2}{33}$$

$$3) \frac{-25}{7} + \frac{61}{21}$$

$$4) \frac{-2}{5} + \frac{-11}{30}$$

$$5) \frac{-16}{42} - \frac{5}{8}$$

$$6) \frac{15}{12} - \frac{-1}{4}$$

Bài 4: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{3}{8} + \frac{-5}{6}$$

$$2) \frac{2}{15} - \frac{7}{10}$$

$$3) \frac{-4}{8} + \frac{-3}{10}$$

$$4) -\frac{1}{12} - \frac{-1}{10}$$

$$5) \frac{3}{20} - \frac{-2}{30}$$

$$6) -\frac{4}{12} + \frac{5}{18}$$

Bài 5: Thực hiện phép tính

1) $2 + \frac{3}{4}$

2) $\frac{5}{3} - 1$

3) $-1 + \frac{1}{5}$

4) $-1 - \frac{6}{5}$

5) $-3 + \frac{-3}{7}$

6) $-\frac{6}{7} - 2$

Bài 6: Thực hiện phép tính

1) $2\frac{3}{5} - 1\frac{2}{3}$

2) $3\frac{3}{7} + 2\frac{1}{2}$

3) $-3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}$

4) $-2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{4}$

5) $-4\frac{1}{2} + 2\frac{3}{10}$

6) $-6\frac{1}{7} - \left(-7\frac{1}{6}\right)$

Bài 7: Thực hiện phép tính

1) $\frac{2}{7} + \frac{6}{21} - \frac{3}{14}$

2) $\frac{-7}{2} + \frac{3}{4} - \frac{17}{12}$

3) $\frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$

4) $\frac{1}{3} + \frac{-4}{5} - \frac{8}{15}$

5) $\frac{2}{3} + \frac{-3}{4} + \frac{2}{6}$

6) $\frac{-5}{18} + \frac{5}{45} - \frac{9}{6}$

Bài 8: Thực hiện phép tính

1) $\frac{-20}{41} \cdot \frac{-4}{5}$

2) $\frac{-24}{5} \cdot \frac{15}{-8}$

3) $\frac{-4}{34} \cdot \frac{17}{-24}$

4) $\frac{-20}{7} : \frac{5}{21}$

5) $\frac{-8}{5} : \frac{-12}{7}$

6) $\frac{-12}{21} : \frac{1}{6}$

Bài 9: Thực hiện phép tính

1) $-3\frac{1}{9} \cdot \frac{4}{21}$

2) $\frac{-3}{4} \cdot 2\frac{1}{2}$

3) $\frac{-8}{15} \cdot 1\frac{1}{4}$

4) $\left(-\frac{11}{15}\right) : 1\frac{1}{10}$

5) $1\frac{1}{5} : \left(-2\frac{1}{5}\right)$

6) $\left(-3\frac{1}{7}\right) : \left(-1\frac{6}{49}\right)$

Bài 10: Thực hiện phép tính

1) $4,5 \cdot \left(\frac{-4}{9}\right)$

2) $2,4 \cdot \left(-3\frac{4}{7}\right)$

3) $0,2 \cdot \frac{-15}{4}$

4) $(-3,5) : \left(-2\frac{4}{5}\right)$

5) $\frac{-5}{23} : (-2)$

6) $1,25 : \left(-3\frac{1}{8}\right)$

Bài 11: Thực hiện phép tính

1) $\frac{-1}{4} + \frac{4}{15} + \frac{-3}{4}$

2) $\frac{2}{3} + \frac{-1}{3} + \frac{7}{15}$

3) $\frac{4}{5} - \left(\frac{-2}{5}\right) - \frac{7}{10}$

4) $\frac{3}{7} - \frac{2}{3} + \frac{4}{7}$

5) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3}$

6) $\frac{3}{5} - \frac{5}{4} + \frac{2}{5}$

Bài 12: Thực hiện phép tính

1) $\frac{3}{8} + \frac{15}{-25} + \frac{3}{5}$

2) $\frac{3}{5} + \frac{-1}{25} - \frac{8}{20}$

3) $\frac{4}{5} - \left(\frac{-2}{7}\right) - \frac{7}{10}$

4) $\frac{-10}{3} + \frac{13}{10} - \frac{1}{6} + \frac{7}{10}$

5) $\frac{13}{35} + \frac{8}{24} + \frac{22}{35} - \frac{4}{3}$

6) $\frac{-1}{6} + \frac{5}{13} + \frac{-11}{12} + \frac{5}{-13}$

Bài 13: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{3}{7} + \frac{1}{2} - \frac{17}{7} + \frac{3}{2}$$

$$2) \frac{11}{13} + \frac{17}{29} + \frac{2}{13} + \frac{-17}{29}$$

$$3) \frac{8}{9} + \frac{15}{23} + \frac{1}{9} + \frac{-15}{23}$$

$$4) \frac{-7}{10} + \frac{6}{23} + \frac{17}{10} + \frac{17}{23}$$

$$5) \frac{-3}{11} + \frac{14}{25} + \frac{25}{11} + \frac{11}{25}$$

$$6) \frac{7}{3} + \frac{-4}{7} - \frac{4}{3} + \frac{-10}{7}$$

$$7) \frac{-5}{12} + \frac{4}{37} + \frac{17}{12} - \frac{41}{37}$$

$$8) \frac{11}{24} - \frac{5}{41} + \frac{13}{24} - \frac{36}{41}$$

$$9) 4\frac{3}{16} + \frac{1}{5} - \frac{3}{16} + \frac{4}{5}$$

Bài 14: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{15}{34} + \frac{1}{3} + \frac{19}{34} - \frac{4}{3} + \frac{3}{7}$$

$$2) \frac{5}{19} + \frac{8}{11} + \frac{14}{19} + \frac{3}{2} - \frac{30}{11}$$

$$3) \frac{11}{25} - \frac{5}{13} - \frac{-7}{17} - \frac{8}{13} + \frac{10}{17}$$

$$4) \frac{13}{25} + \frac{6}{41} - \frac{38}{25} + \frac{35}{41} - \frac{1}{2}$$

$$5) \frac{28}{15} + \frac{10}{24} - \frac{13}{15} + 3\frac{7}{12}$$

$$6) 2\frac{3}{4} + \frac{4}{21} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{17}{21}$$

Bài 15: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \frac{-25}{6}$$

$$2) \frac{-1}{5} \cdot \frac{-25}{13} \cdot \frac{26}{45}$$

$$3) \frac{-17}{12} \cdot \frac{-4}{2} \cdot \frac{-8}{34}$$

$$4) \frac{22}{-7} \cdot \frac{6}{55} \cdot \frac{-7}{12}$$

$$5) \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{15}{19}\right) \cdot \frac{38}{45}$$

$$6) -\frac{15}{4} \cdot \left(\frac{-7}{15}\right) \cdot \frac{-12}{5}$$

Bài 16: Thực hiện phép tính

$$1) \left(\frac{-5}{11}\right) \cdot \frac{7}{15} \cdot \left(\frac{11}{-5}\right) \cdot (-30)$$

$$2) \frac{-7}{15} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{15}{-7} \cdot (-32)$$

$$3) -2 \cdot \frac{-32}{21} \cdot \frac{-7}{4} \cdot \frac{-3}{8}$$

$$4) 2\frac{3}{11} \cdot 1\frac{1}{12} \cdot (-2, 2)$$

$$5) 1\frac{1}{17} \cdot 1\frac{1}{24} \cdot (-5, 1)$$

$$6) \left(\frac{-13}{25}\right) \cdot \frac{5}{32} \cdot \left(\frac{25}{-13}\right) \cdot (-64)$$

Bài 17: Thực hiện phép tính

$$1) -\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{4}\right) - \left(\frac{-3}{4} + \frac{2}{5}\right)$$

$$2) -\left(\frac{3}{7} + \frac{3}{8}\right) - \left(-\frac{3}{8} + \frac{4}{7}\right)$$

$$3) \left(\frac{-25}{27} - \frac{31}{42}\right) - \left(\frac{-7}{27} - \frac{3}{42}\right)$$

$$4) \left(\frac{-1}{2} + \frac{7}{6}\right) - \left(\frac{-5}{2} + \frac{1}{6}\right)$$

$$5) \left(\frac{16}{21} + \frac{27}{12}\right) - \left(\frac{14}{12} - \frac{5}{21}\right)$$

$$6) \left(\frac{13}{23} + \frac{-15}{4}\right) + \left(\frac{10}{23} - \frac{1}{4}\right)$$

Bài 18: Thực hiện phép tính

$$1) 6\frac{2}{5} - \left(2\frac{4}{9} + 4\frac{2}{5}\right)$$

$$2) 7\frac{3}{5} - \left(2\frac{5}{7} + 5\frac{3}{5}\right)$$

$$3) 8\frac{2}{7} - \left(3\frac{4}{9} + 4\frac{2}{7}\right)$$

$$4) 8\frac{2}{9} - \left(4\frac{2}{9} - 5\frac{1}{2}\right)$$

$$5) 21\frac{4}{11} - \left(1\frac{3}{5} + 7\frac{4}{11}\right)$$

$$6) 11\frac{3}{13} - \left(2\frac{4}{7} + 5\frac{3}{13}\right)$$

$$7) \left(6\frac{4}{9} + 3\frac{7}{11}\right) - 4\frac{4}{9}$$

$$8) \left(7\frac{8}{9} + 2\frac{3}{13}\right) - 4\frac{8}{9}$$

$$9) \left(6\frac{5}{7} + 2\frac{7}{9}\right) - 4\frac{5}{7}$$

Bài 19: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{1}{6} - \left[\frac{1}{6} - \left(\frac{1}{4} + \frac{9}{12}\right)\right]$$

$$2) \frac{2}{3} - \left[\frac{-7}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right)\right]$$

$$3) \frac{-1}{24} - \left[\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} - \frac{7}{8}\right)\right]$$

$$4) \frac{3}{2} - \left[\frac{-5}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{6}{8}\right)\right]$$

$$5) \frac{9}{7} - \left[\frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{7} - \frac{1}{10}\right)\right]$$

$$6) \frac{5}{3} + \left[-\left(\frac{7}{12} - \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{3}\right]$$

Bài 20: Thực hiện phép tính

$$\begin{array}{ll}
 1) \left(7 - \frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right) - \left(6 + \frac{9}{5} + \frac{4}{3}\right) & 2) 7 + \left(\frac{7}{12} - \frac{1}{2} + 3\right) - \left(\frac{1}{12} + 5\right) \\
 3) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{7}{3} - \frac{5}{2}\right) & 4) \left(\frac{2}{7} - \frac{9}{4}\right) - \left(\frac{-3}{7} + \frac{5}{4}\right) - \left(\frac{2}{4} - \frac{9}{7}\right) \\
 5) \left(3 - \frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) - \left(5 - \frac{1}{3} - \frac{6}{5}\right) - \left(6 - \frac{7}{4} + \frac{3}{2}\right) & 6) \left(6 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) - \left(5 + \frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right) - \left(3 - \frac{7}{3} + \frac{5}{2}\right) \\
 7) \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{7} + 9\right) - \left(2 + \frac{5}{7} - \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{8}{7} - \frac{4}{3} - 10\right) & 8) \left(8 - \frac{9}{4} + \frac{2}{7}\right) - \left(-6 - \frac{3}{7} + \frac{5}{4}\right) - \left(3 + \frac{2}{4} - \frac{9}{7}\right)
 \end{array}$$

Bài 21: Thực hiện phép tính

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8} + \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5} & 2) \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} & 3) \frac{5}{7} \cdot \frac{19}{23} - \frac{12}{23} \cdot \frac{5}{7} \\
 4) \frac{7}{2} \cdot \frac{11}{6} - \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{6} & 5) \frac{11}{9} \cdot \frac{3}{4} - \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{4} & 6) \frac{3}{7} \cdot \frac{13}{5} + \frac{3}{7} \cdot \frac{8}{5} \\
 7) \frac{2}{7} \cdot \frac{8}{19} + \frac{5}{7} \cdot \frac{8}{19} & 8) \frac{23}{15} \cdot \frac{3}{8} - \frac{17}{15} \cdot \frac{3}{8} & 9) \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{3} - \frac{7}{6} \cdot \frac{3}{2} \\
 10) \frac{7}{15} \cdot \frac{16}{13} + \frac{7}{15} \cdot \frac{-3}{13} & 11) \frac{-23}{7} \cdot \frac{3}{10} + \frac{13}{7} \cdot \frac{3}{10} & 12) \frac{-11}{8} \cdot \frac{19}{3} + \frac{19}{3} \cdot \frac{-5}{8} \\
 13) \frac{-2}{3} \cdot \frac{3}{11} + \frac{-16}{9} \cdot \frac{3}{11} & 14) \frac{-5}{9} \cdot \frac{3}{11} + \frac{-13}{18} \cdot \frac{3}{11} & 15) \frac{2}{13} \cdot \frac{-5}{3} + \frac{11}{13} \cdot \frac{-5}{3} \\
 16) \frac{-9}{13} \cdot \frac{5}{17} + \frac{-17}{13} \cdot \frac{5}{17} & 17) \frac{7}{15} \cdot \frac{-4}{9} + \frac{-5}{9} \cdot \frac{7}{15} & 18) \frac{3}{8} \cdot \frac{-23}{14} - \frac{3}{8} \cdot \frac{-9}{14}
 \end{array}$$

Bài 22: Thực hiện phép tính

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{-5}{17} \cdot \frac{31}{33} + \frac{-5}{17} \cdot \frac{2}{33} + 1 \cdot \frac{5}{17} & 2) \frac{5}{7} \cdot \left(\frac{-3}{11}\right) + \frac{5}{7} \cdot \left(\frac{-8}{11}\right) + 2 \cdot \frac{5}{7} & 3) \frac{9}{10} \cdot \frac{23}{11} - \frac{1}{11} \cdot \frac{9}{10} + \frac{9}{10} \\
 4) \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{15} + \frac{-5}{16} \cdot \frac{8}{15} - 1 & 5) \frac{-19}{3} \cdot \frac{14}{4} + \frac{25}{4} \cdot \frac{-19}{3} + 4 \cdot \frac{3}{4} & 6) \frac{1}{27} \cdot \frac{-3}{7} - \frac{5}{9} \cdot \frac{-3}{7} + \frac{1}{9}
 \end{array}$$

Bài 23: Thực hiện phép tính

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{-10}{11} \cdot \frac{8}{9} + \frac{7}{18} \cdot \frac{10}{11} & 2) \frac{12}{25} \cdot \frac{23}{7} - \frac{12}{7} \cdot \frac{13}{25} & 3) \frac{3}{7} \cdot \frac{16}{15} - \frac{2}{15} \cdot \frac{-3}{7} \\
 4) \frac{-4}{13} \cdot \frac{5}{17} + \frac{-12}{13} \cdot \frac{4}{17} & 5) \frac{-6}{13} \cdot \frac{13}{21} + \frac{6}{13} \cdot \frac{-8}{21} & 6) \frac{-2}{4} \cdot \frac{-1}{13} - \frac{-2}{24} \cdot \frac{7}{13}
 \end{array}$$

Bài 24: Thực hiện phép tính

$$\begin{array}{lll}
 1) \frac{5}{6} \cdot 17 \frac{1}{3} - \frac{5}{6} \cdot 47 \frac{1}{3} & 2) \frac{4}{5} \cdot 19 \frac{1}{3} - \frac{4}{5} \cdot 39 \frac{1}{3} & 3) \frac{2}{5} \cdot 15 \frac{1}{3} - \frac{2}{5} \cdot 10 \frac{1}{3} \\
 4) \frac{3}{5} \cdot 13 \frac{1}{4} - \frac{3}{5} \cdot 33 \frac{1}{4} & 5) \frac{3}{4} \cdot 26 \frac{1}{5} - \frac{3}{4} \cdot 44 \frac{1}{5} & 6) \frac{4}{13} \cdot 15 \frac{3}{41} - \frac{4}{13} \cdot 2 \frac{3}{41} \\
 7) 12 \frac{1}{5} \cdot \frac{25}{4} - 10 \frac{1}{5} \cdot \frac{25}{4} & 8) 43 \frac{1}{4} \cdot \frac{-2}{3} - 13 \frac{1}{4} \cdot \frac{-2}{3} & 9) 16 \frac{3}{5} \cdot \frac{-1}{3} - 13 \frac{3}{5} \cdot \frac{-1}{3}
 \end{array}$$

Bài 25: Thực hiện phép tính

1) $35\frac{1}{6}:\frac{-4}{5}-45\frac{1}{6}:\frac{-4}{5}$

2) $4\frac{5}{9}:\frac{-5}{7}+5\frac{4}{9}:\frac{-5}{7}$

3) $\frac{-7}{5}\cdot 2\frac{2}{3}-1\frac{2}{5}\cdot\frac{-2}{3}$

4) $3\frac{1}{3}:\frac{-9}{4}+3\frac{1}{3}:\frac{9}{13}$

5) $\frac{1}{9}:\frac{2}{145}-4\frac{1}{3}:\frac{2}{145}$

6) $19\frac{1}{3}:\frac{4}{3}-39\frac{1}{3}:\frac{4}{3}$

7) $5\frac{2}{3}:\frac{4}{7}-17\frac{2}{3}:\frac{4}{7}$

8) $22\frac{4}{7}:\frac{5}{9}-7\frac{4}{7}:\frac{5}{9}$

9) $13\frac{1}{6}:\frac{2}{5}-23\frac{1}{6}:\frac{2}{5}$

10) $-16\frac{2}{7}:\frac{3}{5}+28\frac{2}{7}:\frac{3}{5}$

11) $2\frac{1}{4}:\left(\frac{-3}{5}\right)-1\frac{1}{4}:\left(\frac{-3}{5}\right)$

12) $16\frac{2}{7}:\left(\frac{-3}{5}\right)-28\frac{2}{7}:\left(\frac{-3}{5}\right)$

13) $17\frac{1}{3}:\left(\frac{-7}{3}\right)+3\frac{2}{3}:\left(\frac{-7}{3}\right)$

14) $4\frac{5}{9}:\left(\frac{-5}{7}\right)+5\frac{4}{9}:\left(\frac{-5}{7}\right)$

Bài 26: Thực hiện phép tính

1) $\frac{3}{7}\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{7}\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)$

2) $\frac{51}{61}\cdot\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{5}\right)+\frac{51}{61}\cdot\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{5}\right)$

3) $\left(\frac{15}{11}-\frac{4}{13}\right)\cdot\frac{12}{17}+\left(\frac{7}{11}-\frac{9}{13}\right)\cdot\frac{12}{17}$

4) $\frac{9}{5}\cdot\left(\frac{4}{9}-\frac{1}{18}\right)+\frac{9}{5}\cdot\left(\frac{5}{36}-\frac{7}{12}\right)$

5) $\frac{15}{12}\cdot\left(\frac{3}{24}-\frac{1}{12}\right)+\frac{15}{12}\cdot\left(\frac{11}{6}-\frac{7}{8}\right)$

6) $\left(\frac{15}{11}-\frac{4}{13}\right)\cdot\frac{12}{17}+\left(\frac{7}{11}-\frac{9}{13}\right)\cdot\frac{12}{17}$

7) $\left(\frac{-3}{7}+\frac{5}{11}\right)\cdot\frac{-5}{3}+\left(\frac{-4}{7}+\frac{6}{11}\right)\cdot\frac{-5}{3}$

8) $\left(\frac{7}{6}-\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{20}{21}+\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{20}{21}$

9) $\left(\frac{1}{11}-\frac{5}{45}\right)\cdot\frac{20}{21}+\left(\frac{-40}{45}+\frac{10}{11}\right)\cdot\frac{20}{21}$

10) $\left(\frac{7}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{11}{23}-\left(\frac{5}{2}+\frac{4}{3}\right)\cdot\frac{11}{23}$

Bài 27: Thực hiện phép tính

1) $\left(\frac{-2}{3}+\frac{10}{7}\right):\frac{4}{5}+\left(\frac{-1}{3}+\frac{4}{7}\right):\frac{4}{5}$

2) $\left(\frac{-3}{4}+\frac{2}{3}\right):\frac{5}{11}+\left(\frac{-1}{4}+\frac{1}{3}\right):\frac{5}{11}$

3) $\left(\frac{-1}{5}+\frac{3}{7}\right):\frac{2}{11}+\left(-\frac{4}{5}+\frac{4}{7}\right):\frac{2}{11}$

4) $\left(\frac{-3}{7}+\frac{1}{12}\right):\frac{-5}{6}-\left(\frac{-10}{7}+\frac{13}{12}\right):\frac{-5}{6}$

5) $\frac{7}{8}:\left(\frac{2}{9}-\frac{1}{18}\right)+\frac{7}{8}:\left(\frac{1}{36}-\frac{5}{12}\right)$

6) $\frac{3}{5}:\left(\frac{-1}{15}-\frac{1}{6}\right)+\frac{3}{5}:\left(\frac{-1}{3}-\frac{16}{15}\right)$

7) $\frac{100}{123}:\left(\frac{3}{4}+\frac{7}{12}\right)+\frac{23}{123}:\left(\frac{9}{5}-\frac{7}{15}\right)$

Bài 28: Thực hiện phép tính

1) $\left(3\frac{1}{2}+5\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{8}{19}-\frac{8}{19}\left(2\frac{1}{2}+4\frac{2}{3}\right)$

2) $\left(7\frac{1}{3}+2\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{9}{23}-\left(3\frac{1}{3}+4\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{9}{23}$

Dạng 2. Tìm giá trị chưa biết (Tìm x)

Bài 1: Tìm x biết:

$$1) x + \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$$

$$4) x + \frac{3}{5} = \frac{4}{15}$$

$$7) x + \frac{1}{12} = \frac{-3}{8}$$

$$10) \frac{1}{6} + x = \frac{5}{12}$$

$$13) \frac{2}{3} + x = \frac{4}{7}$$

$$2) x + \frac{1}{5} = \frac{3}{7}$$

$$5) x + \frac{3}{4} = \frac{4}{5}$$

$$8) x + \frac{1}{12} = \frac{-11}{12}$$

$$11) \frac{4}{7} + x = \frac{5}{3}$$

$$14) -\frac{5}{9} + x = \frac{4}{9}$$

$$3) x + \frac{2}{3} = \frac{7}{12}$$

$$6) x + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

$$9) x + \frac{2}{7} = \frac{5}{9}$$

$$12) \frac{1}{2} + x = \frac{1}{4}$$

$$15) \frac{-3}{7} + x = \frac{1}{3}$$

Bài 2: Tìm x biết:

$$1) x - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$4) x - \frac{2}{5} = \frac{3}{2}$$

$$7) x - \frac{1}{2} = \frac{-2}{3}$$

$$10) \frac{4}{7} - x = \frac{1}{3}$$

$$13) \frac{2}{7} - x = \frac{-3}{4}$$

$$2) x - \frac{2}{5} = \frac{5}{7}$$

$$5) x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$8) x - \frac{2}{5} = \frac{-1}{4}$$

$$11) \frac{7}{5} - x = \frac{2}{3}$$

$$14) \frac{2}{15} - x = \frac{-3}{10}$$

$$3) x - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

$$6) x - \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$$

$$9) x - \frac{3}{5} = \frac{-2}{3}$$

$$12) \frac{2}{5} - x = \frac{2}{3}$$

$$15) \frac{-3}{8} - x = \frac{5}{12}$$

Bài 3: Tìm x biết:

$$1) \frac{2}{3}x = \frac{4}{27}$$

$$4) \frac{-4}{7} : x = \frac{-2}{5}$$

$$7) x : \frac{3}{2} = \frac{-4}{27}$$

$$2) \frac{-3}{5}x = \frac{21}{10}$$

$$5) \frac{8}{15} : x = \frac{-20}{21}$$

$$8) x : \frac{12}{13} = \frac{-26}{27}$$

$$3) x \cdot \left(\frac{-3}{7}\right) = \frac{5}{21}$$

$$6) \frac{-5}{7} : x = \frac{-20}{35}$$

$$9) x : \left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{-15}{16}$$

Bài 4: Tìm x biết:

$$1) \frac{13}{20} + \frac{3}{5} + x = \frac{5}{6}$$

$$4) \frac{3}{5} - x = \frac{-1}{4} + \frac{7}{10}$$

$$7) \frac{3}{7} - x = \frac{1}{4} - \left(\frac{-3}{5}\right)$$

$$2) x + \frac{1}{3} = \frac{2}{5} - \left(\frac{-1}{3}\right)$$

$$5) \frac{-3}{7} - x = \frac{4}{5} + \frac{-2}{3}$$

$$8) \frac{-5}{8} - x = \frac{-3}{20} - \left(\frac{-1}{6}\right)$$

$$3) \frac{2}{3} + x + 1 = \frac{11}{3}$$

$$6) \frac{-5}{6} - x = \frac{7}{12} + \frac{-1}{3}$$

$$9) \frac{-7}{12} - \frac{3}{5} - x = \frac{3}{4}$$

Bài 5: Tìm x biết:

$$1) \frac{1}{2} - \left(x + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6}$$

$$4) \frac{1}{2} - \left(x - \frac{5}{6}\right) = \frac{1}{4}$$

$$2) \frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{4}{5}$$

$$5) \frac{17}{6} - \left(x - \frac{7}{6}\right) = \frac{7}{4}$$

$$3) \frac{5}{6} - \left(x + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}$$

$$6) \frac{3}{35} - \left(\frac{3}{5} + x\right) = \frac{2}{7}$$

7) $\frac{3}{4} - \left(x - \frac{2}{3}\right) = \frac{5}{6}$

8) $\frac{1}{2} - \left(x - \frac{15}{6}\right) = \frac{3}{4}$

9) $\frac{11}{12} - \left(\frac{2}{5} + x\right) = \frac{2}{3}$

10) $\frac{7}{12} - \left(\frac{3}{8} - x\right) = \frac{-5}{6}$

11) $\frac{5}{12} - \left(\frac{3}{8} - x\right) = \frac{-5}{6}$

12) $\frac{-11}{12} - \left(\frac{2}{5} - x\right) = \frac{-3}{4}$

Bài 6: Tìm x biết:

1) $\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

2) $\frac{3}{5}x + \frac{2}{3} = \frac{4}{5}$

3) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = 5$

4) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$

5) $\frac{3}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{3}{7}$

6) $\frac{2}{5}x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

7) $\frac{3}{5}x - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$

8) $\frac{3}{5}x - \frac{11}{4} = \frac{2}{5}$

9) $\frac{2}{5}x - \frac{2}{3} = -1$

10) $\frac{23}{3}x - \frac{1}{4} = \frac{5}{3}$

11) $\frac{1}{4}x - \frac{1}{3} = \frac{-5}{9}$

12) $\frac{-3}{5}x - \frac{2}{7} = \frac{1}{5}$

13) $2x - \frac{1}{2} = -5$

14) $2x - \frac{1}{3} = \frac{-4}{9}$

15) $3x - \frac{3}{5} = \frac{-7}{10}$

16) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}x = \frac{4}{5}$

17) $\frac{3}{4} + \frac{5}{2}x = \frac{7}{2}$

18) $\frac{5}{7} + \frac{2}{3}x = \frac{3}{10}$

19) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}x = \frac{-5}{6}$

20) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4}x = \frac{-1}{2}$

21) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x = \frac{-1}{2}$

22) $\frac{5}{3} - \frac{2}{3}x = 1$

23) $\frac{8}{9} - \frac{1}{9}x = \frac{2}{3}$

24) $\frac{4}{3} - \frac{5}{3}x = \frac{-1}{2}$

25) $\frac{7}{4} - \frac{3}{4}x = \frac{1}{2}$

26) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : x = \frac{2}{5}$

27) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} : x = \frac{3}{5}$

28) $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} : x = \frac{4}{3}$

29) $\frac{4}{5} + \frac{1}{3} : x = \frac{2}{3}$

30) $\frac{2}{3} + \frac{5}{2} : x = \frac{3}{4}$

31) $\frac{3}{7} + \frac{1}{7} : x = \frac{3}{14}$

32) $\frac{1}{5} + \frac{11}{10} : x = \frac{3}{4}$

33) $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : x = \frac{-1}{5}$

34) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : x = 2$

35) $\frac{-5}{6} + \frac{-1}{6} : x = 2$

36) $\frac{-1}{4} - \frac{3}{4} : x = \frac{-11}{36}$

Bài 7: Tìm x biết:

1) $3x - \frac{12}{5} = -0,6$

2) $\frac{-4}{3}x - \frac{1}{2} = 1,25$

3) $-\frac{11}{12}x + 0,25 = \frac{5}{6}$

4) $0,2 + \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}$

5) $-1,5 + \frac{15}{2}x = \frac{3}{4}$

6) $\frac{5}{11}x + 4 = 6\frac{1}{11}$

7) $1\frac{2}{3}x - \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$

8) $2\frac{1}{4}x - 9\frac{1}{4} = 20$

9) $3\frac{3}{7}x + \frac{4}{7} = \frac{-4}{5}$

Bài 8: Tìm x biết:

1) $\frac{5}{8} + \frac{1}{4} \cdot (2x - 1) = \frac{5}{4}$

2) $\frac{8}{7} - \frac{1}{7} \cdot \left(\frac{x}{3} - 2\right) = -1$

3) $5\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot (2x + 1) = \frac{1}{2}$

$$4) \left(\frac{2x}{5} - 1\right) : (-5) = \frac{1}{4}$$

$$5) \left(0,5x - \frac{3}{7}\right) : \frac{1}{2} = 1\frac{1}{7}$$

$$6) \left(\frac{2x}{3} - 3\right) : (-10) = \frac{2}{5}$$

Bài 9: Tìm x biết:

$$1) \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{2}{3} - 2x\right) = 0$$

$$2) (4x + 1) \left(-2x + \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$3) (5x - 1) \left(2x - \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$4) (2x - 3) \left(\frac{3}{4}x + 1\right) = 0$$

$$5) (3 - 2x) \left(\frac{4}{7}x + 2\right) = 0$$

$$6) (5 - 7x) \left(\frac{3}{7} - 3x\right) = 0$$

$$7) \left(\frac{3}{7}x - \frac{7}{5}\right) \left(6 - \frac{9}{10}x\right) = 0$$

$$8) \left(\frac{1}{3}x - \frac{7}{9}\right) \left(\frac{6}{5} - \frac{3}{2}x\right) = 0$$

$$9) \left(\frac{2}{3}x - \frac{4}{9}\right) \left(\frac{1}{2} + x\right) = 0$$

Dạng 4. Tính tổng và tính biểu thức

Bài 1: Tính tổng

$$1) A = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{99.101}$$

$$2) A = \frac{4}{1.3} + \frac{4}{3.5} + \frac{4}{5.7} + \dots + \frac{4}{99.101}$$

$$3) A = \frac{8}{9} - \frac{1}{72} - \frac{1}{56} - \frac{1}{42} - \dots - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$$

$$4) A = 1 - \frac{2}{3.5} - \frac{2}{5.7} - \frac{2}{7.9} - \dots - \frac{2}{63.65}$$

5)

$$6) A = \frac{1}{19} + \frac{9}{19.29} + \frac{9}{29.39} + \dots + \frac{9}{1999.2009}$$

Bài 2: Tính giá trị biểu thức

$$1) B = \frac{\frac{2}{212} + \frac{2}{213} - \frac{2}{214}}{\frac{3}{212} + \frac{3}{213} - \frac{3}{214}}$$

$$2) A = \frac{5 - \frac{5}{3} + \frac{5}{9} - \frac{5}{27}}{8 - \frac{8}{3} + \frac{8}{9} - \frac{8}{27}}$$

$$3) B = \frac{50 - \frac{4}{13} + \frac{2}{15} - \frac{2}{17}}{100 - \frac{8}{13} + \frac{4}{15} - \frac{4}{17}}$$

$$4) B = \frac{\frac{-6}{7} + \frac{6}{19} - \frac{6}{31}}{\frac{9}{7} - \frac{9}{19} + \frac{9}{31}}$$

Bài 3. LŨY THỪA VỚI SỐ MŨ TỰ NHIÊN CỦA MỘT SỐ HỮU TỈ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Lũy thừa với số mũ tự nhiên.

Ví dụ 1: Viết các tích sau về dạng lũy thừa rồi chỉ ra cơ số và số mũ

1) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

2) $\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7}$

3) $\frac{-2}{5} \cdot \frac{-2}{5} \cdot \frac{-2}{5}$

1) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = (-5)^3$

2) $\frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^4$

3) $\frac{-2}{5} \cdot \frac{-2}{5} \cdot \frac{-2}{5} = \left(\frac{-2}{5}\right)^3$

Cơ số -5 , số mũ 3 .

Cơ số $\frac{3}{7}$, số mũ 4 .

Cơ số $\frac{-2}{5}$, số mũ 3 .

Kết luận:

- ♣ Lũy thừa bậc n của số hữu tỉ x kí hiệu là x^n là tích của n thừa số x với $n \in \mathbb{N}, n > 1$.

Tổng quát: $x^n = x \cdot x \cdot x \dots x$ (n thừa số x) với $x \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}, n > 1$.

Đọc là x mũ n hoặc x lũy thừa n

x gọi là cơ số, n gọi là số mũ.

- ♣ Quy ước: $x^0 = 1$ ($x \neq 0$), $x^1 = x$.

Chú ý:

- ♣ Lũy thừa của một tích bằng tích các lũy thừa: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

- ♣ Lũy thừa của một thương bằng thương các lũy thừa: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ($b \neq 0$).

Ví dụ 2: Tính:

1) $\left(\frac{4}{7}\right)^2$

2) $\left(\frac{-1}{2}\right)^3$

3) $\left(1\frac{1}{4}\right)^2$

1) $\left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{16}{49}$

2) $\left(\frac{-1}{2}\right)^3 = \frac{-1}{8}$

3) $\left(1\frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$

Ví dụ 3: Tính

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$

2) $\left(\frac{6}{18}\right)^2 : \left(\frac{7}{3}\right)^2$

3) $\frac{5^{12}}{6^{12}}$

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

2) $\left(\frac{6}{18}\right)^2 : \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \left(\frac{6}{18} : \frac{7}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}$.

3) $\frac{5^{12}}{6^{12}} = \left(\frac{5}{6}\right)^{12}$.

Ví dụ 4: Tách thành tích các lũy thừa

1) $(15)^6$

2) $(55)^5$

3) $(21)^3$

1) $(15)^6 = (3 \cdot 5)^6 = 3^6 \cdot 5^6$

2) $(55)^5 = (5 \cdot 11)^5 = 5^5 \cdot 11^5$

3) $(21)^3 = (3 \cdot 7)^3 = 3^3 \cdot 7^3$

2) Nhân và chia hai lũy thừa cùng cơ số.

Quy tắc:

- ♣ Khi nhân hai lũy thừa cùng cơ số, ta giữ nguyên cơ số và cộng hai số mũ

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

- ♣ Khi chia hai lũy thừa cùng cơ số khác 0, ta giữ nguyên cơ số và trừ số mũ

$$a^m : a^n = a^{m-n} \text{ với } x \neq 0, m \geq n.$$

Chú ý:

- ♣ Mọi lũy thừa có số mũ chẵn đều có kết quả dương $\left(-\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ với n là số chẵn.

Ví dụ 5: Tính:

$$1) \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2$$

$$2) \left(-\frac{1}{2}\right)^5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^3$$

$$3) \left(\frac{3}{7}\right)^4 : \left(\frac{-3}{7}\right)^2$$

$$1) \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{6}\right)^7$$

$$2) \left(-\frac{1}{2}\right)^5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$3) \left(\frac{3}{7}\right)^4 : \left(\frac{-3}{7}\right)^2$$

$$= \left(\frac{3}{7}\right)^4 : \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^2$$

3) Lũy thừa của lũy thừa.

Quy tắc:

- ♣ Khi tính lũy thừa của một lũy thừa, ta giữ nguyên cơ số và nhân hai số mũ

$$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$$

Ví dụ 6: Tính

$$1) \left(2^3\right)^4$$

$$2) \left(-4^3\right)^4$$

$$3) \left[\left(\frac{2}{5}\right)^4\right]^2$$

$$1) \left(2^3\right)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$$

$$2) \left(-4^3\right)^4 = 4^{3 \cdot 4} = 4^{12}$$

$$3) \left[\left(\frac{2}{5}\right)^4\right]^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^8.$$

B. BÀI TẬP.

Dạng 1: Thực hiện phép tính

Bài 1: Thực hiện phép tính (Tính lũy thừa)

$$1) \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$2) \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$3) \left(\frac{-1}{3}\right)^3$$

$$4) \left(-\frac{3}{4}\right)^2$$

$$5) \left(\frac{2}{-3}\right)^3$$

$$6) \left(\frac{-2}{5}\right)^2$$

$$7) \left(\frac{-6}{5}\right)^2$$

$$8) \left(\frac{-1}{2}\right)^1$$

$$9) \left(\frac{-9}{21}\right)^0$$

Bài 2: Thực hiện phép tính (Tính lũy thừa)

1) $\left(3\frac{1}{2}\right)^2$

2) $\left(2\frac{1}{5}\right)^2$

3) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^2$

4) $\left(-2\frac{3}{5}\right)^2$

5) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^4$

6) $\left(-1\frac{2}{5}\right)^2$

7) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^3$

8) $\left(-1\frac{3}{4}\right)^1$

9) $\left(-9\frac{10}{11}\right)^0$

Bài 3: Thực hiện phép tính (Tính lũy thừa)

1) $(-0,3)^3$

2) $(-0,5)^2$

3) $(-1,1)^2$

4) $(-1,2)^2$

5) $1,4^2$

6) $3,5^2$

7) $0,25^3$

8) $0,8^3$

9) $(-0,987)^0$

Bài 4: Thực hiện phép tính (Lũy thừa của một tích, thương)

1) $\left(\frac{8}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^8$

2) $\left(\frac{3}{7}\right)^{12} \cdot \left(\frac{21}{5}\right)^{12}$

3) $\left(\frac{-4}{13}\right)^5 \cdot \left(\frac{26}{5}\right)^5$

4) $\left(\frac{12}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{35}{16}\right)^4$

5) $\left(\frac{6}{7}\right)^{13} \cdot \left(\frac{49}{18}\right)^{13}$

6) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{12} : \left(\frac{13}{12}\right)^{12}$

7) $\left(\frac{-10}{3}\right)^4 : \left(\frac{-5}{6}\right)^4$

8) $\left(\frac{4}{7}\right)^{19} : \left(\frac{-12}{35}\right)^{19}$

9) $\left(\frac{-4}{7}\right)^{11} : \left(\frac{16}{-28}\right)^{11}$

Bài 5: Thực hiện phép tính (Lũy thừa của một tích, thương)

1) $\left(\frac{1}{5}\right)^5 \cdot 5^5$

2) $\left(\frac{2}{5}\right)^9 \cdot 5^9$

3) $\left(\frac{4}{9}\right)^3 \cdot 3^3$

4) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot (-7)^4$

5) $(-11)^{12} \cdot \left(\frac{4}{11}\right)^6$

6) $(-6)^8 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7$

Bài 6: Thực hiện phép tính (Nhân, chia hai lũy thừa cùng cơ số)

1) $\left(\frac{3}{5}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^8$

2) $\left(\frac{2}{7}\right)^7 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3$

3) $\left(\frac{6}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^6$

4) $\left(\frac{-7}{13}\right)^7 \cdot \left(\frac{-7}{13}\right)^9$

5) $\left(\frac{-2}{7}\right)^9 \cdot \left(\frac{-2}{7}\right)^{11}$

6) $\left(\frac{4}{-11}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{-11}\right)^3$

7) $\left(\frac{4}{9}\right)^9 : \left(\frac{4}{9}\right)^5$

8) $\left(\frac{5}{9}\right)^{11} : \left(\frac{5}{9}\right)^7$

9) $\left(\frac{-11}{4}\right)^{12} : \left(\frac{-11}{4}\right)^{11}$

10) $\left(\frac{13}{6}\right)^6 : \left(\frac{13}{6}\right)^6$

11) $\left(\frac{-3}{5}\right)^7 : \left(\frac{-3}{5}\right)$

12) $\left(\frac{-2}{13}\right)^7 : \left(\frac{-2}{13}\right)^5$

Bài 7: Thực hiện phép tính (Nhân, chia hai lũy thừa cùng cơ số)

1) $\left(\frac{-2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5$

2) $\left(\frac{6}{5}\right)^7 \cdot \left(\frac{-6}{5}\right)^4$

3) $\left(\frac{-6}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^7$

4) $\left(\frac{4}{9}\right)^{11} \cdot \left(\frac{-4}{9}\right)^8$

5) $\left(\frac{-1}{5}\right)^{10} : \left(\frac{1}{5}\right)^7$

6) $\left(\frac{3}{8}\right)^8 : \left(\frac{-3}{8}\right)^2$

7) $\left(\frac{6}{13}\right)^{11} : \left(\frac{-6}{13}\right)^4$

8) $\left(\frac{-4}{9}\right)^{13} : \left(\frac{-4}{9}\right)^{13}$

9) $\left(\frac{7}{13}\right)^9 : \left(\frac{-7}{13}\right)^6$

Bài 8: Thực hiện phép tính (Lũy thừa của lũy thừa)

1) $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^0\right]^{99}$

2) $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^5\right]^0$

3) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^2\right]^5$

4) $\left[-\left(\frac{3}{4}\right)^5\right]^6$

5) $\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^2\right]^3$

6) $\left[\left(\frac{-1}{2}\right)^2\right]^2$

Bài 9: Thực hiện phép tính

1) $\frac{15^3}{5^4}$

2) $\frac{21^3}{7^4}$

3) $\frac{55^3}{11^5}$

4) $\frac{6^6}{3^8}$

5) $\frac{45^2}{(-9)^4}$

6) $\frac{26^4}{-13^5}$

Bài 10: Thực hiện phép tính (Lũy thừa của lũy thừa, lũy thừa của một tích)

1) $\frac{8^{10}}{4^8}$

2) $\frac{4^2 \cdot 4^3}{2^{10}}$

3) $\frac{8^2 \cdot 4^5}{2^{20}}$

4) $\frac{2^7 \cdot 9^3}{6^5 \cdot 8^2}$

5) $\frac{2^{15} \cdot 9^4}{6^6 \cdot 8^3}$

6) $\frac{2^7 \cdot 9^3}{6^3 \cdot 8^2}$

7) $\frac{6^{15} \cdot 9^{10}}{3^{34} \cdot 2^{13}}$

8) $\frac{9^2 \cdot 2^{11}}{16^2 \cdot 6^3}$

9) $\frac{4^5 \cdot 9^4}{8^3 \cdot 27^3}$

10) $\frac{27^4 \cdot 4^3}{9^5 \cdot 8^2}$

11) $\frac{3^{29} \cdot 4^{16}}{27^9 \cdot 8^{11}}$

12) $\frac{4^{20} \cdot 3^{35}}{2^{37} \cdot 27^{12}}$

13) $\frac{6^7 \cdot 4^2}{9^2 \cdot 12^5}$

14) $\frac{15^2 \cdot 9^3}{25^3 \cdot 27^2}$

15) $\frac{5^4 \cdot 20^4}{25^5 \cdot 4^5}$

Dạng 2. Tìm giá trị chưa biết (Tìm x)**Bài 1:** Tìm x biết:

1) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot x = \left(\frac{3}{4}\right)^7$

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot x = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

3) $\left(\frac{-2}{5}\right)^2 \cdot x = \left(\frac{-2}{5}\right)^4$

4) $x : \left(\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

5) $x : \left(\frac{-1}{2}\right)^3 = \frac{-1}{2}$

6) $x : \left(\frac{-9}{5}\right)^7 = \left(\frac{-9}{5}\right)^8$

7) $\left(\frac{-5}{9}\right)^{10} : x = \left(\frac{-5}{9}\right)^8$

8) $\left(\frac{-1}{3}\right)^2 : x = \left(\frac{1}{3}\right)^4$

9) $\left(\frac{4}{5}\right)^5 : x = \left(\frac{-4}{5}\right)^4$

Bài 2: Tìm x biết: (Cùng số mũ)

1) $(x-1)^3 = \frac{1}{8}$

2) $(3-x)^3 = \frac{-27}{64}$

3) $(x-5)^3 = \frac{1}{-27}$

4) $(x-4)^2 = \frac{4}{9}$

5) $(5-x)^2 = \frac{1}{16}$

6) $(x+1)^2 = \frac{4}{49}$

Bài 3: Tìm x biết: (Cùng số mũ)

1) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^3 = -8$

2) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$

3) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^3 = \frac{-8}{27}$

4) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

5) $\left(x - \frac{5}{2}\right)^3 = \frac{-1}{8}$

6) $\left(x - \frac{1}{8}\right)^3 = \frac{-8}{125}$

7) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}$

8) $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}$

9) $\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$

10) $\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 = \frac{9}{16}$

11) $\left(x + \frac{1}{12}\right)^2 = \frac{16}{9}$

12) $\left(x - \frac{4}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}$

Bài 4: Tìm x biết: (Cùng số mũ)

1) $(2x-1)^3 = \frac{8}{27}$

2) $(2x-1)^2 = \frac{1}{4}$

3) $(2-3x)^2 = \frac{9}{4}$

4) $(2x+1)^2 = \frac{16}{25}$

5) $(5x+1)^2 = \frac{36}{49}$

6) $(3x-4)^2 = \left(-\frac{3}{4}\right)^2$

7) $\left(1 - \frac{2}{3}x\right)^2 = \frac{4}{9}$

8) $\left(\frac{3}{4} - 7x\right)^2 = \frac{1}{4}$

9) $\left(\frac{4}{7} - \frac{1}{2}x\right)^2 = \frac{4}{9}$

10) $3 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)^3 = 81$

11) $2 \cdot \left(\frac{1}{4} + x\right)^3 = \frac{-27}{4}$

12) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^3 : 3 = \frac{-1}{81}$

13) $\left(\frac{2}{3} - x\right)^2 = 1 : \frac{4}{9}$

14) $\left(2x - \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{16}{25} = 1$

15) $\left(\frac{2}{5} - 3x\right)^2 - \frac{1}{5} = \frac{4}{25}$

Bài 5: Tìm x biết: (Cùng cơ số)

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{32}$

2) $\left(\frac{7}{5}\right)^x = \frac{49}{25}$

3) $\left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{27}{125}$

4) $\left(-\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4}$

5) $\left(\frac{-4}{9}\right)^x = \frac{16}{81}$

6) $\left(\frac{-2}{3}\right)^x = \frac{-8}{27}$

Bài 6: Tìm x biết:

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} = \frac{1}{8}$

2) $\left(\frac{-1}{3}\right)^{2x+1} = \frac{-1}{27}$

3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{5-2x} = \frac{2}{3}$

4) $\left(\frac{-3}{4}\right)^{2 \cdot x-1} = \frac{-27}{64}$

5) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{3x+1} = \frac{1}{81}$

6) $\left(\frac{-6}{7}\right)^{3 \cdot x+4} = \frac{36}{49}$

Bài 7*: Tìm x biết:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+3} + \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} = \frac{4}{27}$

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = \frac{9}{32}$

3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} = \frac{20}{27}$

$$4) \left(\frac{3}{2}\right)^{x-1} + \left(\frac{3}{2}\right)^{x+1} = \frac{117}{16} \quad 5) \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} = \frac{6}{25} \quad 6) \left(\frac{2}{7}\right)^{x-3} - \left(\frac{2}{7}\right)^{x-2} = \frac{10}{49}$$

Bài 8*: Tìm x biết:

$$1) \frac{1}{7} \cdot 3^{x+1} + \frac{1}{2} \cdot 3^{x+2} = \frac{23}{14} \cdot 3^5 \quad 2) \frac{4^{x+3}}{5} + \frac{4^{x+1}}{7} = \frac{4^5 \cdot 117}{35}$$

$$3) \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{5}\right) 2^{x+1} + 2^{x+2} = \frac{-148}{5} \quad 4) 5^{x+3} + \frac{5}{6} \cdot 5^{x+4} = \frac{275}{2}$$

Dạng 3: So sánh

Bài 1: So sánh

$$1) \frac{5}{2^3} \text{ và } \frac{5}{3^2} \quad 2) \frac{-7}{2^5} \text{ và } \frac{-7}{5^2} \quad 3) \left(\frac{-3}{2^{300}}\right)^0 \text{ và } \left(\frac{0}{300}\right)^1$$

Bài 2: So sánh

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^{24} \text{ và } \left(\frac{1}{3}\right)^{36} \quad 2) \left(\frac{1}{5}\right)^{50} \text{ và } \left(\frac{1}{3}\right)^{75} \quad 3) \left(\frac{-1}{2}\right)^{300} \text{ và } \left(-\frac{1}{3}\right)^{200}$$

$$4) \left(\frac{1}{16}\right)^{30} \text{ và } \left(\frac{1}{8}\right)^{20} \quad 5) \left(\frac{1}{16}\right)^{11} \text{ và } \left(\frac{1}{32}\right)^9 \quad 6) \left(\frac{1}{32}\right)^6 \text{ và } \left(\frac{1}{16}\right)^7$$

Bài 3*: So sánh $P = \frac{8}{3^7} + \frac{8}{3^5}$ và $Q = \frac{9}{3^7} + \frac{7}{3^5}$

Bài 4*: So sánh $A = \frac{14^{14} + 1}{14^{15} + 1}$ và $B = \frac{14^{15} + 1}{14^{16} + 1}$

Bài 5*: So sánh $M = \frac{17^{20} + 1}{17^{19} + 1}$ và $N = \frac{17^{17} + 1}{17^{16} + 1}$

Bài 4. THỨ TỰ THỰC HIỆN CÁC PHÉP TÍNH QUY TẮC CHUYỂN VẾ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Thứ tự thực hiện các phép tính.

Quy tắc:

- ♣ Với các biểu thức chỉ có cộng, trừ hoặc nhân, chia ta thực hiện các phép tính từ trái qua phải.
- ♣ Với các biểu thức không có dấu ngoặc ta tính lũy thừa \Rightarrow nhân, chia \Rightarrow cộng, trừ.
- ♣ Với các biểu thức có dấu ngoặc, ta thực hiện trong ngoặc trước, ngoài ngoặc sau

$$() \Rightarrow [] \Rightarrow \{ \}$$

Ví dụ 1: Thực hiện phép tính

$$1) 3 - 1\frac{4}{5} : \frac{-3}{4}$$

$$1) 3 - 1\frac{4}{5} : \frac{-3}{4}$$

$$= 3 - \frac{9}{5} \cdot \frac{-4}{3} = 3 - \frac{-12}{5}$$

$$= \frac{27}{5}$$

$$2) \frac{2}{3} : \frac{8}{9} - \frac{5}{7} \cdot \frac{14}{15}$$

$$2) \frac{2}{3} : \frac{8}{9} - \frac{5}{7} \cdot \frac{14}{15}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{12}$$

$$3) \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} + \frac{3}{4} : 2\frac{2}{3}$$

$$3) \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} + \frac{3}{4} : 2\frac{2}{3}$$

$$= \frac{15}{32} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{32} + \frac{9}{32}$$

$$= \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

Ví dụ 2: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{3}{5} + \frac{2}{5} : \left(2\frac{1}{4} - 0,25 \right)$$

$$1) \frac{3}{5} + \frac{2}{5} : \left(2\frac{1}{4} - 0,25 \right)$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{2}{5} : \left(\frac{9}{4} - \frac{1}{4} \right)$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{2}{5} : 2 = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$2) 1 - \left\{ 1 : \left[2 + 1 : \left(1 - \frac{1}{2} \right) \right] \right\}$$

$$2) 1 - \left\{ 1 : \left[2 + 1 : \left(1 - \frac{1}{2} \right) \right] \right\}$$

$$= 1 - \left\{ 1 : \left[2 + 1 : \frac{1}{2} \right] \right\}$$

$$= 1 - \left\{ 1 : [2 + 2] \right\}$$

$$= 1 - \left\{ \frac{1}{4} \right\} = \frac{3}{4}$$

$$3) 1\frac{1}{4} : \left\{ \frac{5}{8} + \left[\frac{5}{3} - \left(-\frac{1}{4} \right) \right] \cdot \frac{9}{4} \right\}$$

$$3) 1\frac{1}{4} : \left\{ \frac{5}{8} + \left[\frac{5}{3} - \left(-\frac{1}{4} \right) \right] \cdot \frac{9}{4} \right\}$$

$$= \frac{5}{4} : \left\{ \frac{5}{8} + \left[\frac{23}{12} \right] \cdot \frac{9}{4} \right\}$$

$$= \frac{5}{4} : \left\{ \frac{5}{8} + \frac{69}{16} \right\}$$

$$= \frac{5}{4} : \left\{ \frac{79}{16} \right\} = \frac{5}{4} \cdot \frac{16}{79} = \frac{20}{79}$$

2) Quy tắc chuyển vế.

Quy tắc:

- ♣ Khi chuyển một số hạng từ vế này sang vế kia của một đẳng thức, ta phải đổi dấu số hạng đó, từ "+" thành "-" và từ "-" thành "+".
- ♣ Nếu $a = b \Rightarrow b = a$
- ♣ Nếu $a = b \Rightarrow a + c = b + c$

Ví dụ 3: Tìm x biết:

$$1) \frac{1}{2}x - 3 = -x + \frac{1}{5}$$

$$2) x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}x - \frac{5}{6}$$

$$3) \frac{3}{2}x - 1 = \frac{1}{2}x = \frac{3}{5}$$

$$1) \frac{1}{2}x - 3 = -x + \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{2}x = 3 + \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x = \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{16}{5} : \frac{3}{2} = \frac{32}{15}$$

$$2) x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}x - \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow x - \frac{1}{2}x = \frac{-5}{6} - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x = \frac{-13}{12}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-13}{12} : \frac{1}{2} = \frac{-13}{6}$$

$$3) \frac{3}{2}x - 1 = \frac{1}{2}x = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x = 1 + \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{8}{5} \Rightarrow x = \frac{8}{5} : 2$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{5}$$

B. BÀI TẬP

Dạng 1: Thực hiện phép tính

Bài 1: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{6}$$

$$2) \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{7}$$

$$3) \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{-3}{4}$$

$$4) \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{-4}{9}$$

$$5) \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \cdot \frac{-3}{4}$$

$$6) \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{-4}{9}$$

$$7) \frac{-5}{4} + \frac{3}{7} \cdot \frac{21}{8}$$

$$8) \frac{7}{12} - \frac{27}{7} \cdot \frac{1}{18}$$

$$9) \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot (-3)$$

$$10) \frac{2}{7} + \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{7} - \frac{4}{7}$$

$$11) \frac{5}{8} + \frac{9}{4} \cdot \frac{5}{3} - \frac{5}{24}$$

$$12) \frac{5}{36} + \frac{-7}{9} - \frac{15}{8} : \frac{3}{2}$$

$$13) \frac{5}{12} + \frac{4}{5} : \frac{-3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$14) \frac{2}{5} + \frac{3}{5} : \left(\frac{-3}{2} \right) + \frac{1}{2}$$

$$15) \frac{2}{3} - \frac{5}{3} : \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

Bài 2: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{2}{3} - 4 \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right)$$

$$2) \frac{1}{7} + \frac{6}{7} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right)$$

$$3) \left(\frac{-1}{3} + \frac{5}{6} \right) \cdot 11 - 7$$

$$4) \left(\frac{9}{10} - \frac{4}{5} \right) : \frac{2}{5} + 1$$

$$5) \frac{3}{2} - \frac{1}{2} : \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} \right)$$

$$6) \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \right) : \frac{17}{24} - \frac{3}{4}$$

Bài 3: Thực hiện phép tính

$$1) 12 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \frac{2}{3}$$

$$2) 18 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \frac{5}{2}$$

$$3) 15 \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)^2 - \frac{7}{3}$$

$$4) \left(\frac{1}{3} \right)^2 \cdot 3 - \frac{2}{9} : \frac{2}{3}$$

$$5) \left(\frac{1}{3} \right)^3 \cdot \frac{9}{4} - \left(\frac{-1}{2} \right)^2$$

$$6) \left(-\frac{3}{2} \right)^2 - 1 \frac{1}{2} : 6$$

$$7) 3 : \left(\frac{-3}{2} \right)^2 + \frac{1}{9} \cdot 6^1$$

Bài 4: Thực hiện phép tính

$$1) \frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{3} \right)^2 + \frac{-8}{9}$$

$$2) \frac{5}{2} - 3 + \left(-\frac{1}{2} \right)^2$$

$$3) \left(\frac{-1}{3} \right)^3 + \frac{8}{9} - \frac{26}{27}$$

$$4) \left(-\frac{1}{7}\right)^0 - 2\frac{4}{9} + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \quad 5) \left(-1\frac{1}{2}\right)^2 + 1,2 \quad 6) \left(-1\frac{2}{3}\right)^2 - 2,5$$

Bài 5: Thực hiện phép tính

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^9 : \left(\frac{2}{3}\right)^7 + \frac{5}{6} & 2) \left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{6}\right)^3 + \frac{2}{3} : \left(\frac{4}{3}\right)^2 \\ 3) \frac{-4}{7} : \frac{9}{14} + \left(\frac{4}{3}\right)^4 : \left(\frac{4}{3}\right)^2 & 4) \left(\frac{-4}{3} + 1\right) - \left(\frac{-2}{3}\right)^{21} : \left(\frac{-2}{3}\right)^{19} \\ 5) \left(\frac{5}{2} - \frac{4}{3}\right) \cdot \frac{6}{7} + \left(\frac{-3}{2}\right)^5 : \left(-\frac{3}{2}\right)^3 & 6) 25^{10} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{20} + \left(-\frac{3}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{-4}{3}\right)^8 - 2011^0 \\ 7) \left(\frac{3}{5}\right)^{10} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{10} - \frac{13^4}{39^4} + 2014^0 & 8) (-0,5)^5 : (-0,5)^3 - \left(\frac{17}{2}\right)^7 : \left(\frac{17}{2}\right)^6 \end{array}$$

Bài 6: Thực hiện phép tính

$$\begin{array}{ll} 1) \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 4^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 : 2 - 2\frac{3}{4} & 2) \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot 5^2 - \left(2\frac{1}{4}\right)^3 : \left(\frac{3}{4}\right)^3 - 3 \\ 3) 25 \cdot \left(\frac{-1}{5}\right)^3 + \frac{1}{5} - 2 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} & 4) 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \\ 5) \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 3^2 + \left(\frac{1}{2020}\right)^0 & 6) 5 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^2 + 2 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) + 4 \cdot \left(\frac{-2}{5}\right)^0 \\ 7) 3 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right) + 4 \cdot \left(\frac{-2}{3}\right)^0 & 8) 9 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{-9}{2}\right) + 4 \cdot \left(\frac{-15}{7}\right)^0 \\ 9) \left(\frac{2}{3}\right)^3 - 4 \cdot \left(-1\frac{3}{4}\right)^2 + \left(-\frac{2}{3}\right)^3 & 10) \left(\frac{-1}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{-6}{7}\right)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 : 2 \\ 11) 25 \cdot \left(\frac{-1}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} - 9 \cdot \left(\frac{-1}{9}\right)^2 + \frac{1^{20}}{9} & 12) \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 64 + \left(-\frac{2015}{2016}\right)^0 \\ 13) \frac{1}{3} - \frac{1}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + (-3)^3 \cdot \left(7\frac{7}{9} - 9\frac{2}{3}\right) \end{array}$$

Bài 7: Thực hiện phép tính

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{1}{6} - \left[\frac{1}{6} - \left(\frac{1}{4} + \frac{9}{12} \right) \right] & 2) \frac{15}{7} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6}{11}\right)^0 - \frac{1}{8} \right] - 2\frac{1}{7} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \\ 3) 2^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 - \frac{1}{2^2} + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2} \right] : 8 & 4) 3 + 2 : \left\{ 1 + 3 : \left[2 - 1 : \left(3 + \frac{2}{1-3} \right) \right] \right\} \end{array}$$

Dạng 2. Tìm giá trị chưa biết (Tìm x)

Bài 1: Tìm x biết:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{1}{3} - \frac{2}{5} + 3 \cdot x = \frac{3}{4} & 2) \frac{-1}{10} + \frac{2}{5} \cdot x + \frac{7}{20} = \frac{1}{10} & 3) x - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{-5}{6} + \frac{1}{8} \\ 4) \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x = -\frac{1}{3} + 3 & & \end{array}$$

Bài 2: Tìm x biết:

$$1) \left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{3} + \frac{5}{7} = 9\frac{5}{7}$$

$$2) \frac{11}{13} - \left(\frac{5}{42} - x\right) = -\left(\frac{15}{28} - \frac{11}{13}\right)$$

$$3) \left(-1\frac{1}{5} + x\right) : \left(-3\frac{3}{5}\right) = \frac{-7}{4} + \frac{1}{4} : \frac{1}{8}$$

$$4) \frac{3}{2} - \left(x - 2\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{-3}{4} - 1\frac{1}{8}\right)$$

$$5) \frac{3}{4} : 2\frac{4}{9} - \left(-3x + 2\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{4}$$

$$6) \frac{15}{8} - \frac{1}{8} : \left(\frac{x}{4} - 0,5\right) = \frac{5}{4}$$

$$7) \left(\frac{-2}{3}x + \frac{3}{8}\right) \cdot \left(\frac{-8}{5}\right) = \frac{-8}{15}$$

$$8) \frac{11}{4} - \left[\left(x + \frac{1}{2}\right)^3 - \frac{15}{12}\right] = \frac{5}{8}$$

Bài 3: Tìm x biết:

$$1) \frac{2}{3}x - 1\frac{2}{5}x = \frac{3}{5}$$

$$2) 2x - 3 = x + \frac{1}{2}$$

$$3) \frac{1}{2}x + \frac{3}{5}x = \frac{-33}{25}$$

$$4) \frac{5}{2}x - \frac{1}{3}x + 2 = \frac{3}{2}$$

$$5) \frac{2}{3}x - \frac{2}{5} = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$$

$$6) \frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$

$$7) 1,5x - 2\frac{1}{3}x = 1,5 - \frac{2}{3}$$

$$8) \frac{5}{12}x + 3 = \frac{1}{3} - \frac{7}{12}x$$

$$9) \frac{1}{6}x + \frac{1}{10}x - \frac{4}{15}x + 1 = 0$$

Bài 4: Tìm x biết:

$$1) \frac{1}{3}x + \frac{2}{5}(x+1) = 0$$

$$2) 2x + \frac{1}{5}(x-5) = \frac{17}{5}$$

$$3) 4x - (2x+1) = 3 - \frac{1}{3} + x$$

$$4) \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}(x-2) = \frac{3}{4} - 2x$$

$$5) 3\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(4x - \frac{2}{3}\right) = \frac{5}{6}$$

$$6) \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}(2x+1) = 5$$

$$7) \frac{11}{15} - \left(\frac{7}{9} + x\right) \cdot \frac{3}{8} = \frac{61}{90} + \frac{x}{3}$$

$$8) 2\left(x - \frac{1}{3}\right) - 3(x-1) = \frac{2}{3}(2-3x)$$

Hàng làm tròn	Trăm	Chục	Đơn vị	Phần mười	Phần trăm
Độ chính xác	50	5	0,5	0,05	0,005

♣ Ta có thể ước lượng kết quả các phép tính bằng cách làm tròn rồi thực hiện tính toán.

Ví dụ 5: Ước lượng kết quả các phép tính sau bằng cách làm tròn đến hàng đơn vị

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| 1) $5,34 + 6,9$ | 2) $12,78 - 8,8$ | 3) $3,14 \cdot 5,9$ |
| 1) $\approx 5 + 7 = 12$ | 2) $\approx 13 - 9 = 4$ | 3) $\approx 3 \cdot 6 = 18$ |

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Tìm hiểu số thập phân hữu hạn và vô hạn tuần hoàn

Bài 1: Sử dụng chu kì, hãy viết gọn các số thập phân sau

- | | | | |
|------------------|--------------------|-------------------|-------------------|
| 1) 3,999... | 2) 2,212121... | 3) 0,363636... | 4) 4,343434... |
| 5) 0,580580... | 6) 6,1343434... | 7) 0,62313131... | 8) 0,123123123... |
| 9) -1,2333... | 10) -3,24545... | 11) -1,525252... | 12) -1,020202... |
| 13) -6,676767... | 14) -23,0232323... | 15) -5,0212121... | 16) -0,01919..... |

Bài 2: Viết các số hữu tỉ sau về số thập phân (hữu hạn)

- | | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
| 1) $\frac{7}{5}$ | 2) $\frac{13}{2}$ | 3) $\frac{11}{10}$ | 4) $\frac{21}{50}$ |
| 5) $\frac{-13}{4}$ | 6) $\frac{-13}{5}$ | 7) $\frac{-13}{5}$ | 8) $-\frac{3}{2}$ |
| 9) $\frac{-23}{10}$ | 10) $-\frac{7}{20}$ | 11) $-\frac{26}{25}$ | 12) $\frac{8}{-25}$ |

Bài 3: Viết các số hữu tỉ sau về số thập phân (vô hạn tuần hoàn)

- | | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| 1) $\frac{-7}{3}$ | 2) $\frac{-11}{3}$ | 3) $\frac{7}{6}$ | 4) $\frac{15}{7}$ |
| 5) $\frac{-1}{7}$ | 6) $\frac{9}{7}$ | 7) $\frac{-11}{6}$ | 8) $\frac{-5}{3}$ |
| 9) $\frac{-15}{11}$ | 10) $\frac{9}{13}$ | 11) $\frac{-6}{15}$ | 12) $\frac{31}{30}$ |

Bài 4: Viết các số thập phân hữu hạn sau về số hữu tỉ

- | | | | |
|---------|---------|----------|----------|
| 1) 1,23 | 2) -4,3 | 3) 0,27 | 4) -0,45 |
| 5) 3,08 | 6) 0,05 | 7) -0,06 | 8) -5,08 |

Bài 5: Viết các số thập phân vô hạn tuần hoàn sau về số hữu tỉ (hoặc hỗn số)

- | | | | |
|--------------|-------------|--------------|---------------|
| 1) 0,(3) | 2) 1,(4) | 3) 2,(5) | 4) 3,(1) |
| 5) -2,(2) | 6) -1,(6) | 7) -0,(8) | 8) -9,(7) |
| 9) 0,(01) | 10) 1,(02) | 11) 2,(03) | 12) 3,(05) |
| 13) -1,(12) | 14) -0,(32) | 15) -2,(15) | 16) -4,(36) |
| 17) -0,0(12) | 18) -1,0(3) | 19) -6,0(30) | 20) -12,0(60) |

Dạng 2. Thực hiện phép tính

Bài 1: Tính

1) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} - 0,5$

2) $1,(6) + \left(\frac{-2}{7}\right) - (-1,2)$

3) $0,(3) - \frac{-5}{6} + \frac{3}{4}$

4) $0,(3) - 1,(3) + \frac{2}{7}$

5) $3,5 + \left(\frac{2}{11} - \frac{7}{2}\right)$

6) $-0,8(3) - \left(\frac{-3}{8} + \frac{1}{10}\right)$

Bài 2: Thực hiện phép tính

1) $14 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} - 2\frac{1}{4} : 1,(3)$

2) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) - \frac{2}{3} \cdot [-0,(6)]$

3) $\left(-\frac{11}{8}\right) \cdot 6,(3) + 6,(3) \cdot \left(\frac{-5}{8}\right)$

4) $\frac{5}{4} \cdot 0,5(3) + \frac{-5}{16} \cdot 0,5(3) - 1$

Bài 3: Thực hiện phép tính

1) $-27 \cdot 2,(6)^2 - 4\left(\frac{-1}{2}\right)^3$

2) $-0,(3)^3 + \frac{8}{9} - \frac{26}{27}$

3) $2^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 - \frac{1}{3^2} + [(-3)^2 : 0,(3)] : 8$

4) $\frac{15}{7} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 0,(54)^0 - \frac{1}{8}\right] - 2\frac{1}{7} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$

Bài 4: Thực hiện phép tính

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left[1\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + (2,(6) - 2) \cdot \frac{7}{5}\right]$

2) $\left(4 - \frac{19}{5}\right)^2 + \frac{-3}{10} \cdot 0,(6)^2 - \frac{2^3}{75}$

3) $0,(6)^2 \cdot 9 - \left(\frac{-1}{4}\right)^3 : \frac{1}{64}$

4) $\frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{15} - 0,1(6)\right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1^6}{3} - 1\frac{1}{15}\right)$

Dạng 3. So sánh**Bài 1: So sánh**

1) $4,(15)$ và $4,1(15)$

2) $2,3(16)$ và $2,33(16)$

3) $-3,(23)$ và $-3,2(23)$

4) $-0,0(15)$ và $-0,00(15)$

Bài 2: So sánh

1) $0,(15)$ và $0,15$

2) $3,(33)$ và $3,33$

3) $-2,(23)$ và $-2,233$

4) $-1,0(23)$ và $-1,02322$

Bài 3: So sánh

1) $2,(34)$ và $2,3(43)$

2) $4,(03)$ và $4,0(30)$

3) $-0,(14)$ và $-0,1(41)$

4) $-1,(17)$ và $-1,1(71)$

Bài 4: So sánh

1) $\frac{2}{3}$ và $0,(6)$

2) $\frac{4}{9}$ và $0,(4)$

3) $0,4(6)$ và $\frac{8}{15}$

4) $-\frac{5}{12}$ và $-0,41(6)$

5) $-\frac{8}{3}$ và $-2,(3)$

6) $-0,(2)$ và $-\frac{2}{9}$

Dạng 4: Làm tròn số**Bài 1:** Làm tròn các số sau với độ chính xác 0,5.

- | | | | |
|----------|----------|-----------|-----------|
| 1) 6,6 | 2) 14,3 | 3) 9,4 | 4) 3,51 |
| 5) -0,19 | 6) -9,82 | 7) -7,505 | 8) -1,199 |

Bài 2: Làm tròn các số sau đến chữ số hàng phần mười.

- | | | | |
|------------|------------|------------|-----------|
| 1) 1,4545 | 2) 2,9393 | 3) 0,6464 | 4) 5,5151 |
| 5) -6,3838 | 6) -0,1919 | 7) -3,5454 | 8) -1,858 |

Bài 3: Làm tròn các số sau đến hàng phần trăm

- | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1) 2,(4) | 2) 0,(7) | 3) 5,(9) | 4) 3,(5) |
| 5) -4,(2) | 6) -5,(6) | 7) -0,(8) | 8) -1,(5) |

Bài 4: Làm tròn các số sau đến hàng phần trăm

- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| 1) 0,(35) | 2) 1,(97) | 3) 3,(45) | 4) 4,(29) |
| 5) -9,(13) | 6) -0,(19) | 7) -3,(78) | 8) -9,(50) |

Bài 5: Ước lượng kết quả phép tính bằng cách làm tròn đến hàng đơn vị rồi tính

- | | | |
|---------------------|-------------------|-----------------------|
| 1) $12,21 + 5,9$ | 2) $4,99 - 5,1$ | 3) $21,09 \cdot 4,99$ |
| 4) $-6,881 - 3,222$ | 5) $-4,15 + 4,91$ | 6) $20,08 : 4,92$ |

Bài 6: Ước lượng kết quả phép tính bằng cách làm tròn đến hàng chục rồi tính

- | | | |
|------------------|--------------------|-------------------|
| 1) $133 + 777$ | 2) $612 + 81$ | 3) $345 + 159$ |
| 4) $-1458 + 642$ | 5) $1329 - (-274)$ | 6) $-6666 - 7777$ |

Bài 7: Ước lượng kết quả phép tính bằng cách làm tròn đến độ chính xác 0,5 rồi tính.

- | | | |
|-----------------------|---------------------------|-------------------------|
| 1) $4,(65) + 9,(12)$ | 2) $-8,(38) + 5,(38)$ | 3) $7,(7) - 8,(4)$ |
| 4) $-4,4(9) - 5,8(1)$ | 5) $-12,(7) \cdot 3,(12)$ | 6) $9,(49) : [-5,(09)]$ |

Bài 6. SỐ VÔ TỈ, CĂN BẬC HAI SỐ HỌC

A. LÝ THUYẾT.

1) Số vô tỉ.

Ví dụ 1: Tìm số hữu tỉ x sao cho $x \cdot x = 3$

Ta không thể tìm được số hữu tỉ nào mà $x^2 = 3$

Nhưng bằng máy tính, người ta tính được số đó là $x = 1,73205080757\dots$

Số trên không phải số thập phân hữu hạn hay vô hạn tuần hoàn mà là số thập phân vô hạn không tuần hoàn nên được gọi là số vô tỉ.

Kết luận:

- ♣ Số vô tỉ là số được viết dưới dạng số thập phân vô hạn không tuần hoàn.
- ♣ Tập hợp các số vô tỉ được kí hiệu là I .

2) Căn bậc hai số học.

- ♣ Căn bậc hai số học của một số a không âm, kí hiệu là \sqrt{a} là một số x không âm sao cho $x^2 = a$.

Chú ý:

- ♣ Căn bậc hai số học của một số luôn có kết quả không âm (tức ≥ 0).

Ví dụ 2: Tính căn bậc hai số học của các số sau

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|----------------------|
| 1) $\sqrt{4}$ | 2) $\sqrt{9}$ | 3) $\sqrt{1}$ | 4) $\sqrt{100}$ |
| 1) $\sqrt{4} = 2$ | 2) $\sqrt{9} = 3$ | 3) $\sqrt{1} = 1$ | 4) $\sqrt{100} = 10$ |
| Vì $2^2 = 4$ | Vì $3^2 = 9$ | Vì $1^2 = 1$ | Vì $10^2 = 100$ |

Ví dụ 3: Tính căn bậc hai số học của các số sau

- | | | | |
|----------------------|-------------------|------------------------|---|
| 1) $-\sqrt{16}$ | 2) $\sqrt{0}$ | 3) $\sqrt{0,64}$ | 4) $-\sqrt{\frac{25}{49}}$ |
| 1) $-\sqrt{16} = -4$ | 2) $\sqrt{0} = 0$ | 3) $\sqrt{0,64} = 0,8$ | 4) $-\sqrt{\frac{25}{49}} = -\frac{5}{7}$ |

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Thực hiện phép tính

Bài 1: Tính

- | | | | |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1) $\sqrt{16}$ | 2) $\sqrt{36}$ | 3) $\sqrt{64}$ | 4) $\sqrt{91}$ |
| 5) $-\sqrt{121}$ | 6) $-\sqrt{144}$ | 7) $-\sqrt{169}$ | 8) $-\sqrt{196}$ |
| 9) $\sqrt{255}$ | 10) $\sqrt{400}$ | 11) $\sqrt{900}$ | 12) $\sqrt{-25}$ |

Bài 2: Tính

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1) $\sqrt{0,04}$ | 2) $\sqrt{0,09}$ | 3) $\sqrt{0,25}$ | 4) $\sqrt{0,36}$ |
| 5) $-\sqrt{0,49}$ | 6) $-\sqrt{1,21}$ | 7) $-\sqrt{2,25}$ | 8) $-\sqrt{0,64}$ |

Bài 3: Tính

- | | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|------------------|
| 1) $\sqrt{1^2}$ | 2) $\sqrt{5^2}$ | 3) $\sqrt{13^2}$ | 4) $\sqrt{36^2}$ |
|-----------------|-----------------|------------------|------------------|

$$\begin{array}{llll}
 5) \sqrt{(-7)^2} & 6) \sqrt{(-9)^2} & 7) \sqrt{(-49)^2} & 8) \sqrt{(-100)^2} \\
 9) -\sqrt{(-25)^2} & 10) -\sqrt{(-36)^2} & 11) -\sqrt{(-1)^2} & 12) -\sqrt{-0^2}
 \end{array}$$

Bài 4: Tính

$$\begin{array}{llll}
 1) \sqrt{\frac{1}{4}} & 2) \sqrt{\frac{25}{49}} & 3) \sqrt{\frac{64}{81}} & 4) \sqrt{\frac{100}{9}} \\
 5) \sqrt{\frac{17+8}{16}} & 6) \sqrt{\frac{36}{100-36}} & 7) \sqrt{1-\frac{11}{36}} & 8) \sqrt{2+\frac{1}{4}}
 \end{array}$$

Bài 5: Thực hiện phép tính

$$\begin{array}{lll}
 1) -\frac{\sqrt{9}}{16} + \frac{5}{\sqrt{36}} & 2) \sqrt{25} - 3\sqrt{\frac{4}{9}} & 3) \sqrt{0,36} + \frac{\sqrt{4}}{3} \\
 4) \sqrt{7^2} + \sqrt{\frac{25}{16}} - \frac{3}{2} & 5) \sqrt{25} - \sqrt{\frac{49}{4}} + \sqrt{0,25} & 6) \frac{3}{\sqrt{49}} - \sqrt{\frac{4}{9}} + \frac{\sqrt{16}}{7} \\
 7) \sqrt{\frac{1}{9}} - (-\sqrt{0,15+0,01})
 \end{array}$$

Bài 6: Thực hiện phép tính

$$\begin{array}{ll}
 1) \sqrt{16} \cdot \sqrt{4} - \sqrt{25} + 2\sqrt{49} & 2) \sqrt{121} \cdot \sqrt{225} - \sqrt{81} - 3\sqrt{9} \\
 3) \sqrt{6^2 + 8^2} - 3\sqrt{25} & 4) 2\sqrt{400} - 2\sqrt{100} + \sqrt{4^2 + 3^2} \\
 5) \sqrt{64} \cdot 23 + 2 \cdot \sqrt{23^2} - \sqrt{144} & 6) \sqrt{0,25} - 3 \cdot \sqrt{0,49} + \sqrt{1,44} \\
 7) 2^2 + 5 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^0 - \sqrt{\frac{1}{9}} & 8) \left(-\frac{2}{3}\right)^0 - \frac{1}{5} : \sqrt{\frac{9}{25}} + 20\% \\
 9) 2 \cdot \frac{\sqrt{1}}{3} + \frac{1}{\sqrt{25-3^2}} - \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 & 10) -\sqrt{25} \cdot \frac{-4}{\sqrt{225}} - 5 \cdot \frac{\sqrt{121}}{15} + (-3)^2 \\
 11) -1\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{16}} + (-2)^2 \sqrt{\frac{1}{4}} \cdot 3^0 & 12) \left(\frac{-5}{4}\right)^2 \cdot 0,16 - \sqrt{\frac{4}{81}} : \frac{16}{9} + (-2020)^0 \\
 13) 2 \cdot \sqrt{5^2 - 3^2} - \sqrt{64} + \sqrt{\frac{1}{4}} & 14) -\frac{\sqrt{36}}{3} - \frac{15}{\sqrt{6^2 + 8^2}} + \frac{(\sqrt{7})^2}{\sqrt{4}} \\
 15) \sqrt{\frac{25}{9}} - \left(\frac{7}{\sqrt{144}} - \frac{\sqrt{4}}{3}\right) + \sqrt{\frac{1}{3^2}} & 16) 25\% - \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{6^2 + 64}} + \frac{2}{3} + \sqrt{\frac{1}{144}} \\
 17) 25\% - \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{6^2 + 64}} + \frac{2}{3} + \sqrt{\frac{1}{144}} & 18) 4\frac{3}{16} + \frac{1}{\sqrt{25}} - \sqrt{\frac{9}{256}} + \frac{\sqrt{16}}{5} + 50\% \\
 19) 10\frac{1}{4} : \sqrt{\frac{9}{25}} + 8\frac{1}{4} \cdot \frac{(\sqrt{5})^2}{\sqrt{5^2 - 16}} + 220 & 20) 99 + 5\frac{2}{3} : \sqrt{\frac{16}{49}} - 17\frac{2}{3} \cdot \frac{(\sqrt{7})^2}{2^2} \\
 21) \left(-\frac{11}{91}\right)^0 - \frac{1}{7} : \sqrt{\frac{25}{49}} + 20\% & 22) \left(\frac{5}{4}\right)^2 \cdot 0,8 - \sqrt{\frac{1}{81}} : \frac{4}{9} + (-1234)^0
 \end{array}$$

Bài 7: Thực hiện phép tính

1) $1 - \left\{ \sqrt{1} : \left[\sqrt{4} + 1 : \left(1 - \sqrt{\frac{1}{4}} \right) \right] \right\}$

2) $\frac{\sqrt{49}}{13} : (-\sqrt{196}) - \left[2\frac{2}{9} : \left(-\sqrt{\frac{4}{9}} \right)^2 \right]$

3) $\frac{-\sqrt{47}}{5} \cdot 2\frac{2}{3} - \left(\sqrt{\frac{2}{5}} \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{4}}{-\sqrt{9}}$

4) $3\frac{1}{3} \cdot \frac{-4}{9} + \frac{\sqrt{100}}{3} \cdot \sqrt{\frac{169}{9^2}} - \frac{1}{3} : \sqrt{\frac{1}{16}}$

Bài 8: Thực hiện phép tính

1) $\left[\sqrt{\frac{225}{3^2}} - \left(\frac{-\sqrt{1}}{4} \right) : 1\frac{1}{5} \right] \cdot \left(\frac{6}{\sqrt{64}} + \frac{3 \cdot \sqrt{3^2}}{4} \right)$

2) $3 + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{1}} : \left\{ 1 + \sqrt{27} : 3 : \left[2 - 1 : \left(3 + \frac{1}{1 - \sqrt{9}} \right) \right] \right\}$

3) $A = \left[\frac{-7}{5} + \frac{1}{\sqrt{(-2)^2}} + (0,5)^2 \right] - \left(\frac{-4}{10} + \frac{3}{2} - 0,75 \right)$

4) $A = \left(\frac{-3}{4} \right)^2 \cdot (-16) - (2019 - 2020)^{2019} - \sqrt{(-10)^2}$

5) $A = \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \cdot \sqrt{16} - 3^2 \cdot \sqrt{0,01} + (2^2)^2 - \left[0,0(6) + \frac{13}{30} \right]$

Dạng 2. Tìm giá trị chưa biết (Tìm x)**Bài 1: Tìm x biết**

1) $3 - 2\sqrt{x} = -1$

2) $3\sqrt{x} + 1 = 40$

3) $2 - 3\sqrt{x} = -7$

4) $\frac{2}{5} - \sqrt{x} = \frac{1}{4}$

5) $\sqrt{x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$

6) $\frac{1}{6} + \sqrt{x} = \frac{5}{12}$

7) $\frac{3}{5}\sqrt{x} - \frac{2}{3} = \frac{4}{5}$

8) $3\sqrt{x} - \frac{4}{5} = \frac{-7}{10}$

9) $1\frac{3}{2} - \sqrt{x} = \frac{5}{3}$

10) $\frac{3}{5} - \sqrt{x} = \frac{-1}{4} + \frac{7}{10}$

11) $\frac{-7}{12} - \frac{3}{5} - \sqrt{x} = \frac{3}{4}$

12) $\frac{1}{5} + \frac{11}{10} : \sqrt{x} = \frac{3}{4}$

13) $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} : \sqrt{x} = \frac{2}{5}$

14) $\frac{2}{3} + \frac{5}{2} : \sqrt{x} = \frac{3}{4}$

Bài 2: Tìm x biết

1) $\sqrt{x-6} = 2$

2) $\sqrt{x+5} = 9$

3) $\sqrt{x+1} = 1$

4) $\sqrt{2x-3} = 7$

5) $\sqrt{3x-7} = 5$

6) $\sqrt{2-3x} = 4$

7) $\sqrt{1-3x} = \frac{1}{2}$

8) $\sqrt{5-6x} = \frac{1}{5}$

9) $\sqrt{2x-1} = \frac{5}{2}$

10) $\sqrt{2x - \frac{4}{3}} = \frac{1}{2}$

11) $\sqrt{x - \frac{5}{6}} = \frac{1}{3}$

12) $\sqrt{x - \frac{2}{11}} = \frac{4}{11}$

$$13) \sqrt{x : \frac{4}{21}} = 2\frac{4}{5}$$

$$14) \sqrt{\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}} = \frac{3}{7}$$

$$15) \frac{2}{3} + \sqrt{\frac{1}{3} : x} = \frac{3}{5}$$

Bài 3: Tìm x biết

$$1) \sqrt{(x-3)^2} = 5$$

$$2) \sqrt{(3-x)^2} = 9$$

$$3) \sqrt{(x-1)^2} = 4$$

$$4) \sqrt{(x+12)^2} = 13$$

$$5) \sqrt{(6-x)^2} = 2$$

$$6) \sqrt{(4-3x)^2} = (-1)^2$$

$$7) \sqrt{(x-4)^2} = \frac{1}{2}$$

$$8) \sqrt{(1-3x)^2} = \frac{2}{3}$$

$$9) \sqrt{(5x+1)^2} = \frac{6}{7}$$

$$10) \sqrt{(3x-4)^2} = \frac{3}{4}$$

$$11) \sqrt{\left(\frac{x}{5}-1\right)^2} = \frac{4}{3}$$

$$12) \sqrt{\left(2x-\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{2}$$

Bài 4: Tìm x biết:

$$1) \sqrt{(x-1)(4-x)} = 0$$

$$2) \sqrt{(7-x)(8+x)} = 0$$

$$3) \sqrt{(2x-1)(3x+1)} = 0$$

$$4) \sqrt{(4-\sqrt{x})(\sqrt{x}+1)} = 0$$

$$5) \sqrt{(\sqrt{x}-1)(5-\sqrt{x})} = 0$$

$$6) \sqrt{(5\sqrt{x}-1)(1+\sqrt{x})} = 0$$

$$7) \sqrt{(x^2+1)(\sqrt{x}-7)} = 0$$

$$8) \sqrt{x^2(3-\sqrt{x})} = 0$$

$$9) \sqrt{(4\sqrt{x}-5)(-x^2)} = 0$$

$$10) \left(\sqrt{x} + \frac{1}{2}\right) \left(3 - \frac{\sqrt{x}}{4}\right) = 0$$

$$11) (\sqrt{x} + 1) \left(\frac{3}{2} - \sqrt{x}\right) = 0$$

$$12) \left(2\sqrt{x} - \frac{6}{5}\right) \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{5}\right) = 0$$

Bài 5: Tìm x biết:

$$1) (x - \sqrt{8})^2 = 8$$

$$2) (x - \sqrt{4})^2 = 4$$

$$3) (2x - 4\sqrt{4})^2 = 4$$

$$4) (3x - 6\sqrt{5})^2 = 9$$

$$5) 1\frac{4}{9} - \frac{1}{16} : \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \sqrt{1\frac{7}{9}}$$

$$6) \left(x + \frac{1}{\sqrt{4}}\right)^2 + 2\frac{5}{9} = 2,7 : 0,9$$

Dạng 3. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

Bài 1: Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

$$1) A = \sqrt{x+2} + 2$$

$$2) A = \sqrt{x-7} - 14$$

$$3) A = \sqrt{x-3} + 6$$

$$4) A = 2\sqrt{x+7} - 5$$

$$5) A = 5\sqrt{x+5} - \frac{3}{5}$$

$$6) A = \frac{9}{5}\sqrt{x^2-9} + \frac{5}{9}$$

$$7) A = -12 + \frac{1}{2}\sqrt{x-8}$$

$$8) A = -\frac{5}{6} + \frac{\sqrt{2x-5}}{3}$$

Bài 2: Tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau

$$1) B = -\sqrt{x+9} + 9$$

$$2) B = -\sqrt{1-5x} - 12$$

$$3) B = 4 - \frac{1}{4}\sqrt{x}$$

$$5) B = -\frac{5}{2} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{x}{2} + 3}$$

$$7) B = 1^2 - \frac{1}{4}\sqrt{x^2 - 4}$$

$$4) B = \frac{17}{5} - \sqrt{x - \frac{6}{5}}$$

$$6) B = -\frac{1}{12} - 4\sqrt{\frac{x}{5} - \frac{1}{6}}$$

$$8) B = \frac{3}{2^2} - \frac{1}{4}\sqrt{9 - x^2}$$

Bài 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của các biểu thức sau

$$1) C = \frac{5}{-3\sqrt{x-1} + 5}$$

$$3) C = \frac{\sqrt{(-25)^2}}{5 - \sqrt{3x-8}}$$

$$2) C = \frac{-7}{4 + \sqrt{x-4}}$$

$$4) C = \frac{\sqrt{25-5^2}}{9 + \sqrt{9-3x}}$$

Bài 7. TẬP HỢP CÁC SỐ THỰC.

A. LÝ THUYẾT.

1) Khái niệm số thực và trục số thực.

Ví dụ 1: Chúng ta đã được học về các số hữu tỉ và số vô tỉ

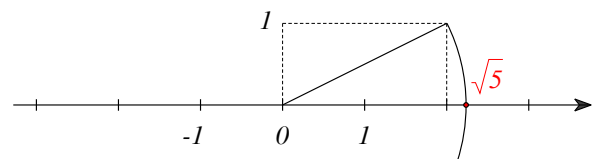
Như vậy khi gộp chung hai số đó lại với nhau tạo thành một tập hợp gọi là tập số thực.

Kết luận:

- ♣ Số hữu tỉ và số vô tỉ được gọi chung là số thực
- ♣ Tập hợp số thực được kí hiệu là \mathbb{R} .
- ♣ Mỗi số thực a đều có 1 số đối là $-a$.
- ♣ Trong tập hợp số thực cũng có đầy đủ các phép tính toán như trong tập số hữu tỉ.
- ♣ Mỗi số thực đều được biểu diễn bởi 1 điểm trên trục số.

Ví dụ 1: Biểu diễn số thực $\sqrt{5}$ trên trục số

Ta tách $5 = 1^2 + 2^2$ khi đó trên trục số, độ dài $\sqrt{5}$ là đường chéo của hình chữ nhật có cạnh 1 và 2.



Ví dụ 2: Biểu diễn số thực $-\sqrt{3}$ trên trục số

Ta tách $3 = 1^2 + (\sqrt{2})^2$ khi đó trên trục số, độ dài $\sqrt{3}$ là đường chéo của hình chữ nhật có cạnh 1 và $\sqrt{2}$.

Ta tách $2 = 1^2 + 1^2$ khi đó $\sqrt{2}$ là đường chéo của hình chữ nhật có cạnh 1 và 1.



2) Thứ tự trong tập hợp số thực.

- ♣ Các số thực đều được viết dưới dạng số thập phân hữu hạn, vô hạn tuần hoàn hoặc vô hạn không tuần hoàn nên có thể so sánh hai số thực như so sánh hai số thập phân.
- ♣ Nếu $0 < a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$
- ♣ Với số thực $a < 0$ ta nói a là số thực âm, còn $a > 0$ ta nói a là số thực dương.

Ví dụ 3: So sánh các số thực sau

1) 3 và $\sqrt{8}$

1) $3 = \sqrt{9} > \sqrt{8}$

$\Rightarrow 3 > \sqrt{8}$

2) 4 và $\sqrt{17}$

2) $4 = \sqrt{16} < \sqrt{17}$

$\Rightarrow 4 < \sqrt{17}$

3) $-\sqrt{19}$ và $-\sqrt{20}$

3) $\sqrt{19} < \sqrt{20}$

$\Rightarrow -\sqrt{19} > -\sqrt{20}$.

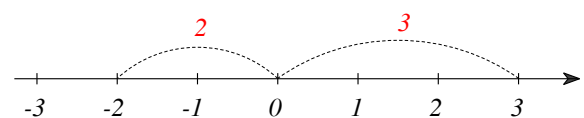
3) Giá trị tuyệt đối của một số thực.

Ví dụ 4:

Trên trục số khoảng cách từ số 3 đến số 0 là 3 đơn vị gọi là giá trị tuyệt đối của 3.

Trên trục số, khoảng cách từ số -2 đến số 0 là 2 đơn vị gọi là giá trị tuyệt đối của -2 .

Kí hiệu $|3| = 3$ và $|-2| = 2$.



Kết luận:

♣ Khoảng cách từ điểm a trên trục số đến gốc 0 là giá trị tuyệt đối của số a . Kí hiệu $|a|$.

$$\text{Tổng quát: } |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ -a & (a < 0) \\ 0 & (a = 0) \end{cases}$$

Chú ý:

♣ Giá trị tuyệt đối của một số luôn không âm. Nhỏ nhất bằng 0 khi $|0| = 0$.

Ví dụ 5: Tìm giá trị tuyệt đối của các số sau -5 ; $\frac{-7}{6}$; $-\frac{9}{2}$; $-\sqrt{15}$

Giá trị tuyệt đối của các số trên là

$$|-5| = 5. \quad \left| \frac{-7}{6} \right| = \frac{7}{6}. \quad -\frac{9}{2} = \frac{9}{2}. \quad -\sqrt{15} = \sqrt{15}.$$

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Tìm hiểu về số thực

Bài 1: Điền dấu \in hay \notin vào chỗ trống trong mỗi câu sau:

$\frac{1}{7} \dots \mathbb{R}$	$\frac{-5}{9} \dots \mathbb{R}$	$\frac{7}{-12} \dots \mathbb{R}$	$-\frac{2}{9} \dots \mathbb{R}$	$1,4981 \dots \mathbb{R}$
$\sqrt{7} \dots \mathbb{R}$	$\sqrt{12} \dots \mathbb{Q}$	$\frac{4}{\sqrt{20}} \dots \mathbb{Q}$	$-\sqrt{25} \dots \mathbb{Q}$	$\frac{\sqrt{39}}{5} \dots \mathbb{Q}$
$\frac{\sqrt{4}}{5} \dots \mathbb{Q}$	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{19}} \dots \mathbb{R}$	$\sqrt{3} - 8 \dots \mathbb{R}$	$7 - \sqrt{5} \dots \mathbb{R}$	$\frac{1}{\sqrt{9}} \dots \mathbb{Q}$

Bài 2: Điền dấu \in hay \notin vào chỗ trống trong mỗi câu sau:

$-2\sqrt{13} \dots \mathbb{R}$	$-1, (49) \dots \mathbb{R}$	$-2, (8) - \sqrt{10} \dots \mathbb{R}$	$3\sqrt{7} - \sqrt{1} \dots \mathbb{R}$	$6\sqrt{4} - 0,2 \dots \mathbb{Q}$
$\frac{2,431 \dots}{\sqrt{25}} \dots \mathbb{Q}$	$\frac{-6}{\sqrt{13}} \dots \mathbb{Q}$	$\frac{\sqrt{7} - \sqrt{11}}{4} \dots \mathbb{Q}$	$\frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \dots \mathbb{Q}$	$0, (02)\sqrt{7} \dots \mathbb{R}$
$1 - 2\sqrt{13} \dots \mathbb{Q}$	$5 - 2\sqrt{16} \dots \mathbb{Z}$	$\sqrt{11} - \sqrt{4} \dots \mathbb{Q}$	$-\sqrt{5} - \sqrt{9} \dots \mathbb{R}$	$0, (2) - \sqrt{2} \dots \mathbb{Q}$

Bài 3: Tìm số đối của các số sau

$$\frac{4}{\sqrt{3}}; \quad \frac{\sqrt{12}}{5}; \quad \sqrt{\frac{6}{7}}; \quad \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{25}}; \quad \frac{-\sqrt{5}}{9}; \quad \frac{7}{-\sqrt{19}}; \quad -\sqrt{\frac{23}{41}}$$

Bài 4: Tìm số đối của các số sau

$$-\sqrt{5-2^2}; \quad 8\sqrt{3}; \quad -9\sqrt{12}; \quad -\sqrt{2^2+5^2}$$

Bài 5: Tìm số đối các kết quả của các phép tính sau

$$\sqrt{3} - \sqrt{5}; \quad \sqrt{7} - \sqrt{2}; \quad \sqrt{11} + \sqrt{6}; \quad -\sqrt{9} - \sqrt{13}; \quad \frac{-3}{\sqrt{1-3}}; \quad \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{3}$$

Bài 6: Biểu diễn các số sau trên các trục số khác nhau.

1) $\sqrt{13}$

2) $-2\sqrt{2}$

3) $3\sqrt{5}$

Dạng 2. So sánh hai số thực

Bài 1: So sánh các số sau

- 1) $\sqrt{5}$ và 2 2) $\sqrt{35}$ và 6 3) 8 và $\sqrt{3}$ 4) $\sqrt{17}$ và 4
5) -5 và $-\sqrt{24}$ 6) -7 và $-\sqrt{50}$ 7) -11 và $-\sqrt{110}$ 8) $-\sqrt{81}$ và -9

Bài 2: So sánh các số sau

- 1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ và $\frac{1}{\sqrt{6}}$ 2) $\frac{4}{\sqrt{27}}$ và $\frac{4}{5}$ 3) $\frac{-4}{\sqrt{121}}$ và $\frac{-4}{\sqrt{120}}$ 4) $\frac{-3}{\sqrt{36}}$ và $\frac{-3}{7}$
5) $\frac{-\sqrt{9}}{2}$ và $\frac{1}{\sqrt{16}}$ 6) $\frac{3}{\sqrt{7}}$ và $\frac{\sqrt{7}}{3}$ 7) $\frac{-\sqrt{5}}{8}$ và $\frac{-8}{\sqrt{5}}$ 8) $\frac{\sqrt{35}}{6}$ và $\frac{\sqrt{50}}{7}$

Bài 3: So sánh

- 1) 3,(14) và 3,1(41) 2) $-3,679$ và $-3,90$ 3) $-2,950$ và $-3,001$
4) $2.5,(1)$ và $10,(2)$ 5) $6,(02).7$ và $42,15$ 6) $3.3,(32)$ và $9,(69)$

Dạng 3. Thực hiện phép tính

Bài 1: Tính

- 1) $|8|$ 2) $|\sqrt{12}|$ 3) $|3,02|$ 4) $\left|\frac{4}{15}\right|$ 5) $\left|\frac{5}{30}\right|$
6) $|-5|$ 7) $|-0,29|$ 8) $|-\sqrt{6}|$ 9) $\left|\frac{\sqrt{5}}{-15}\right|$ 10) $\left|-\frac{8}{\sqrt{18}}\right|$

Bài 2: Tính

- 1) $-|-3|$ 2) $-|-\sqrt{5}|$ 3) $-\left|\frac{-1}{-3}\right|$ 4) $-\left|\frac{6}{-11}\right|$ 5) $-\left|\frac{-\sqrt{12}}{14}\right|$
6) $|3-\sqrt{12}|$ 7) $|5-\sqrt{5}|$ 8) $|20-\sqrt{10}|$ 9) $|-5-\sqrt{2}|$ 10) $|4+\sqrt{3}|$

Bài 3: Thực hiện phép tính

- 1) $1\frac{3}{5}-\left|\frac{5}{2}\right|+\frac{-1}{4}+\frac{21}{8}$ 2) $\frac{3}{5}+\left|\frac{-4}{3}\right|-\frac{1}{2}+\frac{-1}{4}$ 3) $\sqrt{36}-3\sqrt{\frac{1}{4}}+\left|\frac{-3}{2}\right|$
4) $\left(\frac{-2}{3}\right)^2-\left|\frac{-13}{15}\right|+\sqrt{\frac{25}{9}}$ 5) $\frac{1}{\sqrt{36}}+\frac{\sqrt{25}}{6}-\sqrt{0,81}$ 6) $3:\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{9}\cdot\sqrt{36}$
7) $\left|\frac{-1}{3}\right|-\left(\frac{-6}{7}\right)^0+\left(\frac{1}{2}\right)^2:2$ 8) $\left(\frac{2}{3}\right)^3+\sqrt{\frac{49}{81}}-\left|-\frac{7}{3}\right|:3$ 9) $\sqrt{\frac{25}{49}}+(5555)^0+\left|\frac{-2}{7}\right|$
10) $\sqrt{\frac{1}{36}}-(-999)^0+\left|\frac{-5}{6}\right|$ 11) $\sqrt{\frac{4}{9}}+\left(\frac{-1}{2}\right)^3-\left|\frac{-3}{7}\right|:\frac{7}{8}$ 12) $\sqrt{\frac{9}{49}}+\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left|-\frac{3}{7}\right|-\frac{7}{8}$
13) $\left(\frac{3}{4}-1\frac{1}{6}\right)^2:\sqrt{\frac{25}{144}}$ 14) $\left(\frac{-4}{8}\right)^3:0,75-\sqrt{\frac{49}{169}}$ 15) $\left(\sqrt{\frac{9}{4}}-\sqrt{9}\right)\sqrt{1\frac{9}{16}}$
16) $\frac{-11}{3}:\left(2,5\cdot\sqrt{\frac{9}{25}}-3\frac{1}{3}\right)$ 17) $\sqrt{0,25}\cdot 2^4-\frac{4}{9}:\sqrt{\frac{16}{25}}$ 18) $\sqrt{121}-\left|\frac{-5}{4}\right|:\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)^2$
19) $\left|-\frac{15}{6}\right|-\left|\frac{3}{18}\right|\cdot\sqrt{81}+\sqrt{\frac{9}{64}}$ 20) $\sqrt{0,36}\cdot\sqrt{\frac{25}{16}}+\left|-\frac{3}{4}\right|\cdot 0,(3)$ 21) $(-2)^2+\left|\frac{-3}{2}\right|\cdot\sqrt{36}-\frac{8}{3}\cdot\sqrt{9}$

Bài 4: Thực hiện phép tính

1) $\left| \frac{-5}{8} \right| \cdot \sqrt{(-8)^2} - 2019^0 \cdot \sqrt{\frac{16}{25}}$

3) $\left| \frac{-5}{3} \right| + \left(\frac{-11}{4} \right) : \sqrt{\frac{1}{16}} - \left(\frac{20}{21} \right)^0$

5) $\left(\frac{-3}{4} \right)^2 + \left| -\frac{11}{18} \right| - \frac{5}{12} \cdot \sqrt{(-12)^2}$

7) $\left(-\frac{1}{3} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{9}{4}} - \left| \frac{-2}{3} \right| + \left(\frac{2222}{555} \right)^0$

9) $\left(\frac{3}{2} \right)^2 - \left[\frac{1}{2} : 2 - \sqrt{(-9)^2} \cdot \frac{1}{3} \right]$

11) $\left(\frac{3}{|-2|} - \frac{2}{5} + \frac{1}{10} \right) : \left(\frac{3}{2} - \left| \frac{-2}{-3} \right| + \frac{1}{12} \right)$

13) $\sqrt{\frac{16}{9}} + \left(\frac{2}{3} \right)^9 : \left(-\frac{2}{3} \right)^8 - |-2929|$

15) $\left(-\frac{2}{3} \right)^2 \cdot \frac{9}{16} - \sqrt{\frac{4}{81}} : \frac{16}{9} + (-9876)^0$

17) $\frac{2}{5} + \left| \frac{-3}{7} \right| + \frac{6}{35} + \sqrt{34-25}$

19) $\frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{15} - \left| \frac{1}{-6} \right| \right) + \frac{3}{|-5|} : \left(\frac{-1^6}{3} - 1 \cdot \frac{1}{15} \right)$

21) $\frac{2}{3} \sqrt{81} - \left(\frac{-3}{4} \right) \sqrt{\frac{9}{64}} + \left(\frac{\sqrt{2}}{3} \right)^2$

23) $(-0,5)^2 \cdot 8 + \sqrt{\frac{9}{16}} : 2 \frac{1}{2} - \left| \frac{-3}{5} \right|$

25) $-10 \frac{1}{4} : \left| \frac{-3}{5} \right| + 8 \frac{1}{4} : \frac{3}{5} + 4321^0$

27) $\left(-\frac{5}{4} \right)^2 \cdot 0,16 - \sqrt{\frac{4}{81}} : \frac{16}{9} + (-8822)^0$

29) $\left(-\frac{3}{5} \right)^2 \cdot 5^2 - \left| \frac{-1}{4} \right|^3 : \left(\frac{3}{4} \right)^3 - 3$

31) $\left(-5 \frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{-1}{2} \right) - \sqrt{\frac{4}{3^2}} \cdot \left(-\frac{2}{3} \right)$

33) $\left[\left(\frac{1}{3} \right)^2 \cdot \frac{27}{7} + \sqrt{\frac{16}{49}} - 3 \right] : \frac{4}{7}$

2) $5 \cdot \sqrt{\frac{16}{25}} - \frac{2}{3} : \left(\frac{-1}{3} \right)^2 + |-2023|^0$

4) $-\sqrt{\frac{25}{64}} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right)^3 + \left| \frac{-3}{7} \right| \cdot \frac{7}{12}$

6) $\left(\frac{-1}{2} \right)^3 + \left| \frac{-9}{8} \right| - \frac{5}{12} : \frac{5}{6} + \sqrt{25}$

8) $-\sqrt{\frac{25}{64}} + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right)^2 + \left| \frac{-3}{7} \right| \cdot \frac{7}{12}$

10) $\left| -\frac{1}{3} \right|^2 + \left(-\frac{1}{4} \right)^3 \cdot 64 + \left| \frac{-213}{216} \right|^0$

12) $\frac{-5}{17} \cdot \frac{31}{33} + \frac{5}{-|-17|} \cdot \frac{2}{33} + \frac{|1|^{100}}{(-99)^0}$

14) $\sqrt{\frac{16}{25}} + \left(\frac{2}{5} \right)^2 : |-4| - \frac{1}{5} \left(\frac{-19}{20} \right)^0$

16) $2 \frac{3}{5} - \frac{9}{5} \cdot \sqrt{\frac{1}{9}} + (-1)^{2020} + |9999|$

18) $25 \cdot \left(\frac{-1}{5} \right)^2 + \left| \frac{-1}{5} \right| - 9 \cdot \left(\frac{1}{9} \right)^2 + \frac{|-1|^{21}}{9}$

20) $\sqrt{\frac{4}{25}} + |-0,75| - \frac{9}{5} \cdot \left(\frac{-1}{3} \right)^2 + \frac{13}{4}$

22) $4 \frac{2}{3} - \frac{4}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} + (-1)^{2021} + |-3636|$

24) $\left(-\frac{1}{2} \right)^2 : \frac{-1}{4} - 2 \left(-\frac{1}{2} \right)^3 + \sqrt{25-16}$

26) $\left(\frac{-7}{4} \cdot \frac{3}{8} + \frac{-7}{4} \cdot \frac{|-5|}{(-2)^3} \right) + \left| \frac{7}{-15} \right| : \frac{-14}{5}$

28) $\left| \frac{-5}{3} \right| : \sqrt{25} - 1,12 \cdot \sqrt{\frac{49}{36}} - 1 \frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{14}{15} \right)$

30) $\left(\frac{-1}{2} \right)^2 + \left| \frac{-3}{2^2} \right| \cdot 19 \frac{1}{3} - \frac{3}{4} \cdot 39 \frac{1}{3}$

32) $\left(2 \frac{1}{2} + 3 \right) : \left(-\sqrt{\frac{1}{9}} + \frac{\sqrt{2^2}}{5} \right)$

34) $\left[6 - 3 \cdot \left(\frac{-1}{3} \right)^2 + \sqrt{\frac{1}{4}} \right] : \sqrt{0,(9)}$

$$35) \left(\sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{\frac{25}{36}} - \sqrt{\frac{49}{81}} \right) : \sqrt{\frac{441}{324}}$$

$$37) \frac{\sqrt{144}}{5\sqrt{25}} \cdot \frac{23}{7} - \frac{12}{\sqrt{49}} \cdot \frac{13}{25}$$

$$39) \frac{\sqrt{9}}{8} \cdot \frac{16}{\sqrt{225}} - \frac{3}{4\sqrt{4}} \cdot \frac{2}{5\sqrt{3^2}}$$

$$41) \left(\sqrt{\frac{9}{64}} \cdot 2\frac{2}{3} + 2,25 \right) : \left| -2\frac{1}{5} + 1,2 \right| - \left(-\frac{3}{2} \right)^2$$

$$43) 2^3 + 3 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^0 - \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot 4 + \left[(-2)^2 : \frac{1}{2} \right] : 8$$

$$45) \left(\sqrt{\frac{1}{4}} - 1,2 \right) : 1\frac{1}{20} - \left(-\frac{5}{2} \right)^2 + \left| 1,25 - \frac{3}{4} \right|$$

$$47) \left[(-0,25) - \frac{3}{4} \right] : (-5) - 3 \left(\frac{-1}{3} \right)^2 + \sqrt{\frac{1}{25}}$$

$$49) |-3| : \sqrt{\frac{81}{16}} + \left(-\frac{1}{3} \right)^3 \cdot 108 + \sqrt{(-6)^2} : \sqrt{2,25}$$

$$51) \frac{-10}{\sqrt{121}} \cdot \frac{\sqrt{(3+5)^2}}{9} + \frac{7}{2\sqrt{81}} \cdot \frac{5\sqrt{4}}{11}$$

$$53) 1 - \frac{5}{\sqrt{196}} - \frac{5}{(2\sqrt{21})^2} - \frac{\sqrt{25}}{204} - \frac{(\sqrt{5})^2}{374}$$

$$55) \left(-\sqrt{\frac{5}{4}} \right)^2 - \sqrt{\frac{9}{4}} : (-4,5) - \sqrt{\frac{25}{16}} \cdot \sqrt{\frac{64}{9}}$$

$$36) \sqrt{25} \cdot \left(0,4 - 1\frac{1}{2} \right) : \left[(-2)^3 \cdot \frac{11}{8} \right]$$

$$38) \frac{\sqrt{25}}{7} \cdot \frac{5}{2\sqrt{16}} - \frac{1}{7} \cdot \frac{\sqrt{25}}{8}$$

$$40) \frac{-1}{24} - \left[\frac{1}{\sqrt{3^2+1}} - \left(\frac{1}{2} - \frac{7}{2\sqrt{16}} \right) \right]$$

$$42) \left[1,5 + 2\frac{1}{2} - (\sqrt{8})^2 \right] : \left[4\frac{1}{2} - \sqrt{0,25} \right] - 2\frac{3}{4}$$

$$44) \sqrt{12^2 - 44} - \left(1\frac{3}{4} - 2 \right)^2 + (1,5)^5 : \left(\frac{-3}{2} \right)^4$$

$$46) \frac{-2^3}{9} + \frac{4}{9} \cdot \left[- \left(2012\frac{2}{7} - 2012\frac{2}{7} \right) : \left| -\frac{1}{21} \right| \right]$$

$$48) \left[\sqrt{\frac{4}{9}} + \left(-\frac{1}{2} \right)^2 \right] : 0,75 + 1\frac{1}{3} \cdot \left| 1 - \frac{11}{12} \right|$$

$$50) 96 \cdot \left(\frac{-1}{2} \right)^2 + \sqrt{81} \cdot \left| -\frac{16}{9} \right| - 1\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{-2}{3} \right)^2}$$

$$52) \left(\frac{1}{\sqrt{256}} + \frac{1}{2} - \frac{1}{1} \right) : \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{\sqrt{2^6}} + 1 \right)$$

$$54) \frac{1}{9} \sqrt{(-9)^2} - |-3^2| - 14 \cdot \sqrt{1 - \frac{48}{49}} + \frac{25}{4}$$

$$56) \frac{2}{5} \cdot \left[\frac{9}{25} : \left(-\frac{1}{5} \right)^2 - \sqrt{49} \right] \cdot \left(\frac{19}{20} \right)^0 - \frac{11}{15}$$

Dạng 4: Tìm giá trị chưa biết (Tìm x biết)

Bài 1: Tìm x biết:

$$1) \left| x + \frac{1}{3} \right| = 0$$

$$2) \left| x - \frac{2}{5} \right| = 1$$

$$3) \left| x + \frac{3}{4} \right| = \frac{1}{2}$$

$$4) \left| x - \frac{2}{5} \right| = \frac{1}{4}$$

$$5) \left| x - \frac{1}{3} \right| = \frac{3}{2}$$

$$6) \left| \frac{3}{8} - x \right| = \frac{2}{5}$$

$$7) \left| x + \frac{3}{4} \right| - \frac{1}{3} = 0$$

$$8) \left| x - \frac{3}{4} \right| - \frac{1}{4} = 0$$

$$9) \left| x + \frac{3}{4} \right| - \frac{2}{5} = 0$$

$$10) \left| x + \frac{3}{4} \right| - \frac{1}{2} = 0$$

$$11) \left| x + \frac{1}{3} \right| - \frac{5}{6} = 0$$

$$12) \left| \frac{5}{18} - x \right| - \frac{7}{24} = 0$$

$$13) \left| x + \frac{1}{3} \right| - 4 = -1$$

$$14) \left| x + \frac{1}{5} \right| - 4 = -2$$

$$15) \left| x + \frac{1}{3} \right| - 5 = 6$$

16) $\left|x - \frac{3}{4}\right| + \frac{1}{2} = 7$

17) $\left|x + \frac{3}{5}\right| + \frac{5}{8} = 1$

18) $\left|x + \frac{2}{3}\right| - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

19) $\left|x + \frac{3}{4}\right| - 2 = \frac{-1}{4}$

20) $\left|\frac{3}{8} - x\right| + \frac{5}{6} = \frac{7}{4}$

21) $\left|x - \frac{2}{5}\right| + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

22) $\left|x - \frac{1}{3}\right| + \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$

23) $\left|x - \frac{1}{2}\right| - \frac{5}{6} = \frac{2}{3}$

24) $\left|x - \frac{4}{5}\right| + \frac{1}{3} = \frac{8}{15}$

25) $\left|x + \frac{1}{2}\right| - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

26) $\left|\frac{1}{4} + x\right| - \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$

27) $\left|\frac{2}{5} - x\right| + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

28) $|x + 1| - \frac{3}{5} = \frac{-1}{10}$

29) $\left|\frac{1}{3} - x\right| - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$

30) $\left|x + \frac{3}{2}\right| - \frac{2}{5} = \frac{2}{3}$

31) $\left|x - \frac{1}{3}\right| - \frac{1}{2} = 2,5$

32) $\left|x + \frac{3}{4}\right| - \frac{5}{6} = 3\frac{1}{5}$

33) $\left|x - \frac{-5}{6}\right| + \frac{-1}{2} = 2\frac{1}{3}$

34) $\left|x + \frac{2}{5}\right| - 0,5 = 1\frac{1}{2}$

35) $\frac{1}{5} - \left|\frac{1}{5} - x\right| = \frac{1}{5}$

36) $\frac{2}{5} - \left|\frac{1}{2} - x\right| = 6$

37) $\frac{5}{6} - |2 - x| = \frac{1}{3}$

38) $1\frac{1}{4} - \left|x + \frac{5}{6}\right| = \frac{-5}{7} \cdot \frac{21}{6}$

39) $\frac{18}{5} - \left|\frac{1}{4} + x\right| = \frac{3}{5}$

Bài 2: Tìm x biết:

1) $\left|3x - \frac{3}{2}\right| = 3$

2) $|2x + 3| = \frac{1}{4}$

3) $\left|\frac{1}{4} - 4x\right| = 2$

4) $\left|2x - \frac{2}{5}\right| + \frac{3}{10} = 1$

5) $\left|\frac{3}{4} - 2x\right| - 1 = \frac{2}{3}$

6) $\left|\frac{2}{3} - 3x\right| - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

7) $\left|\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}\right| = \frac{1}{3}$

8) $\left|\frac{1}{2}x + \frac{3}{5}\right| = \frac{1}{2}$

9) $\left|\frac{3}{4}x - \frac{3}{4}\right| = \left|\frac{-3}{4}\right|$

10) $14 - \left|\frac{3x}{2} - 1\right| = 9$

11) $17 - \left|\frac{2}{3} - 4x\right| = 9$

12) $5 - |2x - 3| = \frac{1}{2}$

13) $4 - \left|2x - \frac{3}{4}\right| = \frac{1}{2}$

14) $\left|3x + \frac{1}{2}\right| - \frac{2}{3} = 1$

15) $5 - \left|3x + \frac{1}{6}\right| = 1\frac{1}{2}$

16) $\frac{1}{3} - \left|\frac{5}{4} - 2x\right| = \frac{1}{4}$

17) $\frac{-2}{7} + \left|\frac{2}{5} - 3x\right| = \frac{5}{7}$

18) $\frac{1}{2} - \left|\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{3}$

19) $|2x - 1| - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$

20) $|5 - 3x| + \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

21) $\left|\frac{1}{6}x + \frac{2}{3}\right| - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

22) $0,5 - \left|\frac{5}{4} - 2x\right| = \frac{1}{3}$

23) $\left|-2x + \frac{1}{3}\right| - \frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$

24) $1\frac{1}{4} - \left|x + \frac{5}{6}\right| = \frac{-5}{7} \cdot \frac{21}{6}$

25) $\frac{2}{5} : \left|\frac{x}{2} - 1\right| = \frac{1}{4}$

26) $\left|x - \frac{3}{4}\right| : \frac{4}{3} = \frac{2}{5}$

27) $\frac{8}{9} : |2x - 1| = \frac{8}{5}$

28) $2|2x - 3| = \frac{1}{2}$

29) $2\left|x - \frac{1}{2}\right| - \frac{1}{8} = 0$

30) $\frac{3}{4} \cdot \left|\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}\right| = \frac{1}{6}$

31) $\left|x - \frac{3}{4}\right| \cdot \frac{2}{5} - \frac{2}{5} = 0$

32) $\frac{-5}{6} - 3|2 - x| = \frac{1}{3}$

33) $\frac{4}{3} - \frac{1}{3} : |2x - 1| = \frac{1}{2}$

Bài 3: Tìm x biết:

$$1) \left| x + \frac{1}{2} \right| + \frac{9}{2} = \frac{19}{-3} : \frac{-2}{3}$$

$$2) \left| x - \frac{1}{5} \right| = \frac{1}{7} - \left| \frac{4}{3} - \frac{1}{6} \right|$$

$$3) \frac{-22}{15}x + \frac{1}{3} = \left| -\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right|$$

$$4) |1-x| - \frac{1}{6} = \left(\frac{2}{3} \right)^2$$

$$5) |x-1| - \frac{3}{12} = \left(-\frac{1}{2} \right)^2$$

$$6) \left| x - \frac{7}{4} \right| + 1,25 = \left(\frac{-3}{2} \right)^2$$

$$7) 0,75 - |x^2 + 2| = -\left(1\frac{1}{2} \right)^2$$

$$8) \left| x - \frac{2}{3} \right| - 0, (3) = \frac{1}{3}$$

$$9) 1,25 - \left(x + \frac{1}{2} \right) = \left| \frac{-3}{2} \right|$$

$$10) |2x-5| = \frac{1}{2} \cdot 2^3$$

$$11) |-2 : x + \frac{5}{6}| = \frac{3}{4}$$

$$12) \left| x : \left(-\frac{5}{6} \right) - \frac{3}{4} \right| = 2$$

$$13) \left| x - 3 \cdot \frac{1}{2} \right| - \frac{1}{2} = 5$$

$$14) \left| \frac{3}{4} : x - \frac{1}{7} \right| = \frac{1}{14}$$

$$15) -\frac{5}{12} : \left(-\frac{5}{6} \right) : x = -\frac{5}{9}$$

Bài 4: Tìm x biết:

$$1) \left| x - \frac{1}{2} \right| - \sqrt{25} = -2$$

$$2) 2|x+1| - 0,5 = \sqrt{\frac{1}{9}}$$

$$3) \left| x - \frac{1}{2} \right| - \sqrt{\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$4) \left| \sqrt{x + \frac{3}{4}} \right| - \frac{1}{3^2} = 0$$

$$5) 14 - \left| \sqrt{\frac{3x}{2}} - 1 \right| = 9$$

$$6) |5 - \sqrt{3x}| + \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$7) \left| \sqrt{x - \frac{3}{4}} \right| - \frac{1}{2^2} = 0$$

$$8) \left| \sqrt{\frac{3x}{2}} - 1 \right| = \frac{1}{2}$$

$$9) \left| 4x - \sqrt{\frac{1}{4}} \right| - 25\% = \frac{1}{2}$$

Bài 5: Tìm x biết:

$$1) \left(3 - \frac{1}{2}x \right) \cdot \left(\left| x + \frac{3}{4} \right| - \frac{5}{6} \right) = 0$$

$$2) (x^2 + \sqrt{16}) \left(|x| - \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$3) \left(2 - \frac{3}{4}x \right) (|x+3| - 5) = 0$$

$$4) \left(|x+2| + \frac{1}{2} \right) \cdot (x^2 - 4) = 0$$

$$5) \left(1\frac{1}{3} - \left| x - \frac{1}{4} \right| \right) \cdot \left(x^2 + \frac{1}{4} \right) = 0$$

$$6) \left(\left| x - \frac{1}{7} \right| - \frac{1}{14} \right) \cdot (\sqrt{x} - 3) = 0$$

Bài 6*: Tìm x, y biết:

$$1) |x+5| + (3y-4)^{2012} = 0$$

$$2) (x+2)^2 + 2|y-1| = 0$$

$$3) |6x+22| + (y-21)^2 = 0$$

$$4) \left| \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}x \right| + \left| 1,5 - \frac{11}{6} + \frac{23}{3}y \right| = 0$$

$$5) |12x+8| + |11y-5| \leq 0$$

$$6) |x-y-5| + (y-3)^4 = 0$$

Dạng 5: Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức

Bài 1: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau

$$1) A = \left| \frac{3}{5} - x \right| + \frac{1}{9}$$

$$2) A = \left| \frac{x}{3} - \frac{3}{2} \right| + \frac{2}{3}$$

$$3) A = \left| x + \frac{15}{19} \right| + \frac{19}{15}$$

$$4) A = \left| x + \frac{1}{2} \right| + \frac{-1}{2}$$

$$5) A = \frac{99}{100} + \left| -\frac{3}{5} - x \right|$$

$$6) A = \frac{2}{199} |119x - 2| + 1$$

$$7) A = \left| \frac{7}{5}x + \frac{2}{3} \right| + \frac{1}{10}$$

$$8) A = \left| \frac{4}{3}x - \frac{1}{4} \right| - \frac{2}{11}$$

$$9) A = \left| \frac{7}{8}x + \frac{5}{6} \right| + 5$$

$$10) A = -\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left| \frac{1}{2}x + 5 \right|$$

$$11) A = \frac{-1}{99} + \frac{1}{5} \left| \frac{5}{4}x - \frac{7}{2} \right|$$

$$12) A = \frac{6}{11} + 2 \left| \frac{5}{8}x + \frac{3}{5} \right|$$

Bài 2: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau

$$1) A = 9 - \left| x - \frac{1}{10} \right|$$

$$2) A = -\left| \frac{5}{3} - x \right| + 2$$

$$3) A = 10 - \left| \frac{2}{3} - \frac{2x}{5} \right|$$

$$4) A = -\frac{4}{3} - \left| \frac{2x-3}{4} \right|$$

$$5) A = \frac{-2021}{2022} - |x + 2023|$$

$$6) A = \frac{29}{20} - \frac{20}{29} \left| x - \frac{92}{29} \right|$$

$$7) A = -\left| \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \right| + 3$$

$$8) A = -\left| \frac{1}{3}x - 2 \right| - \frac{2}{3}$$

$$9) A = -\left| \frac{1}{6}x + 1 \right| - \left| -\frac{1}{5} \right|$$

$$10) A = \frac{5}{8} - \left| \frac{5}{2} - x \right|$$

$$11) A = -\frac{6}{13} - 3 \left| \frac{x}{5} - \frac{4}{7} \right|$$

$$12) A = \frac{-7}{10} - \frac{4}{5} \left| 3 - \frac{4}{5}x \right|$$

Bài 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau

$$1) B = |4x - 3| + \left| 5y + \frac{15}{2} \right| + 12$$

$$2) B = \left| x + \frac{1}{2} \right| + \left| x + y + \frac{3}{2} \right| - \frac{1}{17}$$

$$3) B = -\frac{4}{3} + \frac{3}{4} |x - 3| + \left| \frac{4}{3} - y \right|$$

$$4) B = -\frac{5}{7} + \frac{7}{5} \left| 2x - \frac{7}{5} \right| + \frac{5}{7} \left| 5y - \frac{7}{2} \right|$$

$$5) B = \left(x + \frac{5}{2} \right)^2 + \left| 2x - 3 - \frac{y}{4} \right| + \frac{6}{13}$$

$$6) B = 7x^2 + \frac{3}{10} \left| \frac{y-12}{9} \right| - \frac{-9}{10}$$

$$7) B = \sqrt{\frac{1}{5}x - \frac{2}{7}} + \left| y - \frac{1}{4} \right|^3 + \frac{1}{6}$$

$$8) B = \frac{-1}{27} - \left(\frac{-|6-x|}{3} - \sqrt{y-\sqrt{6}} \right)$$

Bài 4: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau

$$1) C = -\sqrt{x - \frac{7}{3}} - \left| y - \frac{8}{3} \right| + \frac{10}{3}$$

$$2) C = -\left(|x + y - 1| + \sqrt{\frac{x}{3} - 1} \right) - \frac{1}{99}$$

$$3) C = \frac{1}{10} - \left| \frac{x-3}{5} \right|^3 - \left(y - \frac{1}{6} \right)^2$$

$$4) C = \frac{-1}{4} - \frac{\sqrt{x-3}}{4} - |y + x - 6|$$

$$5) C = \frac{1}{3} - \left(\frac{3x}{2} - 1 \right)^2 - \frac{1}{4} |x - y|$$

$$6) C = -(x^2 - 9)^6 - \frac{3}{14} \left| y - \frac{1}{5} \right| - 9$$

CHƯƠNG III. GÓC VÀ ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Bài 1. GÓC Ở VỊ TRÍ ĐẶC BIỆT, TIA PHÂN GIÁC CỦA MỘT GÓC.

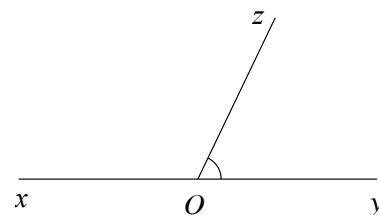
A. LÝ THUYẾT.

1) Hai góc kề bù.

Ví dụ 1: Cho ba tia Ox, Oy, Oz như Hình 1.

Biết Ox, Oy là hai tia đối nhau. Khi đó:

Hai góc \widehat{xOz} và \widehat{yOz} gọi là hai góc kề bù.



Hình 1

Kết luận:

♣ Hai góc kề bù là hai góc có chung một cạnh, hai cạnh còn lại là hai tia đối nhau.

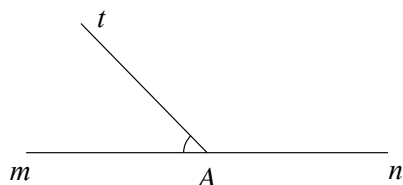
♣ Hai góc kề bù có tổng số đo bằng 180^0

Cụ thể: $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = \widehat{xOz} = 180^0$.

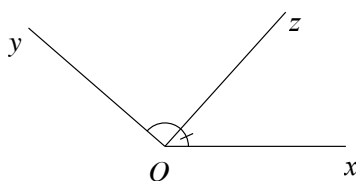
Chú ý:

♣ Hai góc kề bù còn được hiểu là hai góc vừa kề nhau, vừa bù nhau.

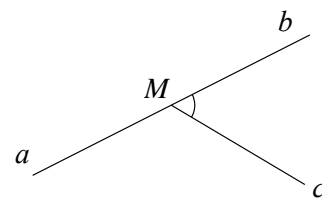
Ví dụ 2: Chỉ ra các cặp góc kề bù có trong hình sau



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Ở Hình 2. Hai góc \widehat{mAAt} và \widehat{nAAt} là hai góc kề bù.

Ở Hình 3. Hai góc \widehat{xOz} và \widehat{zOy} không là hai góc kề bù.

Ở Hình 4. Hai góc \widehat{aMc} và \widehat{bMc} là hai góc kề bù.

2) Hai góc đối đỉnh.

Ví dụ 3: Hai đường thẳng xx' cắt đường thẳng yy' như Hình 5.

Khi đó:

Hai góc $\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_2}$ được gọi là hai góc đối đỉnh.

Kết luận:

♣ Hai góc đối đỉnh là hai góc mà mỗi cạnh của góc này là tia đối một cạnh của góc kia.

♣ Hai góc đối đỉnh có số đo bằng nhau.

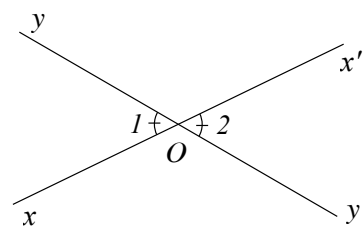
Cụ thể: $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$.

Chú ý:

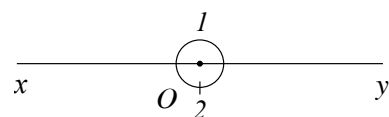
♣ Góc $\widehat{O_1}$ đối đỉnh với góc $\widehat{O_2}$ thì ta cũng nói $\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_2}$ đối đỉnh với nhau.

♣ Chúng ta không xét hai góc bẹt đối đỉnh

Cụ thể: Hình 6. Hai góc bẹt $\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_2}$ chúng ta sẽ không xét là hai góc đối đỉnh.

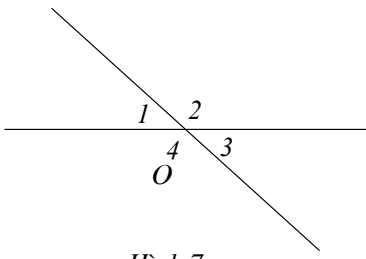


Hình 5

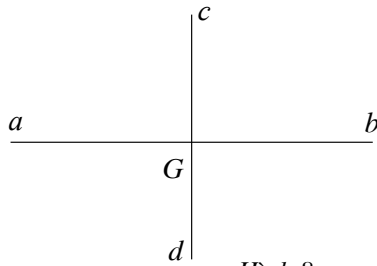


Hình 6

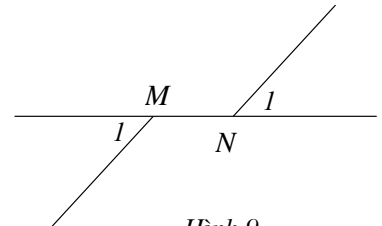
Ví dụ 4: Chỉ ra các cặp góc đối đỉnh có trong hình



Hình 7



Hình 8



Hình 9

Ở Hình 7. Hai góc $\widehat{O_1}$ và $\widehat{O_3}$ đối đỉnh, hai góc $\widehat{O_2}$ và $\widehat{O_4}$ đối đỉnh.

Ở Hình 8. Góc \widehat{aGc} đối đỉnh \widehat{bGd} , góc \widehat{bGc} đối đỉnh với \widehat{aGd} .

Ở Hình 9. Không có cặp góc nào đối đỉnh.

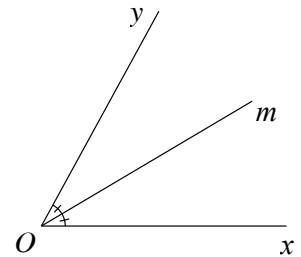
3) Tia phân giác của một góc.

Ví dụ 5: Cho góc \widehat{xOy} và tia Om như Hình 10.

Biết rằng tia Om chia \widehat{xOy} thành hai góc nhỏ

\widehat{xOm} và \widehat{yOm} bằng nhau. Khi đó:

Tia Om được gọi là tia phân giác của góc \widehat{xOy} .



Hình 10

Kết luận:

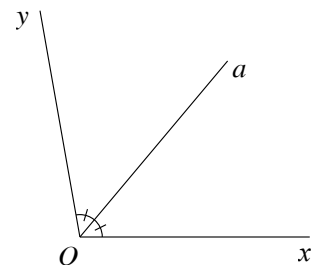
- ♣ Tia nằm giữa hai cạnh và tạo với hai cạnh ấy hai góc bằng nhau là tia phân giác của góc đó.
- ♣ Khi Om là tia phân giác của \widehat{xOy} thì $\widehat{xOm} = \widehat{yOm} = \frac{\widehat{xOy}}{2}$.

Ví dụ 6: Cho $\widehat{xOy} = 100^\circ$. Tia Oa là tia phân giác của góc đó.

Tính \widehat{xOa} .

Vì Oa là tia phân giác của góc \widehat{xOy} nên

$$\widehat{xOa} = \widehat{yOa} = \frac{\widehat{xOy}}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ. \text{ (Hình 11)}$$



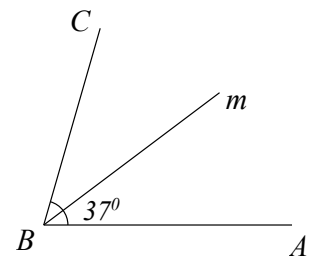
Hình 11

Ví dụ 7: Cho \widehat{ABC} và tia Bm là tia phân giác của góc đó.

Tính \widehat{ABC} biết $\widehat{ABm} = 37^\circ$.

Vì Bm là tia phân giác \widehat{ABC} nên

$$\widehat{ABC} = 2 \cdot \widehat{ABm} = 2 \cdot 37^\circ = 74^\circ. \text{ (Hình 12)}$$

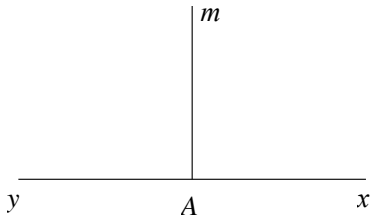


Hình 12

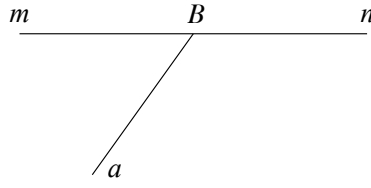
B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Nhận biết các góc kề bù, đối đỉnh và Tia phân giác của một góc.

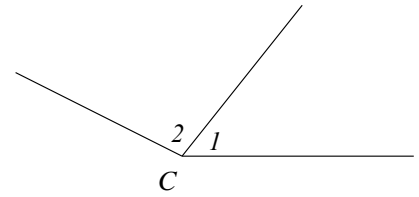
Bài 1: Cho biết các góc kề bù trong các hình sau



Hình 13



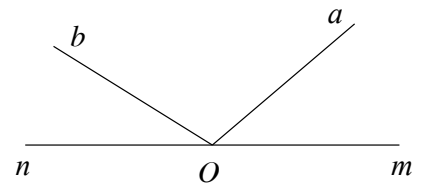
Hình 14



Hình 15

Bài 2: Cho Hình 16.

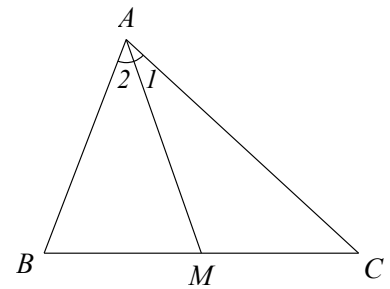
- Góc \widehat{mOa} kề bù với góc nào?
- Góc \widehat{bOm} kề bù với góc nào?
- Hai góc \widehat{nOb} và \widehat{mOa} có kề bù với nhau không?
- Hai góc \widehat{nOb} và \widehat{bOa} có kề bù với nhau không?



Hình 16

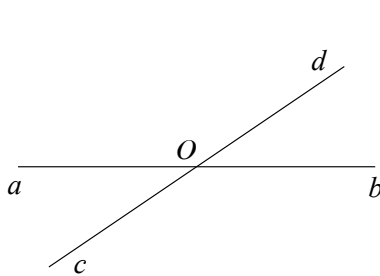
Bài 3: Cho Hình 17.

- Góc $\widehat{A_1}$ có kề bù với góc $\widehat{A_2}$ không?
- Góc \widehat{AMC} kề bù với góc nào?

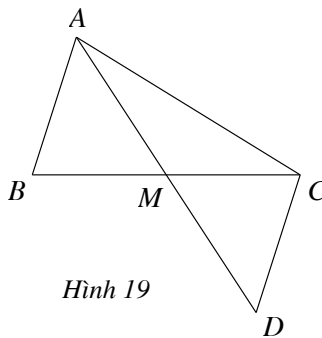


Hình 17

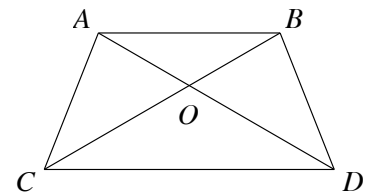
Bài 4: Cho biết các góc đối đỉnh trong các hình sau



Hình 18



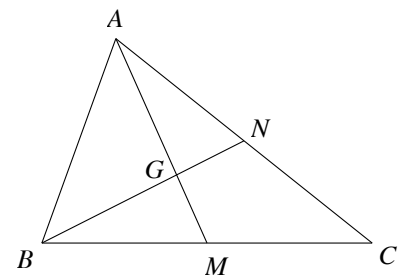
Hình 19



Hình 20

Bài 5: Cho Hình 21.

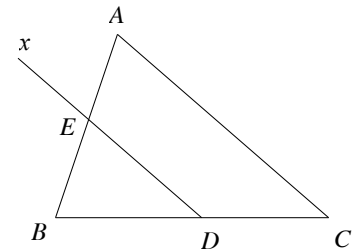
- Góc \widehat{AGN} đối đỉnh với góc nào?
- Góc \widehat{GNM} đối đỉnh với góc nào?
- Hai góc \widehat{AMB} và \widehat{AMC} có đối đỉnh với nhau không?
- Hai góc \widehat{NGM} và \widehat{NCM} có đối đỉnh với nhau không?



Hình 21

Bài 6: Cho Hình 22.

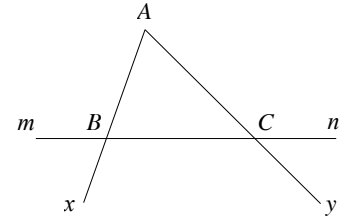
- Chỉ ra các cặp góc đối đỉnh có trong hình.
- Hãy chỉ ra hai góc kề bù tại đỉnh D .
- Góc \widehat{AED} kề bù với góc nào?



Hình 22

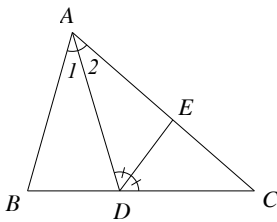
Bài 7: Cho Hình 23.

- Góc \widehat{ABC} đối đỉnh với góc nào? kề bù với góc nào?
- Góc \widehat{BCy} đối đỉnh với góc nào? kề bù với góc nào?

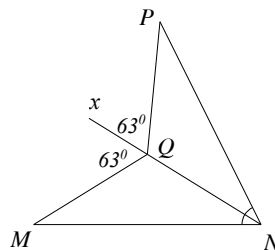


Hình 23

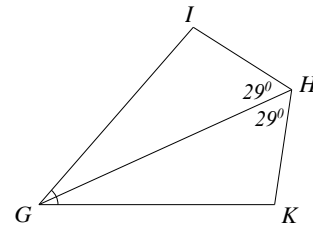
Bài 8: Tìm các tia phân giác có trong các hình sau



Hình 24



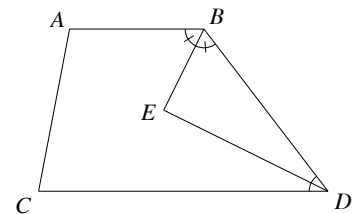
Hình 25



Hình 26

Bài 9: Cho Hình 27.

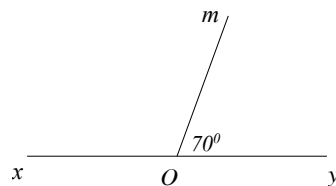
- BE là tia phân giác của góc nào?
- DE là tia phân giác của góc nào?



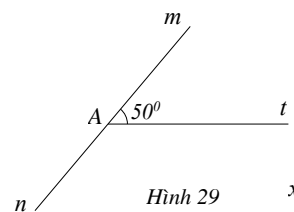
Hình 27

Dạng 2. Tính số đo góc

Bài 1: Cho Hình 28. Biết Ox, Oy là hai tia đối nhau, $\widehat{yOm} = 70^\circ$. Tính \widehat{xOm} .



Hình 28

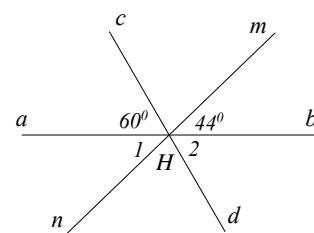


Hình 29

Bài 2: Cho Hình 29. Biết \widehat{nAt} và \widehat{mAt} là hai góc kề bù. Biết $\widehat{mAt} = 50^\circ$. Tính \widehat{nAt}

Bài 3: Cho Hình 30. Biết $\widehat{aHc} = 60^\circ$, $\widehat{bHm} = 44^\circ$.

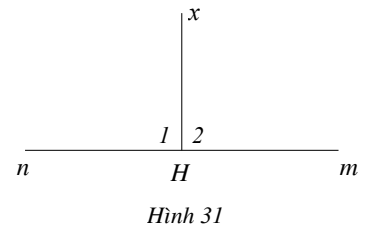
- Tính $\widehat{H}_1, \widehat{H}_2$.
- Tính $\widehat{bHc}, \widehat{bHn}$.
- Tính \widehat{mHc} .



Hình 30

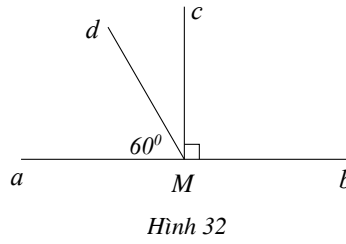
Bài 4: Cho Hình 31. Biết $\widehat{H}_1 = \widehat{H}_2$.

- Hai góc $\widehat{H}_1, \widehat{H}_2$ là hai góc như thế nào?
- Tính \widehat{H}_1 .



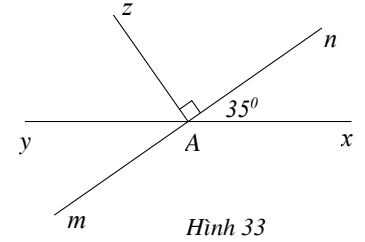
Bài 5: Cho Hình 32. Biết $\widehat{aMd} = 60^\circ$.

- Tính \widehat{bMd} .
- Tính \widehat{aMc} .
- Tính \widehat{dMc} .



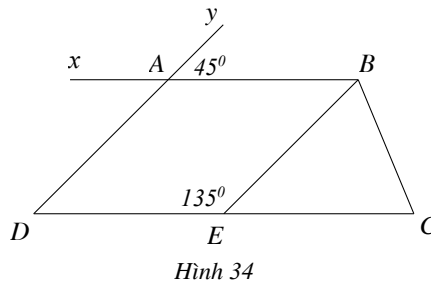
Bài 6: Cho Hình 33. Biết $\widehat{xAn} = 35^\circ$.

- Tính \widehat{yAm} .
- Tính \widehat{yAz} .



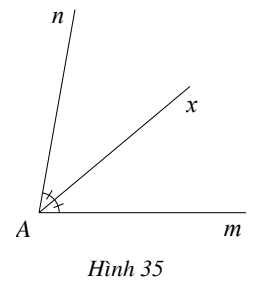
Bài 7: Cho Hình 34.

- Tính \widehat{BEC} và \widehat{xAy} .
- Tính \widehat{xAD} .



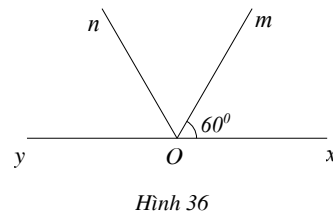
Bài 8: Cho Hình 35. Biết Ax là tia phân giác \widehat{mAn} và $\widehat{mAn} = 80^\circ$. Tính \widehat{mAx} .

Bài 9: Cho \widehat{xAy} và tia An là tia phân giác của góc đó. Biết $\widehat{xAn} = 55^\circ$. Tính \widehat{xAy} . (Hình 36).



Bài 10: Vẽ hình theo yêu cầu

- Vẽ $\widehat{xOy} = 72^\circ$.
- Vẽ tia Om là tia phân giác của \widehat{xOy} .
- Tính \widehat{mOy} .



Bài 11: Cho tam giác ABC và AD là tia phân giác của góc \widehat{A} .

Biết rằng $\widehat{BAD} = 36^\circ$. Tính \widehat{BAC} . (Hình 37)

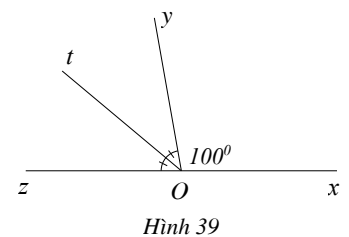
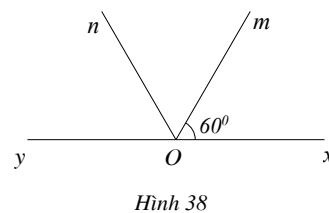
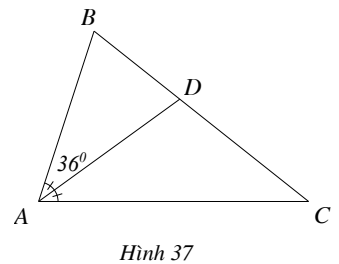
Bài 12: Cho Hình 38. Biết $\widehat{xOm} = 60^\circ, \widehat{xOn} = 120^\circ$.

- Tính \widehat{mOn} .
- Om là tia phân giác của góc nào?
- On là tia phân giác của góc nào?

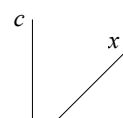
Bài 13: Cho hai góc kề bù $\widehat{xOy}, \widehat{yOz}$ sao cho $\widehat{xOy} = 100^\circ$.

Vẽ tia Ot là phân giác \widehat{yOz} . (Hình 39).

- Tính \widehat{yOz} .
- Chỉ ra rằng $\widehat{zOt} = \frac{2}{5} \widehat{xOy}$.



Bài 14: Cho Hình 40. Biết Mx là tia phân giác của



\widehat{aMc} .

a) Tính \widehat{aMc} .

b) Tính \widehat{bMx} .

Bài 15: Cho hai góc kề bù \widehat{xOy} và \widehat{yOz} sao cho $\widehat{xOy} = 80^\circ$.

Hai tia On, Om lần lượt là hai tia phân giác của hai góc

\widehat{xOy} và \widehat{yOz} (Hình 41).

a) Tính \widehat{yOz} .

b) Tính \widehat{mOn} .

Bài 16: Cho $\widehat{aOb} = 100^\circ$. Oc là tia phân giác của góc đó.

Vẽ hai tia Om, On lần lượt là tia phân giác của $\widehat{aOc}, \widehat{bOc}$.

a) Tính \widehat{aOc} .

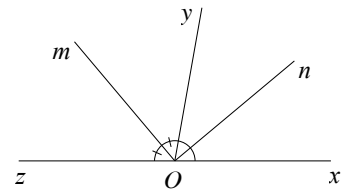
b) Tính \widehat{mOn} .

Bài 17: Cho Hình 43. Biết AD là tia phân giác \widehat{BAx} ,

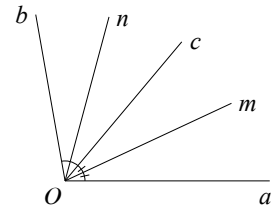
CD là tia phân giác \widehat{ACB} , số đo $\widehat{BAC} = 70^\circ, \widehat{BDC} = 20^\circ$.

a) Tính \widehat{ACB} .

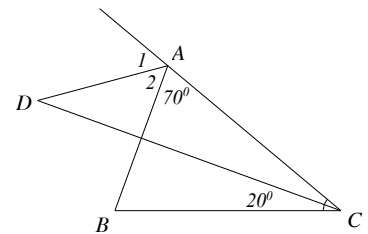
b) Tính $\widehat{A_1}, \widehat{A_2}$.



Hình 41



Hình 42



Hình 43

Bài 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ DẤU HIỆU NHẬN BIẾT.

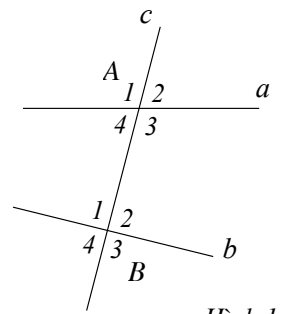
A. LÝ THUYẾT.

1) Các góc tạo bởi một đường thẳng cắt hai đường thẳng.

Ví dụ 1: Vẽ hai đường thẳng a, b không trùng nhau.

Vẽ tiếp đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b lần

lượt tại hai điểm A, B (Hình 1). Khi đó:



Hình 1

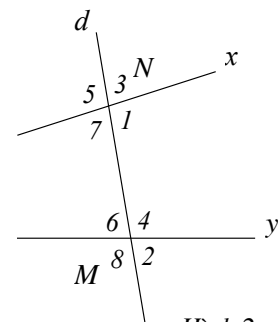
- ♣ Các cặp góc so le trong gồm: \widehat{A}_3 và \widehat{B}_1 , \widehat{A}_4 và \widehat{B}_2 .
- ♣ Các cặp góc đồng vị gồm:
 \widehat{A}_1 và \widehat{B}_1 , \widehat{A}_2 và \widehat{B}_2 , \widehat{A}_3 và \widehat{B}_3 , \widehat{A}_4 và \widehat{B}_4 .
- ♣ Các cặp góc trong cùng phía gồm: \widehat{A}_4 và \widehat{B}_1 , \widehat{A}_3 và \widehat{B}_2 .

Chú ý:

- ♣ Các cặp góc so le trong, đồng vị hay trong cùng phía chưa chắc đã bằng nhau

Ví dụ 2: Cho Hình 2.

- a) Hãy chỉ ra các cặp góc so le trong
- b) Hãy chỉ ra các cặp góc đồng vị.
- c) Góc \widehat{N}_7 trong cùng phía với góc nào?
 Góc \widehat{M}_6 trong cùng phía với góc nào?

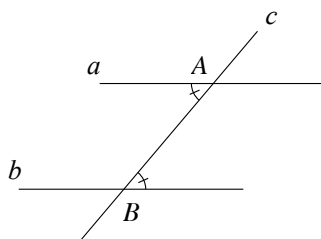


Hình 2

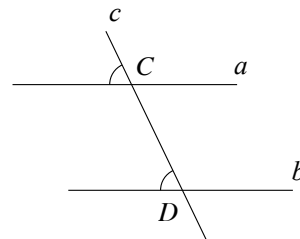
2) Dấu hiệu nhận biết hai đường thẳng song song.

- ♣ Nếu một đường thẳng c cắt hai đường thẳng phân biệt a, b và trong các góc tạo thành có một cặp góc so le trong bằng nhau hoặc một cặp góc đồng vị bằng nhau thì hai đường thẳng a và b song song với nhau.

Ví dụ 3: Cho Hình 3 và Hình 4.



Hình 3



Hình 4

Ở Hình 3. Nhận thấy có $\widehat{A} = \widehat{B}$ mà \widehat{A}, \widehat{B} là hai góc so le trong nên $a // b$.

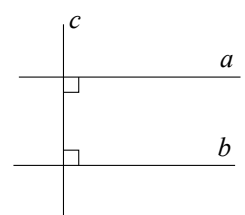
Ở Hình 4. Nhận thấy có $\widehat{C} = \widehat{D}$ mà \widehat{C}, \widehat{D} là hai góc đồng vị nên $a // b$.

Nhận xét:

- ♣ Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

Cụ thể:

Ở Hình 5. Ta thấy $\begin{cases} a \perp c \\ b \perp c \end{cases} \Rightarrow a // b$.



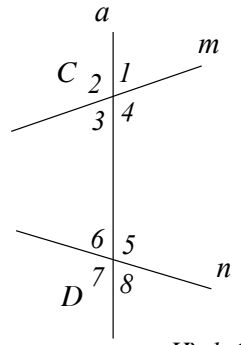
Hình 5

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Nhận biết các cặp góc so le trong, đồng vị, trong cùng phía

Bài 1: Cho Hình 6. Hãy chỉ ra

- Các cặp góc so le trong
- Các cặp góc trong cùng phía.
- Góc \widehat{C}_1 đồng vị với góc nào?
Góc \widehat{D}_7 đồng vị với góc nào?



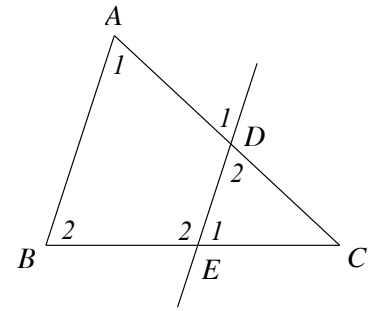
Hình 6

Bài 2: Cho Hình 7. Hãy chỉ ra

- Các cặp góc so le trong
- Các cặp góc đồng vị
- Các cặp góc trong cùng phía.

Bài 3: Cho Hình 8. Hãy cho biết

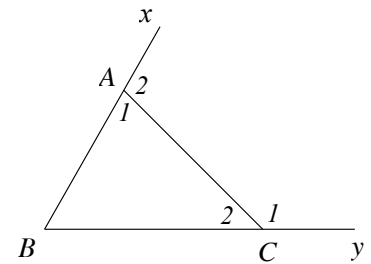
- \widehat{A}_1 so le trong với góc nào?
- $\widehat{D}_1, \widehat{D}_2$ là hai góc gì?
- $\widehat{D}_1, \widehat{E}_2$ là hai góc gì?
- \widehat{D}_2 trong cùng phía với góc nào? so le trong với góc nào?
- \widehat{B}_2 đồng vị với góc nào, trong cùng phía với góc nào?



Hình 8

Bài 4: Cho Hình 9.

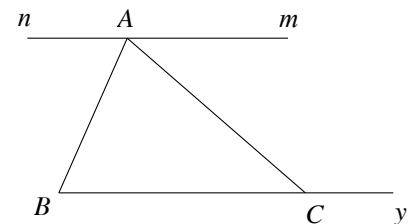
- Hãy chỉ ra các cặp góc so le trong có trong hình.
- Hãy chỉ ra các cặp góc trong cùng phía có trong hình
- Hãy chỉ ra các cặp góc đồng vị.



Hình 9

Bài 5: Cho Hình 10.

- Chỉ ra góc so le trong với góc $\widehat{BAx}, \widehat{nAC}$.
- Chỉ ra góc trong cùng phía với $\widehat{B}, \widehat{ACB}$.



Hình 10

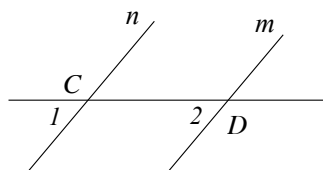
Dạng 2. Chứng minh hai đường thẳng song song.

Bài 1: Cho Hình 11.

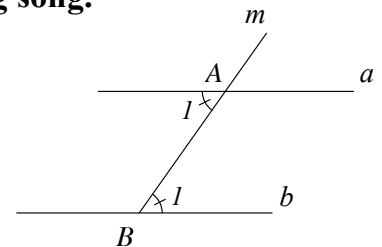
- $\widehat{A}_1, \widehat{B}_1$ là hai góc như thế nào?
- Chứng tỏ đường thẳng $a // b$.

Bài 2: Cho Hình 12.

- Cho biết $\widehat{C}_1, \widehat{D}_2$ là hai góc gì?
- Chứng tỏ $m // n$.



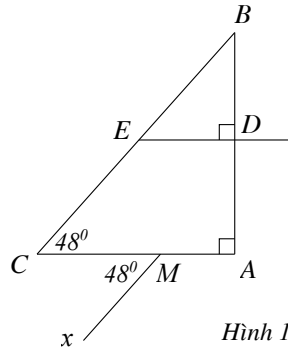
Hình 12



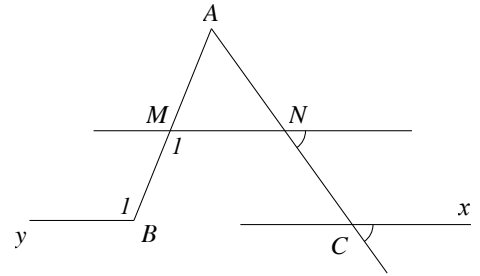
Hình 11

Bài 3: Cho Hình 13.

- a) Chứng tỏ rằng $DE \parallel AC$.
- b) Chứng tỏ rằng $CB \parallel Mx$.



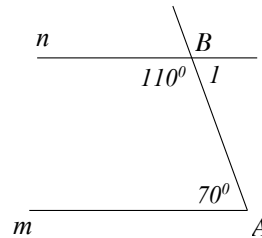
Hình 13



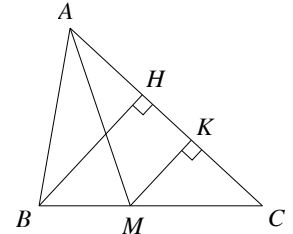
Hình 14

Bài 4: Cho Hình 14. Biết $\widehat{M}_1 = \widehat{B}_1$

- a) Chứng tỏ rằng $By \parallel MN$.
- b) Chứng tỏ rằng $MN \parallel Cx$.



Hình 15



Hình 16

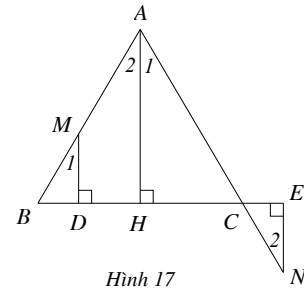
Bài 5: Cho Hình 15. Chứng tỏ rằng $Am \parallel Bn$.

Bài 6: Cho Hình 16.

- a) \widehat{HBM} và \widehat{KMC} là hai góc gì?
- b) Chứng tỏ rằng $BH \parallel MK$.

Bài 7: Cho Hình 17.

- a) Cho biết \widehat{A}_2 và \widehat{M}_1 là hai góc ở vị trí như thế nào?
- b) Hai góc \widehat{A}_1 và \widehat{N}_2 là hai góc gì?
- c) Chứng tỏ rằng $MD \parallel AH$
- d) Chứng tỏ rằng $NE \parallel MD$



Hình 17

Bài 8: Cho Hình 18. Biết AC là tia phân giác \widehat{BAx} , $\widehat{C} = 55^\circ$, $\widehat{A} = 70^\circ$.

- a) Tính \widehat{CAx} .
- b) Chứng tỏ rằng $Ax \parallel BC$.

Bài 9: Cho Hình 19. Biết $\widehat{A}_1 = \widehat{M}_1$.

- a) Chứng tỏ rằng $AB \parallel MN$
- b) Chứng tỏ rằng $MN \parallel CD$.

Bài 10: Cho Hình 20.

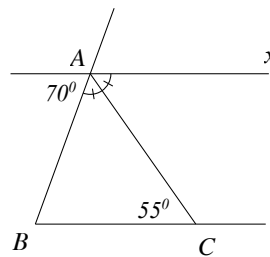
- a) Chứng tỏ rằng $Ax \parallel Om$.
- b) Chứng tỏ rằng $Om \parallel By$.

Bài 11: Cho Hình 21.

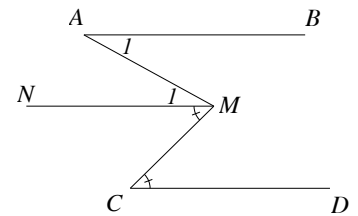
- a) Chứng tỏ rằng $AB \parallel CD$.
- b) Chứng tỏ rằng $CD \parallel EF$.

Bài 12: Cho Hình 22.

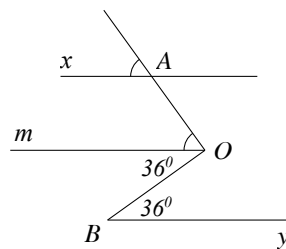
- a) Chứng tỏ rằng $Hm \parallel Ax$.
- b) Chứng tỏ rằng $Ax \parallel Kn$.



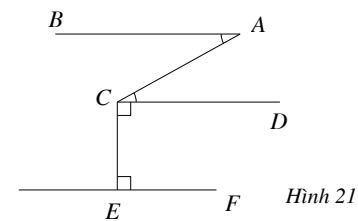
Hình 18



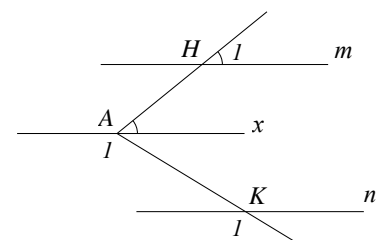
Hình 19



Hình 20



Hình 21



Hình 22

Bài 3. TIÊN ĐỀ EUCLID

TÍNH CHẤT CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

A. LÝ THUYẾT.

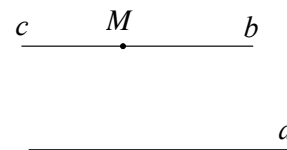
1) Tiên đề Euclid về đường thẳng song song.

Ví dụ 1: Vẽ đường thẳng a và một điểm $M \notin a$.

Vẽ đường thẳng b đi qua M và song song với a .

Vẽ tiếp đường thẳng c cũng đi qua M và song song với a .

Nhận thấy rằng đường thẳng b và c trùng nhau.



Hình 1

Kết luận:

- ♣ Qua một điểm ở bên ngoài một đường thẳng, chỉ có một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

Cụ thể:

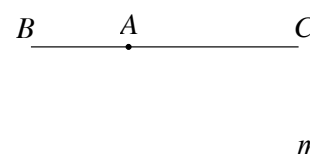
Ở Hình 1. Chỉ có một đường thẳng đi qua M và song song với đường thẳng a .

Ví dụ 2: Cho Hình 2. Biết $AB \parallel m$ và $AC \parallel m$. Chứng tỏ rằng B, A, C thẳng hàng.

Vì $AB \parallel m$ nên A, B nằm trên đường thẳng đi qua A và song song với m (1)

Vì $AC \parallel m$ nên A, C nằm trên đường thẳng đi qua A và song song với m (2)

Từ (1), (2) ta được ba điểm B, A, C cùng nằm trên một đường thẳng nên chúng thẳng hàng.



Hình 2

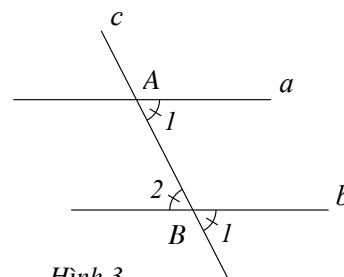
2) Tính chất của hai đường thẳng song song.

Ví dụ 3: Cho hai đường thẳng $a \parallel b$. đường thẳng c cắt hai đường thẳng a và b lần lượt tại hai điểm A và B . (Hình 3).

Nhận thấy rằng khi đó $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$ và $\widehat{A}_2 = \widehat{B}_2$

Kết luận:

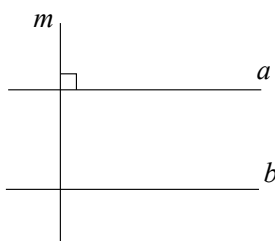
- ♣ Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng song song thì:
 - . Hai góc so le trong bằng nhau.
 - . Hai góc đồng vị bằng nhau.
 - . Hai góc trong cùng phía bù nhau. (tổng bằng 180^0).



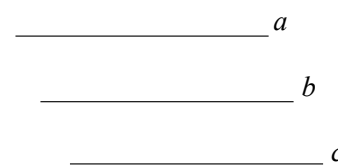
Hình 3

Nhận xét:

- ♣ Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng kia (Hình 4)
- ♣ Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau (Hình 5)



Hình 4



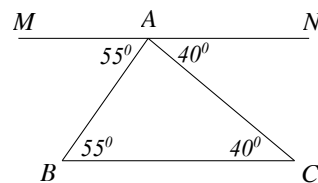
Hình 5

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Chứng minh ba điểm thẳng hàng.

Bài 1: Cho Hình 6.

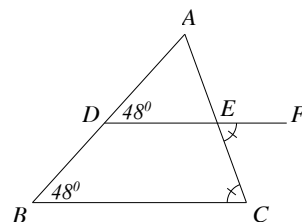
- Chứng tỏ rằng $AM \parallel BC$.
- Chứng tỏ rằng $AN \parallel BC$.
- Chứng tỏ rằng ba điểm M, A, N thẳng hàng.



Hình 6

Bài 2: Cho Hình 7.

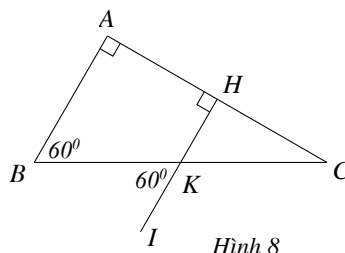
- Chứng tỏ rằng $DE \parallel BC$.
- Chứng tỏ rằng $EF \parallel BC$.
- Chứng tỏ rằng ba điểm D, E, F thẳng hàng.



Hình 7

Bài 3: Cho Hình 8.

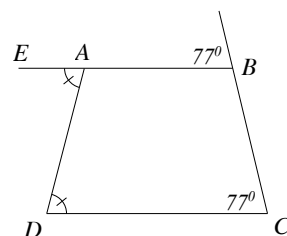
- Chứng tỏ rằng $KH \parallel AB$.
- Chỉ ra $KI \parallel AB$.
- Chứng tỏ rằng ba điểm H, K, I thẳng hàng.



Hình 8

Bài 4: Cho Hình 9.

- Chứng tỏ rằng $AE \parallel DC$.
- Chỉ ra rằng $BA \parallel DC$.
- Chứng tỏ rằng ba điểm E, A, B thẳng hàng.

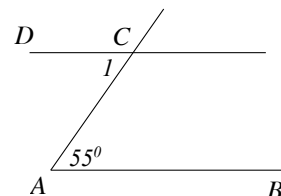
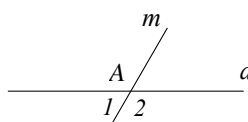


Hình 9

Dạng 2. Tính giá trị các góc so le trong, đồng vị, trong cùng phía.

Bài 1: Cho Hình 10. Biết $DC \parallel AB$ và $\widehat{A} = 55^\circ$.

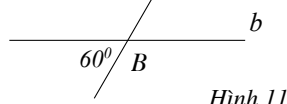
Tính \widehat{C}_1 .



Hình 10

Bài 2: Cho Hình 11. Biết $a \parallel b$

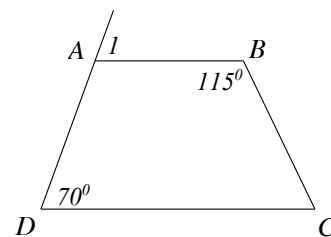
và $\widehat{B} = 60^\circ$. Tính $\widehat{A}_1, \widehat{A}_2$.



Hình 11

Bài 3: Cho Hình 12. Biết $AB \parallel DC$.

và $\widehat{D} = 70^\circ, \widehat{B} = 115^\circ$. Tính $\widehat{A}_1, \widehat{C}$.



Hình 12

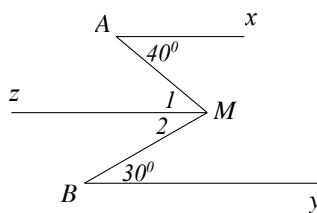
Bài 4: Cho Hình 13. Biết $BH \parallel MK$ và $\widehat{BIM} = 57^\circ$.

- Chứng tỏ rằng $BH \perp AC$.
- Tính \widehat{IMK} .

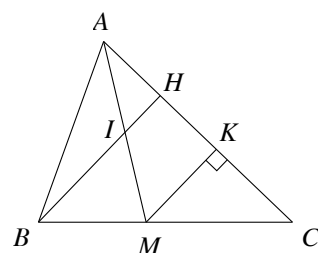
Bài 5: Cho Hình 14. Biết

$Ax \parallel Mz$ và $By \parallel Mz$.

- Tính $\widehat{M}_1, \widehat{M}_2$.
- Tính \widehat{AMB} .



Hình 14

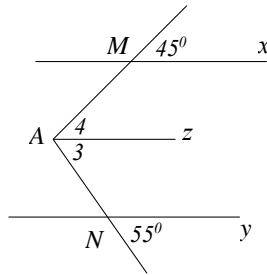


Hình 13

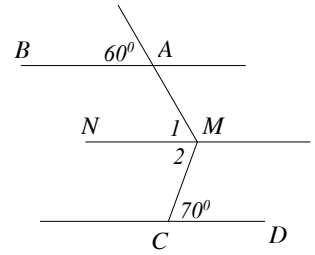
Bài 6: Cho Hình 15. Biết

$Mx \parallel Az, Ny \parallel Az$.

- Tính $\widehat{A_3}, \widehat{A_4}$.
- Tính \widehat{MAN} .



Hình 15



Hình 16

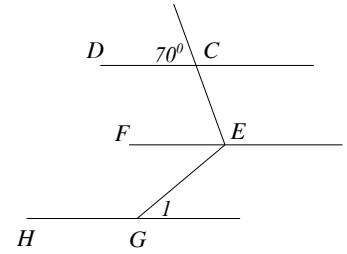
Bài 7: Cho Hình 16. Biết

$AB \parallel MN, CD \parallel MN$.

- Tính $\widehat{M_1}, \widehat{M_2}$.
- Tính \widehat{AMC} .

Bài 8: Cho Hình 17. Biết $DC \parallel EF, HG \parallel EF$

và $\widehat{CEG} = 110^\circ$. Tính $\widehat{G_1}$.



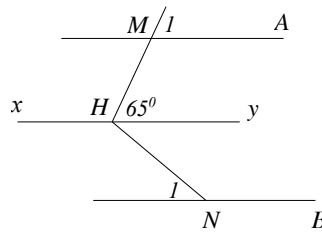
Hình 17

Bài 9: Cho Hình 18.

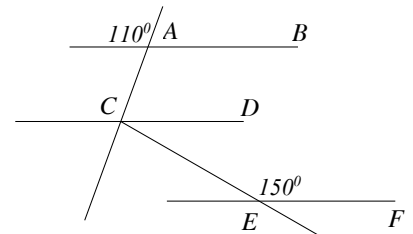
Biết $MA \parallel xy, NB \parallel xy$

Và $\widehat{MHN} = 105^\circ$.

- Tính $\widehat{M_1}$.
- Tính $\widehat{N_1}$.



Hình 18



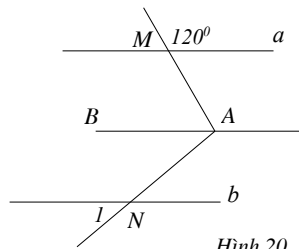
Hình 19

Bài 10: Cho Hình 19. Biết $AB \parallel CD, CD \parallel EF$

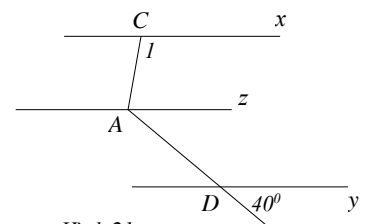
- Tính \widehat{ACD} và \widehat{DCE} .
- Tính \widehat{ACE} .
-

Bài 11: Cho Hình 20. Biết $a \parallel AB,$

$b \parallel AB$ và $\widehat{MAN} = 100^\circ$. Tính $\widehat{N_1}$.



Hình 20



Hình 21

Bài 12: Cho Hình 21. Biết $x \parallel z, y \parallel z$ và $\widehat{CAD} = 120^\circ$.

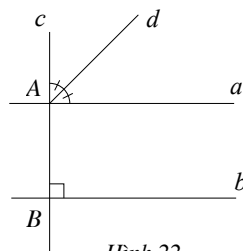
- Tính \widehat{DAz} .
- Tính $\widehat{C_1}$.

Dạng 3. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc

Bài 1: Cho Hình 22. Biết

$a \parallel b$ và Ad là phân giác \widehat{aAc} .

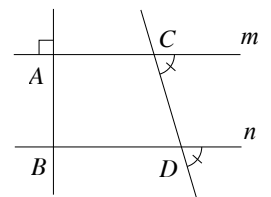
- Chứng tỏ rằng $a \perp c$.
- Tính \widehat{cAd} .



Hình 22

Bài 2: Cho Hình 23.

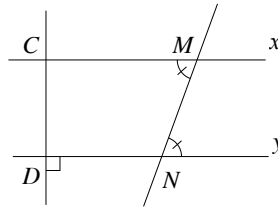
- Chứng tỏ rằng $m \parallel n$.
- Chứng tỏ rằng $AB \perp n$.



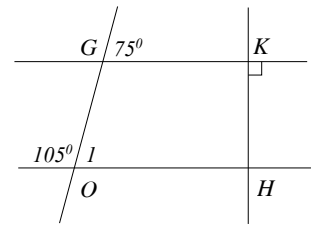
Hình 23

Bài 3: Cho Hình 24.

- a) Chỉ ra rằng $x \parallel y$.
- b) Chỉ ra rằng $x \perp CD$.



Hình 24



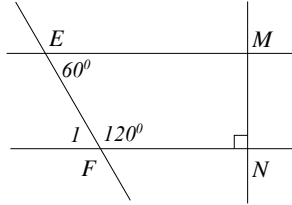
Hình 25

Bài 4: Cho Hình 25.

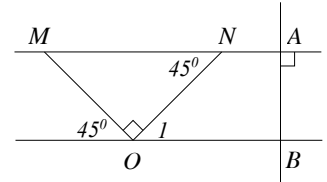
- a) Tính $\widehat{O_1}$ rồi chỉ ra $GK \parallel OH$.
- b) Chứng tỏ rằng $OH \perp HK$.

Bài 5: Cho Hình 26.

- a) Tính $\widehat{F_1}$ và chỉ ra $EM \parallel FN$.
- b) Chỉ ra rằng $EM \perp MN$.



Hình 26



Hình 27

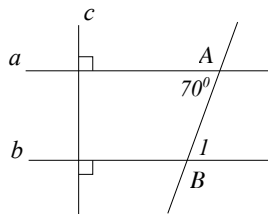
Bài 6: Cho Hình 27.

- a) Tính $\widehat{O_1}$ rồi chỉ ra $AM \parallel OB$.
- b) Chứng tỏ rằng $OB \perp AB$.

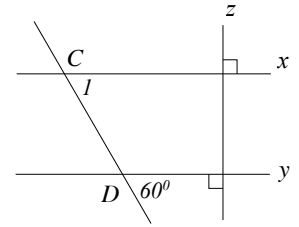
Dạng 4. Tính giá trị góc so le trong, đồng vị, trong cùng phía.

Bài 1: Cho Hình 28. Biết $\widehat{A} = 70^\circ$.

- a) Chứng tỏ rằng $a \parallel b$.
- b) Tính $\widehat{B_1}$.



Hình 28



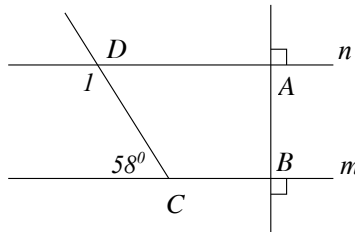
Hình 29

Bài 2: Cho Hình 29. Biết $\widehat{D} = 60^\circ$

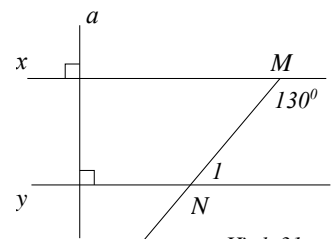
- a) Chỉ ra rằng $x \parallel y$.
- b) Tính $\widehat{C_1}$.

Bài 3: Cho Hình 30.

- a) Chỉ ra rằng $m \parallel n$.
- b) Tính $\widehat{D_1}$.



Hình 30



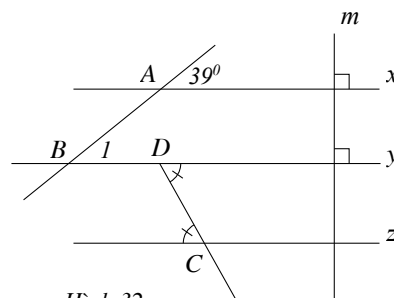
Hình 31

Bài 4: Cho Hình 31.

- a) Chỉ ra rằng $x \parallel y$.
- b) Tính $\widehat{N_1}$.

Bài 5: Cho Hình 32.

- a) Tính $\widehat{B_1}$.
- b) Chỉ ra rằng $y \parallel z$ rồi suy ra $x \parallel z$.



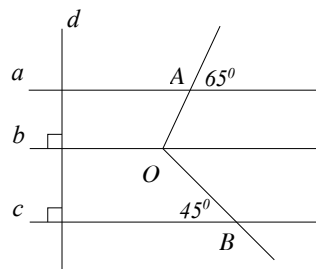
Hình 32

Bài 6: Cho Hình 33.

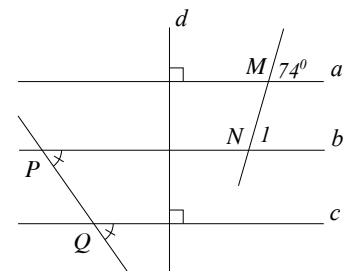
- a) Chỉ ra rằng $a \parallel c$ và $b \parallel c$ rồi suy ra $a \parallel b$.
- b) Tính $\widehat{N_1}$.

Bài 7: Cho Hình 34. Biết $a \parallel c$.

- a) Chỉ ra $a \parallel b$.
- b) Tính \widehat{AOB} .



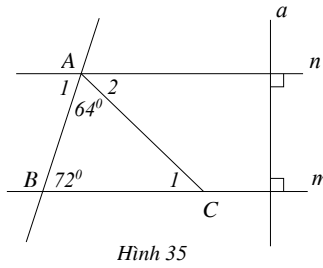
Hình 34



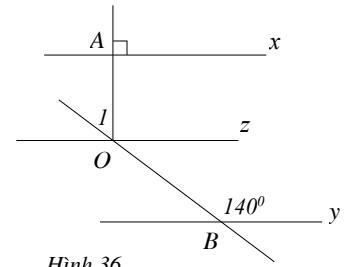
Hình 33

Bài 8: Cho Hình 35.

- a) Chỉ ra $m \parallel n$.
- b) Tính $\widehat{A_1}$.
- c) Tính $\widehat{C_1}$.



Hình 35



Hình 36

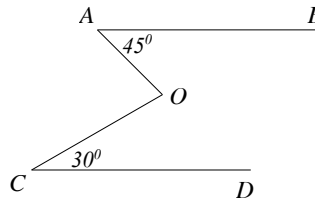
Bài 9: Cho Hình 36. Biết $y \parallel z$ và $y \parallel x$.

- a) Chỉ ra rằng $x \parallel z$ rồi suy ra $AO \perp Oz$.
- b) Tính \widehat{BOz} rồi suy ra $\widehat{O_1}$.

Dạng 5. Vẽ thêm hình phụ để tính số đo góc.

Bài 1: Cho Hình 37. Biết $AB \parallel CD$.

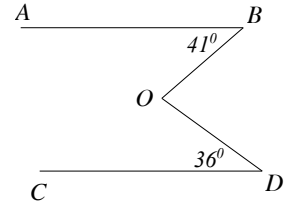
Tính \widehat{AOC} .



Hình 37

Bài 2: Cho Hình 38. Biết $AB \parallel CD$.

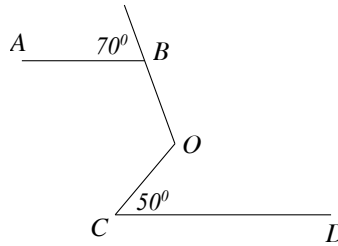
Tính \widehat{BOD} .



Hình 38

Bài 3: Cho Hình 39. Biết $AB \parallel CD$.

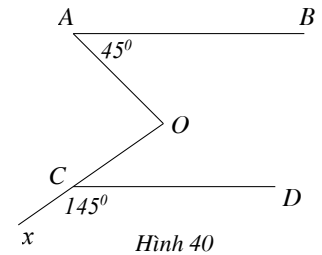
Tính \widehat{BOC} .



Hình 39

Bài 4: Cho Hình 40. Biết $AB \parallel CD$.

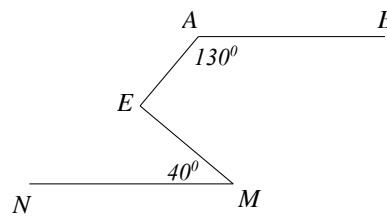
Tính \widehat{AOC} .



Hình 40

Bài 5: Cho Hình 41. Biết $AB \parallel MN$.

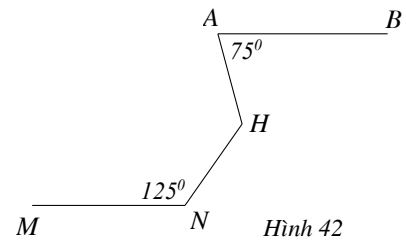
Tính \widehat{AEM} .



Hình 41

Bài 6: Cho Hình 42. Biết $AB \parallel MN$.

Tính \widehat{AHN} .



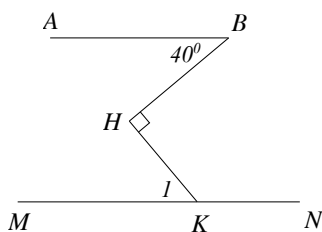
Hình 42

Bài 7: Cho Hình 43. Biết $AB \parallel MN$. Tính \widehat{AOM} .

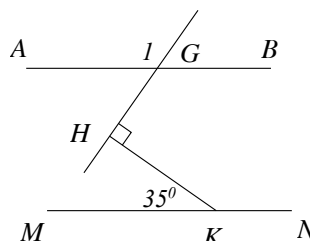
Bài 8: Cho Hình 44. Biết $AB \parallel MN$. Tính $\widehat{K_1}$.

Bài 9: Cho Hình 45. Biết $AB \parallel MN$.

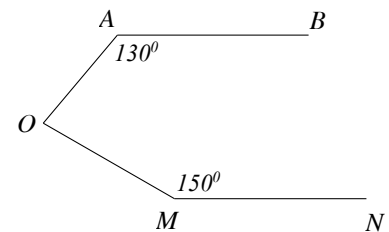
Tính $\widehat{G_1}$.



Hình 44



Hình 45

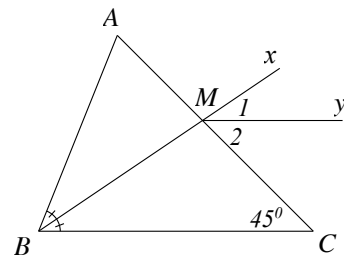


Hình 43

Bài 10: Cho Hình 46. Biết Bx là tia phân giác góc \widehat{ABC} , Tia $My \parallel BC$ và My là tia phân giác góc \widehat{CMx} .

a) Tính \widehat{M}_1 .

b) Tính \widehat{ABC} rồi suy ra \widehat{ABM} .



Hình 46

Bài 4. ĐỊNH LÍ VÀ CHỨNG MINH ĐỊNH LÍ.

A. LÝ THUYẾT.

1) Định lí. Giả thiết và kết luận của định lí.

Ví dụ 1: Với kết luận “ Hai góc đối đỉnh thì bằng nhau”. Đây được coi là một định lí.

Khi đó Hai góc đối đỉnh được gọi là giả thiết còn bằng nhau được gọi là kết luận của định lí đó.

Kết luận:

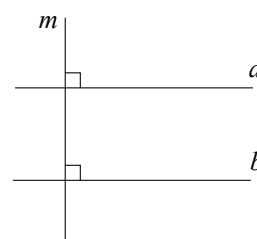
- ♣ Định lí là một khẳng định được suy ra từ những khẳng định đúng đã biết.
- ♣ Mỗi định lí thường được viết dưới dạng: “ Nếu ..(1).. thì ..(2)..” .

Trong đó: Phần nội dung (1) là giả thiết của định lí còn phần (2) là kết luận của định lí.

Ví dụ 2: Với tính chất: “ Nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau”. Tính chất này là một định lí.

Khi đó ta sẽ viết giả thiết và kết luận cho định lí này như sau.

GT	$a \perp m, b \perp m$
KL	$a // b.$



Hình 1

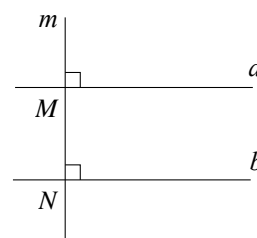
2) Chứng minh định lí.

Ví dụ 3: Quay trở lại định lí ở ví dụ 2:

Giả sử đường thẳng a vuông góc với m tại M và b vuông góc với m tại N .

Khi đó $\widehat{M} = \widehat{N} = 90^0$. mà \widehat{M}, \widehat{N} là hai góc đồng vị (Hình 2)

Nên $a // b$.



Hình 2

Cách làm trên gọi là đi chứng minh một định lí.

Kết luận:

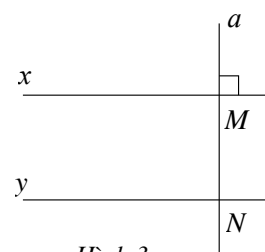
- ♣ Chứng minh định lí là dùng lập luận để từ giả thiết và những khẳng định đúng đã biết suy ra kết luận của định lí.

Ví dụ 4: Cho định lí sau: “ Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó cũng vuông góc với đường thẳng còn lại ”.

- Vẽ hình và viết giả thiết và kết luận cho định lí trên.
- Chứng minh định lí trên.

a) Hình 3.

GT	$x // y, a \perp x$
KL	$a \perp y.$



Hình 3

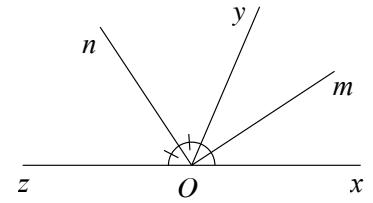
b) Vì $x // y$ nên $\widehat{M} = \widehat{N}$ (đồng vị) mà $\widehat{M} = 90^0 \Rightarrow \widehat{N} = 90^0$. Vậy $a \perp y$.

Ví dụ 5: Cho $\widehat{xOy}, \widehat{yOz}$ là hai góc kề bù, hai tia Om, On lần lượt là hai tia phân giác của hai góc trên. Chứng minh rằng $Om \perp On$.

- Viết giả thiết và kết luận cho bài toán trên.
- Chứng minh bài toán trên.

a) Hình 4.

GT	$\widehat{xOy}, \widehat{yOz}$ kề bù. Om, On lần lượt là phân giác $\widehat{xOy}, \widehat{yOz}$.
KL	Chứng minh $\widehat{mOn} = 90^\circ$.



Hình 4

b) Vì $\widehat{xOy}, \widehat{yOz}$ kề bù nên $\widehat{xOy} + \widehat{yOz} = 180^\circ$.

Om, On lần lượt là hai tia phân giác của hai góc $\widehat{xOy}, \widehat{yOz}$.

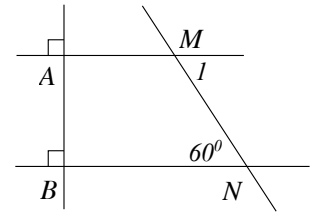
Nên $\widehat{mOy} = \frac{1}{2}\widehat{xOy}$ và $\widehat{nOy} = \frac{1}{2}\widehat{yOz}$. Khi đó

$$\widehat{mOn} = \widehat{mOy} + \widehat{nOy} = \frac{1}{2}\widehat{xOy} + \frac{1}{2}\widehat{yOz} = \frac{1}{2}(\widehat{xOy} + \widehat{yOz}) = \frac{1}{2}.180^\circ = 90^\circ. \text{ Vậy } Om \perp On.$$

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho Hình 5. Tính $\widehat{M_1}$.

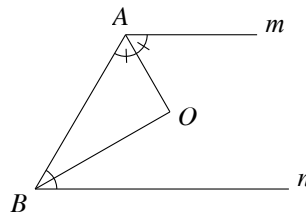
- Viết giả thiết và kết luận cho bài toán trên.
- Chứng minh bài toán trên.



Hình 5

Bài 2: Cho Hình 6. Biết $Am \parallel Bn$

Hai tia phân giác của hai góc \widehat{A}, \widehat{B} cắt nhau tại O . Tính \widehat{AOB} .

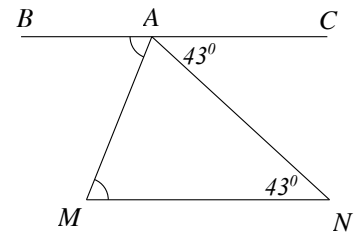


Hình 6

- Viết giả thiết và kết luận cho bài toán.
- Chứng minh bài toán trên.

Bài 3: Cho Hình 7. Chứng tỏ rằng ba điểm A, B, C thẳng hàng.

- Viết giả thiết và kết luận cho bài toán.
- Chứng minh bài toán trên.

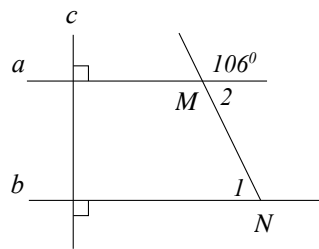


Hình 7

Bài 4: Cho Hình 8.

- Chứng minh rằng $a \parallel b$.
- Tính $\widehat{N_1}$.

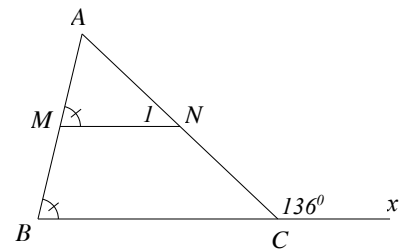
(có viết giả thiết và kết luận)



Hình 8

Bài 5: Cho Hình 9.

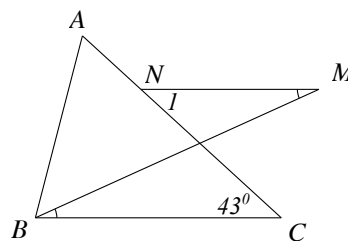
- Chứng minh $MN \parallel Bx$.
- Tính $\widehat{N_1}$.



Hình 9

Bài 6: Cho Hình 10.

- Chứng minh $MN \parallel BC$.
- Tính $\widehat{N_1}$.

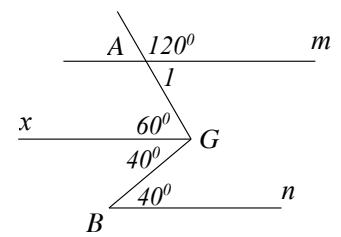
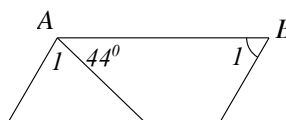


Hình 10

Bài 7: Cho Hình 11. Chứng minh rằng $Am \parallel Bn$.

Bài 8: Cho Hình 12. Biết $\widehat{DAB} = 120^\circ$.

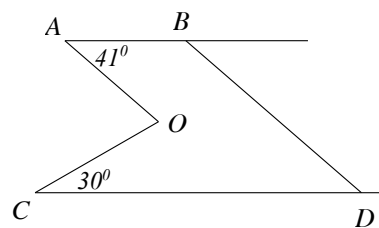
- Chứng minh rằng $AB \parallel DC$.



- b) Tính $\widehat{A_1}$.
- c) Tính $\widehat{C_2}$ và \widehat{ACB}
rồi suy ra $AD \parallel BC$.

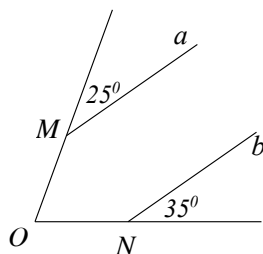
Bài 9: Cho Hình 13. Biết $AO \parallel BD$, $\widehat{AOC} = 71^\circ$.

- a) Chứng minh $AB \parallel CD$.
- b) Tính \widehat{BDC} .



Hình 13

Bài 10: Cho Hình 14. Biết $\widehat{MON} = 70^\circ$.
Chứng minh $Ma \parallel Nb$.



Hình 14

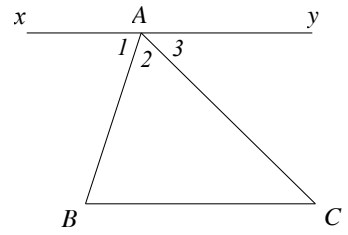
CHƯƠNG IV. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU.
Bài 1. TỔNG CÁC GÓC TRONG MỘT TAM GIÁC.

A. LÝ THUYẾT.

1) Tổng các góc trong một tam giác.

Ví dụ 1: Vẽ $\triangle ABC$, từ đỉnh A vẽ đường thẳng $xy \parallel BC$.

(Hình 1).



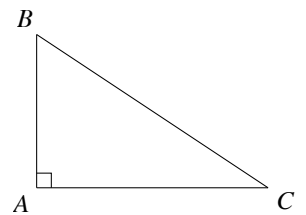
Hình 1

- Chứng minh rằng $\widehat{A_1} = \widehat{B}$.
- Chứng minh rằng $\widehat{A_3} = \widehat{C}$.
- Chứng minh rằng $\widehat{A_2} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$.

- Vì $xy \parallel BC \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{B}$ (so le trong).
- Vì $xy \parallel BC \Rightarrow \widehat{A_3} = \widehat{C}$ (so le trong).
- Khi đó $\widehat{A_2} + \widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{A_2} + \widehat{A_1} + \widehat{A_3} = \widehat{xAy} = 180^\circ$.

Kết luận:

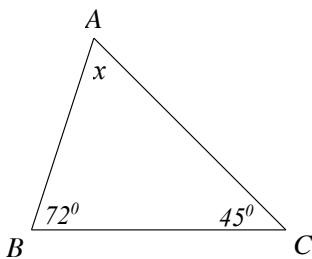
- ♣ Tổng ba góc trong một tam giác bằng 180° .
- ♣ Tam giác có ba góc đều là góc nhọn gọi là tam giác nhọn.
- ♣ Tam giác có một góc tù thì gọi là tam giác tù.
- ♣ Tam giác có một góc vuông thì gọi là tam giác vuông.
 Cụ thể $\triangle ABC$ vuông tại A , khi đó cạnh BC gọi là cạnh huyền, hai cạnh AB, AC gọi là hai cạnh góc vuông. (Hình 2).
- ♣ $\triangle ABC$ có $\widehat{C_1}$ kề bù với góc \widehat{C} nên $\widehat{C_1}$ gọi là góc ngoài của tam giác.
 Cụ thể: $\triangle ABC$ có $\widehat{C_1}$ là góc ngoài thì $\widehat{C_1} = \widehat{A} + \widehat{B}$.



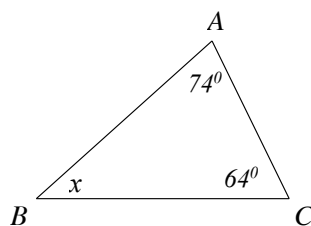
Hình 2

B. BÀI TẬP.

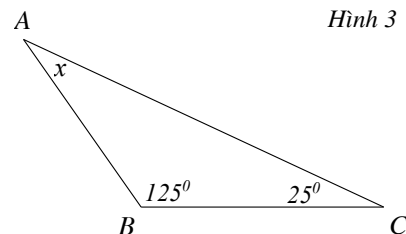
Bài 1: Tính số đo x trong các hình sau:



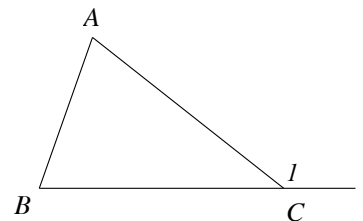
Hình 4



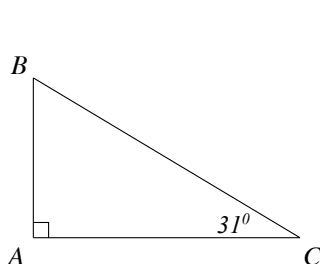
Hình 5



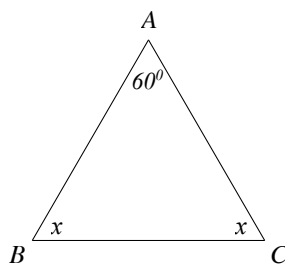
Hình 6



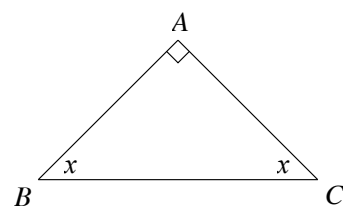
Hình 3



Hình 7

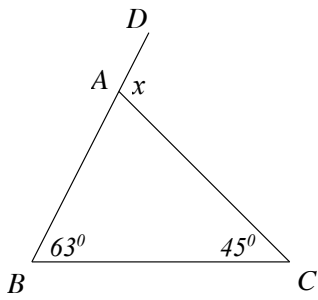


Hình 8

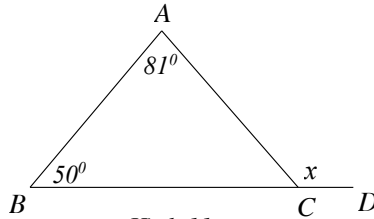


Hình 9

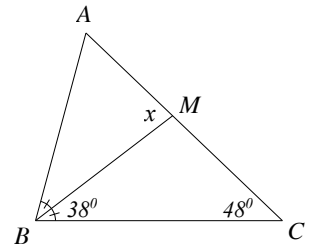
Bài 2: Tìm số đo x trong các hình sau:



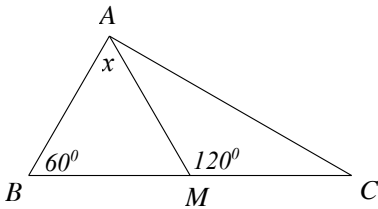
Hình 10



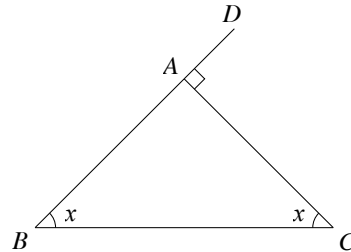
Hình 11



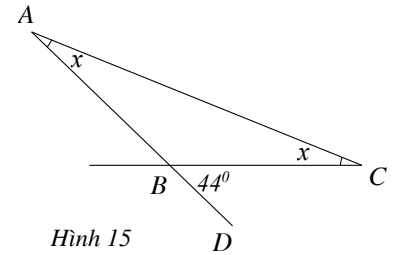
Hình 12



Hình 13

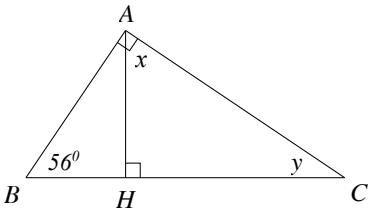


Hình 14

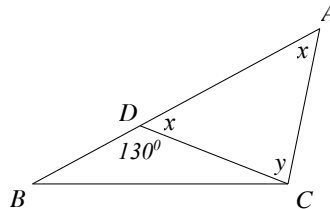


Hình 15

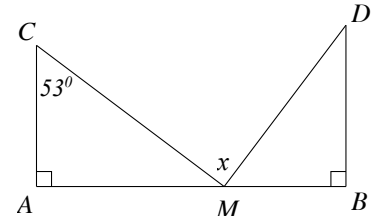
Bài 3: Tìm số đo x, y trong các hình sau:



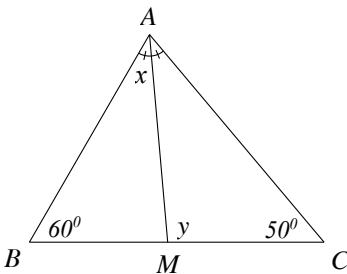
Hình 16



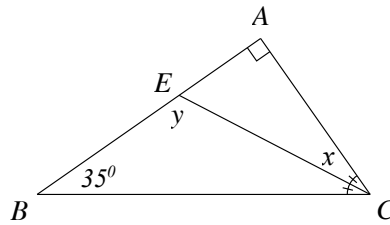
Hình 17



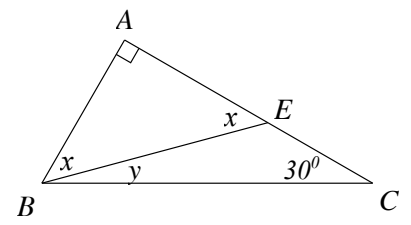
Hình 18



Hình 19

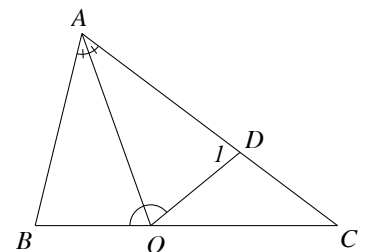


Hình 20



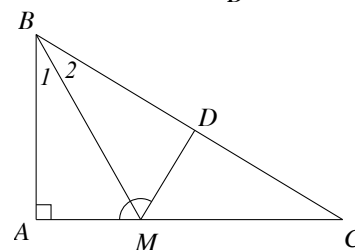
Hình 21

Bài 4: Cho Hình 22. Biết AO là tia phân giác góc \widehat{BAD} . và $\widehat{AOB} = \widehat{AOD}$. Chứng minh rằng $\widehat{B} = \widehat{D}$.



Hình 22

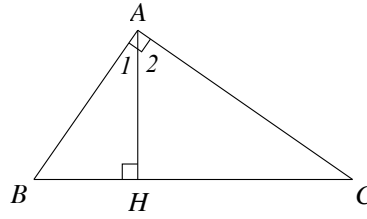
Bài 5: Cho Hình 23. Biết $\widehat{B_1} = \widehat{B_2}$, $\widehat{AMB} = \widehat{DMB}$. Chứng minh rằng $MD \perp BC$.



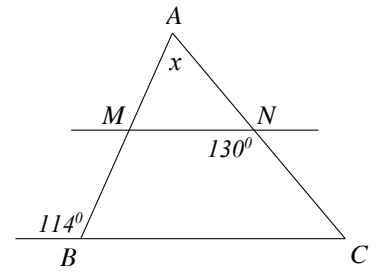
Hình 23

Bài 6: Cho Hình 24. Biết $MN \parallel BC$.

Tính số đo x trong hình.



Hình 25



Hình 24

Bài 7: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A .

Kẻ $AH \perp BC$. (Hình 25).

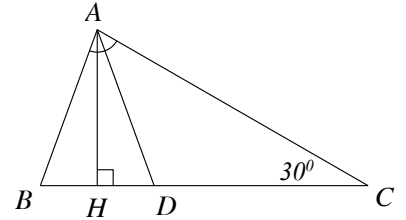
Chứng minh rằng $\widehat{A_1} = \widehat{C}$.

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{ABC} = 70^\circ, \widehat{ACB} = 30^\circ$.

AD là tia phân giác \widehat{BAC} , kẻ $AH \perp BC$. (Hình 26).

a) Tính \widehat{BAC} .

b) Tính \widehat{ADB} và \widehat{HAD} .

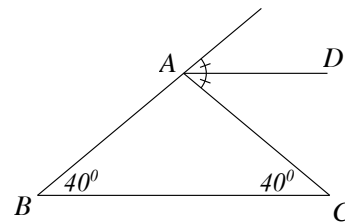


Hình 26

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = \widehat{C} = 40^\circ$.

AD là tia phân giác góc ngoài tại đỉnh A (Hình 27).

Chứng minh rằng $AD \parallel BC$.

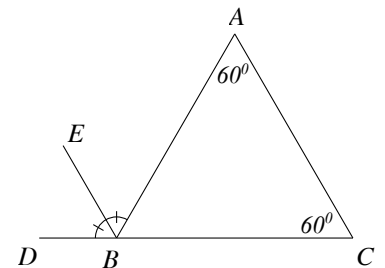


Hình 27

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{A} = \widehat{C} = 60^\circ$.

BE là tia phân giác góc ngoài tại B . (Hình 28).

Chứng minh rằng $BE \parallel AC$.

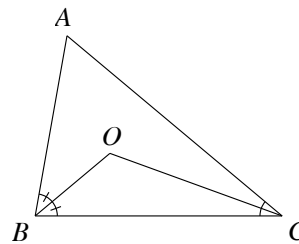


Hình 28

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = 80^\circ, \widehat{C} = 40^\circ$.

BO, CO lần lượt là hai tia phân giác của hai góc \widehat{B}, \widehat{C} .

Tính \widehat{BOC} . (Hình 29).

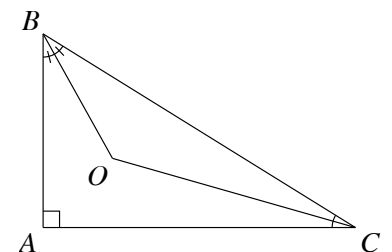


Hình 29

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{A} = 90^\circ$.

BO, CO lần lượt là hai tia phân giác của \widehat{B}, \widehat{C} .

Tính \widehat{BOC} . (Hình 30).



Hình 30

Bài 2. HAI TAM GIÁC BẰNG NHAU
TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ NHẤT CỦA TAM GIÁC.

A. LÝ THUYẾT.

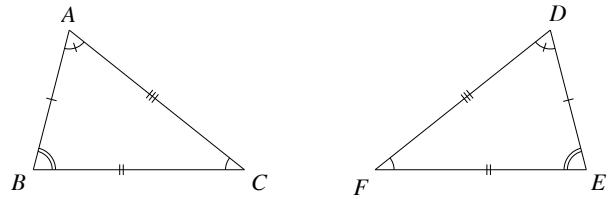
1) Hai tam giác bằng nhau.

Ví dụ 1: Cho $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ như Hình 1.

Nhận thấy $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có ba cạnh bằng nhau:

$$AB = DE, AC = DF, BC = FE$$

và ba góc bằng nhau: $\widehat{A} = \widehat{D}, \widehat{B} = \widehat{E}, \widehat{C} = \widehat{F}$



Hình 1

Nên hai $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ gọi là hai tam giác bằng nhau.

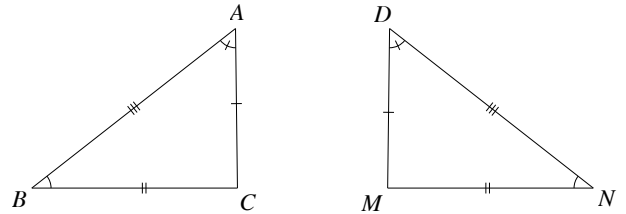
Khi đó cạnh AB và cạnh DE gọi là hai cạnh tương ứng và \widehat{A} và \widehat{D} gọi là hai góc tương ứng.

Kết luận:

- ♣ Hai tam giác bằng nhau là hai tam giác có cạnh cạnh tương ứng bằng nhau, các góc tương ứng bằng nhau.
- ♣ Kí hiệu: $\triangle ABC = \triangle DEF$ cần chú ý về thứ tự các đỉnh khi kí hiệu hai tam giác bằng nhau

Ví dụ 2: Cho Hình 2.

- a) Chứng minh $\widehat{C} = \widehat{M}$.
- b) Chứng minh rằng $\triangle ABC = \triangle DNM$.



Hình 2

- a) $\triangle ABC$ có $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$
 $\triangle DMN$ có $\widehat{D} + \widehat{M} + \widehat{N} = 180^\circ$

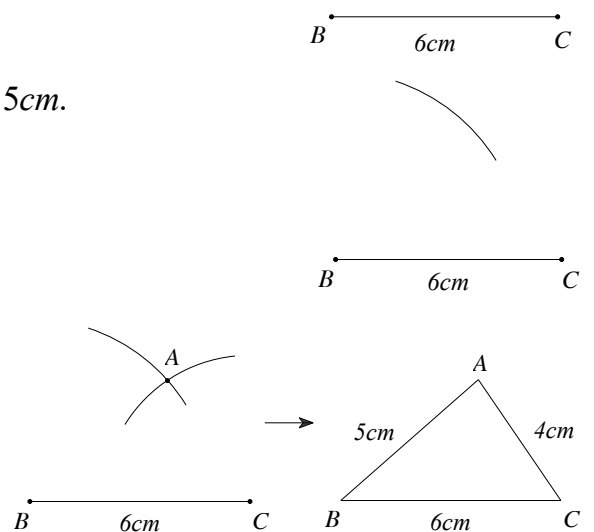
$$\text{Suy ra } \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = \widehat{D} + \widehat{M} + \widehat{N} \text{ mà } \begin{cases} \widehat{A} = \widehat{D} \\ \widehat{B} = \widehat{N} \end{cases} \Rightarrow \widehat{C} = \widehat{M}$$

- b) Xét $\triangle ABC$ và $\triangle DNM$ có:
 $AB = DN, AC = DM, BC = MN$ (giả thiết)
 $\widehat{A} = \widehat{D}, \widehat{B} = \widehat{N}$ (giả thiết) và $\widehat{C} = \widehat{M}$ (chứng minh câu a)
Vậy $\triangle ABC = \triangle DNM$.

2) Trường hợp bằng nhau thứ nhất của tam giác.

Ví dụ 1: Vẽ $\triangle ABC$ biết $BC = 6\text{cm}, AC = 4\text{cm}, AB = 5\text{cm}$.

- Vẽ cạnh $BC = 6\text{cm}$.
Vẽ cung tròn tâm B bán kính 5cm .
Vẽ tiếp cung tròn tâm C bán kính 4cm .
Hai cung tròn cắt nhau tại điểm A
Nối các điểm ta được $\triangle ABC$. (Hình 3).

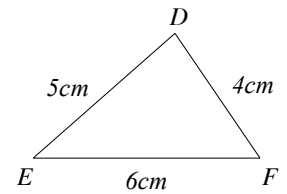


Hình 3

Ví dụ 2: Vẽ thêm $\triangle DEF$ có $EF = 6\text{cm}$, $DF = 4\text{cm}$, $DE = 5\text{cm}$.

Làm giống ví dụ 1 ta được $\triangle BEF$ như Hình 4.

Cho nhận xét về $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$.



Hình 4

Kết luận:

- ♣ Nếu ba cạnh của tam giác này bằng ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác ấy bằng nhau
- ♣ Kí hiệu: $\triangle ABC = \triangle DEF (c.c.c)$

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Xác định các yếu tố bằng nhau của hai tam giác

Bài 1: Cho $\triangle ABC = \triangle DEF$

- a) Hãy chỉ ra các cạnh tương ứng bằng nhau. Các góc tương ứng bằng nhau.
- b) Nếu $BC = 7\text{cm}$ thì cạnh nào cũng bằng 7cm .

Bài 2: Cho $\triangle ABC = \triangle DMN$. Biết $BC = 6\text{cm}$, $\widehat{B} = 60^\circ$, $AC = 4\text{cm}$.

- a) $\triangle DMN$ có góc nào cũng có số đo bằng 60°
- b) Suy ra số đo cạnh nào của $\triangle DMN$.

Bài 3: Cho $\triangle ABC = \triangle HIK$. Biết $AB = 7\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, $HK = 7\text{cm}$.

- a) Cạnh AC bằng bao nhiêu cm ?
- b) Tính chu vi của mỗi tam giác trên.

Bài 4: Cho $\triangle ABC = \triangle DMN$. Biết $\widehat{A} = 50^\circ$, $\widehat{M} = 60^\circ$

- a) Tính \widehat{C} của $\triangle ABC$
- b) Tính số đo các góc còn lại của $\triangle DMN$.

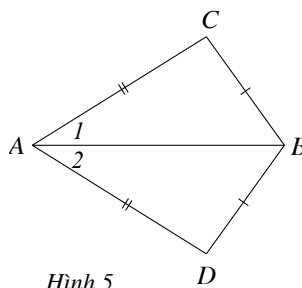
Bài 5: Cho $\triangle ABD = \triangle HIK$. Biết $\widehat{B} = 90^\circ$, $\widehat{D} = 45^\circ$.

- a) Tính số đo góc \widehat{A} của $\triangle ABC$.
- b) Cho biết $\triangle HIK$ là tam giác gì?

Dạng 2. Chứng minh hai tam giác bằng nhau

Bài 1: Cho Hình 5.

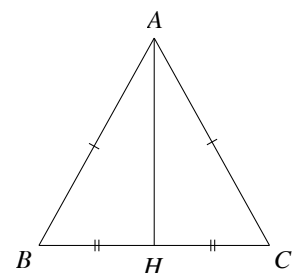
- a) Chứng minh $\triangle ABC = \triangle ABD$.
- b) Chứng minh $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$.



Hình 5

Bài 2: Cho Hình 6.

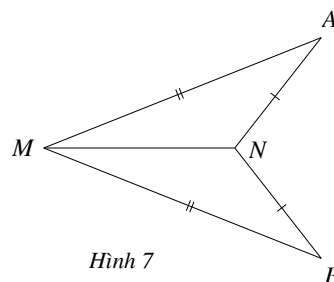
- a) Chứng minh $\triangle AHB = \triangle AHC$.
- b) Chứng minh $\widehat{B} = \widehat{C}$.
- c) Chứng minh $AH \perp BC$.



Hình 6

Bài 3: Cho Hình 7.

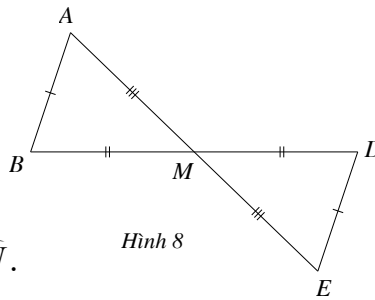
- a) Chứng minh $\triangle ANM = \triangle BNM$.
- b) Chứng minh MN là tia phân giác \widehat{AMB} .



Hình 7

Bài 4: Cho Hình 8.

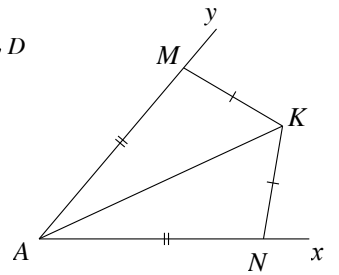
- Chứng minh $\triangle ABM = \triangle EDM$.
- Chứng minh $AB \parallel DE$.



Hình 8

Bài 5: Cho Hình 9.

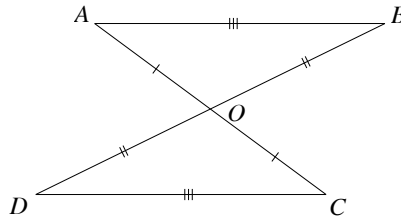
- Chứng minh $\triangle AMK = \triangle ANK$
- Chứng minh AK là tia phân giác \widehat{MAN} .



Hình 9

Bài 6: Cho Hình 10.

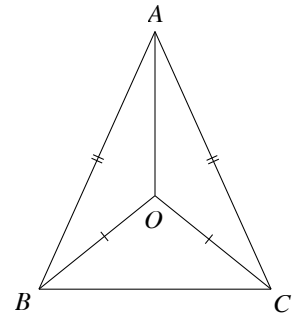
- Chứng minh $\triangle OAB = \triangle OCD$.
- Chứng minh $AB \parallel CD$.



Hình 10

Bài 7: Cho Hình 11.

- Chứng minh $\triangle ABO = \triangle ACO$.
- Chứng minh $\widehat{ABO} = \widehat{ACO}$.



Hình 11

Dạng 3. Vẽ tam giác khi biết ba cạnh

Bài 1: Vẽ $\triangle ABC$ biết $AB = 4cm$, $AC = 5cm$, $BC = 3cm$.

Bài 2: Vẽ $\triangle DEF$ biết $AB = 6cm$, $BC = 6cm$, $AC = 6cm$.

Bài 3: vẽ $\triangle AMN$ biết $AB = 5cm$, $AC = 5cm$, $BC = 4cm$.

Bài 4: Vẽ $\triangle ABC$ biết $BC = 6cm$, $AB = 5cm$, $AC = 4cm$.

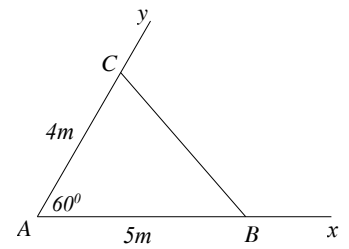
Bài 3. TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI VÀ THỨ BA CỦA TAM GIÁC

A. LÝ THUYẾT.

1) Trường hợp bằng nhau thứ nhất của tam giác (c.g.c)

Ví dụ 1: Vẽ $\widehat{xAy} = 60^\circ$. Trên tia Ax lấy điểm B sao cho $AB = 5cm$, trên tia Ay lấy điểm C sao cho $AC = 4cm$.

Nối B với C ta được $\triangle ABC$ (Hình 1).



Hình 1

Ví dụ 2: Vẽ thêm $\triangle MNP$ có $\widehat{M} = 60^\circ$, $MN = 5cm$, $MP = 4cm$

Trong $\triangle ABC$ thì \widehat{A} gọi là góc sen giữa hai cạnh AB , AC .

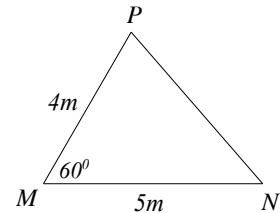
Trong $\triangle MNP$ thì \widehat{M} gọi là góc sen giữa hai cạnh MP , MN .

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ có:

$$AC = MP = 4cm.$$

$$\widehat{A} = \widehat{M} = 60^\circ.$$

$$AB = MN = 5cm.$$



Hình 2

Khi đó ta nói $\triangle ABC$ bằng $\triangle PMN$ theo trường hợp cạnh – góc – cạnh.

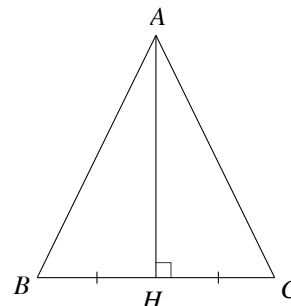
Kết luận:

- ♣ Nếu hai cạnh và góc sen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc sen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau theo trường hợp cạnh – góc – cạnh.

Ví dụ 3: Cho Hình 3.

a) Chứng minh $\triangle AHB = \triangle AHC$.

b) Chứng minh $\widehat{B} = \widehat{C}$.



Hình 3

a) Xét $\triangle AHB$ và $\triangle AHC$ có:

AH là cạnh chung

$$\widehat{AHB} = \widehat{AHC} = 90^\circ.$$

$$HB = HC \text{ (giả thiết)}$$

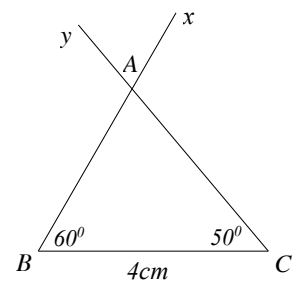
$$\text{Vậy } \triangle AHB = \triangle AHC \text{ (c.g.c)}$$

b) Vì $\triangle AHB = \triangle AHC \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C}$ (hai góc tương ứng)

2) Trường hợp bằng nhau thứ ba của hai tam giác.

Ví dụ 4: Vẽ đoạn thẳng $BC = 4cm$. Vẽ tia Bx sao cho $\widehat{CBx} = 60^\circ$.

Vẽ tia Cy sao cho $\widehat{BCy} = 50^\circ$. tia Bx cắt Cy tại A ta được $\triangle ABC$. (Hình 4).



Hình 4

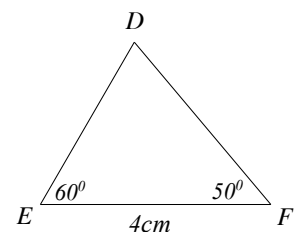
Ví dụ 5: Vẽ thêm $\triangle DEF$ có $EF = 4cm$, $\widehat{E} = 60^\circ$, $\widehat{F} = 50^\circ$.

Trong $\triangle ABC$ thì BC là cạnh xen giữa hai góc \widehat{B} , \widehat{C} .

Trong $\triangle DEF$ thì EF là cạnh xen giữa hai góc \widehat{E} , \widehat{F} .

Với hai tam giác có các yếu tố như trên

Khi đó ta nói $\triangle ABC$ bằng $\triangle DEF$ theo trường hợp góc – cạnh – góc.



Hình 5

B. BÀI TẬP.

Dạng 1. Vẽ tam giác theo yêu cầu bài toán.

Bài 1: Vẽ $\triangle ABC$ biết $\widehat{A} = 50^\circ$, $AB = 4\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$.

Bài 2: Vẽ $\triangle ABC$ biết $\widehat{A} = 90^\circ$, $AB = 6\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$.

Bài 3: Vẽ $\triangle DEF$ biết $\widehat{D} = 60^\circ$, $DE = 4\text{cm}$, $DF = 4\text{cm}$.

Bài 4: Vẽ $\triangle DEF$ biết $EF = 4\text{cm}$, $\widehat{E} = 90^\circ$, $DE = 4\text{cm}$.

Bài 5: Vẽ $\triangle ABC$ biết $\widehat{B} = 50^\circ$, $\widehat{C} = 60^\circ$, $BC = 4\text{cm}$.

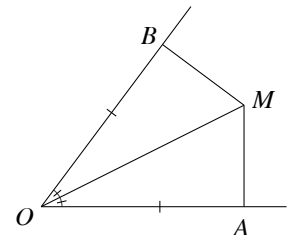
Bài 6: Vẽ $\triangle AMN$ biết $\widehat{M} = 50^\circ$, $\widehat{N} = 50^\circ$, $MN = 3\text{cm}$.

Bài 7: Vẽ $\triangle DEF$ biết $\widehat{D} = 60^\circ$, $\widehat{E} = 60^\circ$, $DE = 4\text{cm}$.

Dạng 2. Chứng minh hai tam giác bằng nhau.

Bài 1: Cho Hình 6.

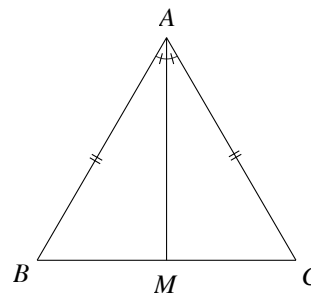
- Chứng minh $\triangle AOM = \triangle BOM$.
- Chứng minh $MB = MA$.



Hình 6

Bài 2: Cho Hình 7.

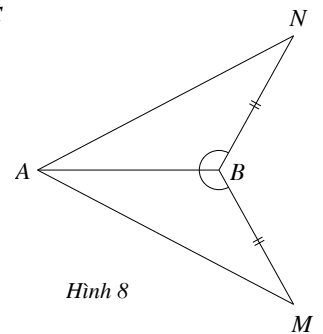
- Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$.
- Chứng minh $AM \perp BC$.



Hình 7

Bài 3: Cho Hình 8.

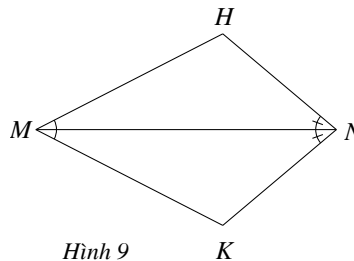
- Chứng minh $\triangle ABN = \triangle ABM$
- Chứng minh AB là phân giác \widehat{NAM} .



Hình 8

Bài 4: Cho Hình 9.

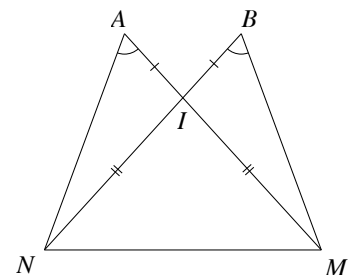
- Chứng minh $\triangle HMN = \triangle KMN$.
- Chứng minh $MH = MK$.



Hình 9

Bài 5: Cho Hình 10.

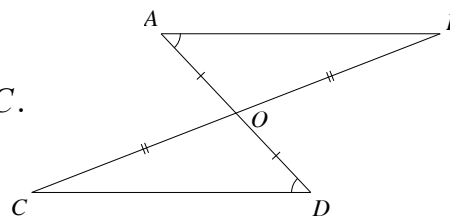
- Chứng minh $\triangle AIN = \triangle BIM$.
- Chứng minh $\widehat{ANI} = \widehat{BMI}$.



Hình 10

Bài 6: Cho Hình 11.

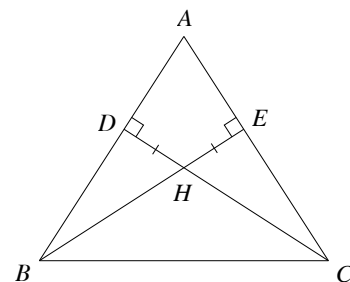
- Chứng minh $\triangle OAB = \triangle ODC$.
- Chứng minh $AB = CD$.



Hình 11

Bài 7: Cho Hình 12.

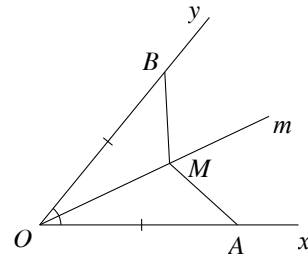
- Chứng minh $\triangle HDB = \triangle HEC$.
- Chứng minh $\widehat{DBH} = \widehat{ECH}$.



Hình 12

Bài 8: Cho \widehat{xOy} khác góc bẹt, trên tia Ox lấy điểm A , Trên tia Oy lấy điểm B sao cho $OA = OB$. Vẽ Om là tia phân giác \widehat{xOy} . Lấy M bất kì trên tia Om . (Hình 13)

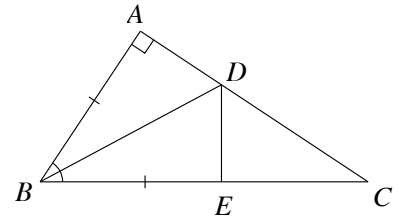
- Chứng minh $\triangle AOM = \triangle BOM$.
- Chứng minh $AM = BM$.



Hình 13

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Tia phân giác \widehat{B} cắt AC ở D . (Hình 14)

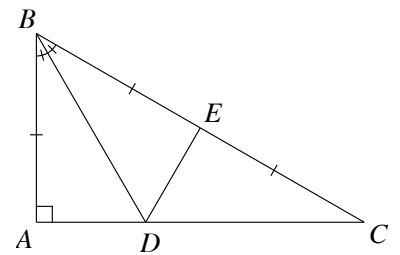
- So sánh DA và DE .
- Tính số đo \widehat{BED} .



Hình 14

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $BC = 2AB$. E là trung điểm của BC . Tia phân giác \widehat{B} cắt AC ở D . (Hình 15)

- Chứng minh DB là phân giác \widehat{ADE}
- Chứng minh $BD = DC$
- Tính \widehat{B}, \widehat{C} của $\triangle ABC$.

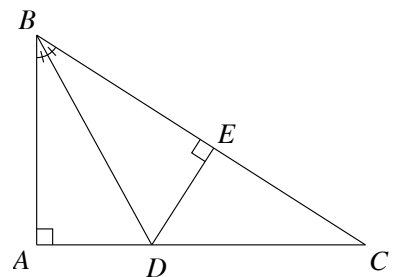


Hình 15

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Tia phân giác góc \widehat{B} cắt AC ở D , kẻ $DE \perp BC$. Chứng minh $AB = BE$. (Hình 16)

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Kẻ BD là tia phân giác \widehat{ABC} . Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Chứng minh:

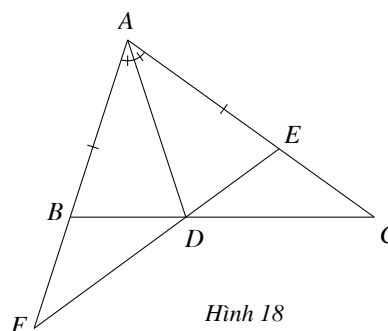
- $\triangle ABD = \triangle EBD$.
- $DE = AD, DE \perp BC$.
- BD là đường trung trực của AE .
- Trên tia đối của tia AB lấy điểm F sao cho $AF = CE$. Chứng minh ba điểm F, D, E thẳng hàng. (Hình 17)



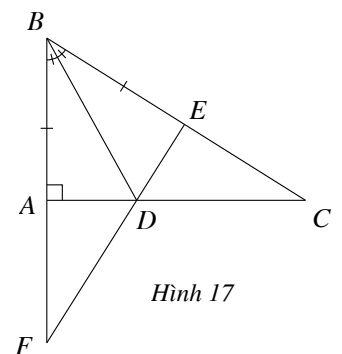
Hình 16

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Phân giác của \widehat{A} cắt BC tại D . Trên AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. (Hình 18).

- Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADE$.
- ED cắt AB tại F . Chứng minh $AF = AC$.
- Chứng minh $\triangle DBF = \triangle DEC$.



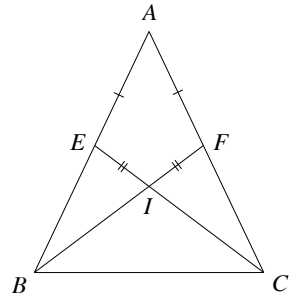
Hình 18



Hình 17

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Lấy điểm E trên AB , điểm F trên AC sao cho $AE = AF$. (Hình 19).

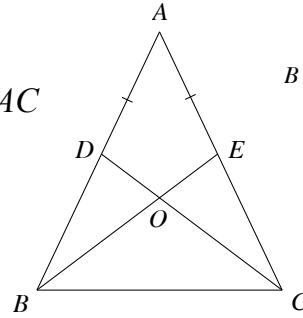
- Chứng minh $BF = CE$ và $\triangle BEC = \triangle CFB$.
- Biết BF cắt CE tại I . Cho biết $IE = IF$. Chứng minh $\triangle IBE = \triangle ICF$.



Hình 19

Bài 15: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Trên các cạnh AB, AC lấy lần lượt các điểm D và E sao cho $AD = AE$. Gọi O là giao điểm của BE và CD .

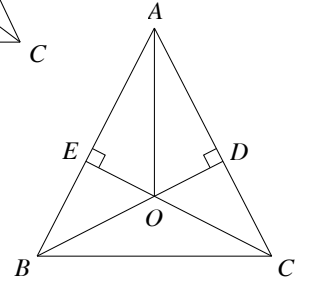
- Chứng minh $\widehat{ABE} = \widehat{ACD}$. (Hình 20).
- Chứng minh $OD = OE, OB = OC$



Hình 20

Bài 16: Cho $\triangle ABC$ ($\widehat{A} < 90^\circ$), $AB = AC$. Kẻ $CE \perp AB$ ($E \in AB$). Kẻ $BD \perp AC$, ($D \in AC$). Gọi O là giao điểm của BD và CE . (Hình 21).

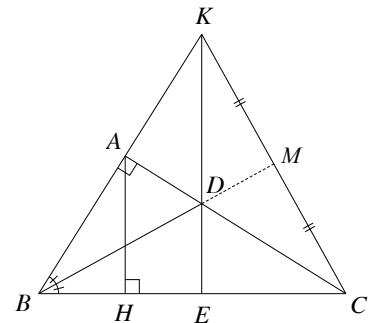
- Chứng minh $BD = CE$
- Chứng minh $OE = OD$ và $OB = OC$.
- Chứng minh OA là phân giác \widehat{BAC}



Hình 21

Bài 17: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BA = BE$. Tia phân giác của \widehat{B} cắt AC ở D . (Hình 22).

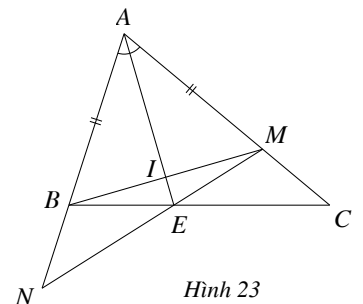
- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EBD$.
- Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Chứng minh $AH \parallel DE$.
- So sánh \widehat{ABC} và \widehat{EDC} .
- Gọi K là giao điểm của ED và BA , M là trung điểm của KC . Chứng minh B, D, M thẳng hàng.



Hình 22

Bài 18: Cho $\triangle ABC$ biết $AB < AC$. AE là phân giác \widehat{BAC} . Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$. (Hình 23).

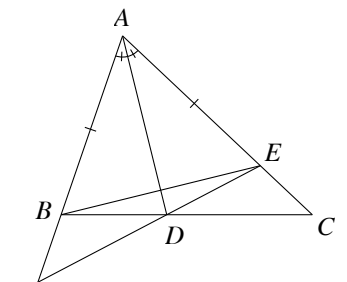
- Chứng minh $\triangle ABE = \triangle AME$.
- AE cắt BM tại I . Chứng minh $IB = IM$.
- Trên tia đối của tia EM lấy điểm N sao cho $EN = EC$. Chứng minh $\triangle ENB = \triangle ECM$.
- Chứng minh A, B, N thẳng hàng.



Hình 23

Bài 19: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$ và tia phân giác \widehat{A} cắt BC tại D . Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. (Hình 24).

- Chứng minh $DB = DE$.
- $\triangle ABC$ cần thêm điều kiện gì để $DE \perp AC$.

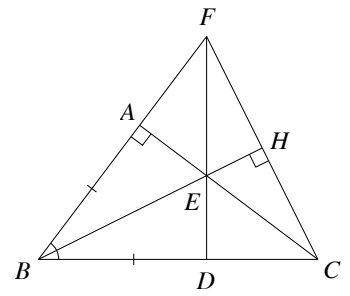


Hình 24

- c) Gọi AB cắt ED tại K . Chứng minh $\widehat{AKE} = \widehat{ACB}$.
 d) Chứng minh $\triangle KBE = \triangle CEB$.

Bài 20: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{B} = 53^\circ$. Tính \widehat{C} . (Hình 25).

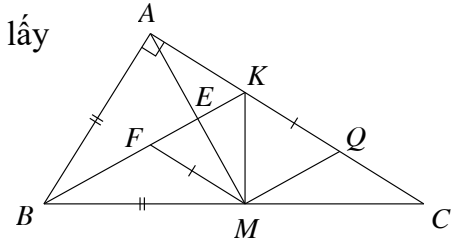
- a) Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = BA$.
 Tia phân giác \widehat{B} cắt AC tại E . Chứng minh $\triangle BEA = \triangle BED$.
 b) Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với BE tại H ,
 CH cắt AB tại F . Chứng minh $BF = BC$.
 c) Chứng minh $\triangle BAC = \triangle BDF$ và D, E, F thẳng hàng.



Hình 25

Bài 21: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BA = BM$. Gọi E là trung điểm của AM .

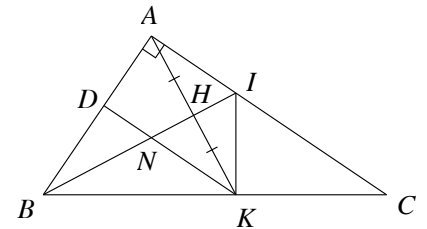
- a) Chứng minh $\triangle ABE = \triangle MBE$. (Hình 26).
 b) BE cắt AC tại K . Chứng minh $KM \perp BC$.
 c) Qua M vẽ đường thẳng song song với AC cắt BK tại F . Trên đoạn KC lấy điểm Q sao cho $KQ = MF$. Chứng minh $\widehat{ABK} = \widehat{QMC}$.



Hình 26

Bài 22: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB < AC$. Trên cạnh BC lấy điểm K sao cho $AB = BK$. Gọi H là trung điểm của AK . Kéo dài BH cắt AC tại I . (Hình 27).

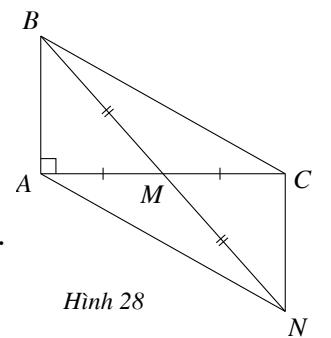
- a) Nếu $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính \widehat{ACB} .
 b) Chứng minh $\triangle ABH = \triangle KBH$. suy ra $AK \perp BI$.
 c) Qua K kẻ đường thẳng song song với AC cắt BH, AB lần lượt tại N và D . Chứng minh KA là tia phân giác \widehat{IKD} .



Hình 27

Bài 23: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Gọi M là trung điểm của AC . Trên tia MB lấy điểm N sao cho M là trung điểm của BN . (Hình 28).

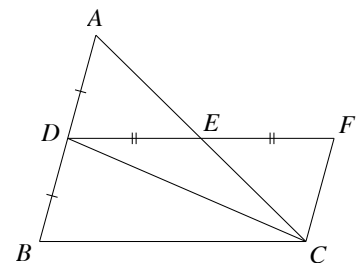
- a) Chứng minh $CN \perp AC$ và $CN = AB$
 b) Chứng minh $AN = BC$ và $AN \parallel BC$.



Hình 28

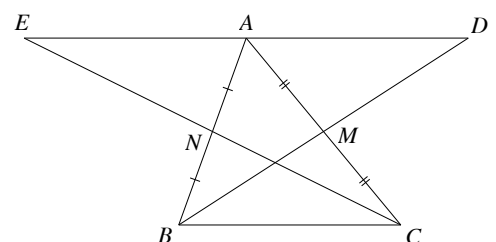
Bài 24: Cho $\triangle ABC$, D là trung điểm của AB , E là trung điểm của AC . Vẽ điểm F sao cho E là trung điểm của DF .

- a) Chứng minh $\triangle AED = \triangle CEF$. (Hình 29).
 b) Chứng minh $DB = CF$.
 c) Chứng minh $\triangle BDC = \triangle FCD$.



Hình 29

Bài 25: Cho $\triangle ABC$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và AB . Trên tia đối của tia MB và NC lấy tương ứng hai điểm D và E sao cho $MD = MB, NE = NC$.



Hình 30

a) Chứng minh $AD = AE$. (Hình 30).

b) Chứng minh A, E, D thẳng hàng.

Bài 26: Cho $\triangle ABC$, có $AB = AC$. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của AC, AB . (Hình 31).

a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACN$ và $\triangle BMC = \triangle CNB$.

b) Lấy điểm E, F sao cho M là trung điểm của BE , N là trung điểm của CF . Chứng minh $AE = AF$.

c) Chứng minh $MN \parallel BC, MN \parallel EF$.

Bài 27: Cho $\triangle ABC$, E là trung điểm của BC . Lấy điểm D thuộc tia đối của tia EA sao cho $ED = EA$. (Hình 32).

a) Chứng minh $\triangle AEB = \triangle DEC$.

b) Chứng minh $AC \parallel BD$.

c) Kẻ $EI \perp AC$ và $EK \perp BD$. Chứng minh $\triangle AIE = \triangle DKE$.

d) Chứng minh I, E, K thẳng hàng.

Bài 28: Cho $\triangle ABC$ có M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$. (Hình 33).

a) Chứng minh $\triangle AMC = \triangle DMB$.

b) Chứng minh $AC \parallel BD$.

c) Vẽ $MH \perp DB$ tại H . Trên cạnh AC lấy điểm K sao cho $AK = DH$. Chứng minh $\triangle MHD = \triangle MKA$.
từ đó suy ra $MK \perp AK$.

Bài 29: Cho $\triangle ABC$ nhọn, vẽ $AH \perp BC, (H \in BC)$.

Vẽ $HI \perp AB$ tại I , vẽ $HK \perp AC$ tại K . Lấy E, F sao cho I là trung điểm của HE, K là trung điểm của HF, EF cắt AB, AC lần lượt tại M, N . (Hình 34).

a) Chứng minh $MH = ME$ và chu vi $\triangle MHN$ bằng EF .

b) Nếu $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính các góc $\triangle AEF$.

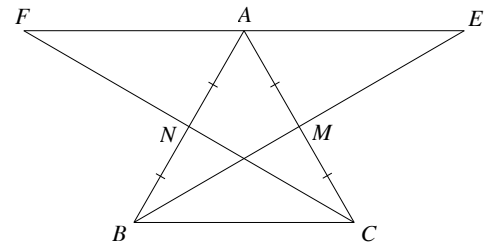
Bài 30: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $\widehat{B} = 60^\circ$. Vẽ AH vuông góc với BC tại H . Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AH$. Gọi I là trung điểm cạnh HD . (Hình 35).

a) Chứng minh $\triangle AHI = \triangle ADI$. Từ đó suy ra $AI \perp HD$.

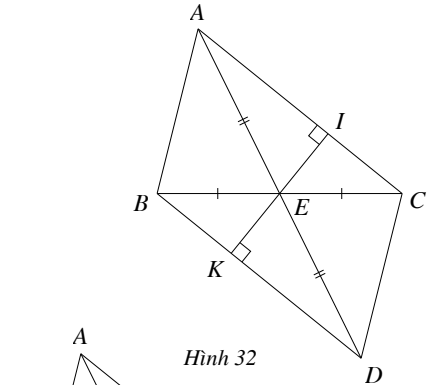
b) Tia AI cắt HC tại K . Chứng minh $\triangle AHK = \triangle ADK$ từ đó suy ra $AB \parallel KD$.

Bài 31: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$ và $AB > BC$. Gọi M là trung điểm của BC . (Hình 36).

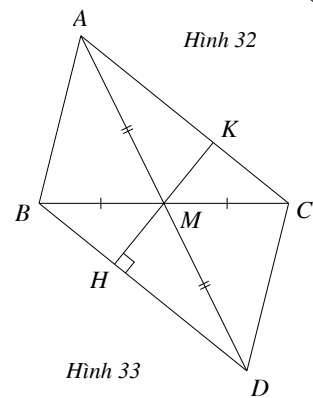
a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$.



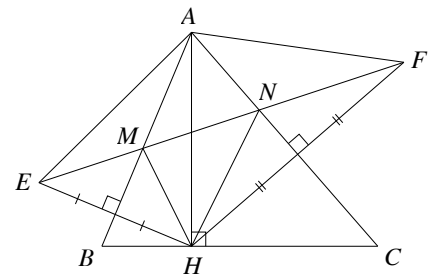
Hình 31



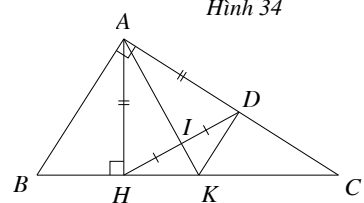
Hình 32



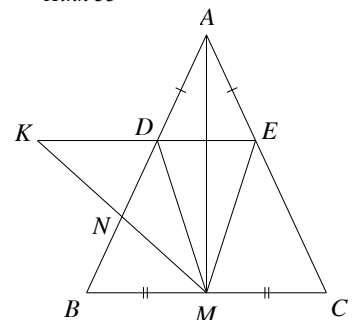
Hình 33



Hình 34

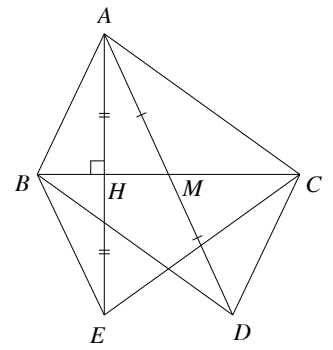


Hình 35



Hình 36

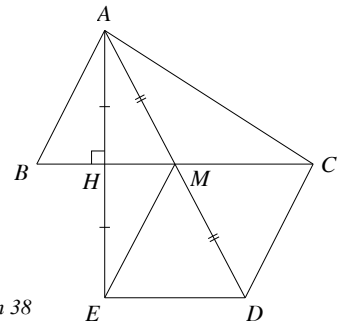
- b) Trên cạnh AB lấy điểm D , trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AD = AE$. Chứng minh $MD = ME$.
- c) Gọi N là trung điểm của BD . Trên tia đối của tia NM lấy điểm K sao cho $NK = NM$.
Chứng minh K, D, E thẳng hàng.



Hình 37

Bài 32: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$. (Hình 37).

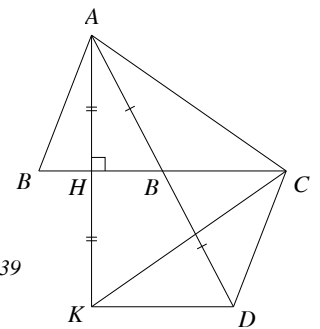
- a) Chứng minh $\triangle AMB = \triangle DMC$.
- b) Chứng minh $AB \parallel CD$.
- c) Kẻ $AH \perp BC$ tại H . Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho H là trung điểm của AE . Chứng minh $BA = BE$.
- d) Chứng minh $BD = CE$.



Hình 38

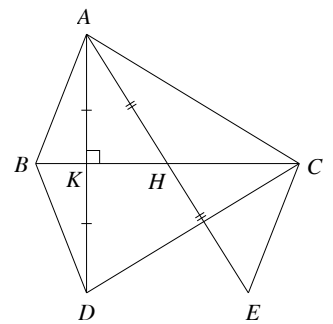
Bài 33: Cho $\triangle ABC$. Gọi M là trung điểm của BC . Trên tia AM lấy điểm D sao cho $AM = MD$. (Hình 38).

- a) Chứng minh $\triangle AMB = \triangle DMC$.
- b) Vẽ $AH \perp BC$ tại H . Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho $HE = HA$. Chứng minh $\triangle HMA = \triangle HME$ và $ME = MD$.
- c) Chứng minh $DE \parallel BC$.



Bài 34: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Lấy E là trung điểm của BC . Trên tia AE lấy điểm D sao cho E là trung điểm của AD . (Hình 39)

- a) Chứng minh $\triangle ABE = \triangle DCE$. (Hình 39).
- b) Chứng minh $AC \parallel BD$.
- c) Vẽ $AH \perp BC$. Trên tia AH lấy điểm K sao cho H là trung điểm của AK . Chứng minh $BD = AC = CK$.
- d) Chứng minh $DK \perp AH$.



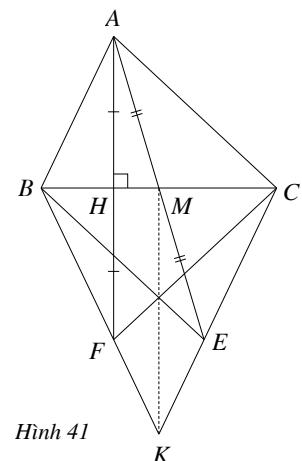
Hình 40

Bài 35: Cho $\triangle ABC$ nhọn. Kẻ $AK \perp BC$ ($K \in BC$). Trên tia đối của tia KA lấy điểm D sao cho $KD = KA$. (Hình 40).

- a) Chứng minh $\triangle AKB = \triangle DKB$.
- b) Chứng minh CB là tia phân giác của \widehat{ACD} .
- c) Gọi H là trung điểm của BC . Trên tia AH lấy điểm E sao cho H là trung điểm của AE . Chứng minh $CE = BD$.

Bài 36: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Lấy M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $MA = ME$.

- a) Chứng minh $BE \parallel AC$. (Hình 41).
- b) Kẻ $AH \perp BC$ tại H . Vẽ tia Bx sao cho \widehat{ABx} nhận tia BC làm tia phân giác. Tia Bx cắt AH tại F .



Hình 41

Chứng minh $CE = BF$.

c) Tia Bx cắt tia CE tại K , tia CF cắt tia BE tại I .

Chứng minh M, I, K thẳng hàng.

Bài 37: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Vẽ $AH \perp BC$ ($H \in BC$).

Trên AH lấy điểm K sao cho H là trung điểm của AK . (Hình 42).

a) Chứng minh $\triangle ACH = \triangle KCH$.

b) Gọi E là trung điểm của BC . Trên tia AE lấy điểm D sao cho E là trung điểm của AD . Chứng minh $BD = AC = CK$.

c) Chứng minh EH là tia phân giác \widehat{AEK} và $DK \parallel BC$.

d) Gọi I là giao điểm của BD và CK , N là trung điểm của KD .

Chứng minh E, I, N thẳng hàng.

Bài 38: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Kẻ $AH \perp BC$.

Trên đoạn HC lấy điểm D sao cho $BH = HD$. (Hình 43).

a) Chứng minh $AB = AD$.

b) Trên tia đối của tia HA lấy điểm E sao cho $HE = HA$. Chứng minh $AB \parallel ED$.

c) Tia ED cắt AC tại I , tia AD cắt EC tại K .

Chứng minh $DI = DK$.

d) Chứng minh $IK \perp BC$.

Bài 39: Cho $\triangle ABC$ có ba góc nhọn. Kẻ $BM \perp AC$, $CN \perp AB$.

Gọi H là giao điểm của BM và CN . Gọi O là trung điểm của BC .

Trên tia đối của tia OH lấy điểm D sao cho O là trung điểm của HD .

a) So sánh \widehat{ABM} và \widehat{ACN} . (Hình 44).

b) Chứng minh $BD \perp AB$.

c) Tìm điều kiện của $\triangle ABC$ để $BM = CN$.

d) Trên các đoạn BH và CD lấy điểm E và F sao cho $BE = CF$. Chứng minh BC , HD và EF đồng quy.

Bài 40: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Phân giác \widehat{A} cắt BC tại D .

Vẽ $BE \perp AD$ tại E . Tia BE cắt AC tại F . (Hình 45).

a) Chứng minh $AB = AF$.

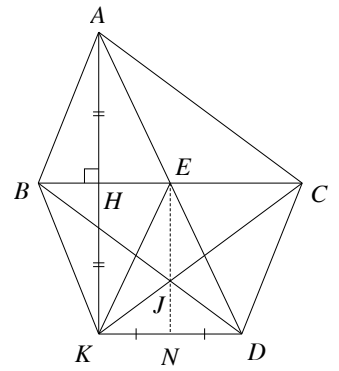
b) Qua F vẽ đường thẳng song song với BC , cắt AE tại H . Lấy điểm K nằm giữa D và C sao cho $FH = DK$.

Chứng minh $DH = KF$ và $DH \parallel KF$.

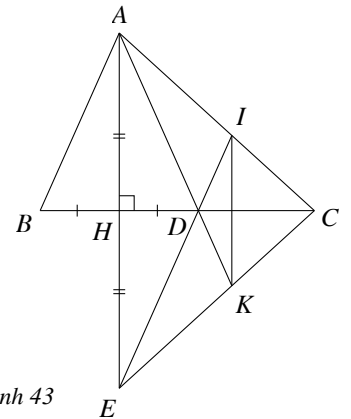
c) Chứng minh $\widehat{ABC} > \widehat{C}$.

Bài 41: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = \widehat{C}$. Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Trên

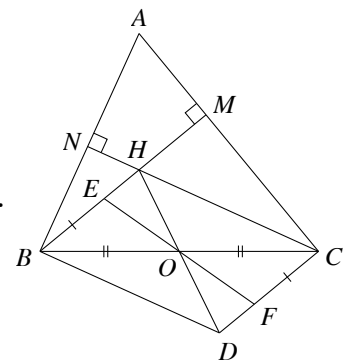
tia đối của tia BC lấy điểm D . Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. (Hình 46).



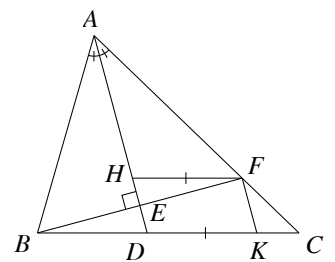
Hình 42



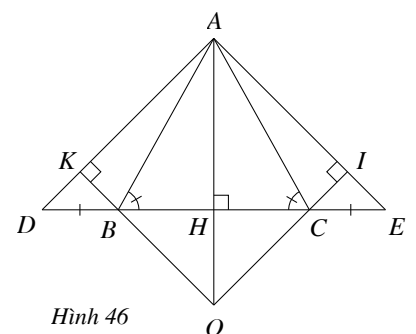
Hình 43



Hình 44



Hình 45

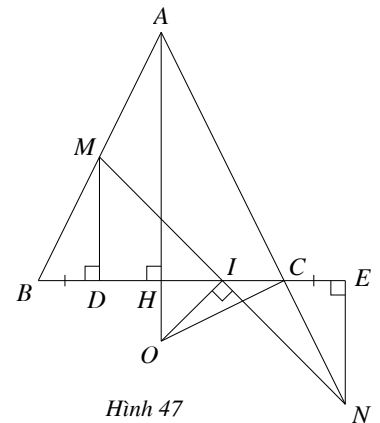


Hình 46

- Chứng minh $AB = AC$.
- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACE$.
- Chứng minh $\triangle ACD = \triangle ABE$.
- AH là tia phân giác của \widehat{DAE} . Kẻ $BK \perp AD$, $CI \perp AE$.
Chứng minh AH, BK, CI đồng quy.

Bài 42: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. Gọi H là trung điểm của BC . Trên đoạn BH lấy điểm D , trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. (Hình 47).

- Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$ và $AH \perp BC$.
- Kẻ $DM \perp BC$, ($M \in AB$) và $EN \perp BC$, ($N \in AC$),
 MN cắt BC tại I . Chứng minh $DM = EN$ và $IM = IN$.
- Đường thẳng qua I và vuông góc với MN cắt tia AH tại O . Chứng minh $OC \perp AN$.

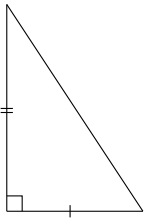


Hình 47

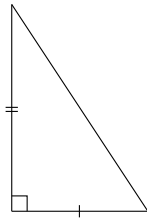
Bài 4. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA TAM GIÁC VUÔNG

A. LÝ THUYẾT.

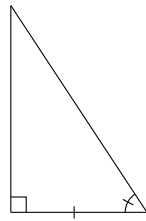
1) Ba trường hợp bằng nhau đã biết của tam giác vuông.



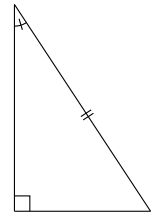
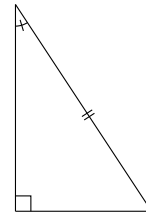
Hình 1



Hình 2



Hình 3



- ♣ Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (Hình 1).
- ♣ Nếu một cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng cạnh góc vuông và góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (Hình 2).
- ♣ Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (cạnh huyền – góc nhọn) (Hình 3).

Ví dụ 1: Cho Hình 4.

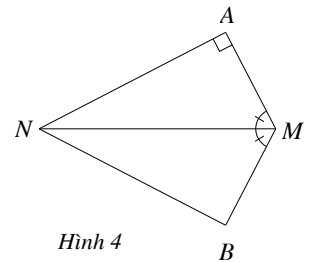
Xét $\triangle AMN$ và $\triangle BMN$ có:

$$\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ.$$

NM là cạnh chung.

$$\widehat{AMN} = \widehat{BMN} \text{ (giả thiết)}$$

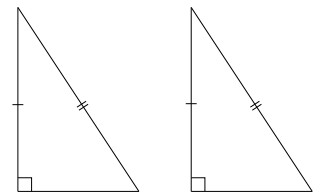
Vậy $\triangle AMN = \triangle BMN$ (cạnh huyền – góc nhọn)



Hình 4

2) Trường hợp bằng nhau của tam giác vuông.

- ♣ Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau. (cạnh huyền – cạnh góc vuông) (Hình 5).



Hình 5

Ví dụ 2: Cho Hình 6.

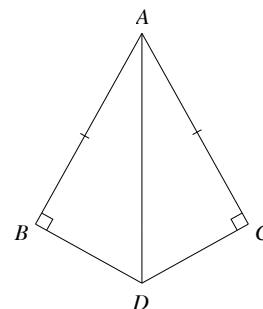
Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACD$ có:

$$\widehat{B} = \widehat{C} = 90^\circ.$$

AD là cạnh chung.

$$AB = AC \text{ (giả thiết)}$$

Vậy $\triangle ABD = \triangle ACD$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

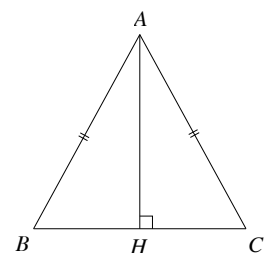


Hình 6

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho Hình 7.

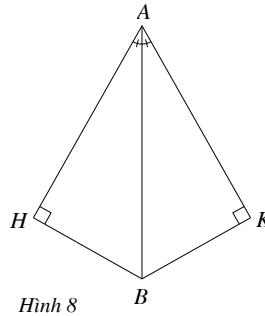
- a) Chứng minh $\triangle AHB = \triangle AHC$.
- b) Chứng minh H là trung điểm BC .



Hình 7

Bài 2: Cho Hình 8.

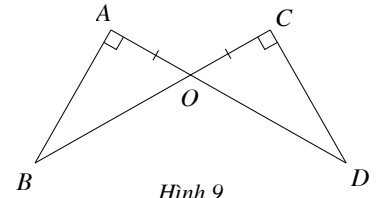
- Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ABK$.
- Chứng minh $BH = BK$.



Hình 8

Bài 3: Cho Hình 9.

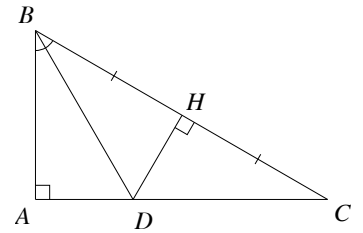
- Chứng minh $\triangle ABO = \triangle CDO$.
- Chứng minh $AD = BC$.



Hình 9

Bài 4: Cho Hình 10.

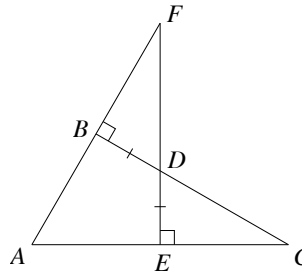
- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle HBD$.
- Chứng minh $\triangle DBH = \triangle DCH$.
- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle HCD$.



Hình 10

Bài 5: Cho Hình 11.

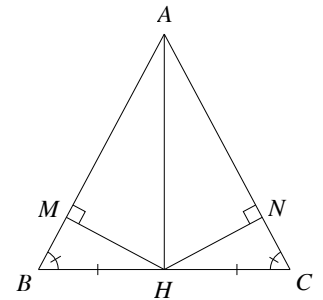
- Chứng minh $\triangle BDF = \triangle EDC$.
- Chứng minh $\widehat{F} = \widehat{C}$.
- Chứng minh $\triangle AEF = \triangle BAC$.



Hình 11

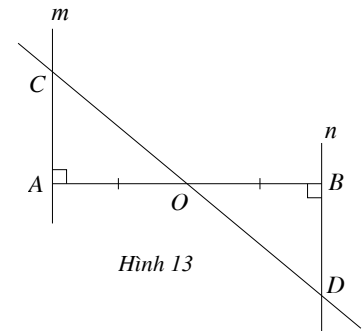
Bài 6: Cho Hình 12.

- Chứng minh $\triangle HMB = \triangle HNC$.
- Chứng minh $\triangle AHM = \triangle AHN$.



Hình 12

Bài 7: Cho đoạn thẳng AB , Qua A vẽ đường thẳng $m \perp AB$, Qua B vẽ đường thẳng $n \perp AB$, Qua trung điểm O của AB vẽ một đường thẳng cắt m ở C và cắt n ở D . So sánh OC và OD . (Hình 13).

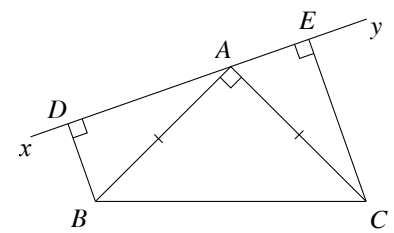


Hình 13

Bài 8: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = AC$. Qua A kẻ đường thẳng xy (B, C cùng phía đối với xy). Kẻ $BD \perp xy$, $CE \perp xy$.

- Chứng minh $\triangle BAD = \triangle ACE$.
- Chứng minh $DE = DB + CE$.

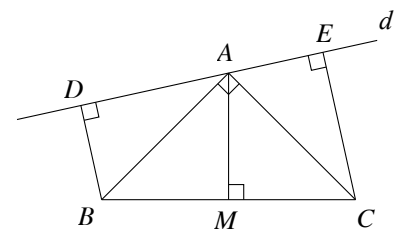
(Hình 14).



Hình 14

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Gọi M là trung điểm của BC và $AM \perp BC$. (Hình 15).

- Chứng minh $AB = AC$.
- Qua A kẻ đường thẳng (d) sao cho B và C nằm cùng phía với (d) . Kẻ $BH \perp (d)$ tại H , kẻ $CK \perp (d)$ tại K . Chứng minh $\triangle AHB = \triangle ACK$.

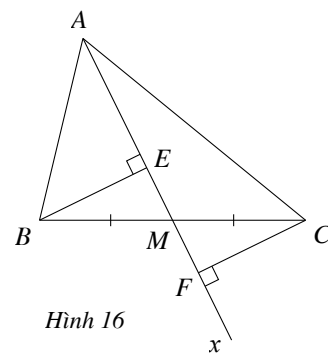


Hình 15

Bài 10: Cho $\triangle ABC$. Tia Ax đi qua trung điểm M của BC .

Kẻ BE và CF vuông góc với Ax ($E \in Ax, F \in Ax$).

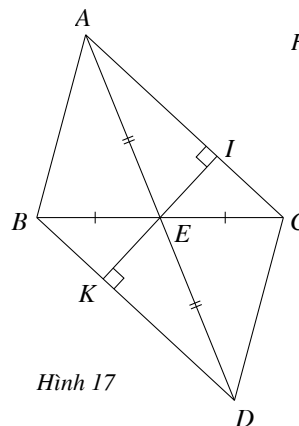
So sánh BE và CF . (Hình 16).



Hình 16

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ có E là trung điểm của BC . Lấy D thuộc tia đối của tia EA sao cho $ED = EA$. (Hình 17).

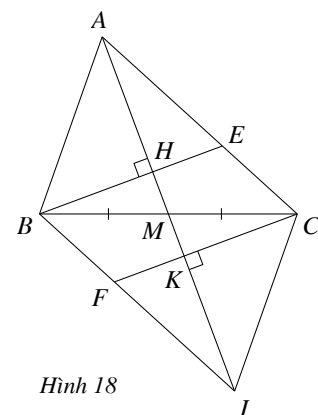
- Chứng minh: $\triangle AEB = \triangle DEC$.
- Chứng minh: $AC \parallel BD$.
- Kẻ $EI \perp AC$ ($I \in AC$), $EK \perp BD$ ($K \in AC$)
Chứng minh $\triangle AIE = \triangle DKE$.
- Chứng minh I, E, K thẳng hàng.



Hình 17

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. M là trung điểm của BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm I sao cho $MA = MI$. (Hình 18).

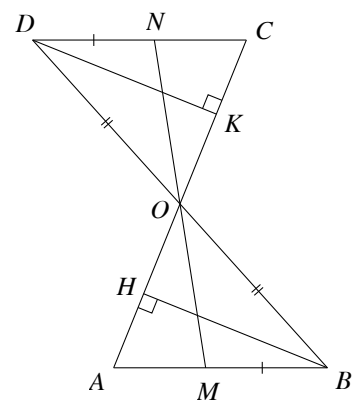
- Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ICM$.
- Chứng minh $AB \parallel IC$.
- Kẻ BH và CK vuông góc với AI . Chứng minh $BH = CK$.
- BH cắt AC tại E , CK cắt BI tại F .
Chứng minh E, M, F thẳng hàng.



Hình 18

Bài 13: Cho $\triangle OAB$ nhọn. Trên tia đối của tia OA lấy điểm C sao cho $OC = OA$. Trên tia đối của tia OB lấy điểm D sao cho $OD = OB$. (Hình 19).

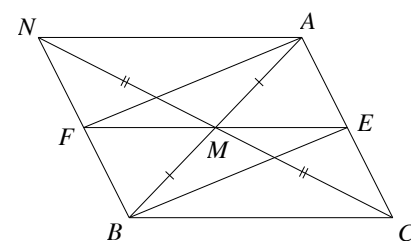
- Chứng minh $\triangle OAB = \triangle OCD$.
- Từ B kẻ $BH \perp AC$, Từ D kẻ $DK \perp AC$.
Chứng minh $BH = DK$.
- Trên tia AB lấy điểm M trên tia DC lấy điểm N sao cho $BM = DN$. Chứng minh M, O, N thẳng hàng.



Hình 19

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ nhọn và $AB < AC$. Gọi M là trung điểm của AB . Trên tia đối của tia MC lấy điểm N sao cho $MN = BC$. (Hình 20).

- Chứng minh $\triangle AMN = \triangle BMC$ và $AC \parallel BN$.
- Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AC, NB
Chứng minh $AF = BE$.
- Chứng minh M là trung điểm của EF .

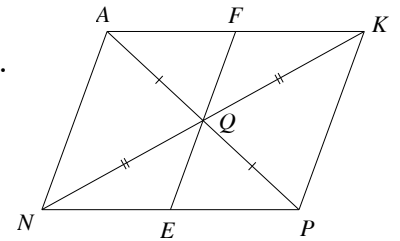


Hình 20

Bài 15: Cho $\triangle MNP$ nhọn. Có Q là trung điểm của MP .

Trên tia đối của tia QN lấy điểm K sao cho $QK = QN$. (Hình 21).

- Chứng minh $\triangle MNQ = \triangle PKQ$.
- Chứng minh $MN \parallel KP$.
- Gọi E là trung điểm của đoạn NP , đường thẳng EQ cắt MK tại F . Chứng minh F là trung điểm của MK .

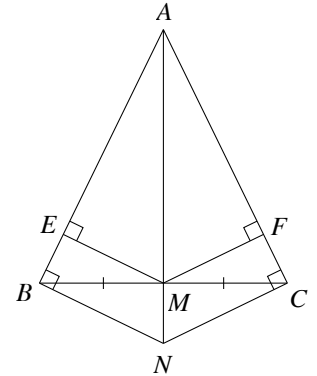


Hình 21

Bài 16: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC$. M là trung điểm của BC .

Chứng minh $\triangle AMB = \triangle AMC$. (Hình 22).

- Từ M kẻ $ME \perp AB$ và $MF \perp AC$. Chứng minh $AE = AF$.
- Chứng minh $EF \parallel BC$.
- Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AB . Từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AC . Hai đường thẳng này cắt nhau tại N . Chứng minh A, M, N thẳng hàng.

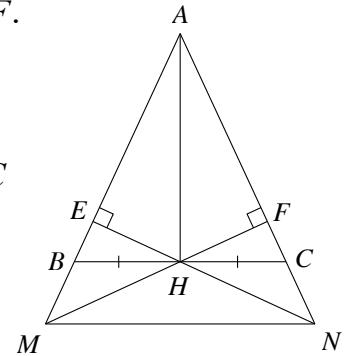


Hình 22

Bài 17: Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB = AC$. H là trung điểm của BC .

Từ H kẻ HE vuông góc với AB tại E , HF vuông góc với AC tại F .

- Chứng minh $\triangle ABH = \triangle ACH$. (Hình 23).
- Chứng minh $\triangle AHE = \triangle AHF$.
- Gọi M là giao điểm của AB với HF , N là giao điểm của AC và HE . Chứng minh $ME = NF$, $MF = NE$.



Hình 23

Bài 5. TAM GIÁC CÂN, ĐƯỜNG TRUNG TRỰC CỦA ĐOẠN THẲNG

A. LÝ THUYẾT.

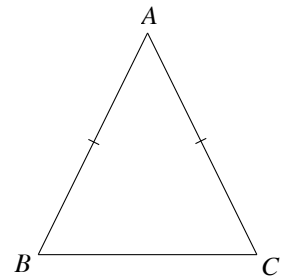
1) Tam giác cân.

Ví dụ 1: Cho $\triangle ABC$ có hai cạnh $AB = AC$.

Khi đó $\triangle ABC$ được gọi là tam giác cân.

Kết luận:

- ♣ Tam giác cân là tam giác có hai cạnh bằng nhau.
Cụ thể: Hình 1. $\triangle ABC$ cân tại đỉnh A .
Hai cạnh AB, AC là hai cạnh bên. BC là cạnh đáy.



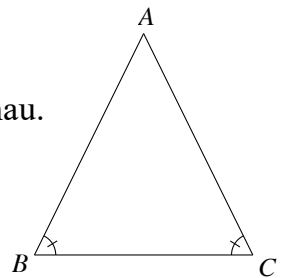
Hình 1

Hai góc \widehat{B}, \widehat{C} là hai góc ở đáy.

- ♣ Trong một tam giác cân hai góc ở đáy bằng nhau. Ngược lại tam giác có hai góc bằng nhau là tam giác cân.

Cụ thể: Hình 2. $\triangle ABC$ có $\widehat{B} = \widehat{C}$ nên là tam giác cân tại A .

- ♣ Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau hoặc ba góc bằng nhau.
- ♣ Tam giác cân có 1 góc bằng 60° là tam giác đều.
- ♣ Tam giác vuông cân là tam giác vừa vuông vừa cân tại góc vuông.



Hình 2

2) Đường trung trực của một đoạn thẳng.

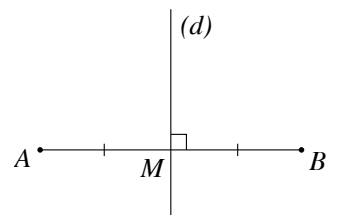
Ví dụ 2: Cho đoạn thẳng AB . M là trung điểm của AB .

Đường thẳng (d) vuông góc với AB tại M . (Hình 3).

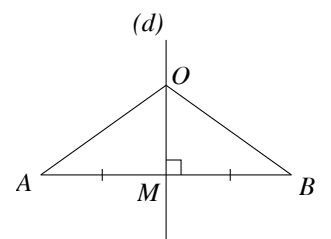
Khi đó (d) được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng AB .

Kết luận:

- ♣ Đường thẳng vuông góc với một đoạn thẳng tại trung điểm của nó được gọi là đường trung trực của đoạn thẳng đó.
- ♣ Điểm nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó.
Cụ thể: Hình 4. Điểm $O \in (d) \Rightarrow OA = OB$.
- ♣ Ngược lại điểm cách đều hai đầu mút của một đoạn thẳng thì nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng đó.



Hình 3

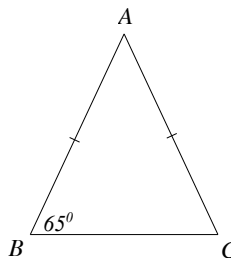


Hình 4

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho Hình 5.

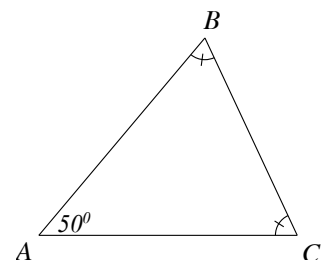
- $\triangle ABC$ là tam giác gì?
- Tính \widehat{A}, \widehat{C} .



Hình 5

Bài 2: Cho Hình 6.

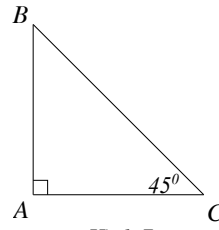
- $\triangle ABC$ là tam giác gì?
- Tính \widehat{B}, \widehat{C} .



Hình 6

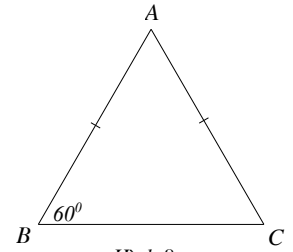
Bài 3: Cho Hình 7.

- Tính \widehat{B} .
- $\triangle ABC$ là tam giác gì?



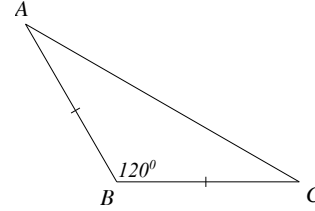
Hình 7

Bài 4: Cho Hình 8. $\triangle ABC$ là tam giác gì?



Hình 8

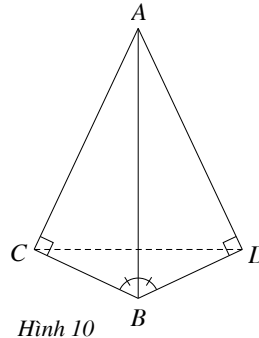
Bài 5: Cho Hình 9. $\triangle ABC$ là tam giác gì?



Hình 9

Bài 6: Cho Hình 10.

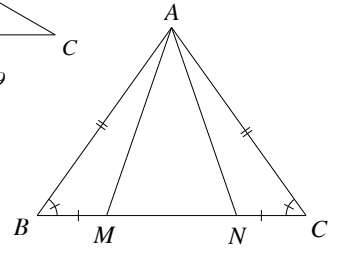
- Chứng minh $\triangle ABC = \triangle ABD$.
- $\triangle ACD$ là tam giác gì?



Hình 10

Bài 7: Cho Hình 11.

- Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACN$.
- $\triangle AMN$ là tam giác gì?

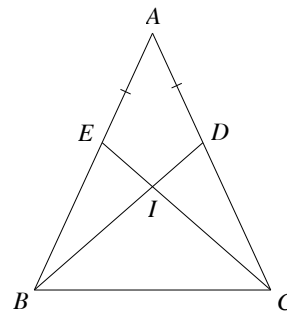


Hình 11

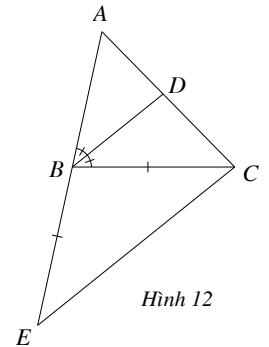
Bài 8: Cho $\triangle ABC$. Tia phân giác \widehat{B} cắt AC ở D . Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BC$. Chứng minh $BD \parallel EC$. (Hình 12).

Bài 9: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , lấy điểm D thuộc AC , E thuộc AB sao cho $AD = AE$. (Hình 13).

- So sánh \widehat{ABD} và \widehat{ACE} .
- Gọi I là giao điểm của BD và CE .
Khi đó $\triangle IBC$ là tam giác gì? Vì sao?



Hình 13



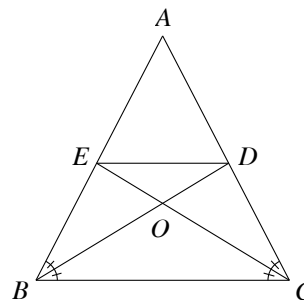
Hình 12

Bài 10: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , lấy điểm H trên AC , điểm K trên AB sao cho $AH = AK$. Gọi O là giao điểm của BH và CK . (Hình 14).

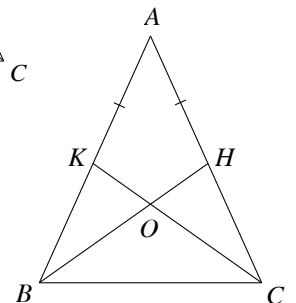
- Chứng minh $\triangle OBC$ là tam giác cân.
- Chứng minh $KH \parallel BC$.

Bài 11: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Tia phân giác của \widehat{A} cắt cạnh AC , AB lần lượt ở D và E . (Hình 15).

- Chứng minh $\triangle AED$ cân.
- Chứng minh $DE \parallel BC$.
- Chứng minh $BE = ED = DC$.



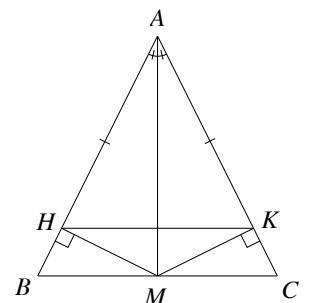
Hình 15



Hình 14

Bài 12: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Tia phân giác \widehat{BAC} cắt BC tại M . Đường thẳng qua M và vuông góc với AB cắt AB tại H . Đường thẳng qua M và vuông góc với AC cắt AC tại K . (Hình 16).

- Chứng minh $\triangle AMB = \triangle AMC$.



Hình 16

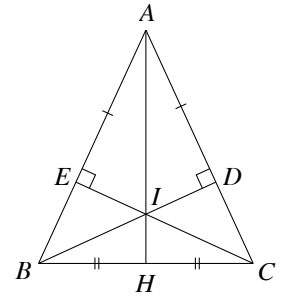
b) Chứng minh $\triangle AHM = \triangle AKM$. So sánh AH, AK .

c) Chứng minh $HK \perp AM$.

Bài 13: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , vẽ $BD \perp AC$ tại D , $CE \perp AB$ tại E . Gọi I là giao điểm của BD và CE . (Hình 17).

a) Chứng minh $BD = CE$ và $EI = DI$.

b) Gọi H là trung điểm của BC . Chứng minh A, I, H thẳng hàng.



Hình 17

Bài 14: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Gọi M là trung điểm của BC .

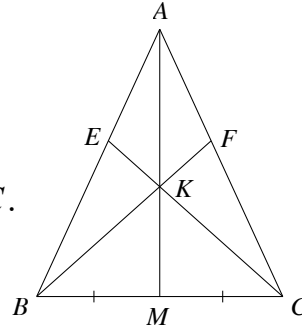
a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$.

b) Trên cạnh AM lấy điểm K bất kỳ.

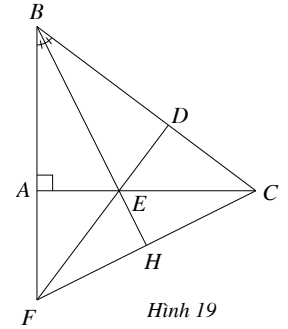
Chứng minh $KB = KC$.

c) Tia BK cắt cạnh AC tại F , tia CK cắt cạnh AB tại E . Chứng minh $EF \parallel BC$.

(Hình 18).



Hình 18



Hình 19

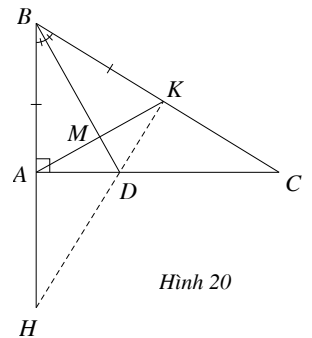
Bài 15: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $BD = BA$. Tia phân giác của \widehat{B} cắt cạnh AC ở E . (Hình 19).

a) Chứng minh $\triangle BEA = \triangle BED$.

b) Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với BE tại H .

CH cắt đường thẳng AB tại F . Chứng minh $BF = BC$

c) Chứng minh $\triangle BAC = \triangle BDF$ và D, E, F thẳng hàng.



Hình 20

Bài 16: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Trên cạnh BC lấy điểm K sao cho $BK = BA$. M là trung điểm của AK . (Hình 20).

a) Chứng minh $\triangle AMB = \triangle KMB$.

b) Đường thẳng BM cắt đường thẳng AC tại D . Chứng minh $DK \perp BC$.

c) Trên tia đối của tia AB lấy điểm H sao cho $AH = KC$.

Chứng minh H, D, K thẳng hàng.

Bài 17: Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$). Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$. Gọi M là trung điểm của cạnh BD . (Hình 21).

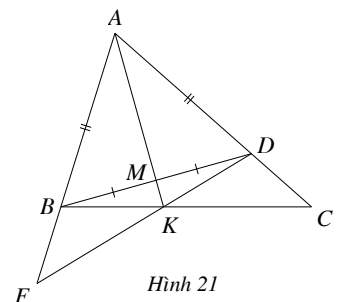
a) Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ADM$.

b) Chứng minh $AM \perp BD$.

c) Tia AM cắt cạnh BC tại K . Chứng minh $\widehat{ABK} = \widehat{ADK}$.

d) Trên tia đối của tia BA lấy điểm F sao cho $BF = DC$.

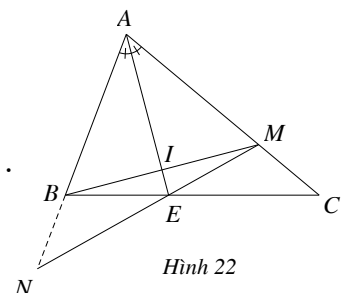
Chứng minh F, K, D thẳng hàng.



Hình 21

Bài 18: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. AE là tia phân giác \widehat{BAC} ($E \in BC$). Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$. (Hình 22).

a) Chứng minh $\triangle ABE = \triangle AME$.



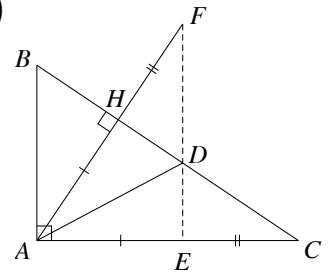
Hình 22

- b) AE cắt BM tại I . Chứng minh I là trung điểm của BM .
- c) Trên tia đối của tia EM lấy điểm N sao cho $EN = EC$. Chứng minh $\triangle ENB = \triangle ECM$.
- d) Chứng minh A, B, N thẳng hàng.

Bài 19: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Kẻ AH vuông góc với BC ($H \in BC$)

và tia phân giác AD của \widehat{HAC} ($D \in BC$). (Hình 23).

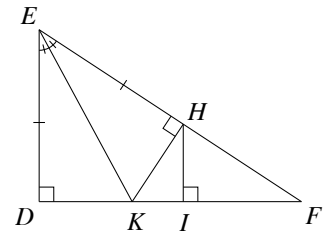
- a) Trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AH$.
Chứng minh $\triangle ADH = \triangle ADE$ và $DE \perp AC$.
- b) Trên tia đối của tia HA lấy điểm F sao cho $HF = EC$.
Chứng minh F, D, E thẳng hàng.



Hình 23

Bài 20: Cho $\triangle DEF$ vuông tại D , EK là tia phân giác của \widehat{DEF} ($K \in DF$). Trên tia EF lấy điểm H sao cho $EH = ED$. (Hình 24).

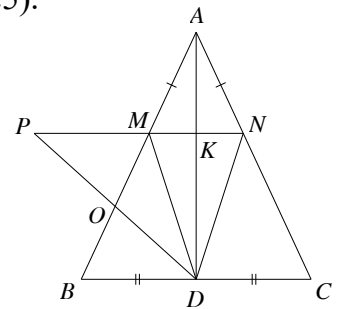
- a) Chứng minh $\triangle EDK = \triangle EHK$ từ đó suy ra $KH \perp EF$.
- b) Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với DF nó cắt DF tại I .
Chứng minh $HI \parallel ED$.



Hình 24

Bài 21: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Gọi D là trung điểm của BC . (Hình 25).

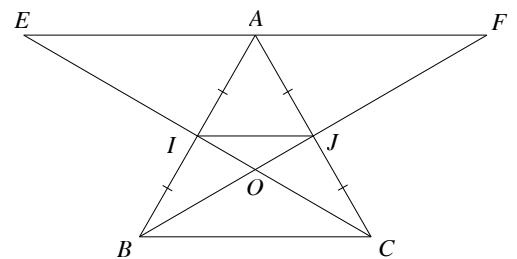
- a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ suy ra AD là tia phân giác \widehat{BAC} .
- b) Chứng minh $AD \perp BC$.
- c) Trên cạnh AB và AC lấy lần lượt hai điểm M, N sao cho $AM = AN$. Gọi K là giao điểm của AD và MN .
Chứng minh $AD \perp MN$.
- d) Gọi O là trung điểm của BM , trên tia đối của tia OD lấy điểm P sao cho $OD = OP$. Chứng minh P, M, N thẳng hàng.



Hình 25

Bài 22: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và AC . (Hình 26).

- a) Chứng minh $\triangle ABJ = \triangle ACI$.
- b) Gọi O là giao điểm của BJ và CI .
- c) Chứng minh $\triangle OBC$ có hai góc bằng nhau.
và $IJ \parallel BC$.
- d) Lấy điểm E và F sao cho I và J lần lượt là trung điểm của CE và BF . Chứng minh A là trung điểm của EF .

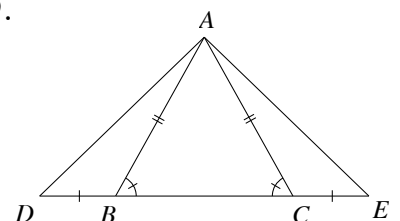


Hình 26

Bài 23: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Trên tia đối của tia BC lấy điểm D .

Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$.

Chứng minh $\triangle ADE$ là tam giác cân. (Hình 27).

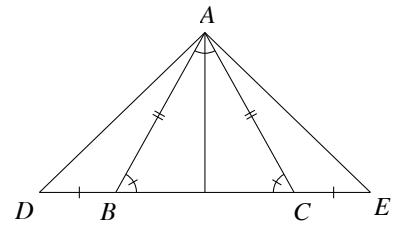


Hình 27

Bài 24: Cho $\triangle ABC$ cân tại A , AM là tia phân giác của góc A ($M \in BC$). Trên tia đối của tia BC lấy điểm D .

Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$.

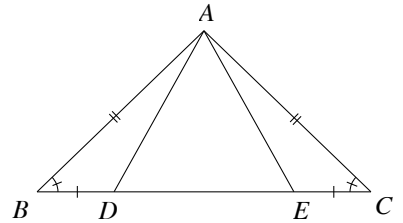
- Chứng minh $\triangle ABM = \triangle ACM$. (Hình 28).
- Chứng minh $AM \perp BC$.
- Chứng minh $\widehat{ADC} = \widehat{AEB}$.



Hình 28

Bài 25: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Trên cạnh BC lấy 2 điểm D và E sao cho $BD = CE$. Nối AD và AE . (Hình 29).

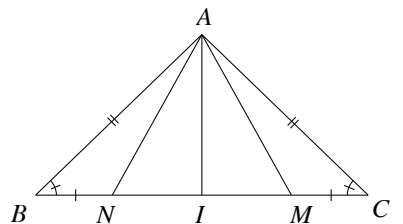
- Chứng minh $\triangle ADE$ cân.
- Chứng minh $\triangle ABE = \triangle ACD$.



Hình 29

Bài 26: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Lấy điểm I là trung điểm của BC . Trên tia BC lấy điểm N , trên tia CB lấy điểm M sao cho $CN = BM$. Chứng minh (Hình 30).

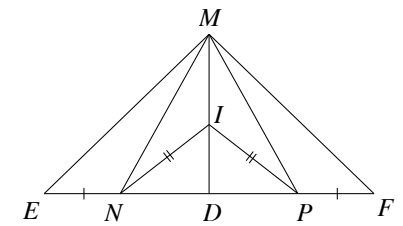
- $\widehat{ABI} = \widehat{ACI}$ và AI là tia phân giác của góc \widehat{BAC} .
- $AM = AN$.
- $AI \perp BC$.
- AI là đường trung trực của MN .



Hình 30

Bài 27: Cho $\triangle MNP$ cân tại M . Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng NP . (Hình 31).

- Chứng minh $\triangle MND = \triangle MPD$. Từ đó suy ra $MD \perp NP$.
- Trên tia đối của tia NP lấy điểm E và trên tia đối của tia PN lấy điểm F sao cho $NE = PF$. Chứng minh $ME = MF$.
- Lấy điểm I bên trong $\triangle MNP$ sao cho $IN = IP$. Chứng minh M, I, D thẳng hàng.

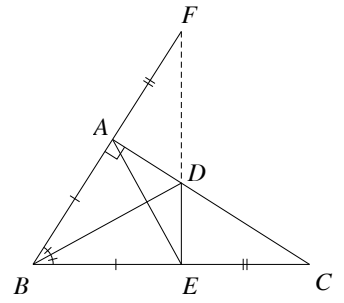


Hình 31

ÔN TẬP CHƯƠNG 4.

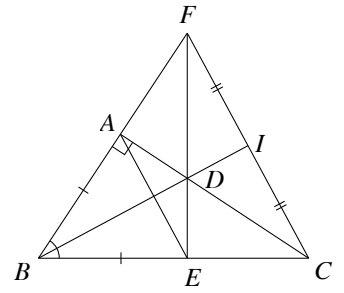
Bài 1: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Kẻ BD là tia phân giác của $\triangle ABC$ ($D \in AC$). Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$.

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EBD$.
- Chứng minh $DE = AD$ và $DE \perp BC$.
- Chứng minh BD là đường trung trực của AE .
- Trên tia đối của tia AB lấy điểm F sao cho $AF = CE$. Chứng minh D, F, E thẳng hàng.



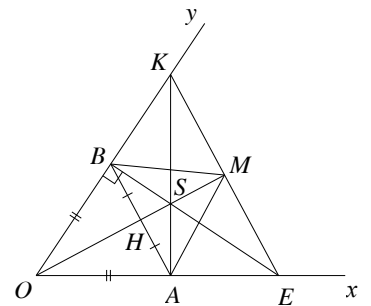
Bài 2: Cho $\triangle ABC$ có $\widehat{A} = 90^\circ$. Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Tia phân giác của \widehat{B} cắt AC tại D .

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle EBD$ và $DE \perp BC$.
- Gọi F là giao điểm của AB và DE . Chứng minh $AF = CE$.
- Gọi I là trung điểm của CF . Chứng minh B, D, I thẳng hàng.
- Chứng minh $\widehat{BAE} = \widehat{EAC} + \widehat{ECA}$.



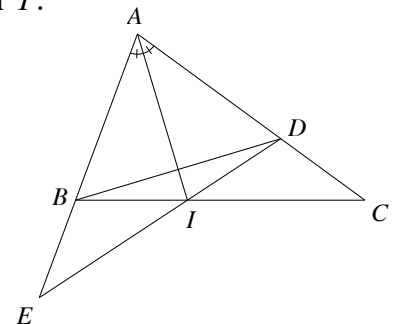
Bài 3: Cho góc nhọn $\widehat{xOy} > 50^\circ$. Lấy điểm A trên tia Ox ($A \neq O$) và điểm B trên tia Oy sao cho $OA = OB$. Gọi H là trung điểm của đoạn AB .

- Chứng minh $\triangle OAH = \triangle OBH$.
- Trên tia OH lấy điểm M sao cho $OM > OH$. Chứng minh $AM = MB$.
- Qua M kẻ đường thẳng song song với AB cắt Ox tại E và Oy tại K . Chứng minh $OH \perp EK$ và OM là đường trung trực của EK .
- Gọi giao điểm của AK với BE là S . Chứng minh OS là tia phân giác của \widehat{xOy} .



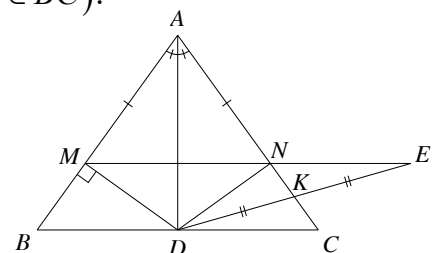
Bài 4: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. Tia phân giác \widehat{A} cắt cạnh BC tại I . Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$.

- Chứng minh $BI = ID$.
- Tia DI cắt tia AB tại E . Chứng minh $\triangle IBE = \triangle IDC$.
- Chứng minh $BD \parallel EC$.
- Cho $\widehat{ABC} = 2\widehat{ACB}$. Chứng minh $AB + BI = AC$.



Bài 5: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Vẽ AD là phân giác góc \widehat{BAC} ($D \in BC$).

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle ACD$.
- Chứng minh AD là trung trực của BC .
- Vẽ $DM \perp AB$ tại M . Trên cạnh AC lấy N sao cho $AN = AM$. Chứng minh $\triangle ADM = \triangle ADN$.



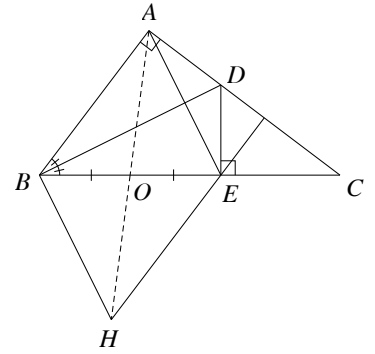
và $DN \perp AC$.

- d) Gọi K là trung điểm của CN . Trên tia đối của tia KD lấy điểm E sao cho $KE = KD$.
 Chứng minh M, N, E thẳng hàng.

Bài 6: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , BD là phân giác \widehat{B} ($D \in AC$).

Kẻ $DE \perp BC$ tại E .

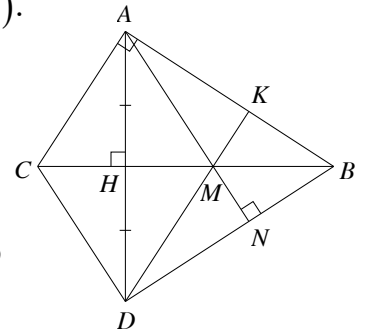
- a) Chứng minh $BA = BE$.
 b) Chứng minh BD là đường trung trực của AE .
 c) Kẻ $Bx \perp BD$ (Bx nằm trên nửa mặt phẳng bờ BD không chứa điểm A), trên tia Bx lấy điểm H sao cho $BH = AE$.
 Chứng minh $HE \perp AC$.
 d) O là trung điểm của BE . Chứng minh A, O, H thẳng hàng.



Bài 7: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB > AC$. Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$).

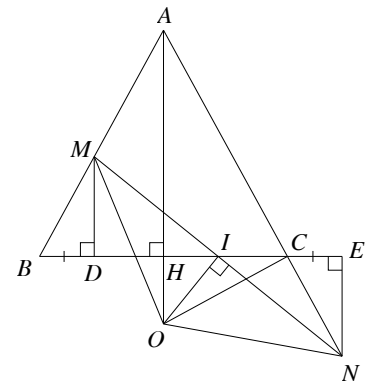
Lấy điểm D thuộc tia đối của tia HA sao cho $HD = HA$.

- a) Chứng minh rằng $\triangle CAH = \triangle CDH$
 và tia CB là tia phân giác của \widehat{ACD} .
 b) Qua D kẻ một đường thẳng song song với AC cắt BC tại M và cắt AB tại K . Chứng minh $\triangle CHA = \triangle MHD$ và AD là đường trung trực của CM .
 c) Kẻ $BN \perp AM$ (N thuộc tia AM). Chứng minh B, N, D thẳng hàng.



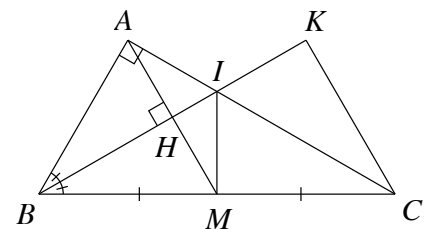
Bài 8: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm D . Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $BD = CE$. Các đường thẳng vuông góc với BC kẻ từ D và E cắt AB và AC lần lượt ở M và N . Chứng minh

- a) $DM = EN$
 b) Đường thẳng BC cắt MN tại điểm I là trung điểm của MN .
 Kẻ $AH \perp BC$, ($H \in BC$). Đường thẳng vuông góc với MN tại I cắt đường thẳng AH tại O .
 Chứng minh $\triangle OAB = \triangle OAC$ và $\triangle OBM = \triangle OCN$.
 c) $OC \perp AC$.



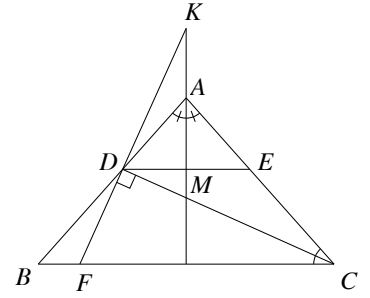
Bài 9: Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Gọi M là trung điểm của BC . Phân giác \widehat{ABC} cắt AC tại I . Biết $BI \perp AM$ tại H .

- a) Chứng minh $IA = IM$.
 b) Tính các góc của $\triangle BIC$.
 c) Biết độ dài các cạnh của $\triangle ABC$ là ba số nguyên dương liên tiếp. Tính chu vi của $\triangle ABC$.
 d) Trên tia đối của tia HB lấy điểm K sao cho $HK = HB$.
 Chứng minh $\triangle AIB = \triangle KIC$.



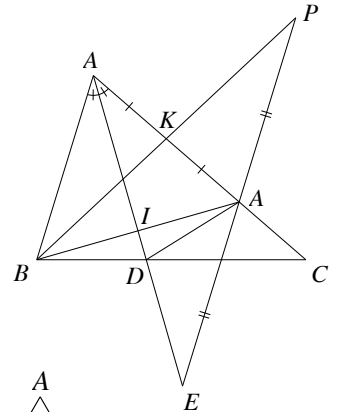
Bài 10: Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Kẻ tia phân giác CD ($D \in AB$). Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với CD cắt BC tại F và cắt CA tại K , đường thẳng kẻ qua D và song song với BC cắt AC tại E . Phân giác góc \widehat{BAC} cắt DE tại M . Chứng minh

- $\triangle CDF = \triangle CDK$.
- $\triangle DEC, \triangle DEK$ là các tam giác cân.
- $CF = 2 \cdot BD$.
- $MD = \frac{1}{4}CF$.



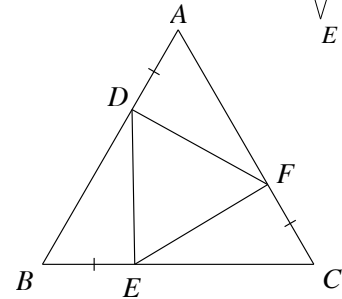
Bài 11: Cho $\triangle ABC$ có $AB < AC$. AD là tia phân giác của \widehat{BAC} . Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $AM = AB$.

- Chứng minh $\triangle ABD = \triangle AMD$.
- Gọi I là giao điểm của AD và BM .
- Chứng minh I là trung điểm BM và $AI \perp BM$.
- Gọi K là trung điểm của AM , trên tia đối của tia KB lấy điểm P sao cho $KB = KP$. Chứng minh $MP \parallel AB$.
- Trên tia đối của tia MP lấy điểm E sao cho $MP = ME$. Chứng minh A, I, E thẳng hàng.



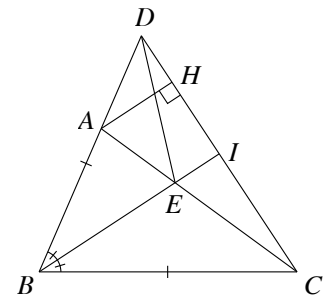
Bài 12: Cho $\triangle ABC$ đều, Trên các cạnh AB, BC, CA lần lượt lấy ba điểm D, E, F sao cho $AD = BE = CF$.

Chứng minh rằng $\triangle DEF$ là tam giác đều.



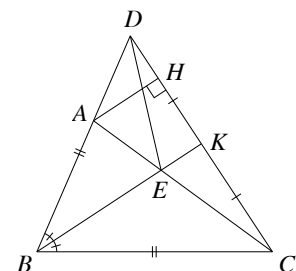
Bài 13: Cho $\triangle ABC$ có $AB < BC$. Trên tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC$. Tia phân giác \widehat{B} cắt AC và DC lần lượt tại E và I .

- Chứng minh $\triangle BEC = \triangle BED$.
- Chứng minh $ID = IC$.
- Từ A kẻ $AH \perp DC$ tại H .
Chứng minh $AH \parallel BI$.



Bài 14: Cho $\triangle ABC$ có $AB < BC$. Trên tia BA lấy điểm D sao cho $BC = BD$. Tia phân giác \widehat{B} cắt AC ở E . Gọi K là trung điểm của DC .

- Chứng minh $\triangle BED = \triangle BEC$.
- Chứng minh $EK \perp DC$.
- Chứng minh B, K, E thẳng hàng.
- Kẻ $AH \perp DC, (H \in DC)$. $\triangle ABC$ cần thêm điều kiện gì để $\widehat{DAH} = 45^\circ$.



CHƯƠNG V. THU THẬP VÀ BIỂU DIỄN DỮ LIỆU

Bài 1. THU THẬP VÀ PHÂN LOẠI DỮ LIỆU

A. LÝ THUYẾT.

1) Thu thập và phân loại dữ liệu.

Ví dụ 1: Cho các dãy dữ liệu sau:

- Các loại màu sắc gồm có: Xanh, đỏ, cam, vàng, trắng, đen.
- Các loại bộ nhớ của USB: 8G; 16G; 32G; 64G; 128G
- Các loại học lực: Giỏi; Khá; Trung Bình; Yếu.

Nhận thấy rằng dữ liệu ở câu b là dữ liệu liên quan đến số nên gọi là số liệu.

Còn dữ liệu ở câu a, c có dữ liệu không phải là số.

Kết luận:

- ♣ Dữ liệu có thể là số liệu hoặc không phải là số liệu.
- ♣ Dữ liệu là số liệu còn gọi là dữ liệu định lượng, dữ liệu không phải là số gọi là dữ liệu định tính.

Chú ý:

- ♣ Trong dữ liệu không phải là số có thể chia thành hai loại nhỏ, là dữ liệu có thể sắp thứ tự và dữ liệu không thể sắp thứ tự

Cụ thể: Dữ liệu không thể sắp thứ tự ở câu a, dữ liệu có thể sắp thứ tự là câu c.

Ví dụ 2: Bạn Thảo đã hỏi một số bạn trong lớp về một số câu hỏi và thu được kết quả như sau:

- Tháng sinh của bạn là tháng mấy: tháng 3, tháng 5, tháng 7, tháng 9.
- Quê ngoại của bạn ở đâu: Nội thành Hà Nội, Thái Bình, Ngoại thành Hà Nội, Hưng yên.
- Sự yêu thích của bạn với môn Toán: Thích, Bình thường, Không thích.
- Chiều cao của bạn: 1,2m; 1,4m; 1,3m; 1,35m.

Khi đó:

Dữ liệu ở câu a và câu d là dữ liệu số.

Dữ liệu ở câu b không phải là dữ liệu số, dữ liệu ở câu c không là dữ liệu số và có thể sắp thứ tự.

2) Tính đại diện của dữ liệu.

- ♣ Để có thể đưa ra các kết luận hợp lí, dữ liệu thu được phải đảm bảo tính đại diện cho toàn bộ đối tượng đang được quan tâm.

Ví dụ 3: Kết quả điều tra về số lượng xe gửi trong 1 tuần của một bãi gửi xe ô tô, xe máy được cho bởi bảng sau:

Loại xe	Thứ 2	Thứ 3	Thứ 4	Thứ 5	Thứ 6	Thứ 7	CN
Ô tô	90	95	88	76	80	98	102

Dữ liệu trên có đại diện cho số lượng xe được gửi trong một tuần của bãi xe trên không?

Dữ liệu trên không đại diện cho số lượng xe một tuần của bãi xe trên, vì bãi xe trên bao gồm cả xe máy và ô tô, nhưng dữ liệu trên chỉ cho ta biết thông tin về xe ô tô.

Ví dụ 4: Kết quả điều tra về màu sắc sản phẩm bán được trong 1 tháng tại một shop quần áo được cho bởi bảng thống kê sau:

Màu sắc	Đen	Xám bạc	Xanh rêu	Ghi	Xanh dương
Quần	56	43	21	50	32

Dữ liệu trên có đại diện cho màu sắc mặt hàng bán được của shop quần áo không?

Dữ liệu trong bảng không đại diện cho màu sắc mặt hàng bán được của shop quần áo. vì trong shop có đủ cả quần và áo, nhưng dữ liệu trong bảng chỉ cho thông tin về màu sắc của quần bán được.

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Hãy cho biết dữ liệu dưới đây là dữ liệu số hay không là dữ liệu số.

- Danh sách một số loại phương tiện: Xe máy, ô tô, máy bay,
- Màu sắc một số màu sơn tường: vàng, trắng, cam, xanh,
- Chiều dài của một số máy bay dân dụng: $73,9m$; $63m$; $66,89m$;

Bài 2: Cho các dãy dữ liệu sau, đâu là dữ liệu số, dữ liệu nào có thể sắp thứ tự được?

- Áo trắng, quần đen, giày thể thao, mũ trắng.
- 50% ; 30% ; 17% ; 3% .
- $2h$; $3h$; $4h$; $5h$.
- Vỡ, sách, bút, thước, cục tẩy.

Bài 3: Cho bảng sau:

Tốc độ chạy trung bình của một số loài động vật		
Con vật	Tốc độ (km/h)	Tên loài điển hình
Chó sói	69	Sói bắc cực
Ngựa vằn	64	Ngựa vằn chamman
Son dương	98	Son dương sumatra
Thỏ	56	Thỏ Angora

Trong bảng trên, đâu là dữ liệu số, đâu là dữ liệu không phải số.

Bài 4: Khi tìm hiểu về việc học thêm môn Toán của một số học sinh trong lớp, Yến thu về bảng thông tin sau

STT	Gới tính	Tuổi	Ý kiến
1	Nam	13	Thích
2	Nam	13	Không thích
3	Nữ	13	Không thích
4	Nam	13	Không thích
5	Nữ	13	Thích
6	Nữ	13	Thích

Trong các loại dữ liệu thống kê trên, dữ liệu thống kê nào là số liệu?

Bài 5: Sở thích môn Toán của các bạn lớp 7A được ghi ở bảng sau:

Sở thích	Rất thích	Bình thường	Không thích
Bạn nam	6	3	5

Bảng trên có đại diện cho sở thích môn Toán của các bạn lớp 7A

Bài 6: Tìm hiểu về môn học yêu thích của các bạn trong lớp 7B, cô giáo lập phiếu thu như bảng sau và học sinh sẽ tích vào các môn mà học sinh chọn.

Môn học	Toán	Văn	Anh
Thích			
Không thích			

Dữ liệu trên có đại diện cho môn học yêu thích của các bạn trong lớp 7B hay không?

Bài 7: Cô giáo chủ nhiệm muốn lấy ý kiến của các bạn học sinh lớp 7A về sở thích học môn Toán của lớp.

- Em hãy cho biết đối tượng mà cô giáo muốn lấy ý kiến.
- Trong các cách lấy ý kiến sau, cách nào hợp lý hơn:

Cách 1: Lấy ý kiến của các bạn học giỏi Toán của lớp.

Cách 2: Lấy ý kiến của tất cả các bạn ở tổ I.

Bài 2. BIỂU ĐỒ HÌNH QUẠT TRÒN.

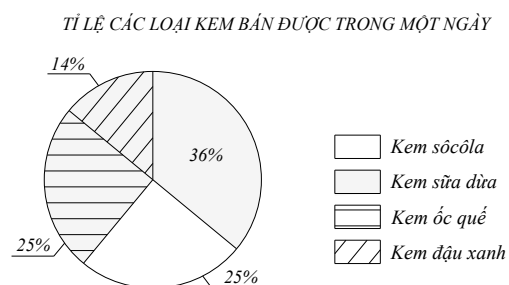
A. LÝ THUYẾT.

1) Đọc và mô tả biểu đồ hình quạt tròn.

- ♣ Biểu đồ hình quạt tròn dùng để so sánh các phần trong toàn bộ dữ liệu.
- ♣ Trong biểu đồ hình quạt tròn, mỗi phần là một hình quạt tròn, cả hình tròn biểu diễn toàn bộ dữ liệu ứng với 100%.

Ví dụ 1: Biểu đồ ở *Hình 1*. Cho biết các loại kem bán ra trong một ngày của một cửa hàng kem.

- Em hãy chỉ ra các thành phần của biểu đồ trên.
- Trong biểu đồ, hình tròn được chia thành mấy hình quạt, mỗi hình quạt biểu diễn số liệu nào?
- Em hãy lập bảng thống kê tỉ lệ các loại kem bán được trong một ngày của cửa hàng đó.



Hình 1

- Các thành phần trong biểu đồ ở *Hình 1* gồm có:

Tiêu đề: Tỉ lệ các loại kem bán được trong một ngày.

Hình tròn biểu diễn dữ liệu và Chú giải.

- Trong biểu đồ hình tròn được chia thành 4 hình quạt, mỗi hình quạt biểu diễn tỉ lệ một loại kem được bán ra.
- Từ biểu đồ hình tròn ta có bảng thống kê sau

	Kem sôcôla	Kem sữa dừa	Kem ốc quế	Kem đậu xanh
Tỉ lệ phần trăm	36%	25%	25%	14%

Nhận xét:

- ♣ Mỗi 1% ứng với một góc $3,6^0$ ở tâm của hình tròn.
- ♣ Phần hình quạt ứng với một nửa đường tròn là 50%.

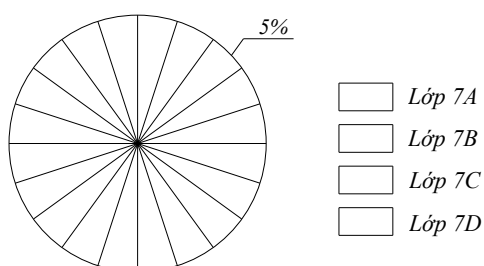
2) Biểu diễn dữ liệu vào biểu đồ hình quạt tròn.

Ví dụ 2: Tỉ lệ các bạn trong trường dự đoán đội vô địch giải bóng đá học sinh khối 7 được cho bởi bảng sau:

	7A	7B	7C	7D
Tỉ lệ dự đoán	15%	30%	20%	35%

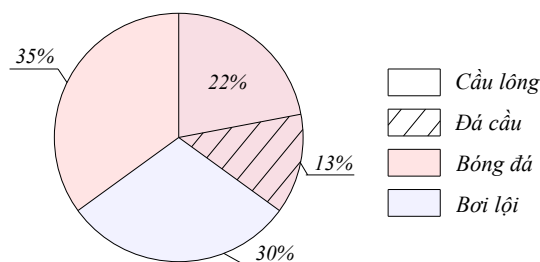
Em hãy biểu diễn thông tin bảng trên vào biểu đồ ở *Hình 2*.

TỈ LỆ DỰ ĐOÁN VÔ ĐỊCH CỦA CÁC LỚP KHỐI 7



Hình 2

TỈ LỆ HỌC SINH THAM GIA CÁC MÔN THỂ THAO CỦA LỚP 7A



Hình 3

3) Phân tích dữ liệu trong biểu đồ hình quạt tròn.

Ví dụ 3: Cho biểu đồ ở Hình 3.

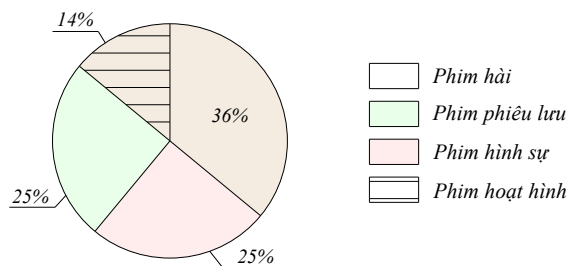
- Môn thể thao nào được các bạn lớp 7A tham gia nhiều nhất.
 - Lớp 7A có 40 học sinh. Khi đó số học sinh tham gia bóng đá là bao nhiêu em?
 - Môn thể thao nào được ít các bạn tham gia nhất? chiếm bao nhiêu phần trăm học sinh cả lớp.
- Từ biểu đồ ta thấy, môn bơi lội được các bạn lớp 7A tham gia nhiều nhất chiếm 35%.
 - Số học sinh tham gia bóng đá chiếm 30% trong tổng số 40 học sinh nên số học sinh tham gia bóng đá là $30\% \cdot 40 = \frac{3}{10} \cdot 40 = 12$ học sinh.
 - Môn đá cầu được ít các bạn tham gia nhất chiếm 13% số học sinh cả lớp.

B. BÀI TẬP.

Bài 1: Cho biểu đồ ở Hình 4.

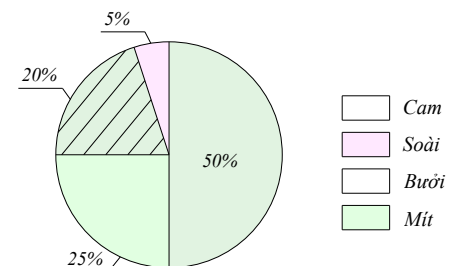
- Trong biểu đồ trên, có mấy thể loại phim được thống kê.
- Loại phim nào được các bạn học sinh khối lớp 7 yêu thích nhất?
- Phim hoạt hình có bao nhiêu bạn yêu thích?

TỈ LỆ YÊU THÍCH CÁC THỂ LOẠI PHIM CỦA 80 HỌC SINH LỚP 7



Hình 4

TỈ LỆ CÁC LOẠI TRÁI CÂY ĐƯỢC GIAO CHO CỬA HÀNG A



Hình 5

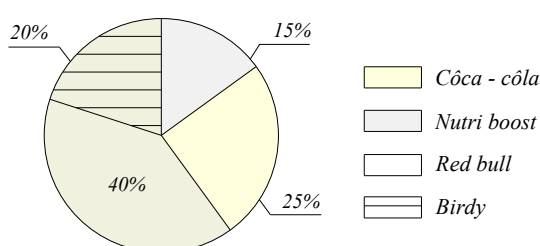
Bài 2: Cho biểu đồ ở Hình 5.

- Trong biểu đồ trên, có mấy loại trái cây của hàng A nhập về.
- Loại trái cây nào nhập về nhiều nhất, loại nào ít nhất, chiếm bao nhiêu phần trăm.
- Nếu tổng các loại trái cây là 200kg thì Cam chiếm bao nhiêu kg?

Bài 3: Biểu đồ ở Hình 6 thể hiện các mặt hàng nước ngọt bán được của một cửa hàng trong một tháng.

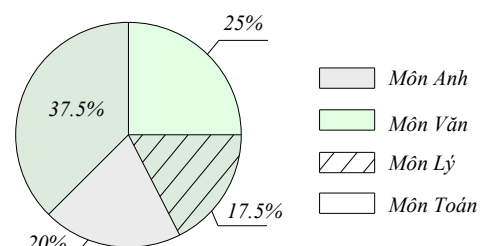
- Cửa hàng bán sản phẩm nào nhiều nhất, ít nhất.
- Tổng tất cả có bao nhiêu phần trăm.
- Cửa hàng nhận thấy đã bán hết tổng 375 lon nước. Hỏi cửa hàng đã bán được bao nhiêu lon nước Bridy trong một tháng.

TỈ LỆ CÁC LOẠI NƯỚC BÁN RA CỦA MỘT CỬA HÀNG



Hình 6

TỈ LỆ HỌC SINH LỰA CHỌN MÔN HỌC YÊU THÍCH KHỐI LỚP 7



Hình 7

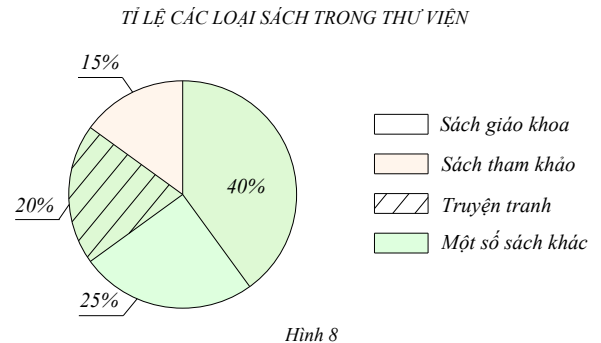
Bài 4: Biểu đồ ở *Hình 7* thể hiện tỉ lệ các bạn học sinh khối lớp 7 lựa chọn môn học yêu thích.

- Trong các môn học, môn nào được các bạn học sinh lựa chọn nhiều nhất? ít nhất.
- Lập bảng thống kê cho biểu đồ ở *Hình 7*.
- Thầy giáo thấy rằng có 70 bạn thích học Lý, em hãy tính xem khối lớp 7 có bao nhiêu bạn học sinh.

Bài 5: Tỉ lệ các loại sách trong thư viện của một

Trường được cho ở *Hình 8*.

- Sách giáo khoa chiếm bao nhiêu phần trăm.
- Sách nào có nhiều nhất, ít nhất trong thư viện
- Lập bảng thống kê thể hiện biểu đồ ở *Hình 8*.

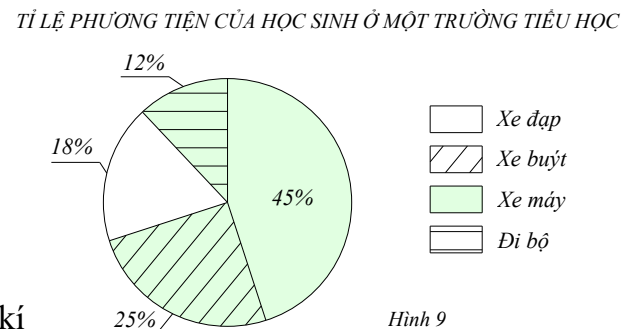


Bài 6: Biểu đồ ở *Hình 9* thể hiện các loại phương

tiện di chuyển của học sinh khi đi học tại một

trường tiểu học.

- Học sinh chủ yếu sử dụng phương tiện nào nhiều nhất, ít nhất.
- Học sinh được bố mẹ đưa đón bằng xe máy chiếm bao nhiêu phần trăm.
- Trường này cho biết có 360 học sinh đăng kí đi xe đạp. em hãy tính số học sinh toàn trường của trường tiểu học này.



Bài 7: Biểu đồ doanh thu một số dòng sản phẩm của một cửa hàng điện tử trong một tháng được cho bởi bảng sau:

Các loại sản phẩm	Máy tính	Điện thoại	Bàn phím	Chuột không dây
Doanh số	10	80	20	40

Vẽ biểu đồ hình quạt tròn thể hiện bảng số liệu trên.

Bài 8: Cho bảng thống kê sau:

Lợi nhuận sản phẩm trên mỗi mặt hàng				
Các loại sản phẩm	Xe đạp trẻ em	Xe máy điện	Pin	Phụ kiện đi kèm
Doanh số	20%	60%	15%	5%

Vẽ biểu đồ hình quạt tròn thể hiện dữ liệu trên.

Bài 3. BIỂU ĐỒ ĐOẠN THẲNG

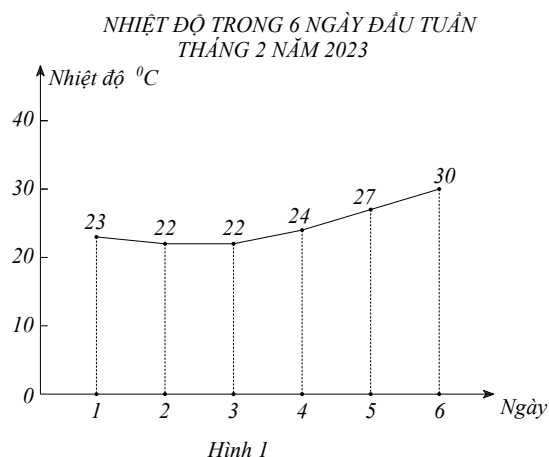
A. LÝ THUYẾT.

1) Giới thiệu về biểu đồ đoạn thẳng.

- ♣ Biểu đồ đoạn thẳng thường được dùng để biểu diễn sự thay đổi của một đại lượng theo thời gian. Các thành phần của biểu đồ đoạn thẳng gồm:
 - + Trục ngang biểu diễn thời gian.
 - + Trục dọc biểu diễn đại lượng quan tâm.
 - + Mỗi điểm biểu diễn giá trị của đại lượng tại một thời điểm. Hai điểm liên tiếp được nối với nhau bởi một đoạn thẳng.
 - + Tiêu đề của biểu đồ thường ở dòng trên cùng.

Ví dụ 1: Trong biểu đồ ở Hình 1. gồm có:

- + Tiêu đề: Nhiệt độ 6 ngày đầu tuần tháng 2 năm 2024
- + Trục đứng: Thể hiện nhiệt độ.
- + Trục ngang: Thể hiện ngày
- + Các điểm được nối với nhau bởi các đoạn thẳng.

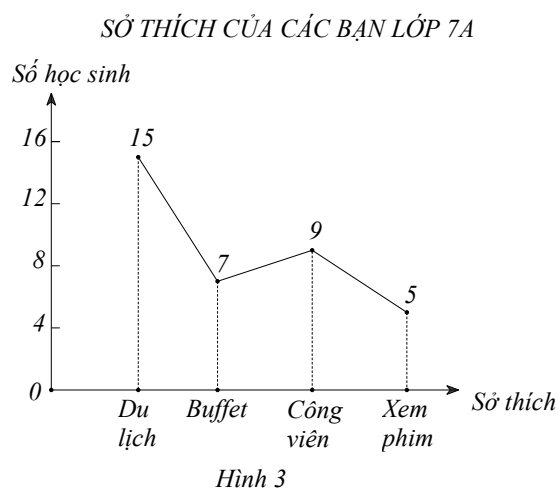
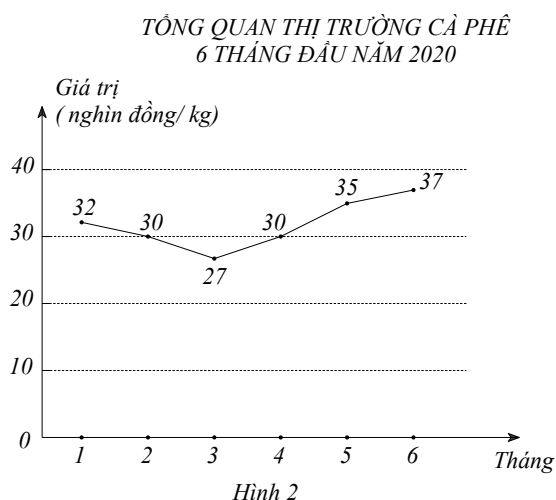


2) Đọc và phân tích dữ liệu trong biểu đồ đoạn thẳng.

- ♣ Biểu đồ đoạn thẳng giúp ta dễ dàng nhận ra xu thế của đại lượng ta đang quan tâm theo thời gian.

Ví dụ 2: Cho biểu đồ ở Hình 2.

- Cho biết biểu đồ cho ta biết thông tin gì?
- Theo em, tháng nào giá trị của cà phê thấp nhất, tháng nào cà phê có giá trị cao nhất?
- Từ biểu đồ em hãy lập bảng thống kê về giá trị của cà phê trong 6 tháng đầu năm 2020



Ví dụ 3: Biểu đồ ở *Hình 3* thể hiện sở thích của các bạn trong lớp 7A

- Sở thích nào được các bạn lựa chọn nhiều nhất, ít nhất.
- Nếu mỗi bạn chỉ được lựa chọn một sở thích và bạn nào cũng chọn. Em hãy cho biết lớp 7A có bao nhiêu bạn học sinh?
- Từ thông tin biểu đồ, em hãy lập bảng thống kê thể hiện sở thích các bạn lớp 7A.

3) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng.

- ♣ Để vẽ biểu đồ đoạn thẳng ta cần vẽ hai trục ngang và dọc.
- ♣ Trên trục ngang ta thường lấy các đại lượng ta quan tâm, trên trục dọc thể hiện giá trị của các đại lượng.

Chú ý:

- ♣ Khi lấy các giá trị trên trục nằm dọc, các giá trị bằng nhau sẽ được thể hiện bởi các đoạn thẳng bằng nhau.

Ví dụ 4: Cho bảng thống kê chiều cao của một cây đậu trong 5 ngày.

Ngày	Ngày 1	Ngày 2	Ngày 3	Ngày 4	Ngày 5
Chiều cao (cm)	0,5	0,75	1	1,4	2,5

Em hãy vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu thị bảng số liệu trên.

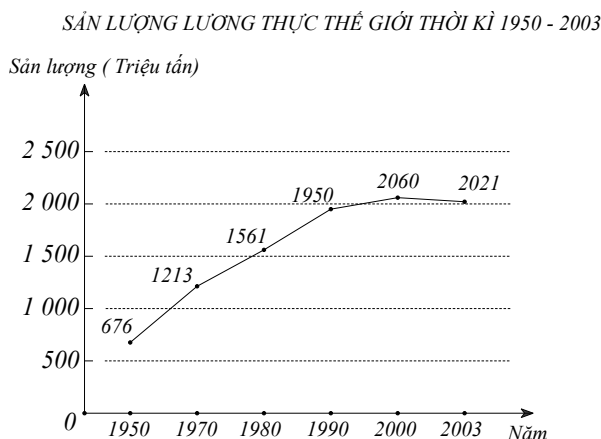
Giải

Ta vẽ trục ngang thể hiện các ngày từ ngày 1 đến ngày 5.

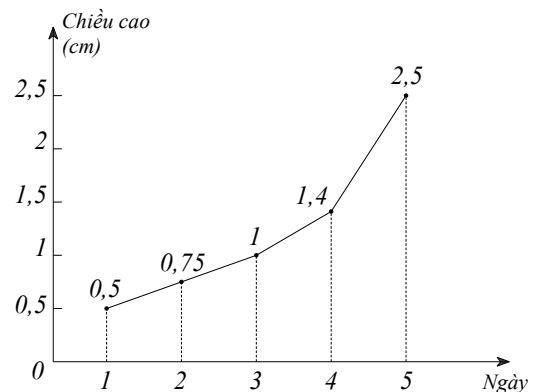
Trục dọc ta thể hiện chiều cao theo cm. (*Hình 4*).

B. BÀI TẬP.

CHIỀU CAO CỦA MỘT CÂY ĐẬU TRONG 5 NGÀY ĐẦU TIÊN



Hình 5



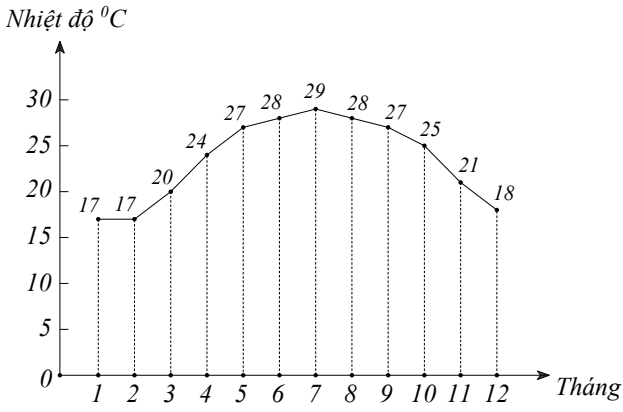
Hình 4

Bài 1: Quan sát biểu đồ ở *Hình 5*. rồi trả lời một số câu hỏi sau

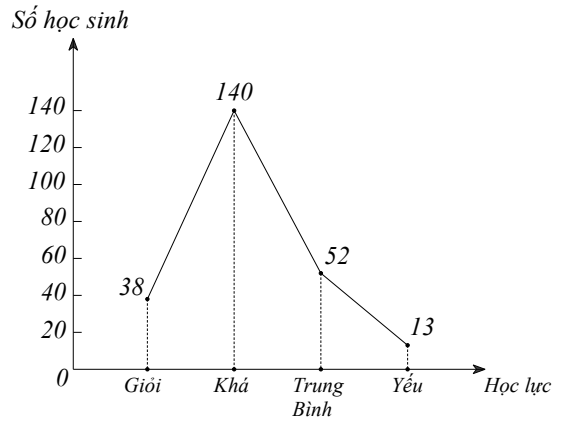
- Biểu đồ biểu diễn thông tin gì?
- Đơn vị thời gian là gì?
- Năm bao nhiêu thì sản lượng lương thực thế giới đạt trên 2000 triệu tấn.

Bài 2: Quan sát biểu đồ ở *Hình 6*.

- Tháng nào trong năm có nhiệt độ trung bình cao nhất? thấp nhất? là bao nhiêu độ?
- Giải thích vì sao các tháng 6,7,8 lại có nhiệt độ trung bình cao nhất trong năm?
- Lập bảng thống kê thể hiện biểu đồ trên.



Hình 6



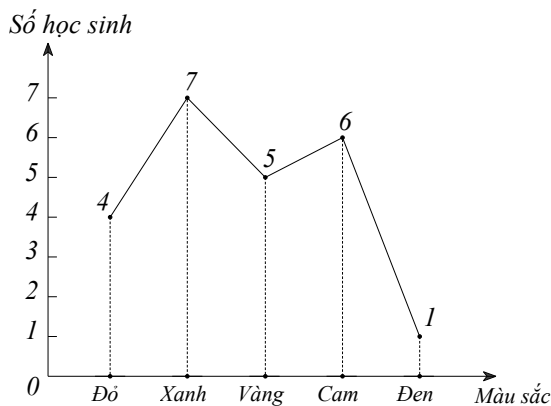
Hình 7

Bài 3: Sau khi tổng kết học kì 1 của một trường THCS, trường này đã thể hiện học lực học sinh toàn trường vào biểu đồ ở Hình 7.

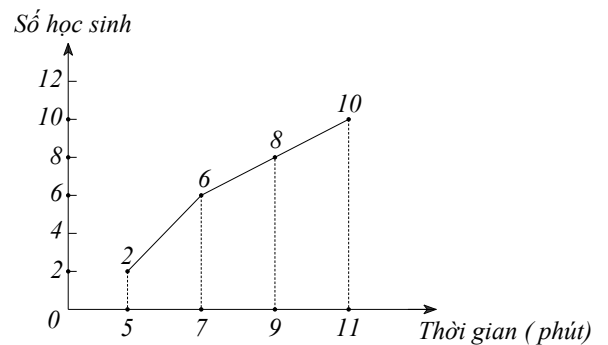
- Có những loại học lực nào được thể hiện trong bản đồ, học sinh trường này chiếm học lực nào nhiều nhất, ít nhất, chiếm bao nhiêu học sinh?
- Có bao nhiêu bạn đạt học lực Giỏi, nếu chỉ tiêu nhà trường đưa ra trong học kì 1 là học sinh có học lực giỏi chiếm 20% thì kết quả trên đã đạt được chưa.
- Em hãy lập bảng thống kê thể hiện thông tin ở biểu đồ trên.

Bài 4: Thông tin về tỉ lệ học sinh yêu thích các loại màu sắc của các bạn học sinh trong lớp 7D .

- Cho biết màu nào được học sinh yêu thích nhiều nhất? chiếm bao nhiêu học sinh?
- Màu nào được các bạn lựa chọn ít nhất? kém hơn so với màu được lựa chọn nhiều nhất là bao nhiêu bạn?
- Em hãy cho biết lớp 7D có bao nhiêu học sinh, biết rằng mỗi bạn học sinh chỉ được chọn 1 màu và có 4 bạn không chọn màu?



Hình 8



Hình 9

Bài 5: Biểu đồ ở *Hình 9* thể hiện thời gian giải một bài toán của các bạn học sinh lớp 7A

- Thời gian nhiều nhất để 1 học sinh lớp 7A giải bài toán này là bao nhiêu phút?
- Nếu giải bài toán trên trong vòng 5 phút thì thầy giáo sẽ có phần thưởng, vậy lớp 7A có bao nhiêu bạn được thầy giáo thưởng?
- Lớp 7A có bao nhiêu học sinh? Từ 8 phút trở lên, bao nhiêu bạn làm xong?

Bài 6: Bảng thống kê thể hiện số học sinh đạt điểm tốt của lớp 7A trong các tháng của học kì 1.

Tháng	Tháng 9	Tháng 10	Tháng 11	Tháng 12
Số học sinh	7	9	12	8

Em hãy vẽ biểu đồ thể hiện bảng thống kê trên

Bài 7: Thời gian giải một bài toán của 10 em học sinh lớp 7A được thể hiện trong bảng thống kê sau

Thời gian (phút)	5	7	12	14
Số học sinh	1	2	5	2

Em hãy vẽ biểu đồ thể hiện bảng thống kê trên.