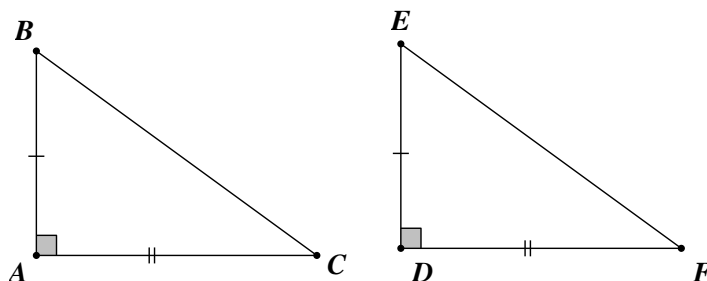


# CHUYÊN ĐỀ 15. CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU CỦA HAI TAM GIÁC VUÔNG

## PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

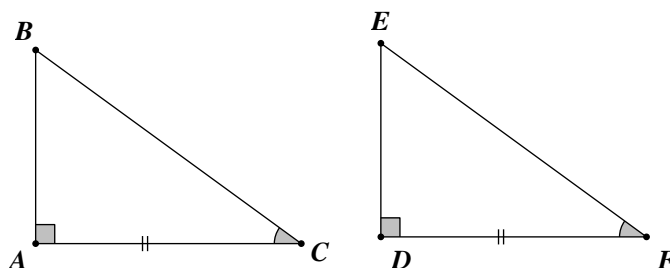
### 1. Trường hợp hai cạnh góc vuông

Nếu hai cạnh góc vuông của tam giác vuông này lần lượt bằng hai cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp cạnh – góc – cạnh).



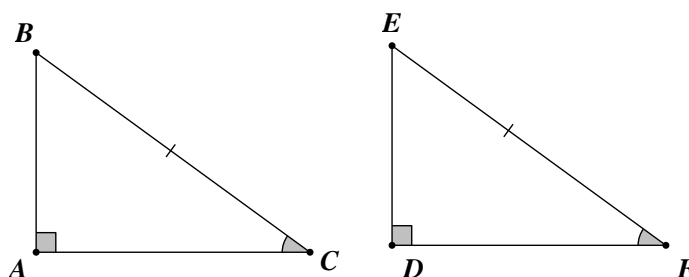
### 2. Trường hợp một cạnh góc vuông và một góc nhọn

Nếu một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông này bằng một cạnh góc vuông và một góc nhọn kề cạnh ấy của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp góc – cạnh – góc).



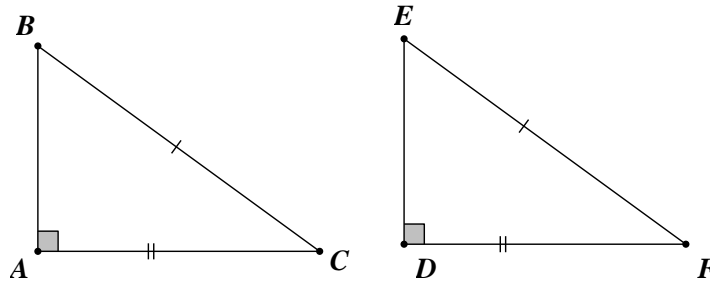
### 3. Trường hợp cạnh huyền và một góc nhọn

Nếu cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một góc nhọn của tam giác vuông kia thì hai tam giác vuông đó bằng nhau (theo trường hợp g-c-g)



### 4. Trường hợp cạnh huyền và cạnh góc vuông

Nếu cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông này bằng cạnh huyền và một cạnh góc vuông của tam giác vuông kia thì hai tam giác đó bằng nhau.



## PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

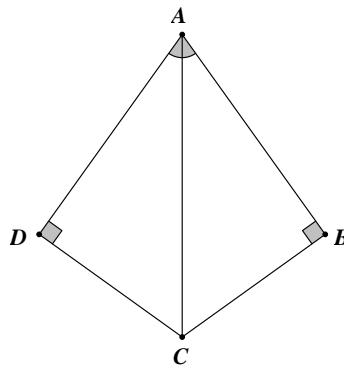
### Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau

#### I. Phương pháp giải:

- +) Xét hai tam giác vuông.
- +) Kiểm tra các điều kiện bằng nhau cạnh – góc – cạnh, góc – cạnh – góc, cạnh huyền – góc nhọn, cạnh huyền – cạnh góc vuông.
- +) Kết luận hai tam giác bằng nhau.

#### II. Bài toán.

**Bài 1.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình dưới đây?



#### Lời giải:

+) Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle ADC$  có:

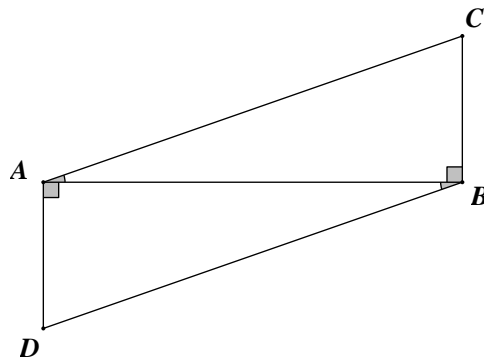
$$D = B = 90^\circ$$

$$\widehat{DAC} = \widehat{BAC} \text{ (gt)}$$

$AC$  chung

Do đó  $\triangle ABC = \triangle ADC$  ( cạnh huyền - góc nhọn)

**Bài 2.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:



**Lời giải:**

+) Xét  $\Delta ABC$  và  $\Delta BAD$  có:

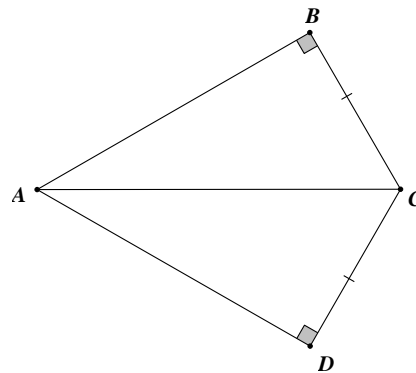
$$\angle C = \angle D = 90^\circ$$

$AB$  chung

$$\angle BAC = \angle ABD \text{ (gt)}$$

Do đó  $\Delta ABC = \Delta BAD$  ( cạnh góc vuông - góc nhọn)

**Bài 3.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình dưới đây?



**Lời giải:**

+) Xét  $\Delta ABC$  và  $\Delta ADC$  có:

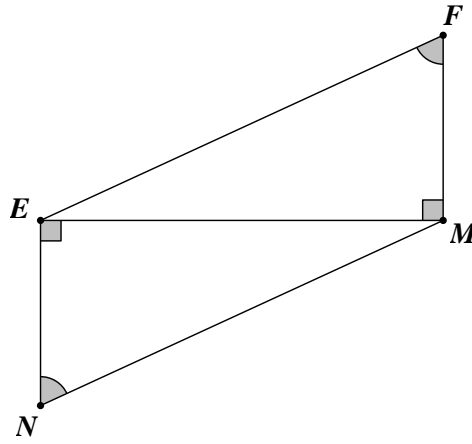
$$\angle B = \angle D = 90^\circ$$

$$BC = DC \text{ ( gt)}$$

$AC$  chung

Do đó  $\Delta ABC = \Delta ADC$  ( cạnh huyền – cạnh góc vuông)

**Bài 4.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:



**Lời giải:**

+) Xét  $\Delta MEF$  vuông tại  $M$  nên:  $F + MEF = 90^\circ$

+) Xét  $\Delta EMN$  vuông tại  $E$  nên:  $N + EMN = 90^\circ$

Mà  $F = N$  (gt)

Nên  $MEF = EMN$

+) Xét  $\Delta MEF$  và  $\Delta EMN$  có:

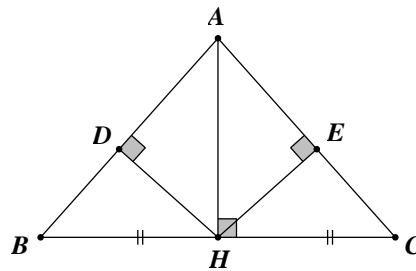
$$EMF = MEN = 90^\circ$$

$$MEF = EMN \text{ (chứng minh trên)}$$

$ME$  là cạnh chung

Do đó  $\Delta MEF = \Delta EMN$  (g-c-g).

**Bài 5.** Cho hình vẽ sau:



Chứng minh rằng:

a)  $\Delta ABH = \Delta ACH$  ;

b)  $\Delta ADH = \Delta AEH$  ;

c)  $\Delta DBH = \Delta ECH$  .

**Lời giải:**

a) Xét  $\Delta ABH$  vuông tại  $H$  và  $\Delta ACH$  vuông tại  $H$  có:

$$BH = CH \text{ (gt)}$$

$AH$  là cạnh chung

Do đó  $\Delta ABH = \Delta ACH$  (2 cạnh góc vuông)

b) Xét  $\triangle ADH$  vuông tại  $D$  và  $\triangle AEH$  vuông tại  $E$  có:

$AH$  là cạnh chung

$$\angle DAH = \angle EAH \text{ (do } \triangle ABH = \triangle ACH \text{)}$$

Do đó  $\triangle ADH = \triangle AEH$  (cạnh huyền- góc nhọn)

c) Xét  $\triangle DBH$  vuông tại  $D$  và  $\triangle ECH$  vuông tại  $E$  có:

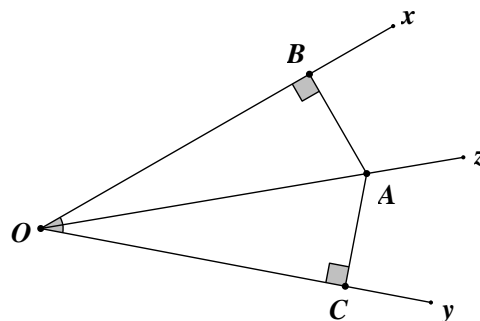
$$BH = CH \text{ (do } \triangle ABH = \triangle ACH \text{)}$$

$$DH = EH \text{ (gt)}$$

Do đó  $\triangle DBH = \triangle ECH$  (cạnh huyền – góc nhọn)

**Bài 6.** Cho  $xOy$ . Tia  $Oz$  là tia phân giác  $xOy$ . Lấy điểm  $A$  thuộc tia  $Oz$  ( $A \neq O$ ). Kẻ  $AB$  vuông góc với  $Ox$ ,  $AC$  vuông góc với  $Oy$  ( $B \in Ox, C \in Oy$ ). Chứng minh  $\triangle OAB = \triangle OAC$ .

**Lời giải:**



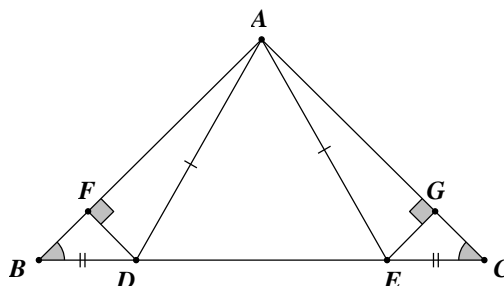
+) Xét  $\triangle OAB$  vuông tại  $B$  và  $\triangle OAC$  vuông tại  $C$  có:

$OA$  là cạnh chung

$$\angle AOB = \angle AOC \text{ (do } Oz \text{ là tia phân giác } xOy \text{)}$$

Do đó  $\triangle OAB = \triangle OAC$  (cạnh huyền – góc nhọn)

**Bài 7.** Cho hình vẽ sau. Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình?



**Lời giải:**

+) Xét  $\triangle BFD$  vuông tại  $F$  và  $\triangle CGE$  vuông tại  $G$  ta có:

$$BD = CE \text{ (gt)}$$

$$\angle B = \angle C \text{ (gt)}$$

Do đó  $\triangle BFD = \triangle CGE$  (cạnh huyền – góc nhọn)

+) Xét  $\triangle AFD$  vuông tại  $F$  và  $\triangle AGE$  vuông tại  $G$  ta có:

$$AD = AE \text{ (gt)}$$

$$FD = GE \text{ (do } \triangle BFD = \triangle CGE \text{)}$$

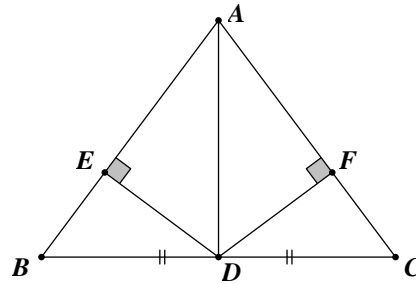
Do đó  $\triangle AFD = \triangle AGE$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

**Bài 8.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$ . Gọi  $D$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Kẻ  $DE \perp AB$ ,  $DF \perp AC$ . Chứng minh:

a)  $\triangle DEB = \triangle DFC$  ;

b)  $\triangle DEA = \triangle DFA$ .

**Lời giải:**



a) Xét  $\triangle ABD$  và  $\triangle ACD$  có:

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

$AD$  là cạnh chung

$$DB = DC \text{ (} D \text{ là trung điểm của cạnh } BC \text{)}$$

Do đó  $\triangle ABD = \triangle ACD$  (c-c-c)

Nên  $B = C$  và  $DAB = DAC$

+) Xét  $\triangle DEB$  vuông tại  $E$  và  $\triangle DFC$  vuông tại  $F$  ta có:

$AD$  chung

$$B = C \text{ (chứng minh trên)}$$

Do đó  $\triangle DEB = \triangle DFC$  (cạnh huyền – góc nhọn)

b) Xét  $\triangle DEA$  vuông tại  $E$  và  $\triangle DFA$  vuông tại  $F$  ta có:

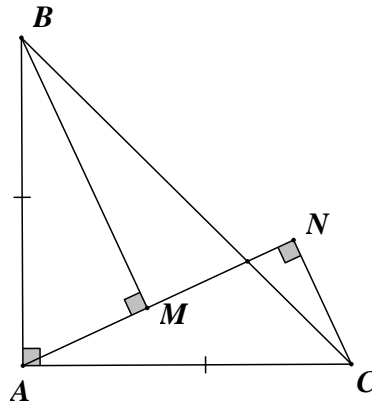
$AD$  là cạnh chung

$$DAB = DAC \text{ (chứng minh trên)}$$

Do đó  $\triangle DEA = \triangle DFA$  (cạnh huyền – góc nhọn)

**Bài 9.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và  $AB = AC$ . Qua  $A$  kẻ đường thẳng  $d$  cắt  $BC$ . Vẽ  $BM, CN$  vuông góc với  $d$ . Chứng minh rằng :  $\triangle BAM = \triangle ACN$ .

**Lời giải:**



Vì  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  nên  $BAC = BAM + CAM = 90^\circ$

Và  $\triangle ANC$  vuông tại  $N$  nên  $ACN + CAM = 90^\circ$

Do đó  $BAM = ACN$

+) Xét  $\triangle BAM$  vuông tại  $M$  và  $\triangle ACN$  vuông tại  $N$  có:

$$BAM = ACN \text{ (cmt)}$$

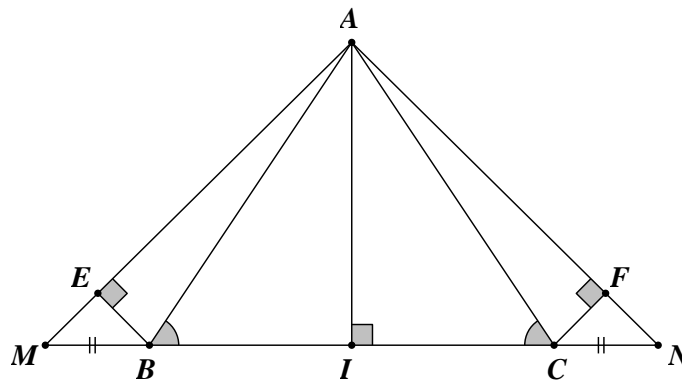
$$AB = AC \text{ (gt)}$$

Nên  $\triangle BAM = \triangle ACN$  (cạnh huyền – góc nhọn).

**Bài 10.** Cho  $\triangle ABC$  có  $B = C$ . Trên tia đối của tia  $BC$  lấy điểm  $M$ , trên tia đối của tia  $CB$  lấy điểm  $N$  sao cho  $BM = CN$ . Kẻ  $BE \perp AM$  ( $E \in AM$ ),  $CF \perp AN$  ( $F \in AN$ ).

Chứng minh rằng  $\triangle BME = \triangle CNF$ .

**Lời giải:**



Ta có:  $ABC + ABM = 180^\circ$ ;  $ACB + ACN = 180^\circ$  (kề bù)

Mà  $ABC = ACB$  (gt)

$$\Rightarrow ABM = ACN$$

+) Kẻ  $AI \perp BC$  tại  $I$ .

+) Xét  $\triangle ABI$  vuông tại  $I$  nên ta có:  $BAI + IBA = 90^\circ$

+) Xét  $\triangle ACI$  vuông tại  $I$  nên ta có:  $CAI + ICA = 90^\circ$

Mà  $IBA = IAB(gt)$

Nên  $IAB = IAC$

+) Xét  $\triangle ABI$  và  $\triangle ACI$  ta có:

$$AIB = AIC = 90^\circ$$

$AI$  chung

$$IAB = IAC \text{ (chứng minh trên)}$$

Do đó  $\triangle ABI = \triangle ACI$  (g-c-g)

Nên  $AB = AC$

Xét  $\triangle ABM$  và  $\triangle ACN$  có:

$$BM = CN(gt)$$

$$ABM = ACN \text{ (cmt)}$$

$$AB = AC \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle ACN \text{ (c-g-c)}$$

Nên  $M = N$

+) Xét  $\triangle BME$  vuông tại  $E$  và  $\triangle CNF$  vuông tại  $F$  ta có:

$$BM = CN(gt)$$

$$M = N \text{ (cmt)}$$

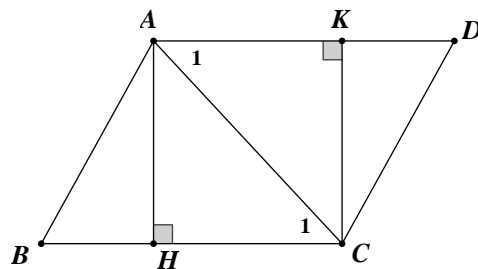
Do đó  $\triangle BME = \triangle CNF$  ( cạnh huyền – góc nhọn).

**Bài 11.** Cho  $\triangle ABC$ . Từ  $A$  vẽ cung tròn có bán kính bằng  $BC$ , từ  $C$  vẽ cung tròn có bán kính bằng  $AB$ . Hai cung tròn này cắt nhau tại  $D$  ( $D$  nằm khác phía của  $B$  đối với  $AC$ ). Kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ ) và  $CK \perp AD$  ( $K \in AD$ ).

a) Chứng minh  $\triangle AHC = \triangle CKA$ ;

b) Chứng minh  $\triangle AHB = \triangle CKD$ .

**Lời giải:**



a) Vì cung tròn tâm  $A$  bán kính bằng  $BC$  cắt cung tròn tâm  $C$  có bán kính bằng  $AB$  tại  $D$

Nên  $AD = BC; CD = AB$

+) Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle CDA$  có:



$AC$  cạnh chung

$$AD = BC \text{ (cmt)}$$

$$CD = AB \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA \text{ (c-c-c)}$$

$$\Rightarrow C_1 = A_1$$

+) Xét  $\triangle AHC$  vuông tại  $H$  và  $\triangle CKA$  vuông tại  $K$  có:

$$C_1 = A_1 \text{ (cmt)}$$

$AC$  cạnh chung

Suy ra  $\triangle AHC = \triangle CKA$  ( cạnh huyền- góc nhọn)

b) Xét  $\triangle AHB$  vuông tại  $H$  và  $\triangle CKD$  vuông tại  $K$  có:

$$AH = CK \text{ ( do } \triangle AHC = \triangle CKA)$$

$$AB = CD \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AHB = \triangle CKD \text{ ( cạnh huyền – cạnh góc vuông)}$$

**Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.**

### I. Phương pháp giải:

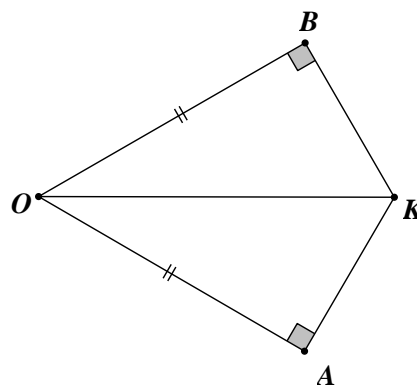
+ Chọn hai tam giác vuông có cạnh (góc) là đoạn thẳng (góc) cần tính hoặc chứng minh bằng nhau.

+ Tìm thêm hai điều kiện bằng nhau, trong đó có một điều kiện về cạnh, để kết luận hai tam giác bằng nhau.

+ Suy ra các cạnh (góc) tương ứng bằng nhau và kết luận.

### II. Bài toán.

**Bài 1.** Cho hình vẽ sau. Chứng minh  $OK$  là phân giác của góc  $BOA$ .



### Lời giải:

+) Xét  $\triangle OBK$  vuông tại  $B$  và  $\triangle OAK$  vuông tại  $A$  có:

$OK$  chung

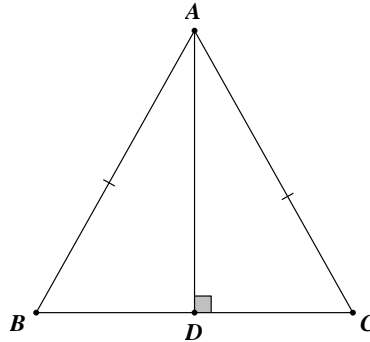
$$OB = OA \text{ (gt)}$$

Do đó  $\triangle OBK = \triangle OAK$  ( cạnh huyền – góc nhọn )

Suy ra  $\angle BOK = \angle AOK$  (cặp góc tương ứng).

Vậy  $OK$  là phân giác của góc  $BOA$

**Bài 2.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = AC$ . Kẻ  $AD \perp BC$ . Chứng minh  $AD$  là tia phân giác của  $\angle BAC$ .



**Lời giải:**

+) Xét  $\triangle ABD$  vuông tại  $D$  và  $\triangle ACD$  vuông tại  $D$  có:

$OD$  chung

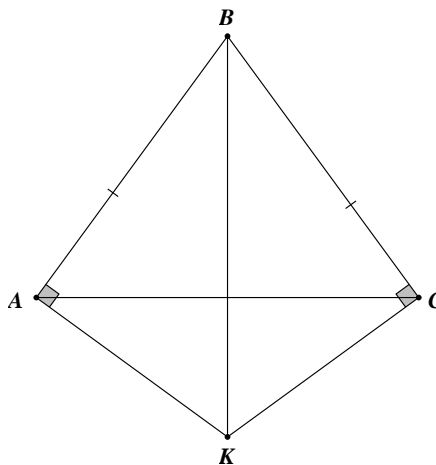
$AB = AC$  (gt)

Do đó  $\triangle ABD = \triangle ACD$  (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra  $\angle BAD = \angle CAD$  (cặp góc tương ứng).

Vậy  $AD$  là phân giác của góc  $BAC$

**Bài 3.** Cho  $\triangle ABC$  có  $BA = BC$ . Qua  $A$  kẻ đường vuông góc với  $AB$ , Qua  $C$  kẻ đường vuông góc với  $CB$ , chúng cắt nhau ở  $K$ . Chứng minh  $BK$  là phân giác của góc  $B$ .



+) Xét  $\triangle ABK$  vuông tại  $A$  và  $\triangle CBK$  vuông tại  $C$  ta có:

$AB = AC$  (gt)

$BK$  chung

Do đó  $\triangle ABK = \triangle CBK$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

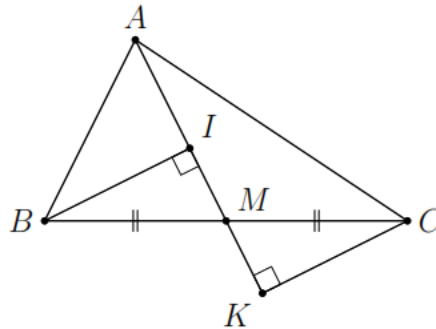
Nên  $\angle ABK = \angle CBK$  (hai góc tương ứng)

Hay  $BK$  là phân giác của góc  $B$ .

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Vẽ  $BI$ ,  $CK$  vuông góc với  $AM$ .

Chứng minh  $BI = CK$ .

**Lời giải:**



+) Xét  $\triangle BIM$  và  $\triangle CKM$  có:

$$MB = MC \text{ (} M \text{ là trung điểm của } BC \text{)}$$

$$\angle BIM = \angle CKM = 90^\circ$$

$$\angle IMB = \angle KMC \text{ (đối đỉnh)}$$

Do đó  $\triangle BIM = \triangle CKM$  (cạnh huyền – góc nhọn).

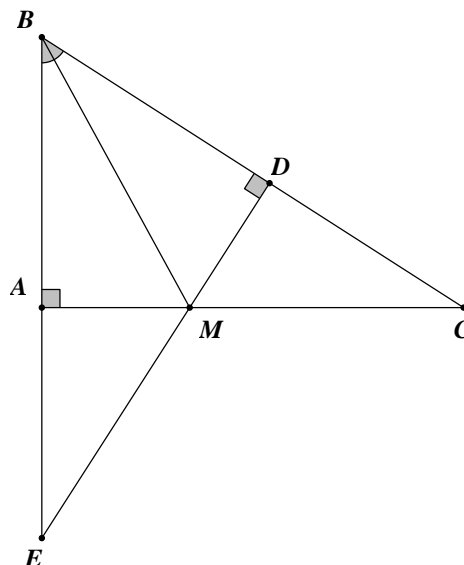
Từ đó suy ra  $BI = CK$  (cặp cạnh tương ứng).

**Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Tia phân giác góc  $B$  cắt cạnh  $AC$  tại điểm  $M$ . Kẻ  $MD \perp BC$  ( $D \in BC$ ).

a) Chứng minh  $BA = BD$ ;

b) Gọi  $E$  là giao điểm của hai đường thẳng  $DM$  và  $BA$ . Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle DBE$ .

**Lời giải:**



a) Xét  $\triangle BMA$  vuông tại  $A$  và  $\triangle BMD$  vuông tại  $D$  ta có:

$BM$  cạnh chung

$\angle ABM = \angle DBM$  (do  $BM$  là phân giác của góc  $B$ )

Do đó  $\triangle BMA = \triangle BMD$  (cạnh huyền - góc nhọn)

Suy ra  $BA = BD$ .

b) Xét  $\triangle ABC$  và  $\triangle DBE$  ta có:

$\angle BAC = \angle BDE = 90^\circ$

$BA = BD$ . (chứng minh trên)

$\angle B$  là góc chung

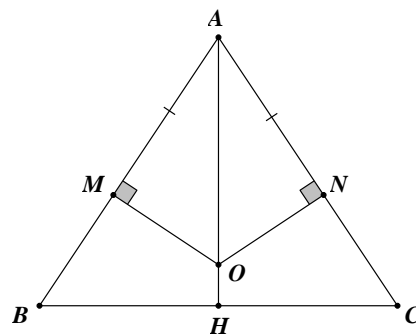
Do đó  $\triangle ABC = \triangle DBE$  (g-c-g).

**Bài 6.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$ . Trên cạnh  $AB, AC$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $AM = AN$ . Các đường thẳng vuông góc với  $AB, AC$  tại  $M, N$  cắt nhau ở  $O$ .  $AO$  cắt  $BC$  tại  $H$ . Chứng minh:

a)  $\triangle AMO = \triangle ANO$ ;

b)  $HB = HC$  và  $AH \perp BC$ .

**Lời giải:**



a) Xét  $\triangle AMO$  vuông tại  $M$  và  $\triangle ANO$  vuông tại  $N$  ta có:

$AO$  là cạnh chung

$AM = AN$  (gt)

$\Rightarrow \triangle AMO = \triangle ANO$  (cạnh huyền- góc nhọn)

b) Xét  $\triangle AHB$  và  $\triangle AHC$  có:

$AB = AC$  (gt)

$\angle BAH = \angle CAH$  (do  $\triangle AMO = \triangle ANO$ )

$AH$  là cạnh chung

$\Rightarrow \triangle AHB = \triangle AHC$  (c-g-c)

$\Rightarrow HB = HC$  (hai cạnh tương ứng)

Và  $\angle AHB = \angle AHC$  ( hai góc tương ứng ), mà hai góc này ở vị trí kề bù

$\Rightarrow \angle AHC = \angle AHB = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

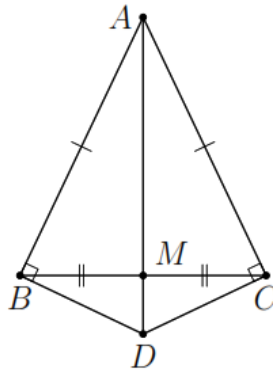
Vậy  $AH \perp BC$

**Bài 7.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$ . Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $B$  cắt đường thẳng vuông góc với  $AC$  tại  $C$  ở  $D$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Chứng minh:

a)  $\triangle DAB = \triangle DAC$ ;

b)  $A, M, D$  thẳng hàng.

**Lời giải:**



a) Xét  $\triangle DAB$  và  $\triangle DAC$  có:

$$\angle DBA = \angle ACD = 90^\circ$$

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

$AD$  là cạnh chung

Do đó  $\triangle DAB = \triangle DAC$  (cạnh huyền -cạnh góc vuông).

b) Xét  $\triangle ABM$  và  $\triangle ACM$  ta có:

$$AB = AC \text{ (gt)}$$

$$MB = MC \text{ (} M \text{ là trung điểm cạnh } BC \text{)}$$

$AM$  là cạnh chung

Nên  $\triangle ABM = \triangle ACM$  (c-c-c)

Do đó  $\angle AMB = \angle AMC$ , mà hai góc này ở vị trí kề bù nên  $\angle AMB = \angle AMC = \frac{180^\circ}{2}$ .

Hay  $AM \perp BC$  tại  $M$  (1)

+) Xét  $\triangle DBM$  và  $\triangle DCM$ , ta có:

$$DB = DC \text{ (} \triangle DAB = \triangle DAC \text{)}$$

$$MB = MC \text{ (} M \text{ là trung điểm cạnh } BC \text{)}$$

$DM$  cạnh chung

Do đó  $\triangle DBM = \triangle DCM$  (c-c-c)

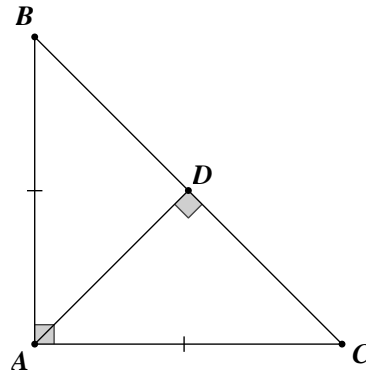
$\Rightarrow \angle BMD = \angle CMD$ , mà hai góc này ở vị trí kề bù nên  $\Rightarrow \angle BMD = \angle CMD = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

Hay  $DM \perp BC$  tại  $M$  (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra  $AM$  và  $DM$  cùng vuông góc với  $BC$  nên  $A, M, D$  thẳng hàng.

**Bài 8.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  và  $AB = AC$ . Tính số đo góc  $B, C$ ?

**Lời giải:**



Kẻ  $AD \perp BC (D \in BC)$

+) Xét  $\Delta ABD$  vuông tại  $D$  và  $\Delta ACD$  vuông tại  $D$ , ta có:

$$AB = AC (gt)$$

$AD$  chung

Suy ra  $\Delta ABD = \Delta ACD$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

Do đó  $B = C$  (hai góc tương ứng) (1)

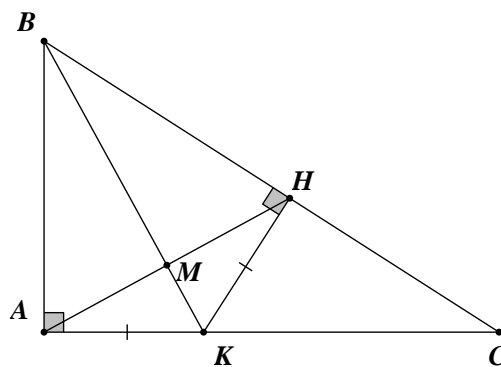
Vì  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  nên  $B + C = 90^\circ$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $B = C = 45^\circ$

**Bài 9.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ . Từ điểm  $K$  trên cạnh  $AC$ , vẽ  $KH \perp BC$ , biết  $KH = KA$ .

Chứng minh rằng  $BK \perp AH$ .

**Lời giải:**



+) Xét  $\Delta ABK$  vuông tại  $A$  và  $\Delta HBK$  vuông tại  $H$ , ta có:

$BK$  chung

$$KA = KH (gt)$$

$\Rightarrow \Delta ABK = \Delta HBK$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow AB = HB; \angle ABK = \angle HBK$$

+) Gọi  $M$  là giao điểm của  $BK$  và  $AH$ .

+) Xét  $\triangle ABM$  và  $\triangle HBM$ , ta có:

$$AB = BH \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\angle ABM = \angle HBM \text{ (do } \angle ABK = \angle HBK \text{)}$$

$AM$  cạnh chung

$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle HBM \text{ (c.g.c)}$$

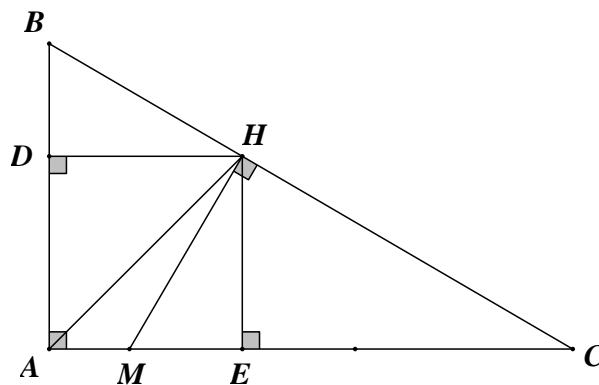
$\Rightarrow \angle AMB = \angle HMB$  (hai góc tương ứng), mà hai góc này ở vị trí kề bù

$$\Rightarrow \angle AMB = \angle HMB = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

Vậy  $BK \perp AH$

**Bài 10.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ) và các điểm  $M$  thuộc cạnh  $AC$ ,  $H$  thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $MH \perp BC$  và  $MH = HB$ . Chứng minh rằng  $AH$  là tia phân giác của góc  $A$ .

**Lời giải:**



+) Kẻ  $HD \perp AB$  ( $D \in AB$ ) và  $HE \perp AC$  ( $E \in AC$ )

+) Xét  $\triangle DBH$  và  $\triangle EMH$  có:

$$\angle HDB = \angle HEM = 90^\circ$$

$$HB = HM \text{ (gt)}$$

$$\angle HBD = \angle HME \text{ (cùng phụ } \angle ACB \text{)}$$

$\Rightarrow \triangle DBH = \triangle EMH$  (cạnh huyền - góc nhọn)

$\Rightarrow HE = HD$  (hai cạnh tương ứng)

+) Xét  $\triangle DAH$  và  $\triangle EAH$  có :

$$\angle HDA = \angle HEA = 90^\circ$$

$$HD = HE \text{ (chứng minh trên)}$$

$AH$  là cạnh chung

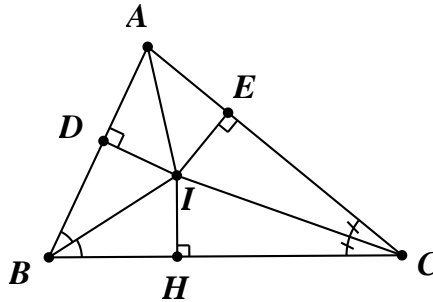
$\Rightarrow \triangle DAH = \triangle EAH$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

$\Rightarrow \angle DAH = \angle EAH$  (hai góc tương ứng)

Vậy  $AH$  là tia phân giác của góc  $BAC$ .

**Bài 11.** Cho tam giác  $ABC$ . Các tia phân giác của góc  $B$  và  $C$  cắt nhau ở  $I$ . Kẻ  $ID \perp AB; IE \perp AC (D \in AB; E \in AC)$ . Chứng minh rằng  $AD = AE$ .

**Lời giải:**



+) Kẻ  $HI \perp BC$

+) Xét  $\triangle BID$  vuông tại  $D$  và  $\triangle BIH$  vuông tại  $H$ , ta có:

$$\angle IBD = \angle IBH \text{ ( } IB \text{ là phân giác của góc } B \text{ )}$$

$IB$  là cạnh chung

Nên  $\triangle BID = \triangle BIH$  (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra  $ID = IH$  (hai cạnh tương ứng) (1)

+) Xét  $\triangle CIE$  vuông tại  $E$  và  $\triangle CIH$  vuông tại  $H$ , ta có:

$$\angle ICE = \angle ICH \text{ ( } IC \text{ là phân giác của góc } C \text{ )}$$

$IC$  chung

Do đó  $\triangle CIE = \triangle CIH$  (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra  $IE = IH$  (hai cạnh tương ứng) (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $ID = IE$ .

+) Xét  $\triangle IAD$  vuông tại  $D$  và  $\triangle IAE$  vuông tại  $E$  ta có:

$$ID = IE \text{ (chứng minh trên)}$$

$IA$  là cạnh chung

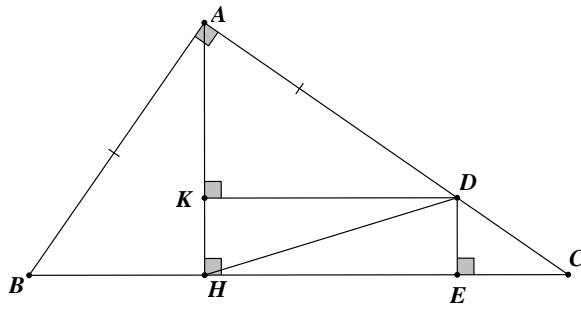
Do đó  $\triangle IAD = \triangle IAE$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

Suy ra  $AD = AE$  (hai cạnh tương ứng)

**Bài 12.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB < AC$ . Vẽ  $AH \perp BC (H \in BC)$ .  $D$  là điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $AD = AB$ . Vẽ  $DE \perp BC (E \in BC)$ . Chứng minh  $HA = HE$ .

**Lời giải:**





+) Kẻ  $DK \perp AH (K \in AH)$

+) Xét  $\Delta HAB$  vuông tại  $H$  và  $\Delta KDA$  vuông tại  $K$  có:

$$AD = AB \text{ (gt)}$$

$$\angle BAH = \angle ADK \text{ (cùng phụ với } \angle KAD)$$

Do đó  $\Delta HAB = \Delta KDA$  (cạnh huyền – góc nhọn)

$$\Rightarrow HA = KD \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

Ta có  $KD \perp AH$  (cách vẽ)

Và  $EH \perp AH$  (do  $BC \perp AH$ )

$$\Rightarrow KD \parallel EH$$

$$\Rightarrow \angle KDH = \angle EHD \text{ (hai góc so le trong)}$$

+) Xét  $\Delta KDH$  vuông tại  $K$  và  $\Delta EHD$  vuông tại  $E$  ta có:

$DH$  cạnh chung

$$\angle KDH = \angle EHD \text{ (cmt)}$$

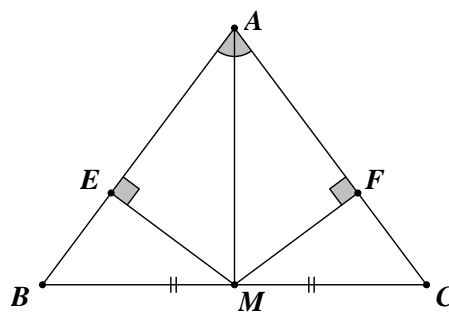
Do đó  $\Delta KDH = \Delta EHD$  (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra  $HA = HE$  (hai cạnh tương ứng)

**Bài 13.** Cho tam giác  $ABC$  có  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $AM$  là tia phân giác của góc  $A$ .

Chứng minh  $AB = AC$ .

**Lời giải:**



+) Từ  $M$  kẻ  $ME \perp AB, MF \perp AC$ .

+) Xét  $\Delta MEA$  vuông tại  $E$  và  $\Delta MFA$  vuông tại  $F$ , ta có:

$MA$  là cạnh chung

$$MAE = MAF \text{ (vì } AM \text{ là tia phân giác của góc } A \text{)}$$

Do đó  $\triangle MEA = \triangle MFA$  ( cạnh huyền – góc nhọn)

Nên  $AE = AF$  (1) và  $ME = MF$

+) Xét  $\triangle MEB$  vuông tại  $E$  và  $\triangle MFC$  vuông tại  $F$ , ta có

$$MB = MC \text{ (vì } M \text{ là trung điểm của } BC \text{)}$$

$$ME = MF \text{ (chứng minh trên)}$$

Nên  $\triangle MEB = \triangle MFC$  ( cạnh huyền – cạnh góc vuông)

Do đó  $BE = CF$  (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra  $AE + BE = AF + CF$  hay  $AB = AC$

### Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

#### Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau

**Bài 1.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $AB = AC$ , vẽ  $BD \perp AC$  tại  $D$ ,  $CE \perp AB$  tại  $E$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $BD$  và  $CE$ . Chứng minh:

a)  $\triangle DBA = \triangle ECA$ ;

b)  $\triangle EBC = \triangle DCB$ ;

c)  $\triangle EAM = \triangle DAM$ .

**Bài 2.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = AC$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $BC$  không chứa  $A$  lần lượt vẽ các tia  $Bx, Cy$  sao cho  $Bx \perp BA$  và  $Cy \perp CA$ . Gọi  $D$  là giao điểm của các tia  $Bx, Cy$ .

Chứng minh  $\triangle ABD = \triangle ACD$ .

#### Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.

**Bài 1.** Cho  $\triangle ABC$  nhọn có  $AB = AC$ . Vẽ  $BH \perp AC$  ( $H \in AC$ ),  $CK \perp AB$  ( $K \in AB$ ).

a) Chứng minh:  $AH = AK$ .

b) Gọi  $I$  là giao điểm của  $BH$  và  $CK$ . Chứng minh  $AI$  là tia phân giác của  $A$ .

**Bài 2.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = AC$ .  $D$  là một điểm trên cạnh  $AB$ ,  $E$  là một điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $AD = AE$ . Từ  $D$  và  $E$  hạ các đường  $DM, EN$  cùng vuông góc với  $BC$ . Chứng minh rằng:

a)  $B = C$ ;

b)  $BM = CN$ .

**Bài 3.** Cho  $xOy$ . Trên tia  $Ox$  lấy điểm  $A$ , trên tia  $Oy$  lấy điểm  $B$ . Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Từ  $A$  và  $B$  kẻ các đường thẳng  $AE, BF$  cùng vuông góc với tia  $OM$ .

Chứng minh:  $AE = BF$ .

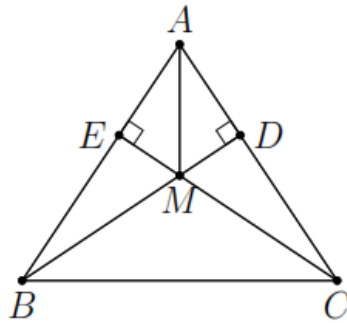
**Bài 4.** Cho góc  $xOy$ . Trên tia phân giác của góc đó lấy một điểm  $M$ , từ  $M$  hạ các đường thẳng vuông góc  $MA, MB$  xuống cạnh  $Ox, Oy$ . Chứng minh:

- a)  $\Delta MAO = \Delta MBO$  ;  
 b)  $AB$  vuông góc với  $OM$  .

## ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

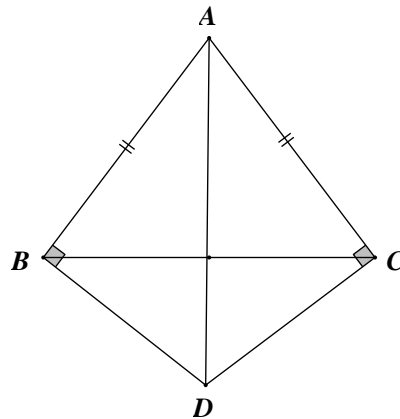
**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau**

**Bài 1.**



- a)  $\Delta DBA = \Delta ECA$  (cạnh huyền – góc nhọn).  
 b)  $\Delta EBC = \Delta DCB$  (cạnh huyền – góc nhọn).  
 c) Từ  $\Delta DBA = \Delta ECA$  suy ra  $AE = AD$   
 $\Delta EAM = \Delta DAM$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông).

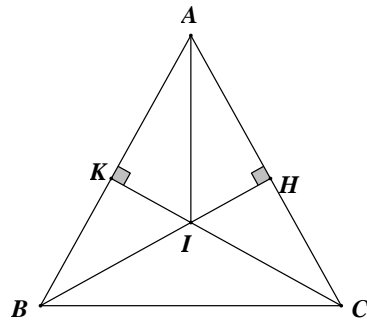
**Bài 2.**



Chứng minh được :  $\Delta ABD = \Delta ACD$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

**Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.**

**Bài 1 .**



a) Chứng minh được  $\Delta AHB = \Delta AKC$  (cạnh huyền - góc nhọn)

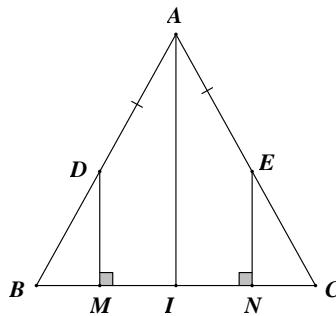
$$\Rightarrow AH = AK$$

b) Chứng minh được  $\Delta AHI = \Delta AKI$  (cạnh huyền - cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow KAI = HAI$$

$\Rightarrow AI$  là tia phân giác của  $BAC$ .

### Bài 2.



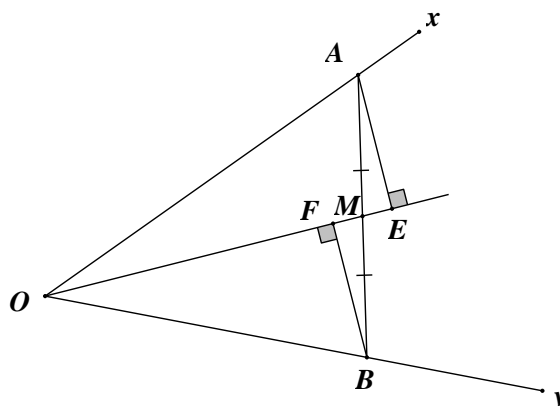
a) Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ , khi đó ta chứng minh được  $\Delta ABI = \Delta ACI$  (c - c - c)

Suy ra  $B = C$

b) Chứng minh  $BD = CE$  sau đó chứng minh  $\Delta BDM = \Delta CEN$  (cạnh huyền - góc nhọn)

Nên  $BM = CN$ .

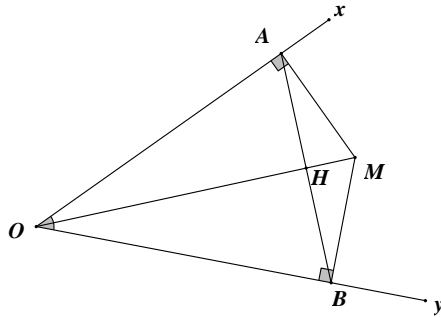
### Bài 3.



Chứng minh  $\Delta MAE = \Delta MBF$  (cạnh huyền - góc nhọn)

Từ đó suy ra  $AE = BF$

**Bài 4.**



a)  $\triangle MAO = \triangle MBO$  ( cạnh huyền – góc nhọn)

b) Gọi  $H$  là giao điểm của  $AB$  và  $OM$ . Ta có:  $\triangle BHO = \triangle AHO$  ( c-g-c)

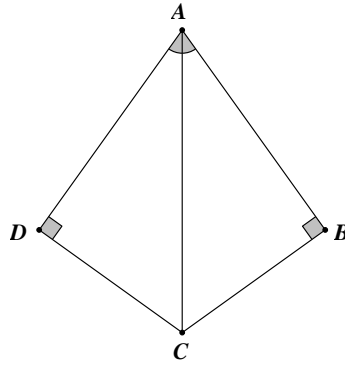
Từ đó suy ra  $OHA = OHB$ , mà hai góc này ở vị trí kề bù nên  $OHA = OHB = 90^\circ$

Nên  $AB$  vuông góc với  $OM$  tại  $H$ .

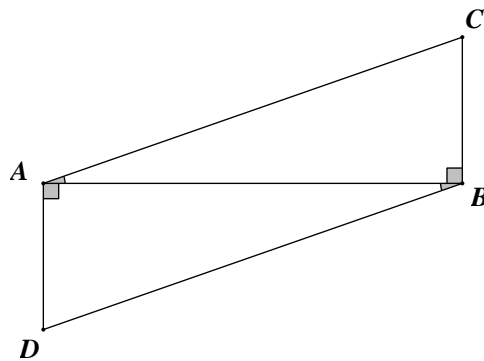
## PHIẾU BÀI TẬP

### Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau

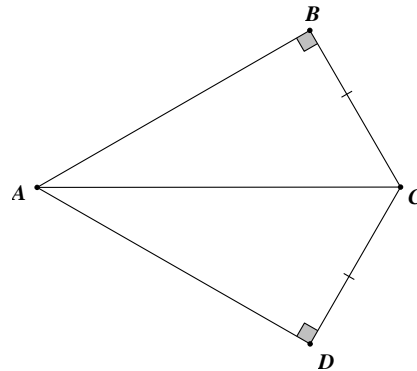
**Bài 1.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:



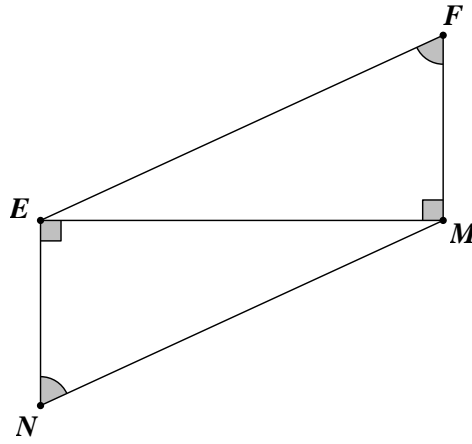
**Bài 2.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:



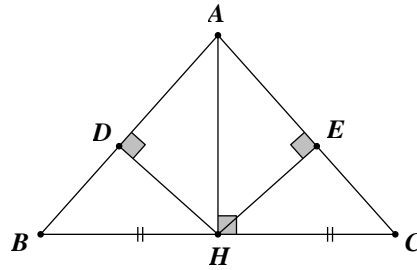
**Bài 3.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:



**Bài 4.** Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình sau:



**Bài 5.** Cho hình vẽ sau:

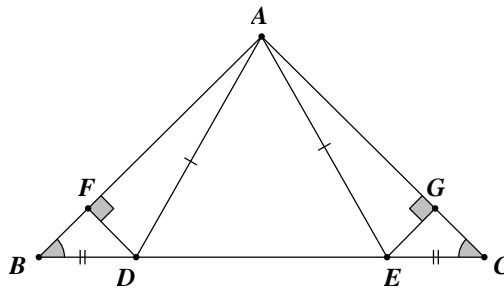


Chứng minh rằng :

- a)  $\Delta ABH = \Delta ACH$
- b)  $\Delta ADH = \Delta AEH$
- c)  $\Delta DBH = \Delta ECH$

**Bài 6.** Cho  $xOy$ . Tia  $Oz$  là tia phân giác  $xOy$ . Lấy điểm  $A$  thuộc tia  $Oz$  ( $A \neq O$ ). Kẻ  $AB$  vuông góc với  $Ox$ ,  $AC$  vuông góc với  $Oy$  ( $B \in Ox, C \in Oy$ ). Chứng minh  $\Delta OAB = \Delta OAC$ .

**Bài 7.** Cho hình vẽ sau. Tìm các tam giác vuông bằng nhau trên hình?



**Bài 8.MD3.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$ . Gọi  $D$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Kẻ  $DE \perp AB, DF \perp AC$ . Chứng minh:

- a)  $\Delta DEB = \Delta DFC$
- b)  $\Delta DEA = \Delta DFA$

**Bài 9.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và  $AB = AC$ . Qua  $A$  kẻ đường thẳng  $d$  cắt  $BC$ . Vẽ  $BM, CN$  vuông góc với  $d$ . Chứng minh rằng :  $\Delta BAM = \Delta ACN$ .

**Bài 10.** Cho  $\triangle ABC$  có  $B = C$ . Trên tia đối của tia  $BC$  lấy điểm  $M$ , trên tia đối của tia  $CB$  lấy điểm  $N$  sao cho  $BM = CN$ . Kẻ  $BE \perp AM$  ( $E \in AM$ ),  $CF \perp AN$  ( $F \in AN$ ),  $AI \perp BC$  ( $I \in BC$ ).

Chứng minh rằng  $\triangle BME = \triangle CNF$ .

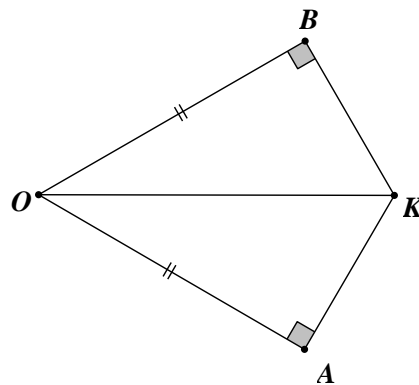
**Bài 11.** Cho  $\triangle ABC$ . Từ  $A$  vẽ cung tròn có bán kính bằng  $BC$ , từ  $C$  vẽ cung tròn có bán kính bằng  $AB$ . Hai cung tròn này cắt nhau tại  $D$  ( $D$  nằm khác phía của  $B$  đối với  $AC$ ). Kẻ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ ) và  $CK \perp AD$  ( $K \in AD$ ).

a) Chứng minh  $\triangle AHC = \triangle CKA$

b) Chứng minh  $\triangle AHB = \triangle CKD$

**Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.**

**Bài 1.** Cho hình vẽ sau. Chứng minh  $OK$  là phân giác của góc  $BOA$



**Bài 2.** Cho  $\triangle ABC$  có  $AB = AC$ . Kẻ  $AD \perp BC$ . Chứng minh  $AD$  là tia phân giác của  $BAC$ .

**Bài 3.** Cho  $\triangle ABC$  có  $BA = BC$ . Qua  $A$  kẻ đường vuông góc với  $AB$ , Qua  $C$  kẻ đường vuông góc với  $CB$ , chúng cắt nhau ở  $K$ . Chứng minh  $BK$  là phân giác của góc  $B$ ?

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Vẽ  $BI$ ,  $CK$  vuông góc với  $AM$ .

Chứng minh  $BI = CK$ .

**Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Tia phân giác góc  $B$  cắt cạnh  $AC$  tại điểm  $M$ . Kẻ  $MD \perp BC$  ( $D \in BC$ ).

a) Chứng minh  $BA = BD$ ;

b) Gọi  $E$  là giao điểm của hai đường thẳng  $DM$  và  $BA$ . Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle DBE$ .

**Bài 6.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$ . Trên cạnh  $AB, AC$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $AM = AN$ . Các đường thẳng vuông góc với  $AB, AC$  tại  $M, N$  cắt nhau ở  $O$ .  $AO$  cắt  $BC$  tại  $H$ . Chứng minh

a)  $\triangle AMO = \triangle ANO$

b)  $HB = HC$  và  $AH \perp BC$ .



**Bài 7.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$ . Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $B$  cắt đường thẳng vuông góc với  $AC$  tại  $C$  ở  $D$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Chứng minh:

a)  $\Delta DAB = \Delta DAC$ ;

b)  $A, M, D$  thẳng hàng.

**Bài 8.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  và  $AB = AC$ . Tính số đo góc  $B, C$ ?

**Bài 9.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ . Từ điểm  $K$  trên cạnh  $AC$ , vẽ  $KH \perp BC$ , biết  $KH = KA$ .

Chứng minh rằng  $BK \perp AH$ .

**Bài 10.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ) và các điểm  $M$  thuộc cạnh  $AC$ ,  $H$  thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $MH \perp BC$  và  $MH = HB$ . Chứng minh rằng  $AH$  là tia phân giác của góc  $A$ .

**Bài 11.** Cho tam giác  $ABC$ . Các tia phân giác của góc  $B$  và  $C$  cắt nhau ở  $I$ . Kẻ  $ID \perp AB$ ;  $IE \perp AC$  ( $D \in AB$ ;  $E \in AC$ ). Chứng minh rằng  $AD = AE$ .

**Bài 12.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB < AC$ . Vẽ  $AH \perp BC$  ( $H \in BC$ ).  $D$  là điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $AD = AB$ . Vẽ  $DE \perp BC$  ( $E \in BC$ ). Chứng minh  $HA = HE$

**Bài 13.** Cho tam giác  $ABC$  có  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $AM$  là tia phân giác của góc  $A$ .

Chứng minh  $AB = AC$

### Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

#### Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác vuông bằng nhau

**Bài 1.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $AB = AC$ , vẽ  $BD \perp AC$  tại  $D$ ,  $CE \perp AB$  tại  $E$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $BD$  và  $CE$ . Chứng minh:

a)  $\Delta DBA = \Delta ECA$ ;

b)  $\Delta EBC = \Delta DCB$ ;

c)  $\Delta EAM = \Delta DAM$ .

**Bài 2.** Cho  $\Delta ABC$  có  $AB = AC$ . Trên nửa mặt phẳng bờ  $BC$  không chứa  $A$  lần lượt vẽ các tia  $Bx, Cy$  sao cho  $Bx \perp BA$  và  $Cy \perp CA$ . Gọi  $D$  là giao điểm của các tia  $Bx, Cy$ .

Chứng minh  $\Delta ABD = \Delta ACD$ .

#### Dạng 2. Sử dụng các trường hợp bằng nhau của tam giác vuông để chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau, hai góc bằng nhau. Tính độ dài đoạn thẳng, số đo góc.

**Bài 1.** Cho  $\Delta ABC$  nhọn có  $AB = AC$ . Vẽ  $BH \perp AC$  ( $H \in AC$ ),  $CK \perp AB$  ( $K \in AB$ ).

a) Chứng minh:  $AH = AK$ .

b) Gọi  $I$  là giao điểm của  $BH$  và  $CK$ . Chứng minh  $AI$  là tia phân giác của  $A$ .

**Bài 2.** Cho  $\Delta ABC$  có  $AB = AC$ .  $D$  là một điểm trên cạnh  $AB$ ,  $E$  là một điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $AD = AE$ . Từ  $D$  và  $E$  hạ các đường  $DM, EN$  cùng vuông góc với  $BC$ . Chứng minh rằng:

a)  $B = C$

b)  $BM = CN$ .

**Bài 3.** Cho  $xOy$ . Trên tia  $Ox$  lấy điểm  $A$ , trên tia  $Oy$  lấy điểm  $B$ . Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Từ  $A$  và  $B$  kẻ các đường thẳng  $AE, BF$  cùng vuông góc với tia  $OM$ .

Chứng minh :  $AE = BF$

**Bài 4.** Cho góc  $xOy$ . Trên tia phân giác của góc đó lấy một điểm  $M$ , từ  $M$  hạ các đường thẳng vuông góc  $MA, MB$  xuống cạnh  $Ox, Oy$ . Chứng minh:

a)  $\triangle MAO = \triangle MBO$ .

b)  $AB$  vuông góc với  $OM$ .