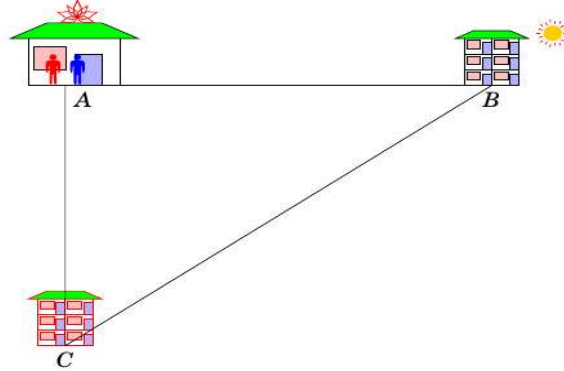
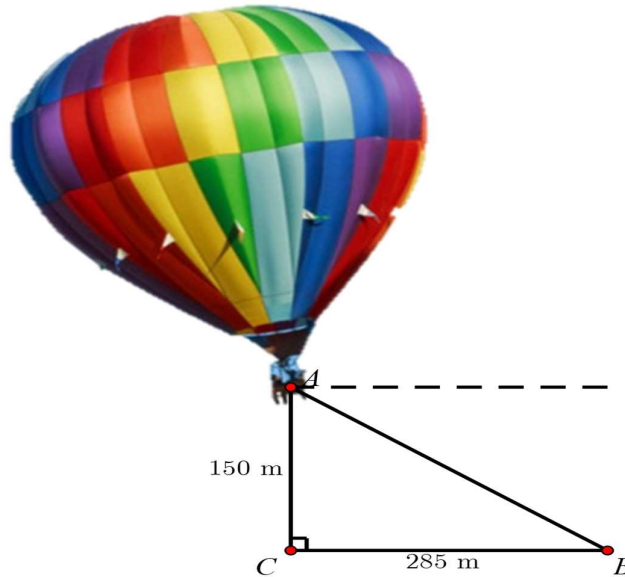


**DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ VỀ HÌNH HỌC****Vận dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông – Tỷ số lượng giác của góc nhọn**

- Bài 1.** Hằng ngày hai anh em An và Bình cùng đi bộ từ nhà ở A để đến trường. Trường của An ở vị trí B , trường của Bình ở vị trí C theo hai hướng vuông góc với nhau. An đi với vận tốc 4km/h và đến trường sau 15 phút. Bình đi với vận tốc 3km/h và đến trường sau 12 phút. Tính khoảng cách BC giữa hai trường (làm tròn đến mét).

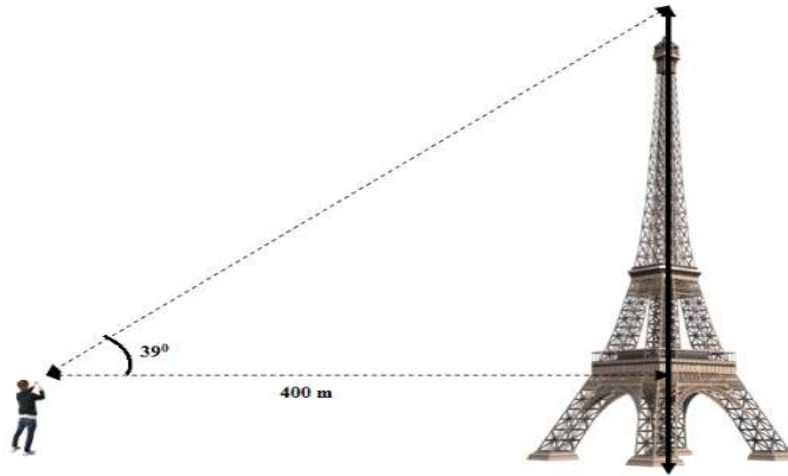


- Bài 2.** Một người A đang ở trên khinh khí cầu ở độ cao 150m nhìn thấy một vật B trên mặt đất cách hình chiếu của khí cầu xuống đất một khoảng 285m . Tính góc hạ của tia AB . Nếu khinh khí cầu tiếp tục bay lên thẳng đứng thì khi góc hạ của tia AB là 46° thì độ cao của khinh khí cầu là bao nhiêu? (làm tròn đến mét).

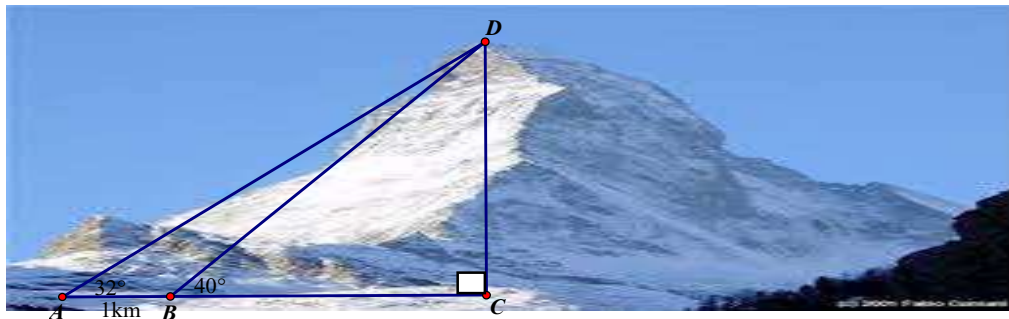


- Bài 3.** Một người có mắt cách mặt đất $1,4\text{m}$, đứng cách tháp Eiffel 400m nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 39° . Tính chiều cao của tháp (làm tròn đến mét).

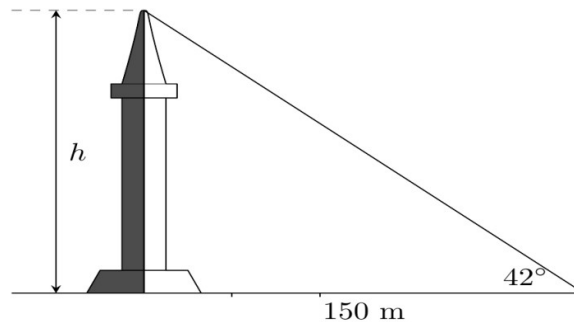




- Bài 4.** Một cột đèn cao $8m$. Tính góc tạo bởi tia nắng mặt trời và mặt đất lúc nó có bóng trên mặt đất là $5m$.
- Bài 5.** Một cái thang dài $4m$ đang dựa vào tường, chân thang cách chân tường $2m$. Tính góc tạo bởi thang với mặt đất và với mặt tường.
- Bài 6.** Tính chiều cao của một ngọn núi cho biết tại hai điểm cách nhau $1km$ trên mặt đất người ta nhìn thấy đỉnh núi với góc nâng lần lượt là 40° và 32° .

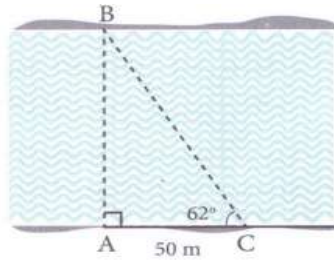


- Bài 7.** Tính chiều cao của một cái tháp, cho biết khi các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 42° thì bóng của tháp trên mặt đất có chiều dài $150m$.



- Bài 8.** Để đo chiều rộng AB của một con sông mà không phải băng ngang qua sông, một người đi từ A đến C đo được $AC = 50m$ và từ C nhìn thấy B với góc nghiêng 62° với bờ sông. Tính bề rộng của con sông.





Bài 9. Một người quan sát đứng cách một tòa nhà 25m. Góc nâng từ chỗ anh ta đứng đến nóc tòa nhà là 36° .



1) Tính chiều cao của tòa nhà (làm tròn đến mét).

2) Nếu anh ta dịch chuyển sao cho góc nâng là 32° thì anh ta cách tòa nhà bao nhiêu mét? Khi đó anh ta tiến lại gần hay cách ra xa tòa nhà (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Bài 10. Từ trên tháp quan sát của một ngọn hải đăng cao 28m, người ta nhìn thấy một chiếc thuyền cứu hộ với góc hạ 20° . Tính khoảng cách từ chân tháp đến thuyền.

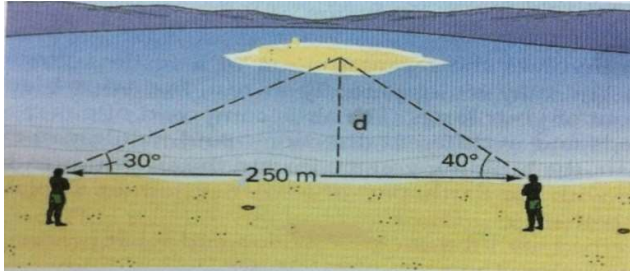


Bài 11. Đài quan sát Toronto, Ontario (Canada) cao 533m. Ở một thời điểm vào ban ngày, mặt trời chiếu tạo thành bóng dài 1100m. Hỏi lúc đó góc tạo bởi tia sáng mặt trời và mặt đất là bao nhiêu (làm tròn đến độ).

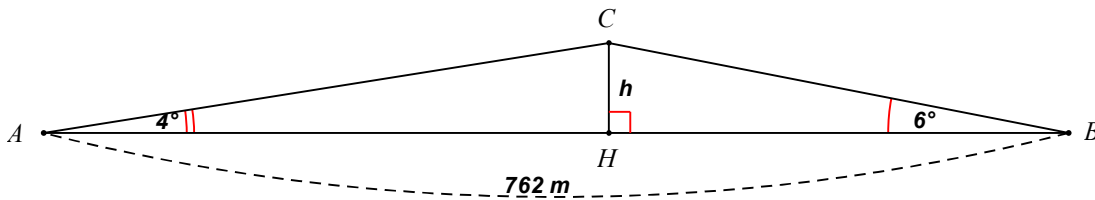




Bài 12. Hai ngư dân đứng ở một bên bờ sông cách nhau 250 m cùng nhìn thấy một cù lao trên sông với các góc nâng lần lượt là 30° và 40° . Tính khoảng cách d từ bờ sông đến cù lao.

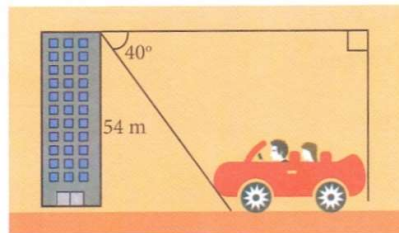


Bài 13. Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ). Cho biết đoạn thẳng AB dài 762 m, góc A bằng 6° , góc B bằng 4° .



- 1) Tính chiều cao h của con dốc.
- 2) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình xuống dốc là 19 km/h.

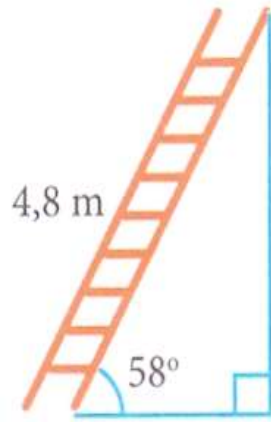
Bài 14. Từ đỉnh một tòa nhà cao 54 m, người ta nhìn thấy một ô tô đang đỗ dưới một góc nghiêng xuống là 40° . Hỏi ô tô đang đỗ cách tòa nhà đó bao nhiêu mét?



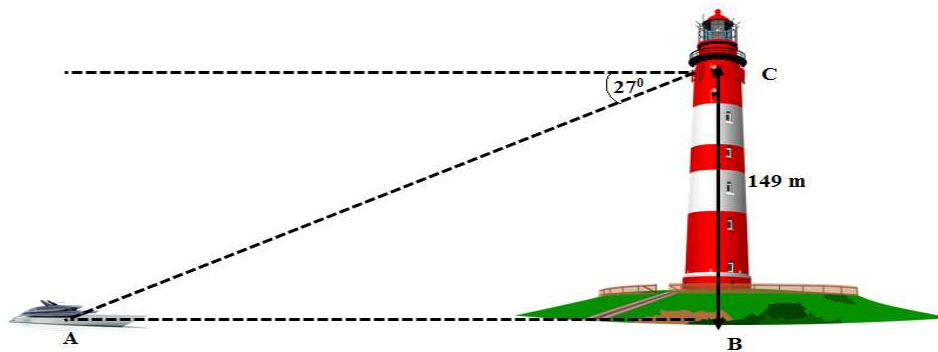
Bài 15. Một học sinh đứng ở mặt đất cách tháp ăng ten cao 150m nhìn thấy đỉnh tháp theo một góc nghiêng lên là 20° và khoảng cách từ mắt đến mặt đất là 1 m. Tính khoảng cách từ học sinh đó đến tháp (làm tròn đến mét).

Bài 16. Một cái thang dài 4,8m dựa vào tường làm thành một góc 58° so với mặt đất. Tính chiều cao của thang so với mặt đất (làm tròn đến mét).

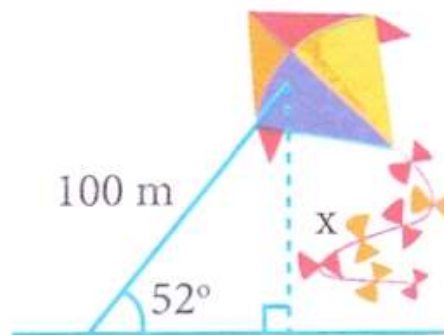




- Bài 17.** Một người quan sát ở đài hải đăng cao 800 feet (đơn vị đo lường Anh) so với mực nước biển nhìn thấy một con tàu ở xa với một góc nghiêng xuống là $1^{\circ}42'$. Hỏi khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng là bao nhiêu hải lý (1 hải lý = 5280 feet)?
- Bài 18.** Một người quan sát ở đài hải đăng cao 149 m so với mực nước biển nhìn thấy một con tàu ở xa với một góc nghiêng xuống là 27° . Hỏi tàu đang đứng cách chân hải đăng là bao nhiêu mét?

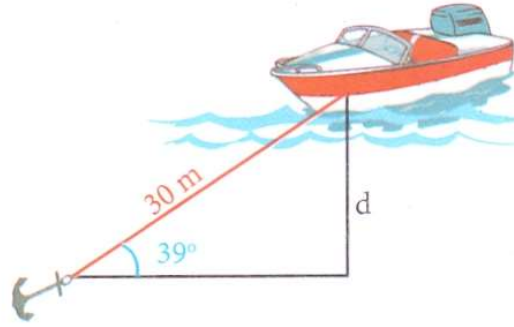


- Bài 19.** Một học sinh thả diều ngoài đồng, cho biết đoạn dây đã thả dài 100 m và có góc nâng 52° . Tính độ cao của diều so với mặt đất (làm tròn đến mét).

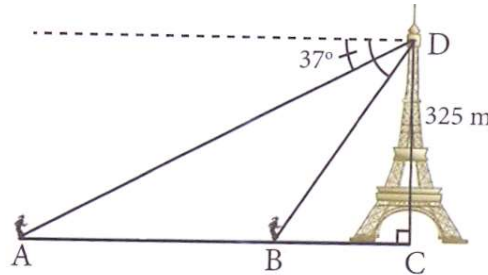


- Bài 20.** Một chiếc thuyền thả neo trên sông. Cho biết dây neo dài 30 m và có góc nghiêng lên là 39° . Tính độ sâu của mực nước chỗ thuyền đang đậu (làm tròn đến mét).

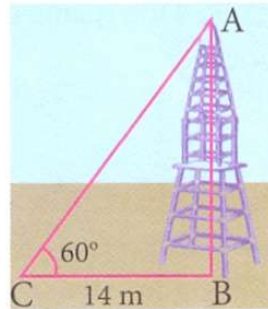




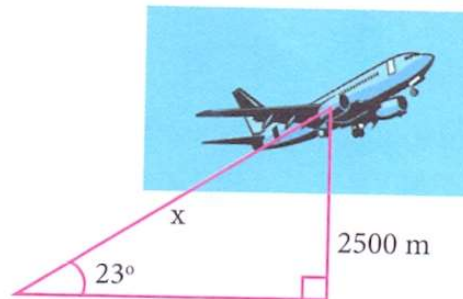
Bài 21. Một người đứng trên đỉnh tháp cao 325 m nhìn thấy 2 điểm A và B với hai góc hạ lần lượt là 37° và 72° . Tính khoảng cách AB .



Bài 22. Một người đứng cách chân tháp 14 m nhìn thấy đỉnh tháp theo góc nghiêng 60° . Tính chiều cao của tháp.

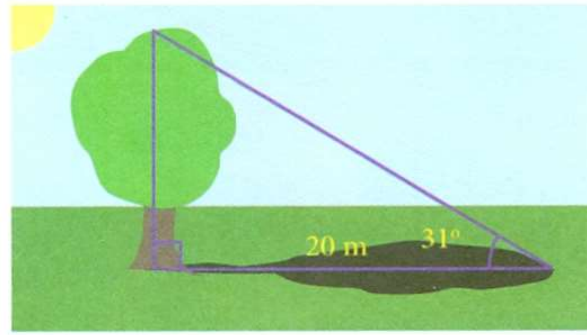


Bài 23. Một máy bay cất cánh theo phương có góc nâng 23° . Hỏi muốn đạt độ cao 2500 m, máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét?

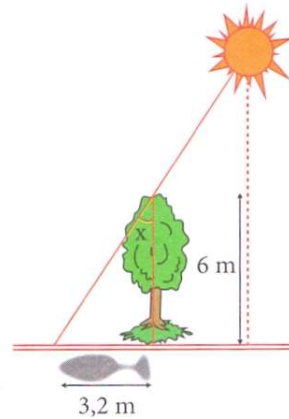


Bài 24. Một cái cây có bóng trên mặt đất dài 20 m. Cho biết tia nắng qua ngọn cây nghiêng một góc 31° so với mặt đất. Tính chiều cao của cây.



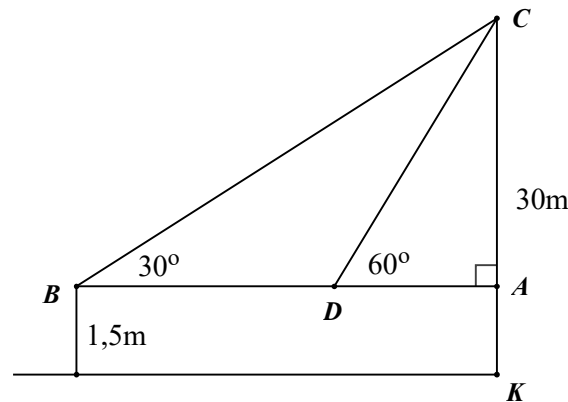


Bài 25. Một cái cây cao 6m đang có bóng dài 3,2 m . Tính góc hợp bởi tia nắng với thân cây



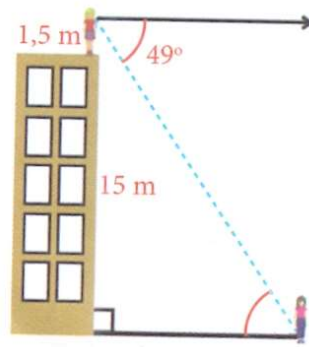
Bài 26. Một người đứng cách chân tháp 14 m nhìn thấy đỉnh tháp theo góc nghiêng 60° . Tính chiều cao của tháp.

Bài 27. Ban Hùng có tầm mắt cao 1,5 m đang đứng gần một cao ốc cao 30 m thì nhìn thấy nóc tòa nhà với góc nâng 30° . Hùng đi về phía tòa nhà cho đến khi nhìn thấy nóc tòa nhà với góc nâng 60° . Tính quãng đường mà bạn Hùng đã đi được.

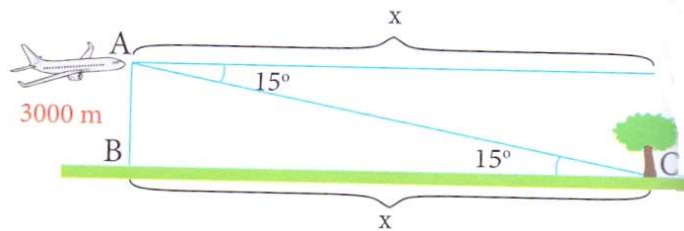


Bài 28. Một học sinh có tầm mắt cao 1,5 m đứng trên sân thượng của một căn nhà cao 15 m nhìn thấy bạn mình với góc nghiêng xuống 49° . Hỏi cô bạn đang ở cách căn nhà bao nhiêu mét?

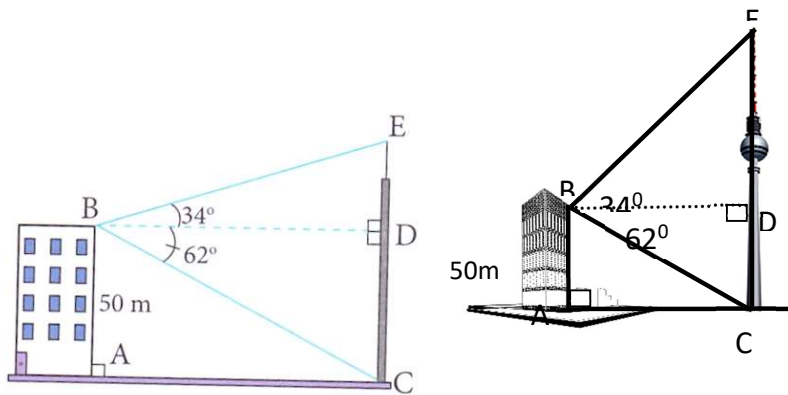




Bài 29. Một máy bay thể thao đang bay ngang ở độ cao 3000 m nhìn thấy một cái cây với góc nghiêng xuống 15° . Hỏi máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét thì sẽ ở ngay trên ngọn cây?



Bài 30. Từ nóc một cao ốc cao 50 m người ta nhìn thấy chân và đỉnh một ăng-ten với các góc hạn lần lượt là 62° và 34° . Tính chiều cao cột ăng-ten.



Bài 31. Một cái diều đang bay ở độ cao 60 m. Sợi dây cột diều nghiêng với mặt đất một góc 60° . Tính chiều dài của sợi dây (làm tròn đến mét) khi nó căng thẳng (không có chỗ bị võng).

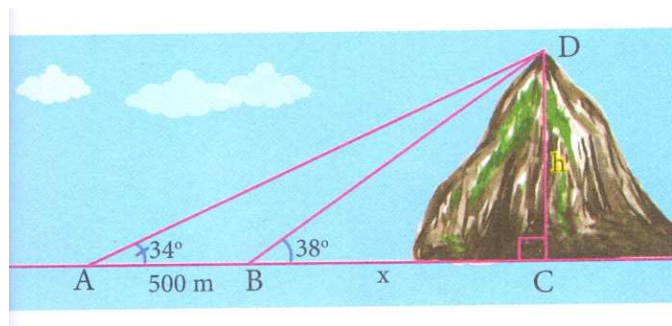


Bài 32. Tháp Capital Gate tại Abu Dhabi cao 160 m và nghiêng 18° . Nếu không nghiêng thì tháp cao bao nhiêu mét?

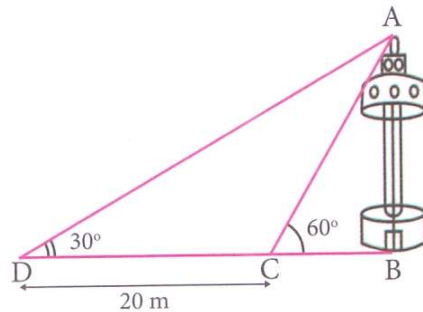




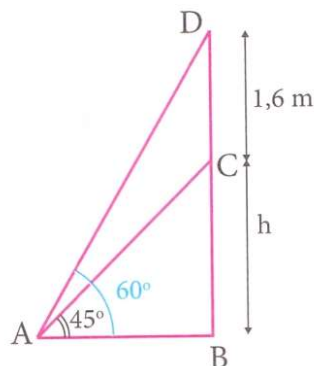
Bài 33. Tính chiều cao của một ngọn núi, cho biết tại hai điểm cách nhau 500 m , người ta nhìn thấy hai đỉnh núi với góc nâng lần lượt là 34° và 38° .



Bài 34. Một cái tháp được dựng bên bờ một con sông, từ một điểm đối diện với tháp ngay bờ bên kia người ta nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 60° . Từ một điểm khác cách điểm ban đầu 20 m, người ta cũng nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 30° . Tính chiều cao của tháp.

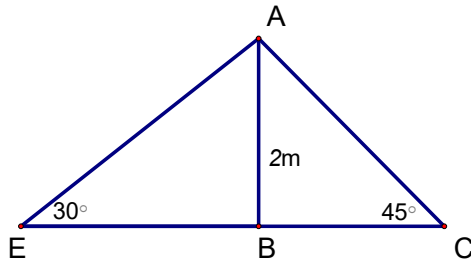


Bài 35. Một bức tượng cao 1,6 m được đặt trên một cái bệ. Tại một điểm trên mặt đất người ta nhìn thấy nóc tượng và nóc bệ với các góc nâng lần lượt là 60° và 45° . Tính chiều cao của cái bệ.

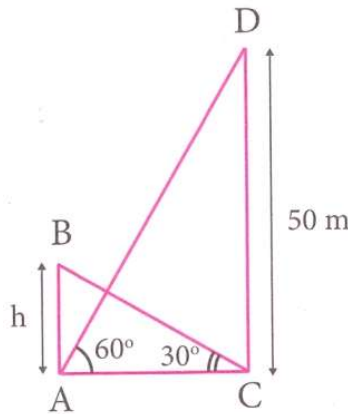




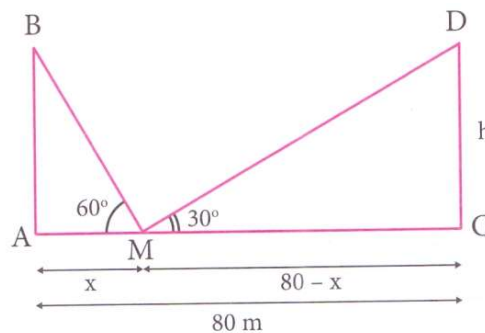
Bài 36. Một nhà trẻ muốn thiết kế hai cái cầu tuột trong sân chơi. Đối với trẻ dưới 5 tuổi, cầu tuột cao 1,5 m và nghiêng với mặt đất một góc 30° . Đối với trẻ trên 5 tuổi cầu tuột cao 1,5 m và nghiêng với mặt đất một góc 45° . Tính chiều dài của mỗi máng tuột.



Bài 37. Từ chân một cái tháp cao 50 m người ta nhìn thấy đỉnh một tòa nhà với góc nâng 30° . Trong khi đó từ chân tòa nhà lại nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 60° . Tính chiều cao của tòa nhà.

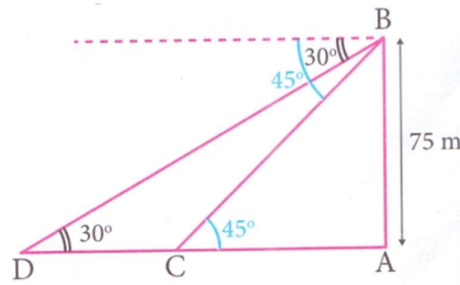


Bài 38. Hai trụ điện có cùng chiều cao đặt cách nhau 80 m. Một người đứng ở xa (thẳng hàng với hai trụ điện, không đứng giữa hai trụ điện) nhìn đỉnh hai trụ điện với góc nâng lần lượt là 60° và 30° . Tính chiều cao trụ điện và khoảng cách từ người đó đến chân các trụ điện. Biết mắt người đó cách mặt đất 1,2 m.

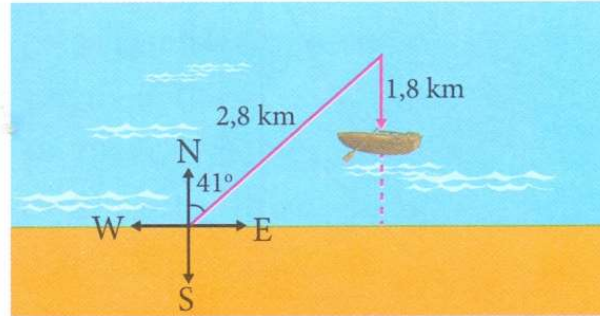


Bài 39. Từ trên một ngọn hải đăng cao 75 m, người ta quan sát hai lần thấy một chiếc thuyền đang hướng về phía hải đăng với góc hạ lần lượt là 30° và 45° . Hỏi chiếc thuyền đi được bao nhiêu mét giữa hai lần quan sát?

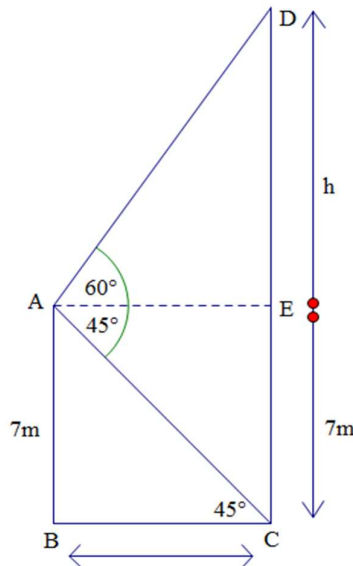




Bài 40. Một thủy thủ lái thuyền ra biển hướng về hướng đông bắc với góc nghiêng so với phương bắc là 41° . Đi được 2,8km anh ta phát hiện sắp hết nhiên liệu nên vội quay thuyền vào bờ, đi được 1,8km thì thuyền tắt máy. Hỏi lúc đó thuyền cách bờ bao xa?

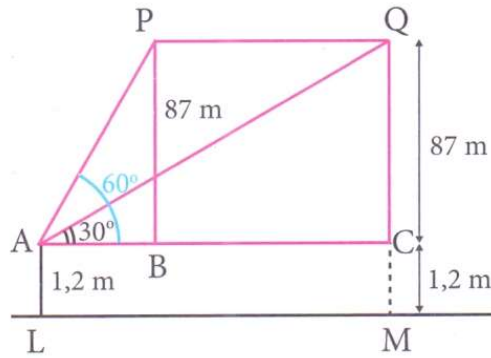


Bài 41. Từ trên đỉnh một tòa nhà cao $7m$, người ta nhìn thấy đỉnh một tháp truyền hình với góc nâng 60° và nhìn thấy chân của tháp với góc hạ 45° . Tính chiều cao của tháp truyền hình?

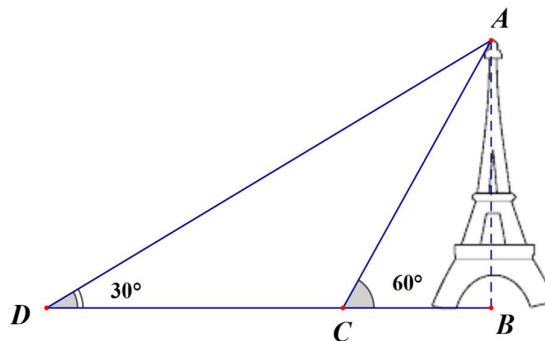


Bài 42. Một học sinh có khoảng cách từ mặt đến mặt đất là 1,2m bắt đầu quan sát một trái bóng bay với góc nâng 60° . Một lúc sau lại nhìn thấy quả bóng bay với góc nâng 30° . Hỏi giữa hai lần quan sát quả bóng đã bay được bao nhiêu mét? Cho biết độ cao của quả bóng luôn luôn không đổi và bằng 88,2 m.

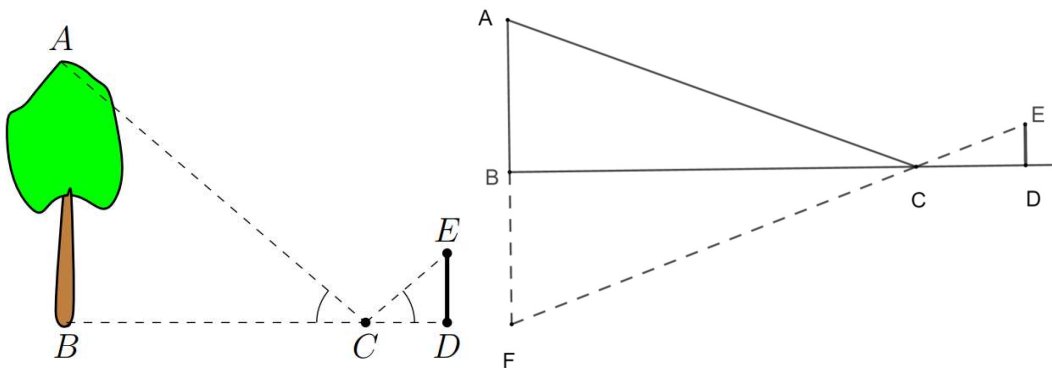




Bài 43. Một người đang ở trên một cái tháp có chiều cao $h=100$ m nhìn xuống một con đường chạy thẳng đến chân tháp. Anh ta nhìn thấy một chiếc xe máy với góc hạ 30° . Sáu phút sau lại nhìn thấy nó với góc hạ 60° . Hỏi sau bao nhiêu phút thì xe máy đến chân tháp? Cho biết vận tốc xe máy không đổi.

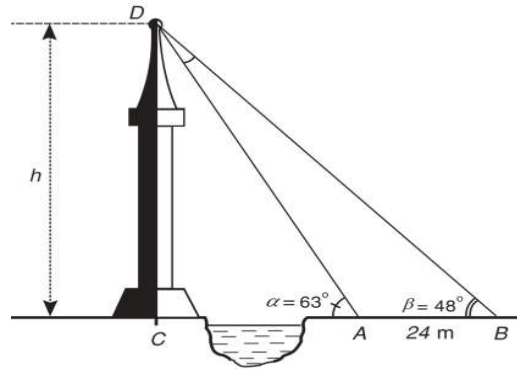


Bài 44. Để đo chiều cao một cái cây AB . Người ta đặt gương phẳng tại vị trí C . Người đo đi lùi lại (thẳng người) cho đến khi nhìn thấy bóng ngọn cây A (lúc này là F). Biết khoảng cách từ gương đến gốc cây là $BC=30$ mét, khoảng cách từ gương đến chỗ đứng là $CD=1,5$ mét. Khoảng cách từ mắt người đo E đến mặt đất là $ED=1,6$ mét. Tính chiều cao của cây? (biết $\widehat{BCA} = \widehat{DCE}$).

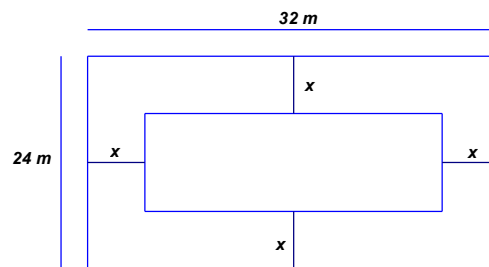


Bài 45. Quan sát hình vẽ dưới đây. Giả sử $CD=h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo khoảng cách AB và các góc $\widehat{CAD}, \widehat{CBD}$. Chẳng hạn ta đo được $AB=24$ m, $\widehat{CAD} = \alpha = 63^\circ$, $\widehat{CBD} = \beta = 48^\circ$. Hãy tính chiều cao h của tháp.



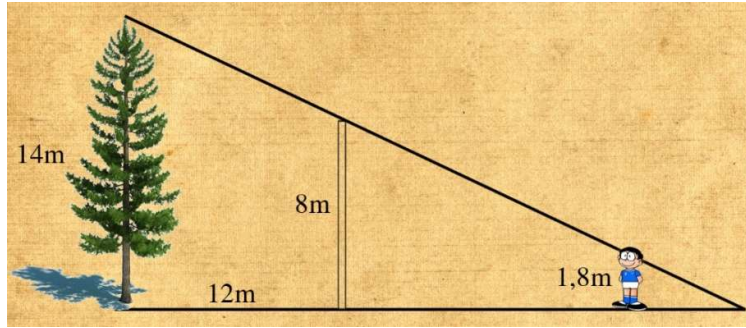


- Bài 46.** Một hình chữ nhật có kích thước là 20 cm và 30 cm. Người ta tăng mỗi kích thước thêm x cm. Gọi y là chu vi của hình chữ nhật mới.
- Hãy tính y theo x .
 - Tính giá trị của y tương ứng với $x = 3$ cm; $x = 5$ cm.
- Bài 47.** Một thửa đất hình chữ nhật có chiều dài là 32 m và chiều rộng là 24 m. Người ta định làm một vườn cây cảnh có con đường đi xung quanh, có bề rộng x (m) (hình vẽ bên). Hỏi bề rộng của mặt đường là bao nhiêu để diện tích phần đất còn lại là 560 m^2 .

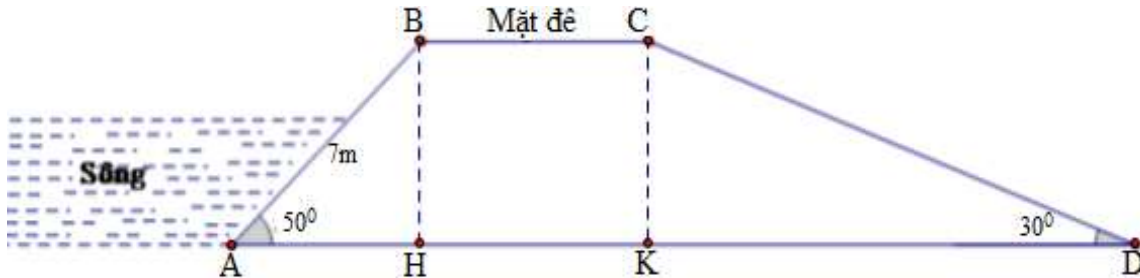


- Bài 48.** Một căn phòng hình vuông được lát bằng những viên gạch men hình vuông cùng kích cỡ, vừa hết 441 viên (không viên nào bị cắt xén). Gạch gồm 2 loại men trắng và men xanh, loại men trắng nằm trên 2 đường chéo của nền nhà còn lại là loại men xanh. Tính số viên gạch men xanh.
- Bài 49.** Bạn Nam đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) gồm đoạn lên dốc và đoạn xuống dốc, $\hat{A} = 5^\circ$, $\hat{B} = 4^\circ$, đoạn lên dốc dài 325 m.
- Tính chiều cao của dốc và chiều dài quãng đường từ nhà đến trường.
 - Biết vận tốc trung bình lên dốc là 8 km/h và vận tốc trung bình xuống dốc là 15 km/h. Tính thời gian (phút) bạn Nam đi từ nhà đến trường. (Lưu ý kết quả của phép tính làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)
- Bài 50.** Một bức tượng cao 1,6 m được đặt trên một cái bệ. Tại một điểm trên mặt đất người ta nhìn thấy nóc tượng và nóc bệ với các góc nâng lần lượt là 60° và 45° . Tính chiều cao cái bệ.
- Bài 51.** Một cây có chiều cao 14 m mọc ở phía sau một bức tường cao 8 m và cách bức tường 12 m. Hỏi người quan sát có chiều cao 1,8 m phải đứng cách bức tường bao nhiêu mét để có thể nhìn thấy ngọn cây.





- Bài 52.** Nhà bạn An ở vị trí A , nhà bạn Bình ở vị trí B cách nhau 1200 m. Trường học ở vị trí C cách nhà bạn An 500m và AB vuông góc với AC . An đi bộ đến trường với vận tốc 4 km/h, Bình đi xe đạp đến trường với vận tốc 12 km/h. Lúc 6 giờ 30 phút, cả hai cùng xuất phát đến trường. Hỏi bạn nào đến trường trước?
- Bài 53** Bóng của tháp Bình Sơn (Vĩnh Phúc) trên mặt đất có độ dài 20 m. Cùng thời điểm đó, một cột sắt cao 1,65 m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 2 m. Tính chiều cao của tháp.
- Bài 54.** Một con đê được đắp chắn sóng theo hình dưới, độ dốc của con đê phía sông dài 7 m. Hỏi độ dốc còn lại của con đê dài bao nhiêu mét?

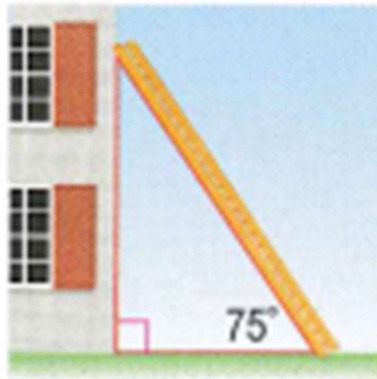


- Bài 55.** Xem hình vẽ sau, người ta có thể dùng giác kế để đo được góc $\widehat{CAB} = 43^\circ$ và $\widehat{CBA} = 38^\circ$. Hỏi tàu đang ở vị trí điểm H sẽ chạy với vận tốc bao nhiêu km/h để sau 5 phút sẽ đến vị trí điểm C . Biết khoảng cách từ vị trí điểm A đến vị trí điểm B là 300 m và vị trí 3 điểm A, H, B thẳng hàng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



- Bài 56.** Ba An muốn mua một cái thang dùng để lên mái nhà. Ba hỏi An phải mua cái thang dài bao nhiêu mét để đảm bảo sự an toàn và có thể leo lên được mái nhà cao 4,5m so với mặt đất. Em hãy giúp An tính chiều dài thang cần mua, biết góc kê thang an toàn là 75° so với phương ngang (làm tròn đến số thập phân thứ nhất).

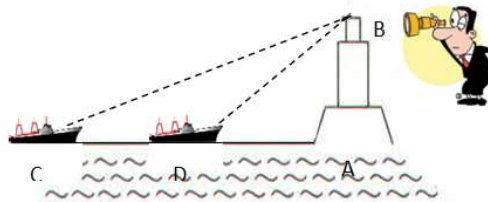




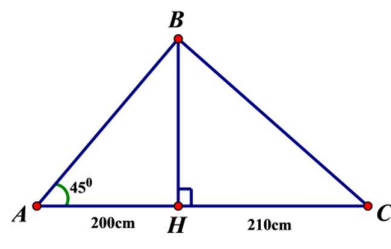
- Bài 57.** Một chiếc máy bay bay lên cao với vận tốc 520 km/h . Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 24° . Hỏi sau 90 giây máy bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



- Bài 58.** Từ đài quan sát cao 10 m, Nam có thể nhìn thấy 2 chiếc thuyền dưới góc 45° và 30° so với phương ngang. Hãy tính khoảng cách 2 chiếc thuyền, làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất. (điều kiện lý tưởng: vị trí 2 chiếc thuyền và vị trí đài quan sát thẳng hàng).

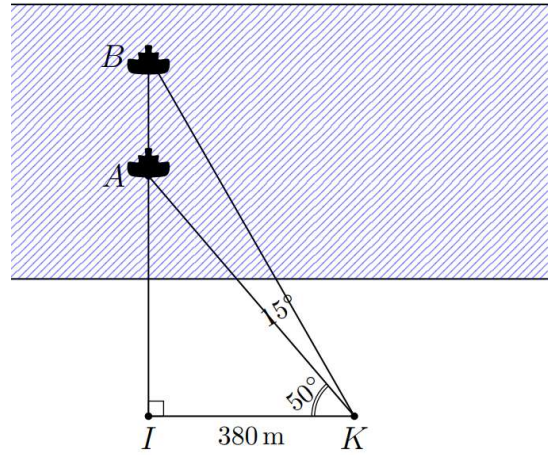


- Bài 59.** Hình ảnh mặt cắt một quả đồi được minh họa là một $\triangle ABC$ với các chi tiết như sau: cạnh đáy là AC , $BH \perp AC$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$, $AH = 200 \text{ m}$, $HC = 210 \text{ m}$. Một nhóm học sinh đi dã ngoại đi từ đỉnh A lên đỉnh B rồi xuống dốc trở về C . Hãy tính quãng đường này?

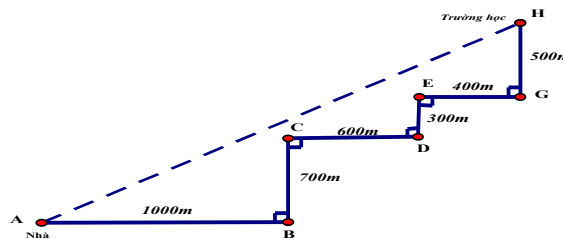


- Bài 60.** Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như trong hình vẽ. Tính khoảng cách giữa chúng (kết quả là tròn đến mét).

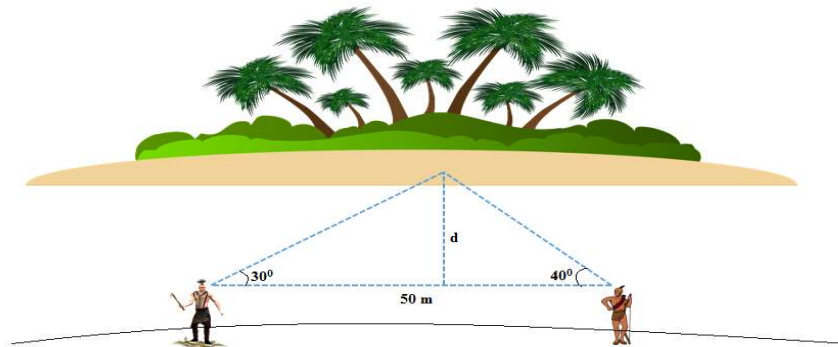




Bài 61. Lúc 6h45 phút sáng bạn Nam đi xe đạp điện từ nhà tới trường với vận tốc trung bình là 15 km/h bạn đi theo con đường từ $A \mapsto B \mapsto C \mapsto D \mapsto E \mapsto G \mapsto H$ (như trong hình). Nếu có 1 con đường thẳng từ $A \mapsto H$ và đi theo con đường đó với vận tốc trung bình 15 km/h, bạn Nam sẽ tới trường lúc mấy giờ?



Bài 62. Hai ngư dân đứng ở một bên bờ sông cách nhau 50 m cùng nhìn thấy một cù lao trên sông với các góc nâng lần lượt là 30° và 40° . Tính khoảng cách d từ bờ sông đến cù lao.



Bài 63. Một người đi xe máy lên dốc có độ nghiêng 5° so với phương ngang với vận tốc trung bình lên dốc là 18 km/h. Hỏi người đó mất bao lâu để lên tới đỉnh dốc? Biết đỉnh dốc cách mặt đất 18 m.

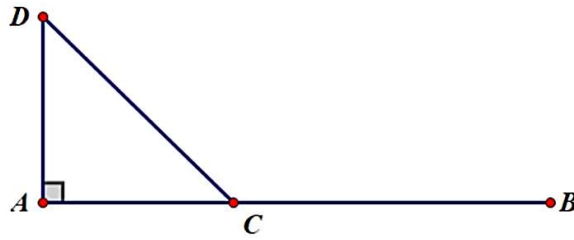
Bài 64. Từ vị trí xuất phát A , hai xe cùng một lúc đi thẳng theo hai hướng khác nhau, tạo một góc $\hat{A} = 70^\circ$. Xe thứ nhất đi với vận tốc 40 km/h và xe thứ hai đi với vận tốc 50 km/h. Sau 1 giờ 30 phút, hai xe cách nhau bao nhiêu km? (làm tròn đến 2 chữ số thập phân).

Bài 65. Một máy kéo nông nghiệp có bánh xe sau to hơn bánh xe trước. Bánh xe sau có đường kính 124 cm và bánh xe trước có đường kính 80 cm. Hỏi khi bánh xe sau lăn được 20 vòng thì xe đi chuyển được bao nhiêu mét (làm tròn một chữ số) và khi đó bánh xe trước lăn được mấy vòng?

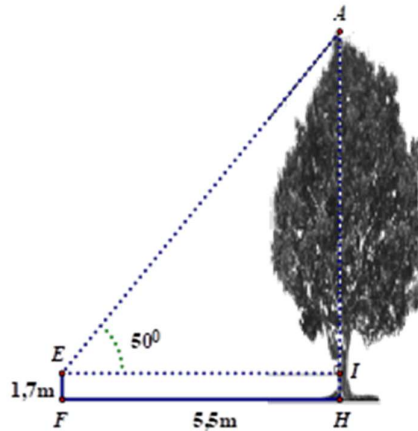




- Bài 66.** Trong hình vẽ dưới đây, hai địa điểm A, B cách nhau 100 km. Một xe ô tô khởi hành từ B đến A với vận tốc 40 km/h. Cùng lúc đó, một xe đạp điện cũng khởi hành từ A trên đoạn đường vuông góc với AB với vận tốc 20 km/h. Hỏi sau 90 phút thì hai xe cách nhau bao xa.

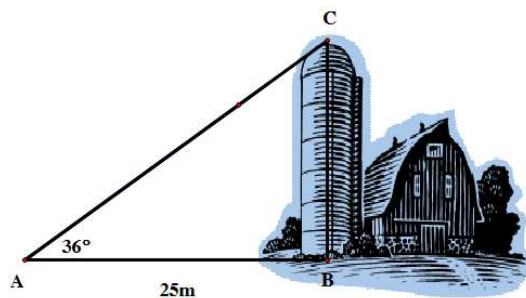


- Bài 67.** Với số liệu ghi trên hình (biết tứ giác $EFHI$ là hình chữ nhật và A, I, H thẳng hàng). Cây trong hình cao bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).



- Bài 68.** Một người quan sát đứng cách một tòa nhà khoảng 25 m (điểm A). Góc nâng từ chỗ anh ta đứng đến nóc tòa nhà (điểm C) là 36° .

- 1) Tính chiều cao tòa nhà (làm tròn đến 0,5 mét)
- 2) Nếu anh ta đi thêm 5 m nữa, đến vị trí D nằm giữa A và B thì góc nâng từ D đến nóc nhà là bao nhiêu? (làm tròn đến phút).

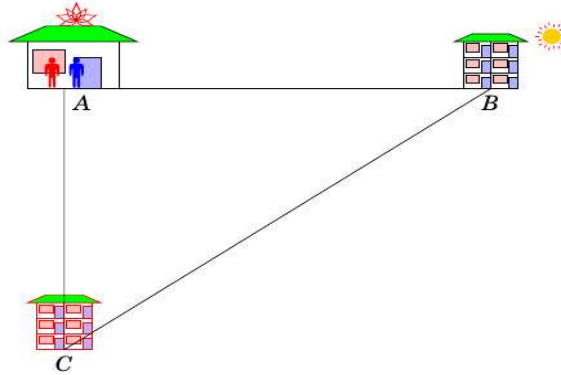


- Bài 69.** Một người đo chiều cao của một cây nhờ một cọc chôn xuống đất, cọc cao 2 m và đặt xa cây 15 m. Sau khi người ấy lùi ra xa cách cọc 0,8 m thì nhìn thấy đầu cọc và đỉnh cây cùng nằm trên một đoạn đường thẳng. Hỏi cây cao bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là 1,6 m?



**HƯỚNG DẪN GIẢI DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ HÌNH HỌC**

- Bài 1.** Hằng ngày hai anh em An và Bình cùng đi bộ từ nhà ở A để đến trường. Trường của An ở vị trí B , trường của Bình ở vị trí C theo hai hướng vuông góc với nhau. An đi với vận tốc $4km/h$ và đến trường sau 15 phút. Bình đi với vận tốc $3km/h$ và đến trường sau 12 phút. Tính khoảng cách BC giữa hai trường (làm tròn đến mét).

**Lời giải**

+) Quãng đường An đi từ nhà đến trường là: $AB = 4 \cdot \frac{15}{60} = 1(km)$.

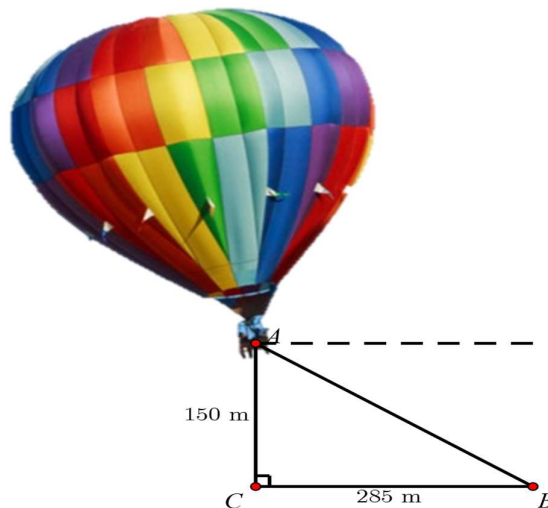
+) Quãng đường Bình đi từ nhà đến trường là: $AC = 3 \cdot \frac{12}{60} = \frac{3}{5}(km)$.

Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông ABC , ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{34}}{5} \approx 1,166 km = 1166 m.$$

Vậy khoảng cách hai trường là $1166 m$.

- Bài 2.** Một người A đang ở trên khinh khí cầu ở độ cao $150m$ nhìn thấy một vật B trên mặt đất cách hình chiếu của khí cầu xuống đất một khoảng $285m$. Tính góc hạ của tia AB . Nếu khinh khí cầu tiếp tục bay lên thẳng đứng thì khi góc hạ của tia AB là 46° thì độ cao của khinh khí cầu là bao nhiêu? (làm tròn đến mét).

**Lời giải**

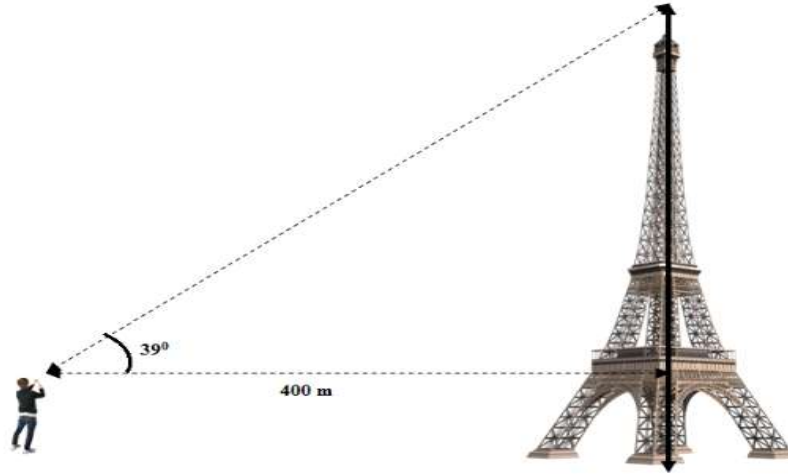


+) Góc hạ của tia AB là góc \widehat{ABC} .

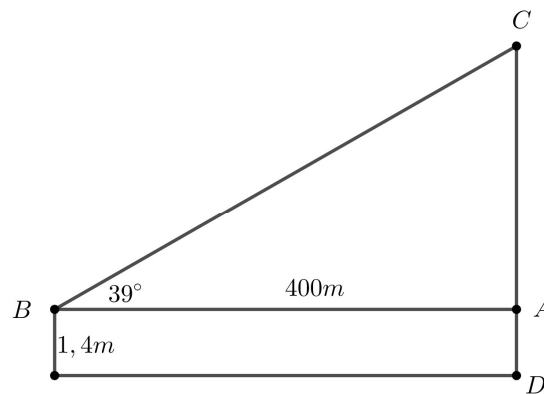
Trong tam giác ABC vuông tại C có: $\tan \widehat{ABC} = \frac{CA}{CB} = \frac{150}{285} = \frac{10}{19} \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 28^\circ$.

+) Khi góc hạ là 46° , cao của kính khí cầu là: $285 \cdot \tan 46^\circ \approx 295m$

Bài 3. Một người có mắt cách mặt đất $1,4m$, đứng cách tháp Eiffel $400m$ nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 39° . Tính chiều cao của tháp (làm tròn đến mét).



Lời giải



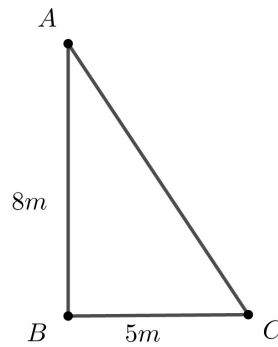
$\triangle ABC$ vuông tại A có: $AC = AB \cdot \tan \widehat{ABC} = 400 \cdot \tan 39^\circ (m)$

Suy ra chiều cao của tháp là: $AC + AD = 400 \cdot \tan 39^\circ + 1,4 \approx 325m$

Bài 4. Một cột đèn cao $8m$. Tính góc tạo bởi tia nắng mặt trời và mặt đất lúc nó có bóng trên mặt đất là $5m$.

Lời giải





Giả sử cột đèn có chiều cao AB , bóng cột đèn lên mặt đất lúc đó là BC .

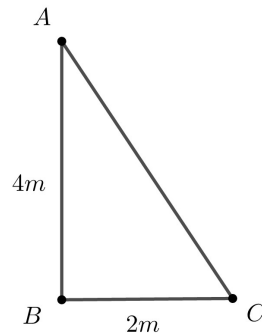
Khi đó góc tạo bởi tia nắng và mặt đất là góc \widehat{ACB} .

Trong ΔABC vuông tại B có: $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{8}{5} \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 58^\circ$.

Vậy góc tạo bởi tia nắng và mặt đất lúc đó xấp xỉ 58° .

Bài 5. Một cái thang dài $4m$ đang dựa vào tường, chân thang cách chân tường $2m$. Tính góc tạo bởi thang với mặt đất và với mặt tường.

Lời giải



Giả sử thang có chiều dài AC , khoảng cách từ đầu thang tới mặt đất là AB (như hình vẽ).

Khi đó góc tạo bởi thang với mặt đất và với mặt tường lần lượt là góc \widehat{ACB} , \widehat{CAB} .

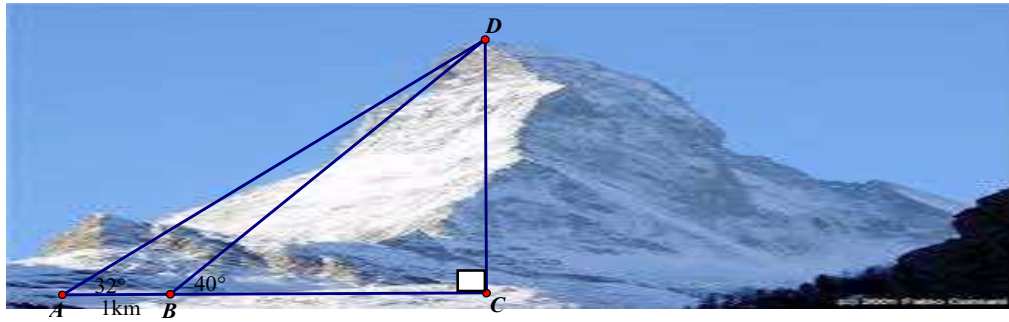
Trong ΔABC vuông tại B có $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 63^\circ 26'$

$\Rightarrow \widehat{CAB} = 90^\circ - \widehat{ACB} \approx 26^\circ 34'$.

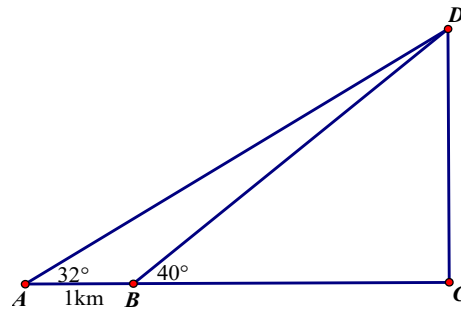
Vậy góc tạo bởi thang với mặt đất và với mặt tường lần lượt là $63^\circ 26'$, $26^\circ 36'$.

Bài 6. Tính chiều cao của một ngọn núi cho biết tại hai điểm cách nhau $1km$ trên mặt đất người ta nhìn thấy đỉnh núi với góc nâng lần lượt là 40° và 32° .





Lời giải:



Giả sử chiều cao của một ngọn núi là độ dài đoạn thẳng CD

Hai điểm cách nhau 1 km là đoạn thẳng $AB=1\text{ km}$

Ta có:

$$\triangle ACD \text{ có } \widehat{ACD} = 90^\circ \Rightarrow AC = DC \cdot \cot \widehat{DAC}$$

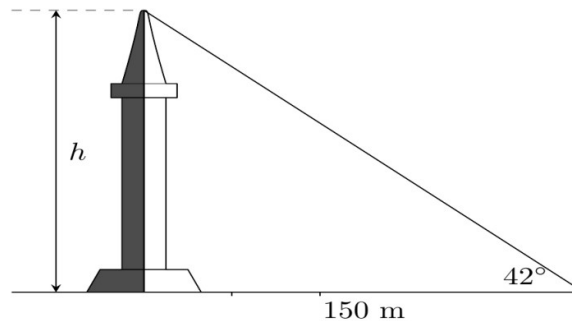
$$\triangle BCD \text{ có } \widehat{BCD} = 90^\circ \Rightarrow BC = DC \cdot \cot \widehat{DBC}$$

$$\Rightarrow AC - BC = DC \cdot (\cot \widehat{DAC} - \cot \widehat{DBC})$$

$$\Rightarrow DC = \frac{AC - BC}{(\cot \widehat{DAC} - \cot \widehat{DBC})} = \frac{1}{\cot 32^\circ - \cot 40^\circ} \approx 2,447 \text{ (km)}$$

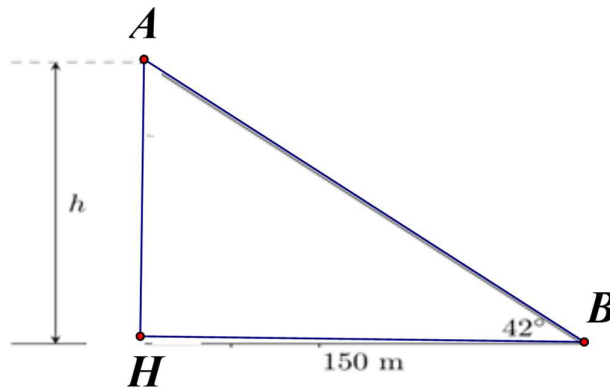
Vậy chiều cao của đỉnh núi là: $2,447\text{ km}$

Bài 7. Tính chiều cao của một cái tháp, cho biết khi các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 42° thì bóng của tháp trên mặt đất có chiều dài 150m.



Lời giải:



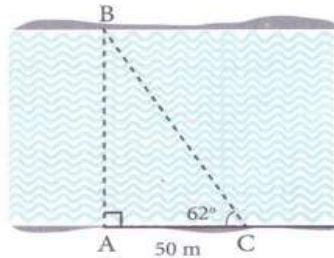


Giả sử AH là chiều cao của tháp; $\widehat{ABH} = 42^\circ$ là góc bởi tia nắng mặt trời với mặt đất
Bóng của tháp trên mặt đất là $BH = 150\text{ m}$. Khi đó

$$\Delta ABH \text{ vuông tại } H \Rightarrow AH = BH \cdot \tan \widehat{ABH} = 150 \cdot \tan 42^\circ \approx 135,061(m)$$

Vậy: chiều cao của cột tháp là: $135,061\text{ m}$

- Bài 8.** Để đo chiều rộng AB của một con sông mà không phải băng ngang qua sông, một người đi từ A đến C đo được $AC = 50\text{ m}$ và từ C nhìn thấy B với góc nghiêng 62° với bờ sông. Tính bề rộng của con sông.



Lời giải:

$$\text{Ta có: } \Delta ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow AB = AC \cdot \tan \widehat{ACB} = 50 \cdot \tan 62^\circ \approx 94,036(m)$$

Vậy: bề rộng của con sông dài: $94,036\text{ m}$

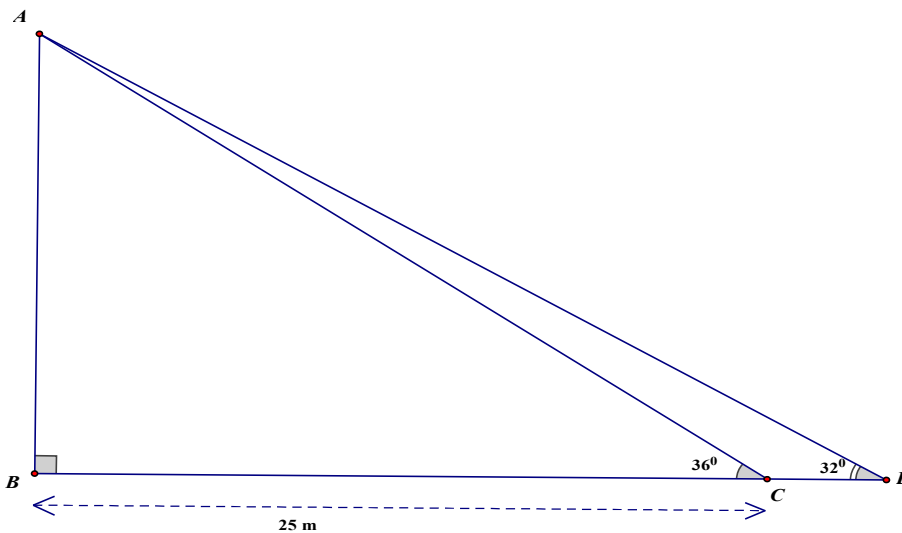
- Bài 9.** Một người quan sát đứng cách một tòa nhà 25 m . Góc nâng từ chỗ anh ta đứng đến nóc tòa nhà là 36° .





- 1) Tính chiều cao của tòa nhà (làm tròn đến mét).
- 2) Nếu anh ta dịch chuyển sao cho góc nâng là 32° thì anh ta cách tòa nhà bao nhiêu mét? Khi đó anh ta tiến lại gần hay cách ra xa tòa nhà (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải:



- 1) Tính chiều cao của tòa nhà (làm tròn đến mét).

Giả sử chiều cao của cột tháp là độ dài AB

Góc nâng từ chỗ anh ta đứng đến nóc tòa nhà là $\widehat{ACB} = 36^\circ$

Khoảng cách từ vị trí người đó đứng đến tòa nhà là $BC = 25m$

Khi đó: $\triangle ABC$ vuông tại $B \Rightarrow AB = BC \cdot \tan \widehat{ACB} = 25 \cdot \tan 36^\circ \approx 18(m)$

Vậy chiều cao của tòa nhà là $18m$

- 2) Giả sử khoảng cách từ vị trí người đó đứng để tạo được góc nâng là 32° là D . Khi đó khoảng cách từ vị trí người đó đứng đến tòa nhà là độ dài đoạn thẳng BD

$\triangle ABD$ vuông tại $B \Rightarrow BD = AB \cdot \cot \widehat{ADB} = 18 \cot 32^\circ \approx 28,81(m)$

Vì $BD > BC (28,81 > 25)$ nên anh ta cách xa tòa nhà .

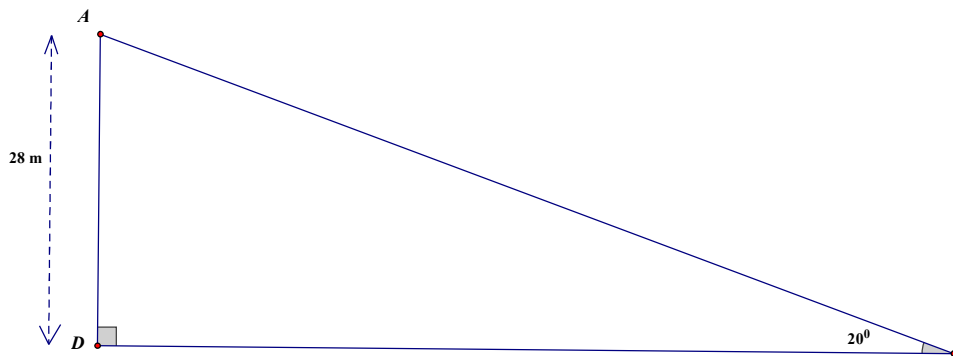




Bài 10. Từ trên tháp quan sát của một ngọn hải đăng cao 28 m , người ta nhìn thấy một chiếc thuyền cứu hộ với góc hạ 20° . Tính khoảng cách từ chân tháp đến thuyền.



Lời giải:



Giả sử chiều cao của tháp chính là độ dài AD ; chiếc thuyền cứu hộ với góc hạ 20° là góc \widehat{AID} ; DI là khoảng cách từ thuyền đến chân tháp.

Ta có:

$$\Delta ADI \text{ vuông tại } D \Rightarrow DI = AD \cdot \cot \widehat{ADI} = 28 \cdot \cot 20^\circ \approx 76,929(m)$$

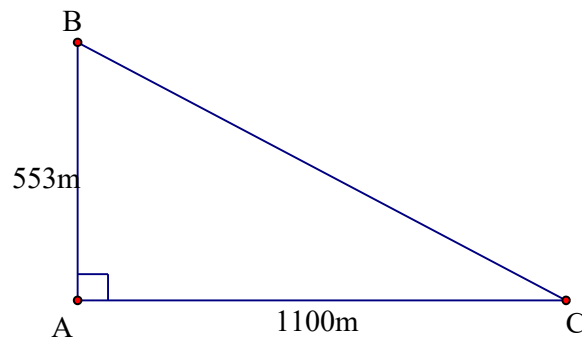
Vậy: Khoảng cách từ chân tháp đến thuyền là 76,929 m .

Bài 11. Đài quan sát Toronto, Ontario (Canada) cao 533 m . Ở một thời điểm vào ban ngày, mặt trời chiếu tạo thành bóng dài 1100 m . Hỏi lúc đó góc tạo bởi tia nắng mặt trời và mặt đất là bao nhiêu (làm tròn đến độ).



Lời giải:





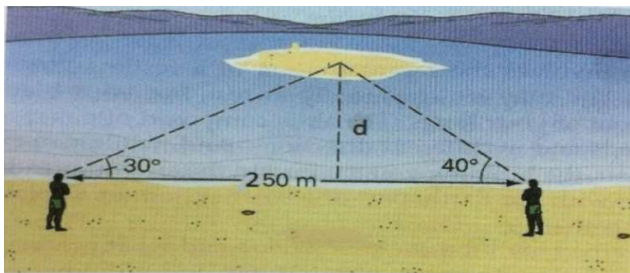
Trên hình vẽ: Gọi AB là chiều cao của đài quan sát, AC là chiều dài bóng của nó trên mặt đất ta có $AB = 553$ (m); $AC = 1100$ (m)

Khi đó góc tạo bởi tia nắng mặt trời và mặt đất là \widehat{ACB}

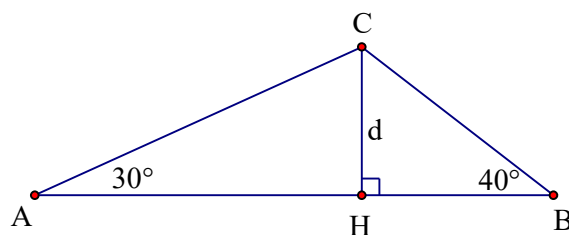
$$\text{Xét tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \text{ có } \tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{553}{1100} \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 27^\circ$$

Vậy lúc đó góc tạo bởi tia nắng mặt trời và mặt đất là xấp xỉ 27°

Bài 12. Hai ngư dân đứng ở một bên bờ sông cách nhau 250 m cùng nhìn thấy một cù lao trên sông với các góc nâng lần lượt là 30° và 40° . Tính khoảng cách d từ bờ sông đến cù lao.



Lời giải:



Trên hình vẽ: Giả sử hai ngư dân lần lượt đứng ở 2 vị trí A và B , cù lao ở vị trí C

Gọi H là hình chiếu của C trên AB thì khoảng cách từ bờ sông đến cù lao là $d = AH$

Xét tam giác AHC vuông tại H có $AH = d \cdot \cot 30^\circ$

Xét tam giác BHC vuông tại H có $BH = d \cdot \cot 40^\circ$

Mà $AH + BH = AB$

$$\Rightarrow d \cdot (\cot 30^\circ + \cot 40^\circ) = 250$$

$$\Rightarrow d \cdot 2,9238 = 250$$

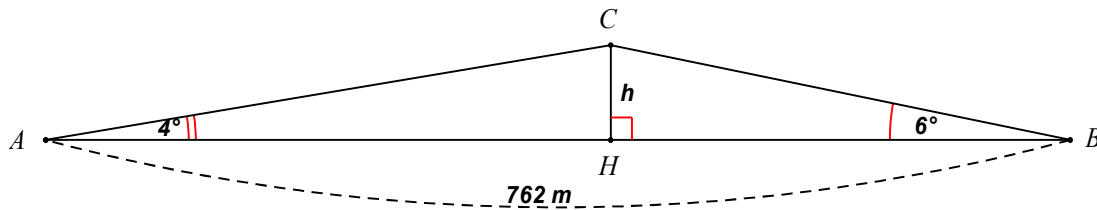
$$\Rightarrow d \approx 85,5 \text{ (m)}$$





Vậy khoảng cách d từ bờ sông đến cù lao khoảng 85,5 m

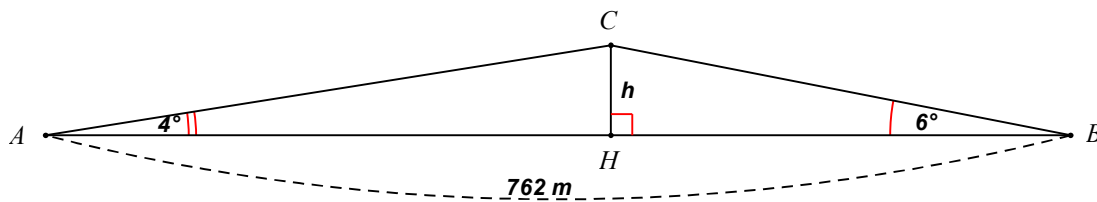
Bài 13. Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ). Cho biết đoạn thẳng AB dài 762 m, góc $\hat{A} = 4^\circ$, $\hat{B} = 6^\circ$.



1) Tính chiều cao h của con dốc.

2) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình xuống dốc là 6 km/h.

Lời giải:



1) Trên hình vẽ: Chiều cao h của con dốc là chiều dài đoạn thẳng HC

Xét tam giác AHC vuông tại H có $AH = h \cdot \cot 4^\circ$

Xét tam giác BHC vuông tại H có $BH = h \cdot \cot 6^\circ$

Mà $AH + BH = AB$

$$\Rightarrow d \cdot (\cot 4^\circ + \cot 6^\circ) = 762$$

$$\Rightarrow d \cdot 23,815 \approx 762$$

$$\Rightarrow d \approx 32 \text{ (m)}$$

Vậy chiều cao h của con dốc là khoảng 32 m

2) Đổi 4 km/h = 4000 m/h; 6 km/h = 6000 m/h

Gọi thời điểm An đến trường là $x(h)$ ($6 < x \leq 24$)

Quãng đường An lên dốc là $AC = 32 : \sin 4^\circ \approx 458,739 \text{ (m)}$

Thời gian An lên dốc đoạn đường AC hết $458,739 : 4000 \approx 0,115 \text{ (h)}$

Quãng đường An xuống dốc là $CB = 32 : \sin 6^\circ \approx 306,137 \text{ (m)}$

Thời gian An xuống dốc đoạn đường CB hết $306,137 : 6000 \approx 0,051 \text{ (h)}$

Thời gian An đi từ nhà đến trường hết $x - 6 \text{ (h)}$ nên ta có phương trình:

$$0,115 + 0,051 = x - 6$$

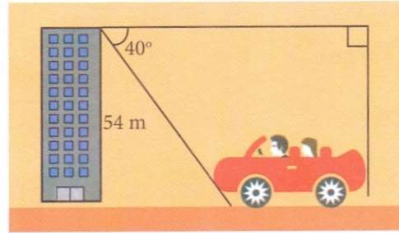
$$\Rightarrow x = 0,115 + 0,051 + 6 = 6,166 \text{ (h)} \approx 6\text{h}10\text{ph}$$

Vậy bạn An đến trường vào khoảng 6 giờ 10 phút.

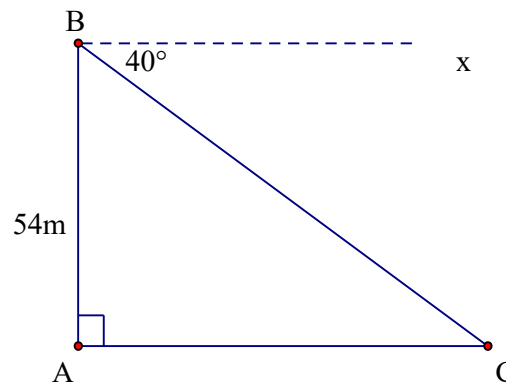




- Bài 14.** Từ đỉnh một tòa nhà cao 54 m, người ta nhìn thấy một ô tô đang đỗ dưới một góc nghiêng xuống là 40° . Hỏi ô tô đang đỗ cách tòa nhà đó bao nhiêu mét ?



Lời giải:



Trên hình vẽ: Gọi AB là chiều cao của tòa nhà, AC là khoảng cách từ chân tường đến ô tô. Từ đỉnh tòa nhà, người ta nhìn thấy một ô tô đang đỗ dưới một góc nghiêng xuống là

$$\widehat{CBx} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{CBA} = 50^\circ.$$

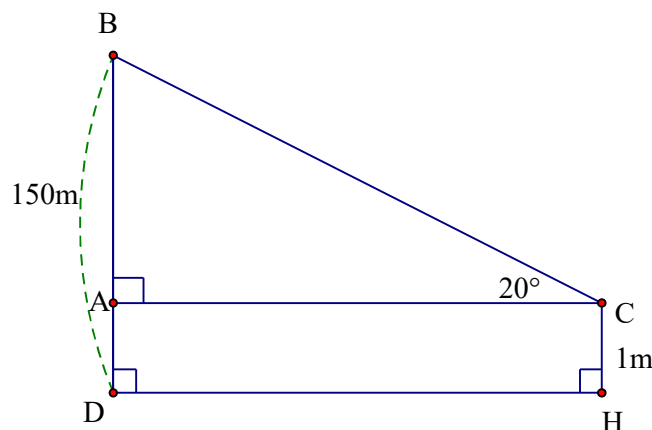
Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

$$AC = AB \cdot \tan \widehat{ABC} = 54 \cdot \tan 50^\circ \approx 64,35 \text{ (m)}$$

Vậy ô tô đang đỗ cách tòa nhà đó khoảng 64,35 m

- Bài 15.** Một học sinh đứng ở mặt đất cách tháp ăng ten cao 150 m nhìn thấy đỉnh tháp theo một góc nghiêng lên là 20° và khoảng cách từ mắt đến mặt đất là 1 m. Tính khoảng cách từ học sinh đó đến tháp (làm tròn đến mét).

Lời giải:





Trên hình vẽ: Gọi BD là chiều cao của tháp ăng ten, C là vị trí mắt của học sinh, CH là khoảng cách từ mắt của học sinh đến mặt đất, A là hình chiếu của điểm C trên BD .

Ta có $ADHC$ là hình chữ nhật và $BD = 150 (m)$; $HC = 1 (m) \Rightarrow AB = 149 (m)$

Khoảng cách từ học sinh đó đến tháp là độ dài đoạn thẳng AC

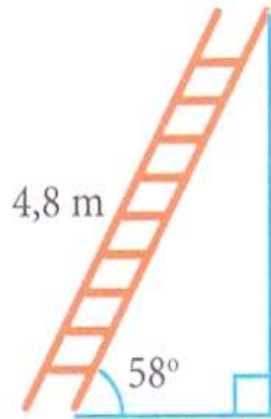
Một học sinh đứng ở mặt đất nhìn thấy đỉnh tháp theo một góc nghiêng lên là $\widehat{ACB} = 20^\circ$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có:

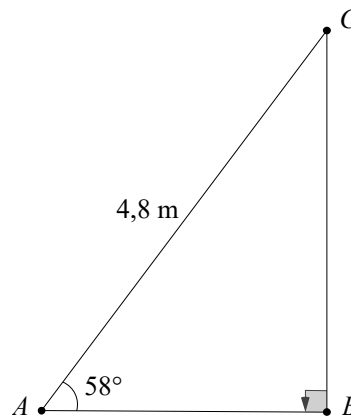
$$AC = AB \cdot \cot \widehat{ACB} = 149 \cdot \cot 20^\circ \approx 409 (m)$$

Vậy khoảng cách từ học sinh đó đến tháp là xấp xỉ $409m$.

- Bài 16.** Một cái thang dài $4,8m$ dựa vào tường làm thành một góc 58° so với mặt đất. Tính chiều cao của thang so với mặt đất (làm tròn đến mét).



Lời giải



Giả sử trong hình vẽ, AC là độ dài của thang thì BC chính là chiều cao của thang so với mặt đất, AB là khoảng cách từ chân thang đến chân tường, góc tạo bởi thang với mặt đất $\widehat{CAB} = 58^\circ$.

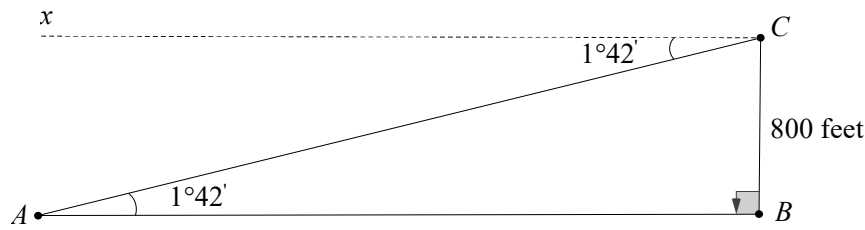
Xét $\triangle ABC$ vuông tại C có $BC = AC \cdot \sin \widehat{CAB}$ hay $BC = 4,8 \cdot \sin 58^\circ \approx 4 (m)$

Vậy chiều cao của thang so với mặt đất xấp xỉ 4 mét.

- Bài 17.** Một người quan sát ở đài hải đăng cao 800 feet (đơn vị đo lường Anh) so với mực nước biển nhìn thấy một con tàu ở xa với một góc nghiêng xuống là $1^\circ 42'$. Hỏi khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng là bao nhiêu hải lý (1 hải lý = 5280 feet)?

Lời giải





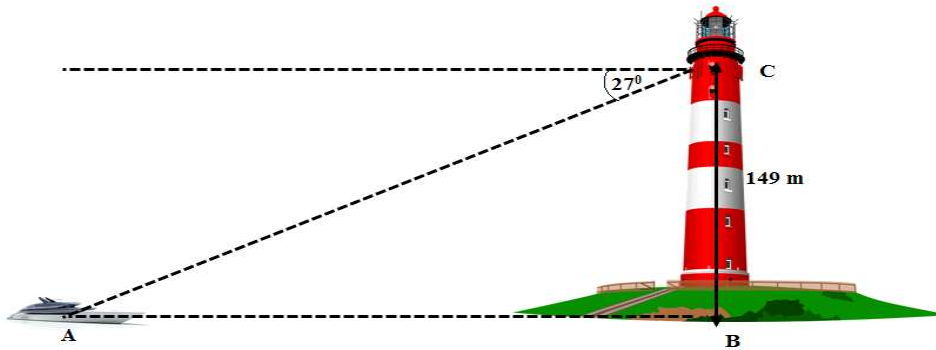
Giả sử trong hình vẽ BC là độ cao của đài hải đăng so với mực nước biển thì AB là khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng, góc nghiêng xuống $\widehat{ACx} = 1^\circ 42' \Rightarrow \widehat{CAB} = 1^\circ 42'$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $AB = BC \cdot \cotan \widehat{CAB}$

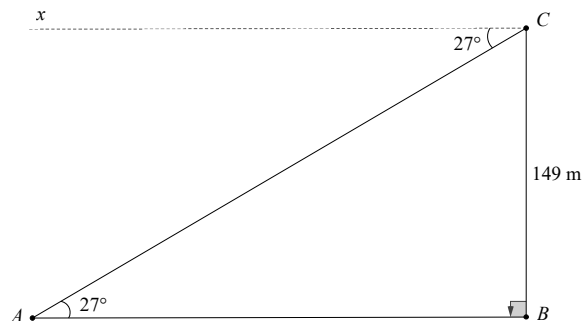
hay $AB = 800 \cdot \cot 1^\circ 42' \approx 26954,8072 \text{ (feet)} \approx 5 \text{ (hải lý)}$.

Vậy khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng khoảng 5 hải lý.

Bài 18. Một người quan sát ở đài hải đăng cao 149 m so với mực nước biển nhìn thấy một con tàu ở xa với một góc nghiêng xuống là 27° . Hỏi tàu đang đứng cách chân hải đăng là bao nhiêu mét?



Lời giải



Giả sử trong hình vẽ BC là độ cao của đài hải đăng so với mực nước biển thì AB là khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng, góc nghiêng xuống $\widehat{ACx} = 27^\circ \Rightarrow \widehat{CAB} = 27^\circ$

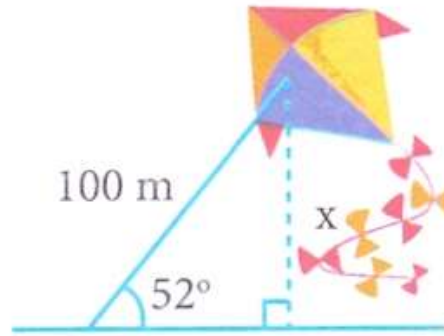
Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $AB = BC \cdot \cotan \widehat{CAB}$

hay $AB = 149 \cdot \cotan 27^\circ \approx 292 \text{ (m)}$

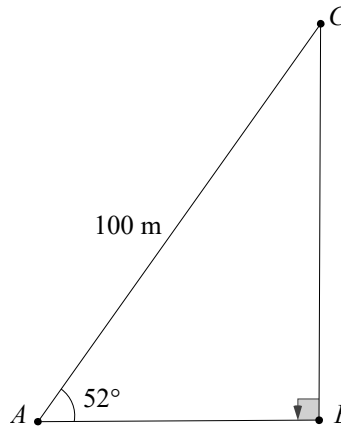
Vậy khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng khoảng 292 mét.

Bài 19. Một học sinh thả diều ngoài đồng, cho biết đoạn dây đã thả dài 100 m và có góc nâng 52° . Tính độ cao của diều so với mặt đất (làm tròn đến mét).





Lời giải



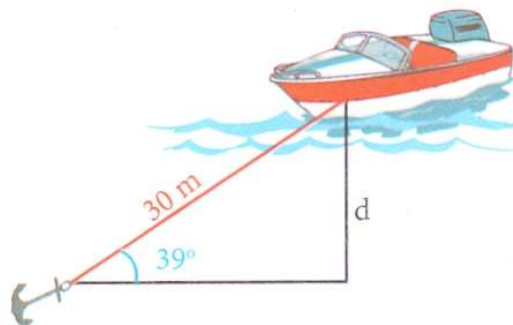
Giả sử trong hình vẽ, AC là đoạn dây điều đã thả thì BC là độ cao của điều so với mặt đất, góc nâng $\widehat{CAB} = 52^\circ$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $BC = AC \cdot \sin \widehat{CAB}$

hay $BC = 100 \cdot \sin 52^\circ \approx 79$ (m)

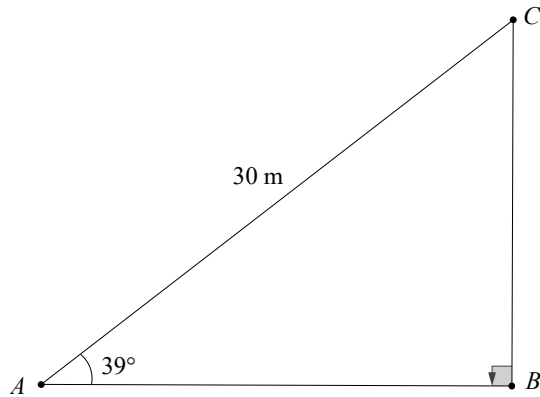
Vậy độ cao của điều so với mặt đất xấp xỉ 79 mét.

- Bài 20.** Một chiếc thuyền thả neo trên sông. Cho biết dây neo dài 30 m và có góc nghiêng lên là 39° . Tính độ sâu của mực nước chỗ thuyền đang đậu (làm tròn đến mét).



Lời giải





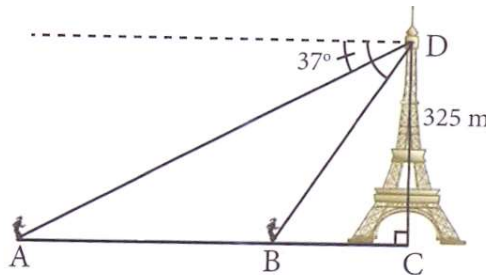
Giả sử trong hình vẽ, AC là dây neo thì BC là độ sâu của mực nước chỗ thuyền đang đậu, góc nghiêng lên $\widehat{CAB} = 39^\circ$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $BC = AC \cdot \sin \widehat{CAB}$

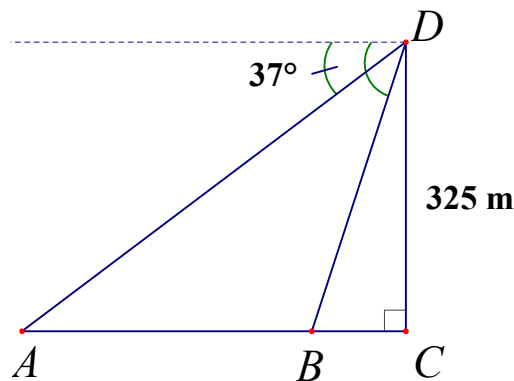
hay $BC = 30 \cdot \sin 39^\circ \approx 19$ (m)

Vậy độ sâu của mực nước chỗ thuyền đang đậu xấp xỉ 19 mét.

Bài 21. Một người đứng trên đỉnh tháp cao 325 m nhìn thấy 2 điểm A và B với hai góc hạ lần lượt là 37° và 72° . Tính khoảng cách AB .



Lời giải:



Gọi các điểm như trên hình vẽ, ta được:

$$\widehat{ADC} = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$\widehat{BDC} = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$$

Xét $\triangle ADC$ vuông tại C , có:

$$AC = DC \cdot \tan \widehat{ADC} = 325 \cdot \tan 53^\circ \approx 431,29(m)$$

Xét $\triangle BDC$ vuông tại C , có:

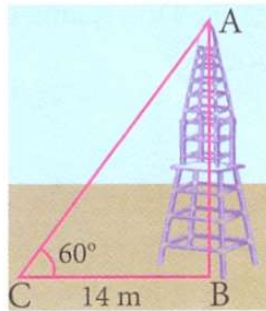




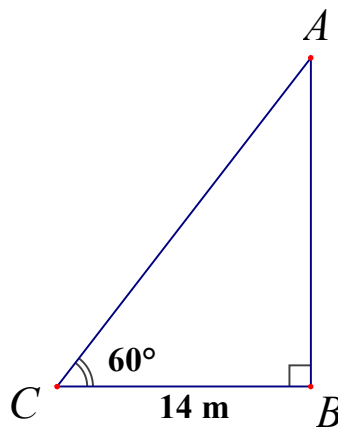
$$BC = DC \cdot \tan BDC = 325 \cdot \tan 18^\circ \approx 105,6(m)$$

Ta có: $AB = AC - BC \approx 325,69(m)$

Bài 22. Một người đứng cách chân tháp 14 m nhìn thấy đỉnh tháp theo góc nghiêng 60° . Tính chiều cao của tháp.



Lời giải

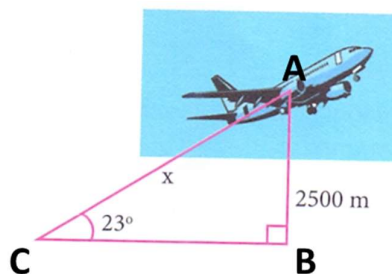


Gọi các điểm như trên hình vẽ.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B, ta có:

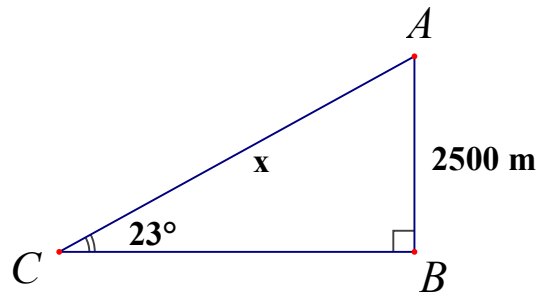
$$AB = BC \cdot \tan C = 14 \cdot \tan 60^\circ = 14\sqrt{3}(m)$$

Bài 23. Một máy bay cất cánh theo phương có góc nâng 23° . Hỏi muốn đạt độ cao 2500 m, máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét?



Lời giải





Đặt tên các điểm như trên hình vẽ:

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B

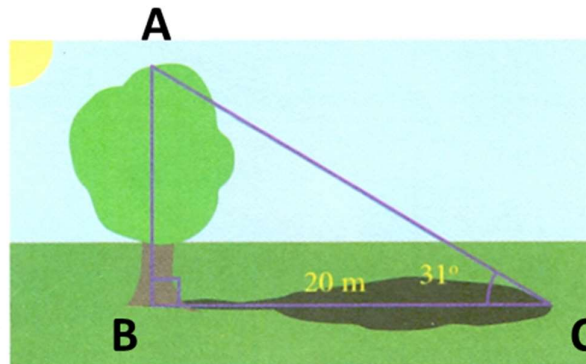
$$\sin C = \frac{AB}{AC}$$

$$\Rightarrow \sin 23^\circ = \frac{2500}{x}$$

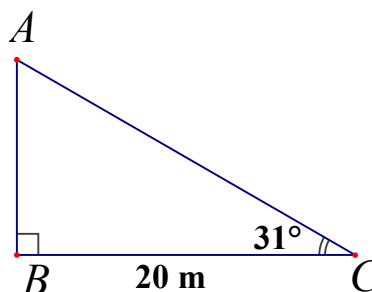
$$\Rightarrow x = \frac{2500}{\sin 23^\circ} \approx 6398,3(m)$$

Vậy máy bay muốn đạt được độ cao $2500m$ thì phải bay một đoạn đường khoảng $6398,3m$

Bài 24. Một cái cây có bóng trên mặt đất dài $20m$. Cho biết tia nắng qua ngọn cây nghiêng một góc 31° so với mặt đất. Tính chiều cao của cây.



Lời giải



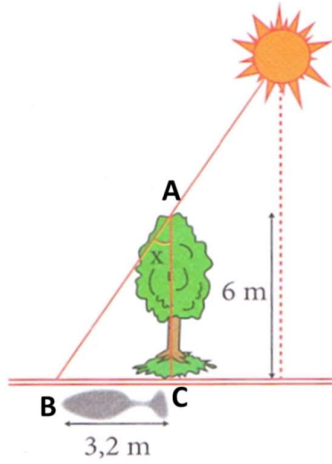
Đặt tên các điểm như trên hình vẽ:

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , ta được:

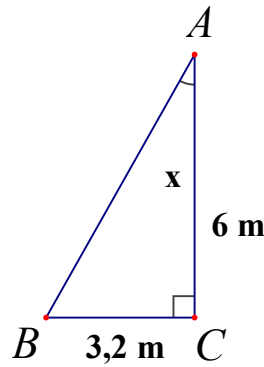
$$AB = BC \cdot \tan C = 20 \cdot \tan 31^\circ \approx 12,02(m)$$

Bài 25. Một cái cây cao $6m$ đang có bóng dài $3,2m$. Tính góc hợp bởi tia nắng với thân cây





Lời giải



Đặt tên các điểm như trên hình vẽ:

Xét $\triangle ABC$ vuông tại C, ta được:

$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{3,2}{6}$$

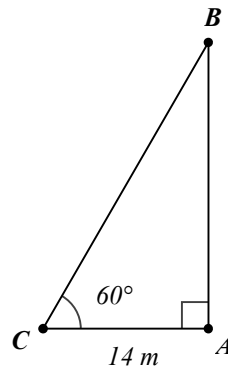
$$\Rightarrow \hat{A} \approx 28^\circ$$

Vậy góc tạo bởi tia nắng với thân cây khoảng 28°

Bài 26. Một người đứng cách chân tháp 14 m nhìn thấy đỉnh tháp theo góc nghiêng 60° . Tính chiều cao của tháp.

Lời giải



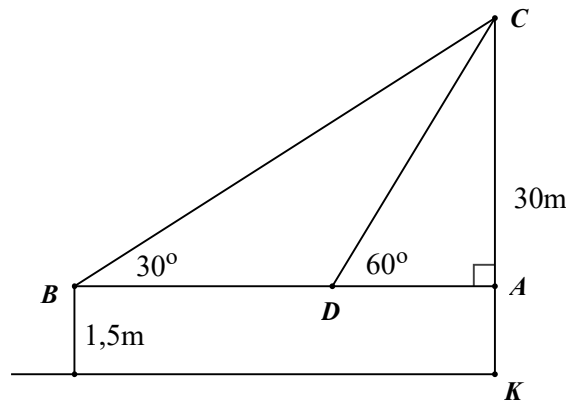


Gọi chiều cao của tháp là đoạn AB . Trong tam giác ABC vuông tại A ta có:

$$AB = AC \cdot \tan C = 14 \cdot \tan 60^\circ = 14\sqrt{3} (m).$$

Vậy chiều cao của tháp là $14\sqrt{3}$ m.

- Bài 27.** Bạn Hùng có tầm mắt cao 1,5 m đang đứng gần một cao ốc cao 30 m thì nhìn thấy nóc tòa nhà với góc nâng 30° . Hùng đi về phía tòa nhà cho đến khi nhìn thấy nóc tòa nhà với góc nâng 60° . Tính quãng đường mà bạn Hùng đã đi được.



Lời giải

Ta có độ dài đoạn $AC = CK - AK = 30 - 1,5 = 28,5 (cm)$.

Trong tam giác ABC vuông tại A ta có: $AB = AC \cdot \cot B = 28,5 \cdot \cot 30^\circ = 28,5 \cdot \sqrt{3} (m)$.

Trong tam giác ABD vuông tại A ta có:

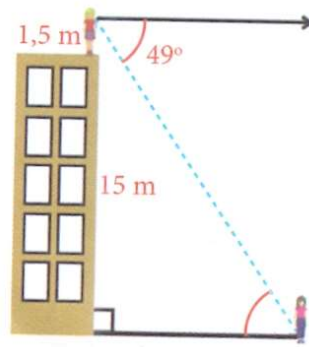
$$AD = AC \cdot \cot D = 28,5 \cdot \cot 60^\circ = 28,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 9,5\sqrt{3} (m).$$

Quãng đường bạn Hùng đi được là: $BD = AB - AD = 28,5\sqrt{3} - 9,5\sqrt{3} = 19 (m)$

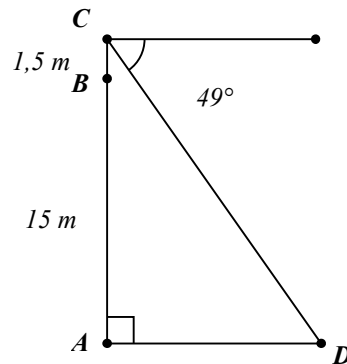
Vậy bạn Hùng đi được 19 m.

- Bài 28.** Một học sinh có tầm mắt cao 1,5 m đứng trên sân thượng của một căn nhà cao 15 m nhìn thấy bạn mình với góc nghiêng xuống 49° . Hỏi cô bạn đang ở cách căn nhà bao nhiêu mét?





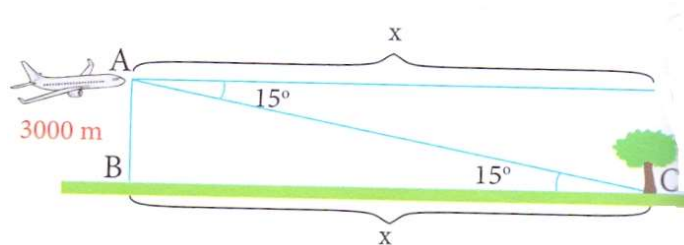
Lời giải



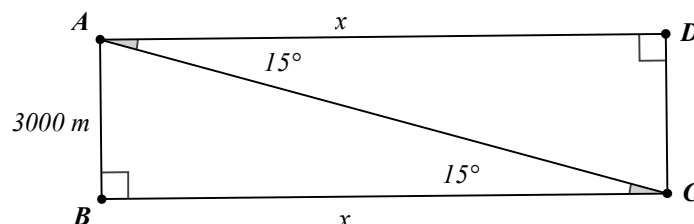
Gọi chiều cao của tòa nhà là $AB = 15\text{ m}$, chiều cao của bạn học sinh là $BC = 1,5\text{ m}$, ta có độ dài $AC = AB + BC = 15 + 1,5 = 16,5\text{ (m)}$, $\widehat{D} = 49^\circ$ (hai góc so le trong), trong tam giác ADC vuông tại A ta có: $AD = AC \cdot \cot D = 16,5 \cdot \cot 49^\circ\text{ (m)}$

Vậy cô bạn cách căn nhà là $16,5 \cdot \cot 49^\circ\text{ m}$.

Bài 29. Một máy bay thể thao đang bay ngang ở độ cao 3000 m nhìn thấy một cái cây với góc nghiêng xuống 15° . Hỏi máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét thì sẽ ở ngay trên ngọn cây?



Lời giải



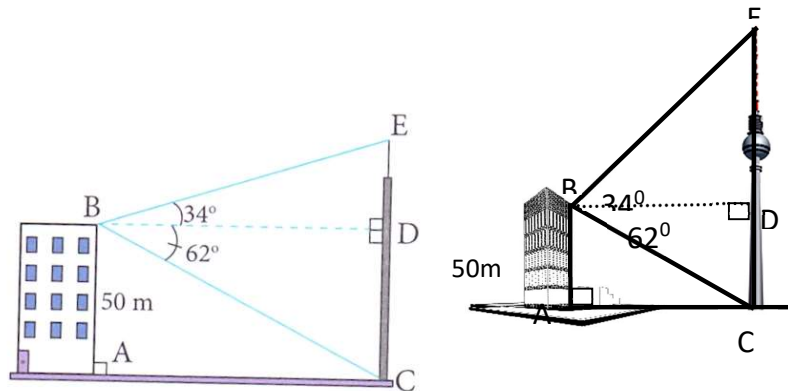
Gọi đoạn đường cần bay để thấy ngọn cây là $AD = x$, độ cao của máy bay là $CD = 3000\text{ m}$. Trong tam giác ADC vuông tại D ta có: $AD = CD \cdot \cot A = 3000 \cdot \cot 15^\circ\text{ (m)}$.



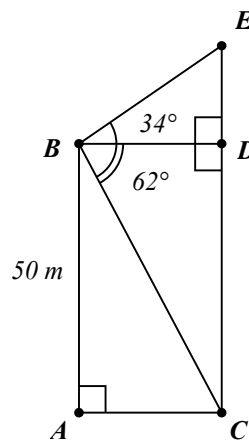


Vậy quãng đường máy bay phải bay là $3000 \cdot \cot 15^\circ$ m.

- Bài 30.** Từ nóc một cao ốc cao 50 m người ta nhìn thấy chân và đỉnh một ăng-ten với các góc hạn lần lượt là 62° và 34° . Tính chiều cao cột ăng-ten.



Lời giải



Ta có $CD = AB = 50$ m.

Trong tam giác BDC vuông tại D , ta có: $BD = CD \cdot \cot \widehat{CBD} = 50 \cdot \cot 62^\circ$ (m).

Trong tam giác BDE vuông tại D ta có: $DE = BD \cdot \tan \widehat{DBE} = 50 \cdot \cot 62^\circ \cdot \tan 34^\circ$ (m).

Chiều cao của cột ăng ten là: $CE = CD + DE = 50 + 50 \cdot \cot 62^\circ \cdot \tan 34^\circ$ (m)

Vậy chiều cao của cột ăng ten là $50 + 50 \cdot \cot 62^\circ \cdot \tan 34^\circ \approx 67,93$ m.

- Bài 31.** Một cái diều đang bay ở độ cao 60 m. Sợi dây cột diều nghiêng với mặt đất một góc 60° . Tính chiều dài của sợi dây (làm tròn đến mét) khi nó căng thẳng (không có chỗ bị võng).

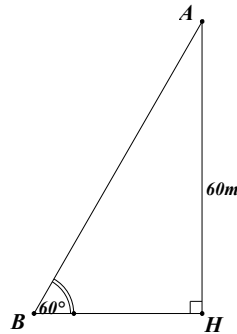


Lời giải





Phân tích bài toán ta có hình vẽ:



Xét $\triangle AHB$ vuông tại H , áp dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, ta có:

$$\sin \widehat{ABH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AH}{\sin \widehat{ABH}} = \frac{60}{\sin 60^\circ} = \frac{60}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \approx 69.$$

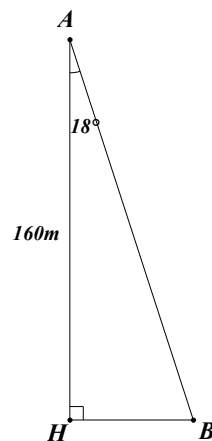
Vậy chiều dài của sợi dây khi nó căng thẳng là ≈ 69 (m).

Bài 32. Tháp Capital Gate tại Abu Dhabi cao 160 m và nghiêng 18° . Nếu không nghiêng thì tháp cao bao nhiêu mét?



Lời giải

Phân tích bài toán ta có hình vẽ:



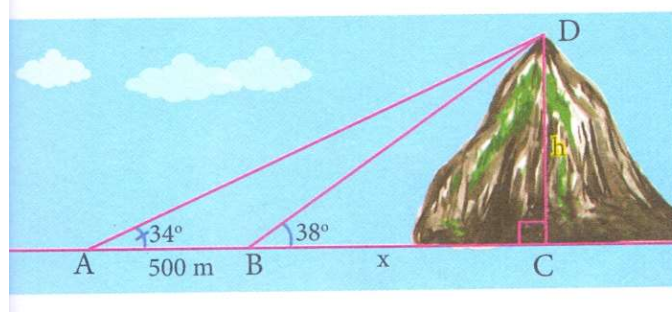


Xét $\triangle AHB$ vuông tại H , dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, ta có:

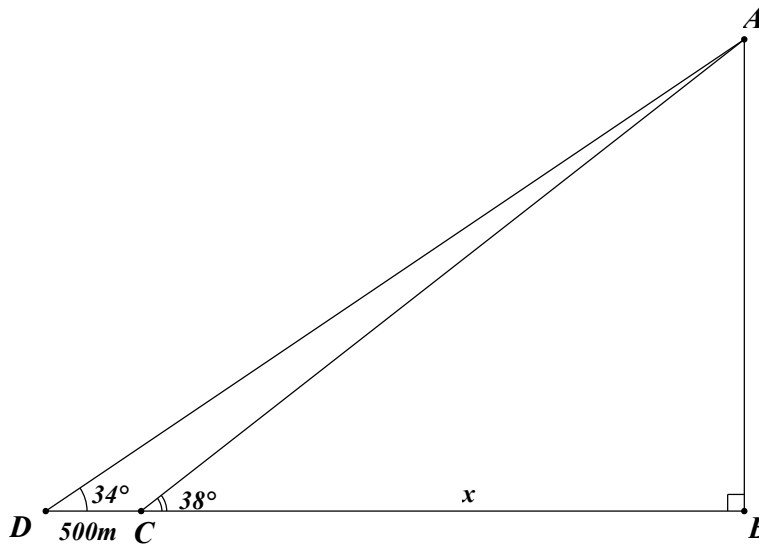
$$\cos \widehat{BAH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AH}{\cos \widehat{BAH}} = \frac{160}{\cos 18^\circ} \approx 168.$$

Vậy nếu không nghiêng thì tháp Capital Gate tại Abu Dhabi cao ≈ 168 (m).

Bài 33. Tính chiều cao của một ngọn núi, cho biết tại hai điểm cách nhau 500 m, người ta nhìn thấy hai đỉnh núi với góc nâng lần lượt là 34° và 38° .



Lời giải



Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , áp dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, ta có:

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC \cdot \tan \widehat{ACB} = x \cdot \tan 38^\circ \quad (1)$$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại B , áp dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, ta có:

$$\tan \widehat{ADB} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow AB = BD \cdot \tan \widehat{ADB} = (x + 500) \cdot \tan 34^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $x \cdot \tan 38^\circ = (x + 500) \cdot \tan 34^\circ$

$$\Leftrightarrow x \cdot (\tan 38^\circ - \tan 34^\circ) = 500 \cdot \tan 34^\circ$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{500 \cdot \tan 34^\circ}{\tan 38^\circ - \tan 34^\circ}$$

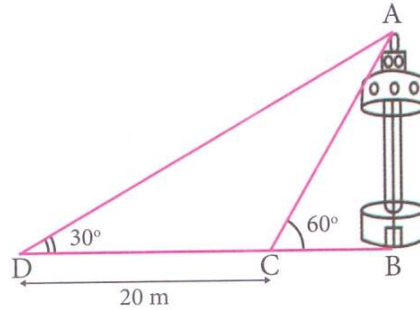




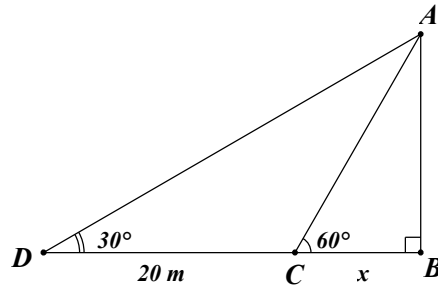
$$\text{Mà } AB = x \cdot \tan 38^\circ \text{ nên } AB = \frac{500 \cdot \tan 34^\circ}{\tan 38^\circ - \tan 34^\circ} \cdot \tan 38^\circ \approx 2468. .$$

Vậy ngọn núi đó cao khoảng 2468 (m).

- Bài 34.** Một cái tháp được dựng bên bờ một con sông, từ một điểm đối diện với tháp ngay bờ bên kia người ta nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 60° . Từ một điểm khác cách điểm ban đầu 20 m, người ta cũng nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 30° . Tính chiều cao của tháp.



Lời giải



Giả sử đoạn BC có độ dài là x (m).

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , áp dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, ta có:

$$\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC \cdot \tan \widehat{ACB} = x \cdot \tan 60^\circ \quad (1)$$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại B , áp dụng định nghĩa tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông, ta có:

$$\tan \widehat{ADB} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow AB = BD \cdot \tan \widehat{ADB} = (x + 20) \cdot \tan 30^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $x \cdot \tan 60^\circ = (x + 20) \cdot \tan 30^\circ$

$$\Leftrightarrow x \cdot (\tan 60^\circ - \tan 30^\circ) = 20 \cdot \tan 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{20 \cdot \tan 30^\circ}{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}$$

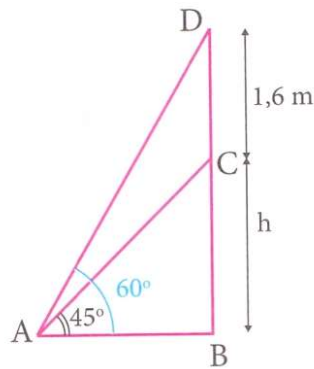
$$\text{Mà } AB = x \cdot \tan 60^\circ \text{ nên } AB = \frac{20 \cdot \tan 30^\circ}{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ} \cdot \tan 60^\circ = \frac{20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}} \cdot \sqrt{3} \approx 17.$$

Vậy chiều cao của tháp xấp xỉ 17 (m).





- Bài 35.** Một bức tượng cao 1,6 m được đặt trên một cái bệ. Tại một điểm trên mặt đất người ta nhìn thấy nóc tượng và nóc bệ với các góc nâng lần lượt là 60° và 45° . Tính chiều cao của cái bệ.

**Lời giải**

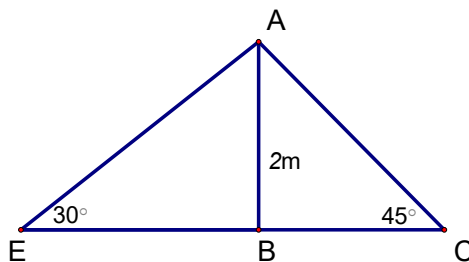
$\triangle ABC$ vuông tại B có $\widehat{BAC} = 45^\circ$ nên $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $AB = BC = h$.

Xét $\triangle ABD$ vuông tại B , áp dụng định nghĩa hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông, ta có:

$$BD = AB \cdot \tan 60^\circ \Leftrightarrow h + 1,6 = h \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow (\sqrt{3} - 1)h = 1,6 \Leftrightarrow h = \frac{1,6}{\sqrt{3} - 1} \Leftrightarrow h \approx 2,2$$

Vậy chiều cao của cái bệ $h \approx 2,2$ (m).

- Bài 36.** Một nhà trẻ muốn thiết kế hai cái cầu trượt trong sân chơi. Đối với trẻ dưới 5 tuổi, cầu trượt cao 1,5 m và nghiêng với mặt đất một góc 30° . Đối với trẻ trên 5 tuổi cầu trượt cao 1,5 m và nghiêng với mặt đất một góc 45° . Tính chiều dài của mỗi máng trượt.

**Lời giải**

Máng trượt của cầu trượt trẻ em dưới 5 tuổi là độ dài EA

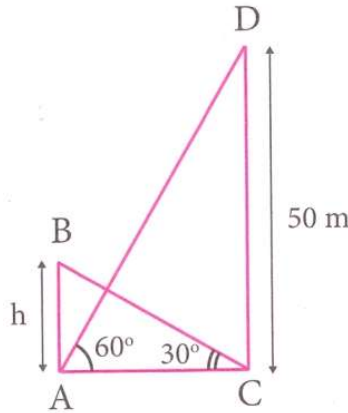
$$\text{Xét } \sin \widehat{AEB} = \frac{AB}{AE} \Leftrightarrow \sin 30^\circ = \frac{1,5}{AE} \Rightarrow AE = 3(\text{m})$$

Máng trượt của cầu trượt trẻ em trên 5 tuổi là độ dài AC

$$\text{Xét } \sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow \sin 45^\circ = \frac{1,5}{AC} \Rightarrow AC \approx 1,06(\text{m})$$

- Bài 37.** Từ chân một cái tháp cao 50 m người ta nhìn thấy đỉnh một tòa nhà với góc nâng 30° . Trong khi đó từ chân tòa nhà lại nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 60° . Tính chiều cao của tòa nhà.





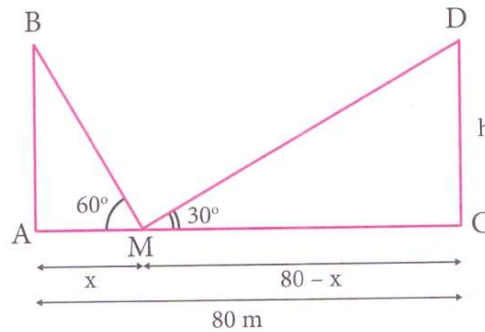
Lời giải

Chiều cao tòa nhà là độ dài AB .

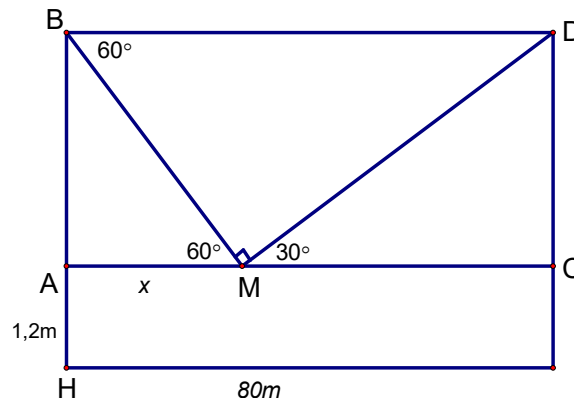
$$\text{Xét } \triangle DAC, \widehat{DCA} = 90^\circ : \tan \widehat{DAC} = \frac{DC}{AC} \Leftrightarrow AC = \frac{50}{\tan 60^\circ} = \frac{50\sqrt{3}}{3} \text{ (m)}$$

$$\text{Xét } \triangle BAC, \widehat{CAB} = 90^\circ : \tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow AB = \frac{50\sqrt{3}}{3} \cdot \tan 30^\circ = \frac{50}{3} \text{ (m)}$$

Bài 38. Hai trụ điện có cùng chiều cao đặt cách nhau 80 m . Một người đứng ở xa (thẳng hàng với hai trụ điện, không đứng giữa hai trụ điện) nhìn đỉnh hai trụ điện với góc nâng lần lượt là 60° và 30° . Tính chiều cao trụ điện và khoảng cách từ người đó đến chân các trụ điện. Biết mắt người đó cách mặt đất 1,2 m .



Lời giải



Chiều cao của người là độ dài $AH = 1,2\text{m}$.

Chiều cao cột điện là $BH = BA + AH$





Khoảng cách 2 cột điện là $AC = 80\text{m}$

Khoảng cách người đến cột 1 và cột 2 lần lượt là độ dài $AM; MC$.

Vì 2 cây cột điện cao bằng nhau $\Rightarrow BD // AC \Rightarrow \widehat{DBM} = \widehat{BMA} = 60^\circ$ (2 góc so le trong)

$$\widehat{BMD} = 180^\circ - \widehat{BMA} - \widehat{DMC} = 90^\circ$$

$$\text{Xét } \triangle BMD, \widehat{BMD} = 90^\circ, DB = 80(\text{m}) : \cos \widehat{DBM} = \frac{BM}{BD} \Leftrightarrow BM = 80 \cdot \cos 60^\circ = 40(\text{m})$$

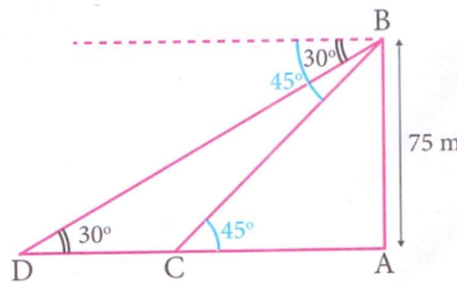
$$\text{Xét } \triangle BMA, \widehat{BAM} = 90^\circ, MB = 40(\text{m}) : \cos \widehat{BMA} = \frac{AM}{BM} \Leftrightarrow AM = 40 \cdot \cos 60^\circ = 20(\text{m});$$

$$AB = BM \cdot \sin 60^\circ = 20\sqrt{3}(\text{m})$$

$$\Rightarrow MC = AC - AM = 80 - 20 = 60(\text{m})$$

$$\Rightarrow BH = AB + AH = 20\sqrt{3} + 1,2 \approx 35,8(\text{m})$$

- Bài 39.** Từ trên một ngọn hải đăng cao 75 m, người ta quan sát hai lần thấy một chiếc thuyền đang hướng về phía hải đăng với góc hạ lần lượt là 30° và 45° . Hỏi chiếc thuyền đi được bao nhiêu mét giữa hai lần quan sát?



Lời giải

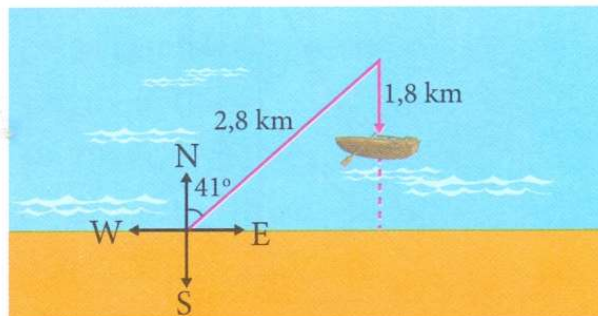
Chiều dài quãng đường chiếc thuyền đi giữa hai lần quan sát là độ dài CD .

$$\text{Xét } \triangle BAC, \widehat{BAC} = 90^\circ : \tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow AC = \frac{75}{\tan 45^\circ} = 75(\text{m})$$

$$\text{Xét } \triangle DAB, \widehat{DAB} = 90^\circ : \tan \widehat{BDA} = \frac{AB}{AD} \Leftrightarrow AD = \frac{75}{\tan 30^\circ} = 75\sqrt{3}(\text{m})$$

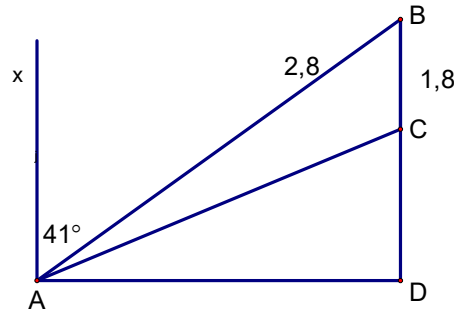
$$CD = DA - AC = 75\sqrt{3} - 75 = 59,9(\text{m})$$

- Bài 40.** Một thủy thủ lái thuyền ra biển hướng về hướng đông bắc với góc nghiêng so với phương bắc là 41° . Đi được 2,8km anh ta phát hiện sắp hết nhiên liệu nên vội quay thuyền vào bờ, đi được 1,8km thì thuyền tắt máy. Hỏi lúc đó thuyền cách bờ bao xa?





Lời giải



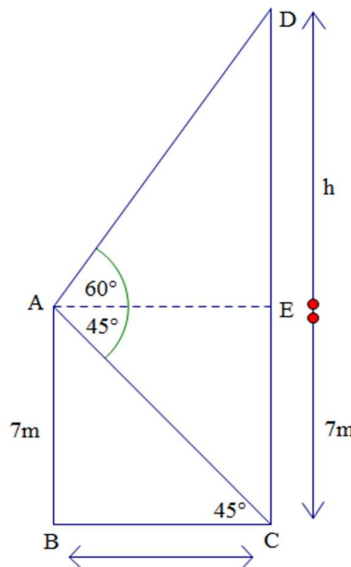
Khoảng cách từ thuyền đến bờ là độ dài CD

góc nghiêng so với phương bắc là $\widehat{xAB} = 41^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 49^\circ$

Xét $\triangle DAB$, $\widehat{BDA} = 90^\circ$: $\sin \widehat{BAD} = \frac{BD}{AB} \Leftrightarrow BD = 2,8 \cdot \sin 49^\circ = 2,11(\text{km})$

$\Rightarrow CD = BD - BC = 2,1 - 1,8 = 0,3(\text{km})$

Bài 41. Từ trên đỉnh một tòa nhà cao $7m$, người ta nhìn thấy đỉnh một tháp truyền hình với góc nâng 60° và nhìn thấy chân của tháp với góc hạ 45° . Tính chiều cao của tháp truyền hình?



Lời giải

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có:

$BC = AB \cdot \cot \widehat{ACB} = AB \cdot \cot 45^\circ = 7 \cdot 1 = 7(m)$ (HTL trong tam giác vuông)

$\Rightarrow AB = BC (= 7m)$

Theo đề bài ta có tứ giác $ABCE$ là hình chữ nhật mà $AB = BC$ (cmt) nên tứ giác $ABCE$ là hình vuông $\Rightarrow AE = EC = AB = BC = 7cm$.

Xét $\triangle AED$ vuông tại E có:

$DE = AE \cdot \tan \widehat{DAE} = 7 \cdot \tan 60^\circ = 7\sqrt{3} \approx 12,12(m)$ (HTL trong tam giác vuông)

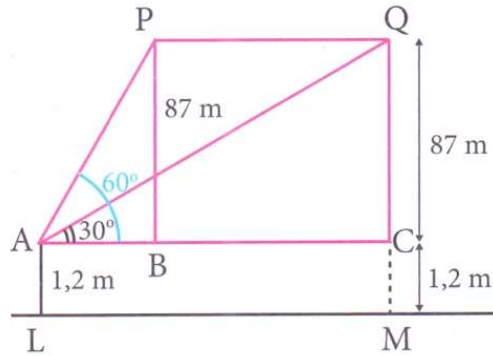
Nên $CD = CE + ED \approx 7 + 12,12 \approx 19,12(m)$

Vậy chiều cao của tháp truyền hình khoảng $19,12$ m.





- Bài 42.** Một học sinh có khoảng cách từ mắt đến mặt đất là 1,2 m bắt đầu quan sát một trái bóng bay với góc nâng 60° . Một lúc sau lại nhìn thấy quả bóng bay với góc nâng 30° . Hỏi giữa hai lần quan sát quả bóng đã bay được bao nhiêu mét? Cho biết độ cao của quả bóng luôn luôn không đổi và bằng 88,2 m.

**Lời giải**

Xét $\triangle ABP$ vuông tại B có:

$$AB = BP \cdot \cot \widehat{BAP} = 87 \cdot \cot 60^\circ = 87 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 50,23(m) \text{ (HTL trong tam giác vuông).}$$

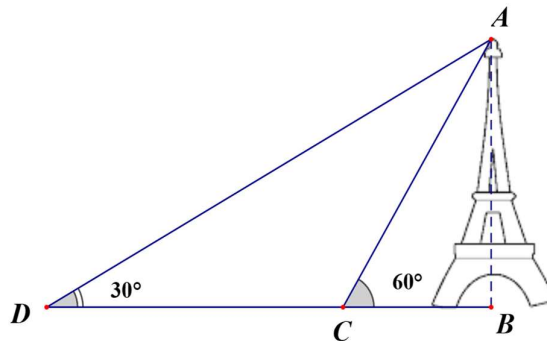
Xét $\triangle ACQ$ vuông tại C có:

$$AC = QC \cdot \cot \widehat{CAQ} = 87 \cdot \cot 30^\circ = 87 \cdot \sqrt{3} \approx 150,69(m) \text{ (HTL trong tam giác vuông)}$$

$$\text{Nên } PQ = BC = AC - AB \approx 150,69 - 50,23 \approx 100,46(m)$$

Vậy giữa hai lần quan sát quả bóng đã bay được khoảng 100,46 m.

- Bài 43.** Một người đang ở trên một cái tháp có chiều cao $h = 100$ m nhìn xuống một con đường chạy thẳng đến chân tháp. Anh ta nhìn thấy một chiếc xe máy với góc hạ 30° . Sáu phút sau lại nhìn thấy nó với góc hạ 60° . Hỏi sau bao nhiêu phút thì xe máy đến chân tháp? Cho biết vận tốc xe máy không đổi.

**Lời giải**

Gọi vận tốc xe máy là x (m/phút) $\Rightarrow CD = 6x(m)$.

Xét $\triangle ABD$ vuông tại B có:

$$DB = AB \cdot \cot \widehat{ADB} = 100 \cdot \cot 30^\circ \approx 173,21(m) \text{ (HTL trong tam giác vuông).}$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có:





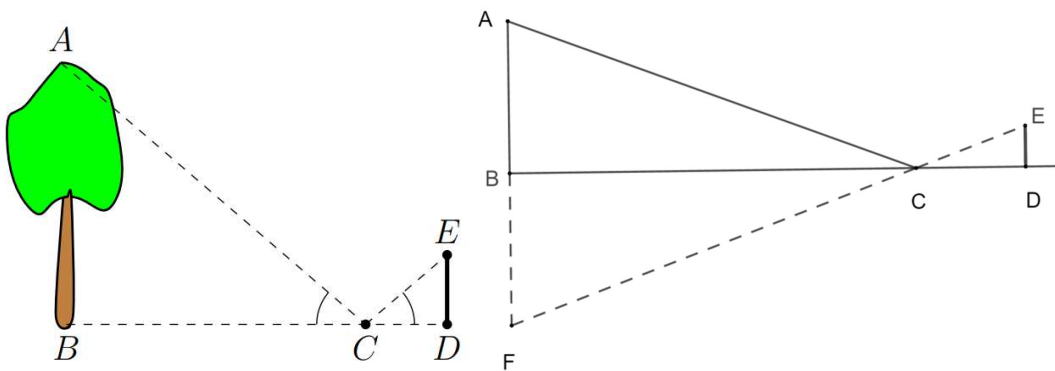
$$CB = AB \cdot \cot \widehat{ACB} = 100 \cdot \cot 60^\circ = 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 57,74(m) \text{ (HTL trong tam giác vuông).}$$

$$\Rightarrow CD = DB - CB \approx 173,21 - 57,74 \approx 115,47(m).$$

$$\text{Vận tốc xe máy là: } x = \frac{CD}{6} \approx \frac{115,47}{6} \approx 19,25(m/\text{phút}).$$

Thời gian xe máy đi từ C đến chân tháp là: $57,74 : 19,25 \approx 3$ (phút).

- Bài 44.** Để đo chiều cao một cái cây AB . Người ta đặt gương phẳng tại vị trí C . Người đo đi lùi lại (thẳng người) cho đến khi nhìn thấy bóng ngọn cây A (lúc này là F). Biết khoảng cách từ gương đến gốc cây là $BC = 30$ mét, khoảng cách từ gương đến chỗ đứng là $CD = 1,5$ mét. Khoảng cách từ mắt người đo E đến mặt đất là $ED = 1,6$ mét. Tính chiều cao của cây? (biết $\widehat{BCA} = \widehat{DCE}$).



Lời giải

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle EDC$ có:

$$\widehat{BCA} = \widehat{DCE} \text{ (gt)}$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{EDC} (= 90^\circ)$$

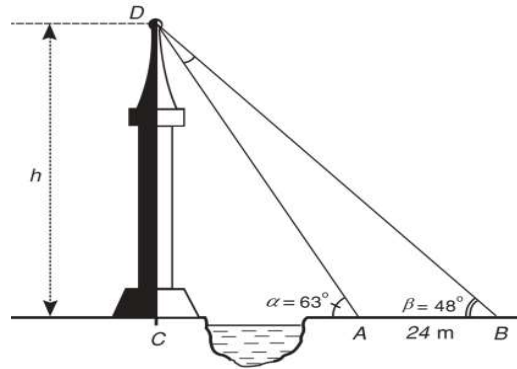
Nên $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC} \Rightarrow \frac{AB}{1,6} = \frac{30}{1,5} \Rightarrow AB = \frac{30 \cdot 1,6}{1,5} = 32(m).$$

Vậy chiều cao cây là 32m.

- Bài 45.** Quan sát hình vẽ dưới đây. Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo khoảng cách AB và các góc $\widehat{CAD}, \widehat{CBD}$. Chẳng hạn ta đo được $AB = 24$ m, $\widehat{CAD} = \alpha = 63^\circ$, $\widehat{CBD} = \beta = 48^\circ$. Hãy tính chiều cao h của tháp.



**Lời giải**

Xét $\triangle DCB$ vuông tại C có:

$$CB = DC \cdot \cot \widehat{CBD} = h \cdot \cot 48^\circ \approx 0,9.h(m) \text{ (HTL trong tam giác vuông).}$$

Xét $\triangle DCA$ vuông tại C có:

$$CA = DC \cdot \cot \widehat{CAD} = h \cdot \cot 63^\circ \approx 0,51.h(m) \text{ (HTL trong tam giác vuông).}$$

$$\Rightarrow AB = CB - CA \approx 0,9.h - 0,51.h \approx 0,39.h(m).$$

$$\Rightarrow h \approx \frac{AB}{0,39} \approx \frac{24}{0,39} \approx 61,54(m).$$

Vậy chiều cao của tháp khoảng 61,54 m.

Bài 46. Một hình chữ nhật có kích thước là 20 cm và 30 cm. Người ta tăng mỗi kích thước thêm x cm.

Gọi y là chu vi của hình chữ nhật mới.

1) Hãy tính y theo x .

2) Tính giá trị của y tương ứng với $x = 3$ cm; $x = 5$ cm.

Lời giải

1) Ta có các kích thước của hình chữ nhật sau khi tăng là $x + 20$ cm và $x + 30$ cm.

$$\text{Chu vi hình chữ nhật mới là } y = 2 \cdot (x + 20 + x + 30) = 4x + 100.$$

$$\text{Vậy } y = 4x + 100 \text{ (cm).}$$

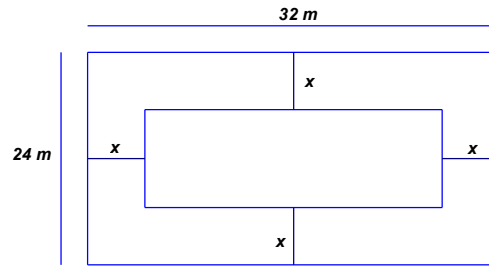
2) Ta có: $y = 4x + 100$.

$$\text{Với } x = 3 \Rightarrow y = 4 \cdot 3 + 100 = 112(\text{cm}).$$

$$\text{Với } x = 5 \Rightarrow y = 4 \cdot 5 + 100 = 120(\text{cm}).$$

Bài 47. Một thửa đất hình chữ nhật có chiều dài là 32 m và chiều rộng là 24 m. Người ta định làm một vườn cây cảnh có con đường đi xung quanh, có bề rộng x m (hình vẽ bên). Hỏi bề rộng của mặt đường là bao nhiêu để diện tích phần đất còn lại là 560 m^2 .



**Lời giải**

Ta có: Chiều rộng phần đất còn lại là: $24 - 2x$ (cm).

Chiều dài phần đất còn lại là: $32 - 2x$ (cm).

Vì diện tích phần đất còn lại là 560 m^2 nên ta có phương trình:

$$(24 - 2x)(32 - 2x) = 560 \Leftrightarrow 768 - 48x - 64x + 4x^2 = 560 \Leftrightarrow x^2 - 28x + 52 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 26 \end{cases}$$

$$\text{Vì } x < \frac{24}{2} = 12 \Rightarrow x = 2.$$

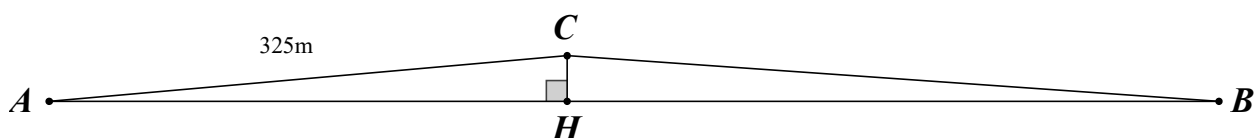
Vậy bề rộng mặt đường là 2m.

- Bài 48.** Một căn phòng hình vuông được lát bằng những viên gạch men hình vuông cùng kích cỡ, vừa hết 441 viên (không viên nào bị cắt xén). Gạch gồm 2 loại men trắng và men xanh, loại men trắng nằm trên 2 đường chéo của nền nhà còn lại là loại men xanh. Tính số viên gạch men xanh.

Lời giải

Gọi cạnh của mỗi viên gạch hình vuông là a (đơn vị diện tích) thì ta có diện tích nền nhà là $441a^2$, do đó cạnh của nền nhà là $\sqrt{441a^2} = 21a$. Suy ra đường chéo mỗi viên gạch dài $a\sqrt{2}$ và đường chéo của nhà là $21a\sqrt{2}$ nên mỗi đường chéo sẽ có 21 viên gạch. Hai đường chéo lại chung nhau một viên chính giữa nên tổng số viên gạch của hai đường chéo là 41 viên. Vậy tổng số sẽ có 41 viên gạch trắng và 400 viên gạch xanh.

- Bài 49.** Bạn Nam đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) gồm đoạn lên dốc và đoạn xuống dốc, $\hat{A} = 5^\circ$, $\hat{B} = 4^\circ$, đoạn lên dốc dài 325 m.
- 1) Tính chiều cao của dốc và chiều dài quãng đường từ nhà đến trường.
 - 2) Biết vận tốc trung bình lên dốc là 8 km/h và vận tốc trung bình xuống dốc là 15 km/h. Tính thời gian (phút) bạn Nam đi từ nhà đến trường. (Lưu ý kết quả của phép tính làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

1) Gọi chiều cao của dốc là CH .

Trong tam giác ACH vuông tại H ta có $CH = AC \cdot \sin A = 325 \cdot \sin 5^\circ \approx 28,3(m)$.





Trong tam giác BCH vuông tại H ta có $BC = \frac{CH}{\sin B} = \frac{AC \cdot \sin A}{\sin B} = \frac{325 \cdot \sin 5^\circ}{\sin 4^\circ} \approx 406,1(m)$.

Vậy chiều cao của dốc gần bằng 28,3 m.

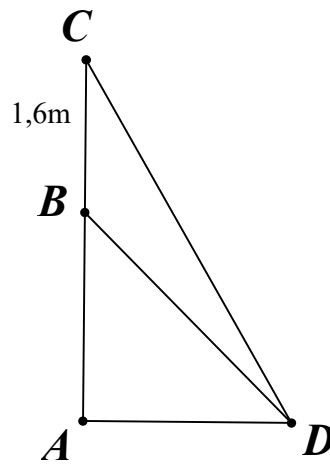
Chiều dài quãng đường từ nhà đến trường là $325 + 406,1 = 731,1(m)$

2) Đồi $8 \text{ km/h} = \frac{400}{3} \text{ m/phút}$; $15 \text{ km/h} = 250 \text{ m/phút}$.

Ta có thời gian đi từ nhà đến trường là: $\frac{325}{400} + \frac{406,1}{250} \approx 4,1$ (phút)

Bài 50. Một bức tượng cao 1,6 m được đặt trên một cái bệ. Tại một điểm trên mặt đất người ta nhìn thấy nóc tượng và nóc bệ với các góc nâng lần lượt là 60° và 45° . Tính chiều cao cái bệ.

Lời giải



Gọi chiều cao của tượng là đoạn BC , Chiều cao của bệ là đoạn AB . D là điểm trên mặt đất người ta nhìn thấy nóc tượng và nóc bệ với các góc nâng lần lượt là 60° và 45° .

Vì $\widehat{ADB} = 45^\circ$ nên $AB = AD$.

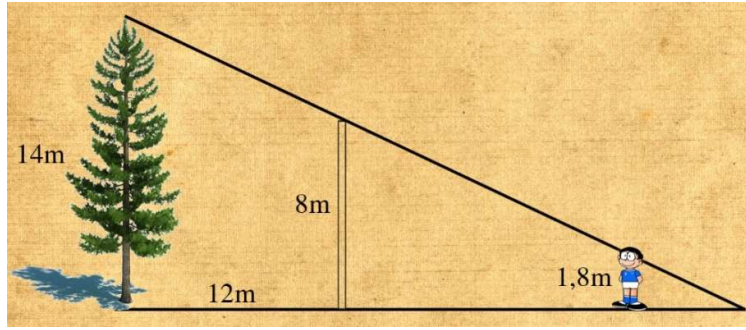
Vì $\widehat{ADC} = 60^\circ$ nên $AC = AD \cdot \tan 60^\circ = AD \cdot \sqrt{3} = AB \cdot \sqrt{3}$ ($AB = AD$).

Vậy ta có $AC = AB + BC \Leftrightarrow AB \cdot \sqrt{3} = AB + 1,6 \Leftrightarrow AB = \frac{1,6}{\sqrt{3} - 1}$.

Vậy chiều cao của cái bệ sẽ là $\frac{1,6}{\sqrt{3} - 1}$ m.

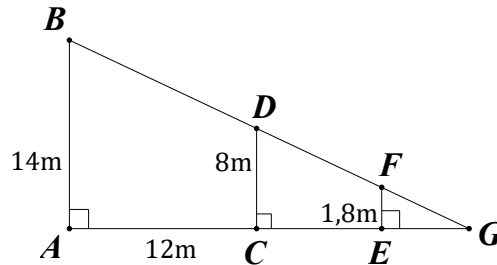
Bài 51. Một cây có chiều cao 14 m mọc ở phía sau một bức tường cao 8 m và cách bức tường 12 m. Hỏi người quan sát có chiều cao 1,8 m phải đứng cách bức tường bao nhiêu mét để có thể nhìn thấy ngọn cây.





Lời giải

Bài toán được mô tả bởi hình vẽ sau:



Độ dài cần tính là độ dài đoạn CE

Xét $\triangle ABG$ ($\angle A = 90^\circ$) có $AB \parallel DC$

$$\Rightarrow \frac{DC}{AB} = \frac{CG}{AG} \Rightarrow \frac{8}{14} = \frac{CG}{CG+12} \Leftrightarrow CG = 16(m)$$

Xét $\triangle DCG$ ($\angle C = 90^\circ$) có $DC \parallel EF$

$$\Rightarrow \frac{EF}{DC} = \frac{EG}{CG} \Rightarrow \frac{1,8}{8} = \frac{EG}{16} \Leftrightarrow EG = 3,6(m)$$

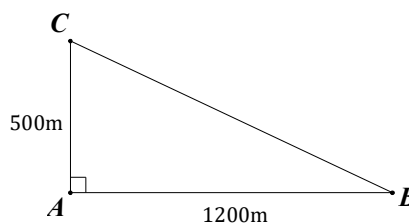
$$\text{Có } CG = CE + EG \Rightarrow 16 = CE + 3,6 \Leftrightarrow CE = 12,4(m)$$

Vậy người quan sát có chiều cao 1,8 m phải đứng cách bức tường bao nhiêu 12,4 mét để có thể nhìn thấy ngọn cây.

Bài 52. Nhà bạn An ở vị trí A, nhà bạn Bình ở vị trí B cách nhau 1200 m. Trường học ở vị trí C cách nhà bạn An 500m và AB vuông góc với AC. An đi bộ đến trường với vận tốc 4 km/h, Bình đi xe đạp đến trường với vận tốc 12 km/h. Lúc 6 giờ 30 phút, cả hai cùng xuất phát đến trường. Hỏi bạn nào đến trường trước?

Lời giải

Bài toán được mô tả bởi hình vẽ sau :



AC là quãng đường An đi bộ đến trường.





BC là quãng đường Bình đi bộ đến trường.

Xét $\triangle ABC$ ($\angle A = 90^\circ$) có:

$$AC^2 + AB^2 = BC^2 \Rightarrow 500^2 + 1200^2 = BC^2 \Leftrightarrow BC = 1300m = 1,3km$$

Thời gian An đi từ nhà đến trường là : $0,5 : 4 = 0,125(h)$

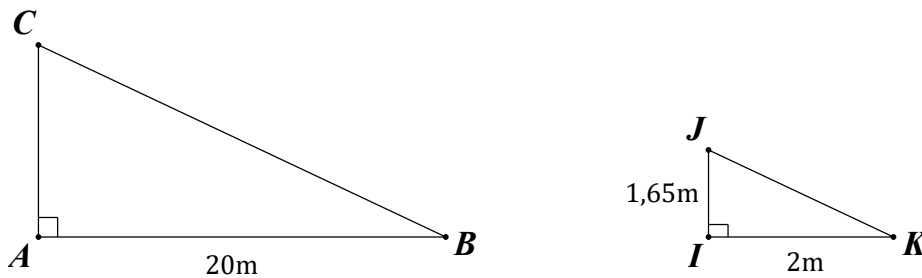
Thời gian Bình đi từ nhà đến trường là : $1,3 : 12 \approx 0,1083(h)$

Vậy bạn Bình là người đến trường trước.

Bài 53 Bóng của tháp Bình Sơn (Vĩnh Phúc) trên mặt đất có độ dài 20 m. Cùng thời điểm đó, một cột sắt cao 1,65 m cắm vuông góc với mặt đất có bóng dài 2 m. Tính chiều cao của tháp.

Lời giải

Bài toán được mô tả bởi hình vẽ sau



AC là chiều cao cột tháp ; AB là bóng tháp Bình Sơn

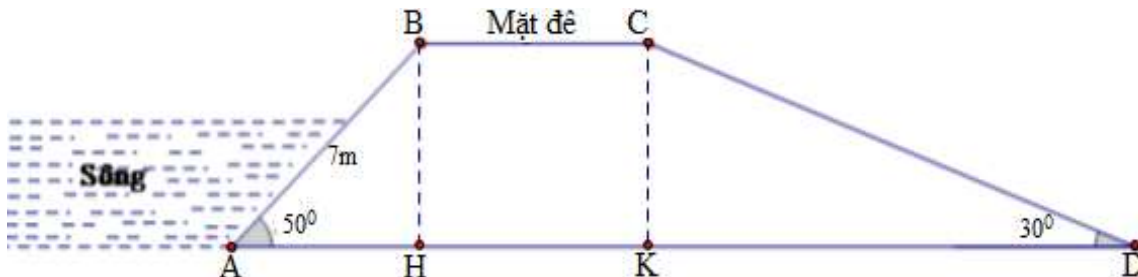
IJ là chiều cao cột sắt ; IK là bóng cột sắt

Tại cùng một thời điểm, các tia sáng là các đường thẳng song song

$$\text{Có } \triangle ABC \sim \triangle IKJ \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{IJ}{IK} \Rightarrow \frac{AC}{20} = \frac{1,65}{2} \Leftrightarrow AC = 16,5(m)$$

Vậy chiều cao của tháp là 16,5 m .

Bài 54. Một con đê được đắp chắn sóng theo hình dưới, độ dốc của con đê phía sông dài 7 m. Hỏi độ dốc còn lại của con đê dài bao nhiêu mét?



Lời giải

Ta có $BCKH$ là hình chữ nhật $\Rightarrow BH = CK$

Xét $\triangle ABH$ ($\angle H = 90^\circ$) có: $BH = AB \cdot \sin A \Rightarrow BH = 7 \cdot \sin 50^\circ$ (m)

Có $BH = CK \Rightarrow CK = 7 \cdot \sin 50^\circ$ (m)





$$\text{Xét } \triangle CKD (\angle K = 90^\circ) \text{ có: } \sin D = \frac{CK}{CD}$$

$$\Rightarrow CD = \frac{CK}{\sin D} \Rightarrow CD = \frac{7 \cdot \sin 50^\circ}{\sin 30^\circ} = 14 \cdot \sin 50^\circ (m) \Leftrightarrow CD \approx 10,72 (m)$$

Vậy độ dốc còn lại của con đê gần bằng 10,72 m.

- Bài 55.** Xem hình vẽ sau, người ta có thể dùng giác kế để đo được góc $\widehat{CAB} = 43^\circ$ và $\widehat{CBA} = 38^\circ$. Hỏi tàu đang ở vị trí điểm H sẽ chạy với vận tốc bao nhiêu km/h để sau 5 phút sẽ đến vị trí điểm C . Biết khoảng cách từ vị trí điểm A đến vị trí điểm B là 300 m và vị trí 3 điểm A, H, B thẳng hàng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải

$$\text{Xét } \triangle AHC (\angle H = 90^\circ) \text{ có: } CH = AH \cdot \tan A \Rightarrow CH = AH \cdot \tan 43^\circ$$

$$\text{Xét } \triangle BHC (\angle H = 90^\circ) \text{ có: } CH = BH \cdot \tan B \Rightarrow CH = BH \cdot \tan 38^\circ$$

$$\Rightarrow AH \cdot \tan 43^\circ = BH \cdot \tan 38^\circ$$

$$\Leftrightarrow AH \cdot \tan 43^\circ = (300 - AH) \cdot \tan 38^\circ$$

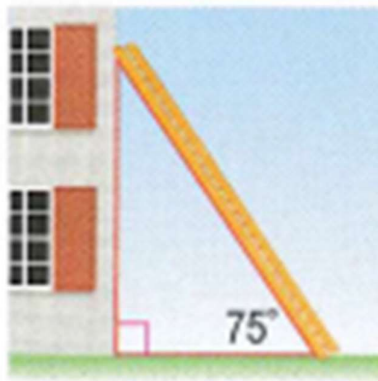
$$\Leftrightarrow AH \approx 136,76 (m)$$

$$\Rightarrow CH \approx 127,53 (m) = 0,12753 (km)$$

Tàu ở vị trí H để chạy đến C sau 5 phút cần đi với vận tốc: $0,12753 : \frac{1}{12} \approx 1,53 (km/h)$.

- Bài 56.** Ba An muốn mua một cái thang dùng để lên mái nhà. Ba hỏi An phải mua cái thang dài bao nhiêu mét để đảm bảo sự an toàn và có thể leo lên được mái nhà cao 4,5m so với mặt đất. Em hãy giúp An tính chiều dài thang cần mua, biết góc kê thang an toàn là 75° so với phương ngang (làm tròn đến số thập phân thứ nhất).





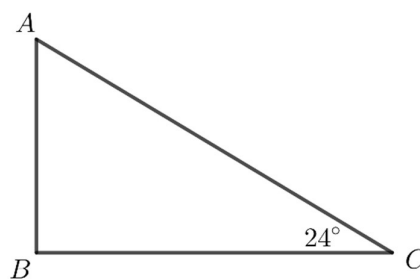
Giải

Chiều dài cái thang cần mua là: $\frac{4,5}{\sin 75^\circ} \approx 4,7 m$

- Bài 57.** Một chiếc máy bay bay lên cao với vận tốc $520 km/h$. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 24° . Hỏi sau 90 giây máy bay lên cao được bao nhiêu km theo phương thẳng đứng? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)



Giải



Giả sử AC là đoạn đường máy bay bay lên trong 90 giây thì AB là độ cao bay lên theo phương thẳng đứng.

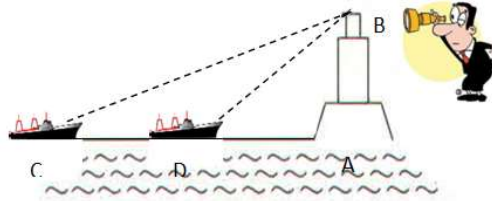
Vì 90 giây = 0,025 giờ nên $AC = 520.0,025 = 13 km$

Do đó $AB = AC \cdot \sin C = 13 \cdot \sin 24^\circ \approx 5,3 km$

Vậy sau 90 giây máy bay lên cao được $5,3 km$.

- Bài 58.** Từ đài quan sát cao 10 m, Nam có thể nhìn thấy 2 chiếc thuyền dưới góc 45° và 30° so với phương ngang. Hãy tính khoảng cách 2 chiếc thuyền, làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất. (điều kiện lý tưởng: vị trí 2 chiếc thuyền và vị trí đài quan sát thẳng hàng).



**Giải**

Vì Nam nhìn thấy hai chiếc thuyền dưới góc 45° và 30° so với phương ngang nên ta có góc $\widehat{BDA} = 45^\circ$; $\widehat{BCA} = 30^\circ$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có: $\widehat{BCA} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{CBA} = 60^\circ$

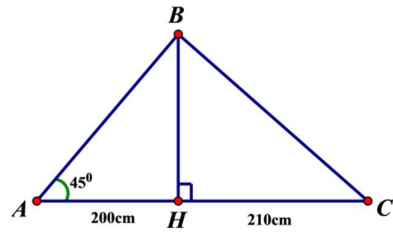
Ta có: $AC = AB \cdot \tan \widehat{CBA} = 10 \cdot \tan 60^\circ \approx 17,3m$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại A có: $\widehat{BDA} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{DBA} = 45^\circ$

$DA = AB \cdot \tan \widehat{DBA} = 10 \cdot \tan 45^\circ = 10m$

Vậy khoảng cách giữa hai thuyền $CD = CA - DA = 17,3 - 10 \approx 7,3m$

- Bài 59.** Hình ảnh mặt cắt một quả đồi được minh họa là một $\triangle ABC$ với các chi tiết như sau: cạnh đáy là AC , $BH \perp AC$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$, $AH = 200$ m, $HC = 210$ m. Một nhóm học sinh đi dã ngoại đi từ đỉnh A lên đỉnh B rồi xuống dốc trở về C . Hãy tính quãng đường này?

**Giải**

$$AB = \frac{AH}{\cos A} = \frac{200}{\cos 45^\circ} \approx 282,8m$$

Áp dụng định lí Pytago cho $\triangle ABH$ vuông tại H và $\triangle BHC$ vuông tại H :

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 \Rightarrow BH \approx 200m$$

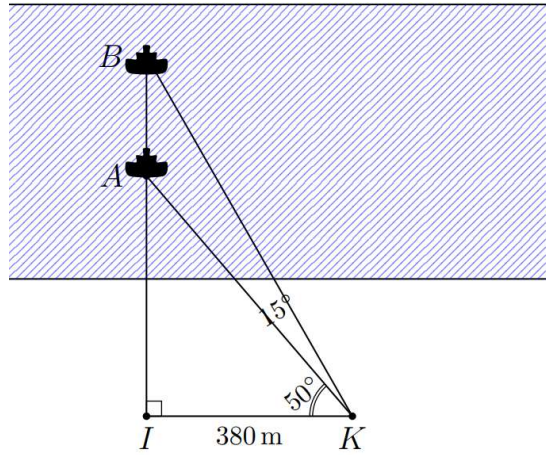
$$BC^2 = BH^2 + HC^2 \Rightarrow BC \approx 290m$$

Vậy quãng đường đi từ A đến đỉnh B rồi xuống dốc về C là:

$$AB + BC \approx 282,8 + 290 \approx 572,8m.$$

- Bài 60.** Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như trong hình vẽ. Tính khoảng cách giữa chúng (kết quả là tròn đến mét).





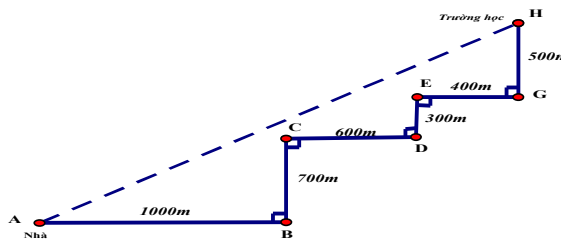
Giải

Ta có $AI = IK \cdot \tan 50^\circ \approx 452,9 \text{ m}$

$BI = IK \cdot \tan 65^\circ \approx 814,9 \text{ m}$

Vậy khoảng cách giữa hai thuyền là $AB = BI - AI \approx 814,9 - 452,9 \approx 362 \text{ m}$

Bài 61. Lúc 6h45 phút sáng bạn Nam đi xe đạp điện từ nhà tới trường với vận tốc trung bình là 15 km/h bạn đi theo con đường từ $A \mapsto B \mapsto C \mapsto D \mapsto E \mapsto G \mapsto H$ (như trong hình). Nếu có 1 con đường thẳng từ $A \mapsto H$ và đi theo con đường đó với vận tốc trung bình 15 km/h, bạn Nam sẽ tới trường lúc mấy giờ?



Lời giải

Gọi $O = AB \cap HG$. Ta có: $AO = 1000 + 600 + 400 = 2000 \text{ m}$, $HO = 500 + 300 + 700 = 1500 \text{ m}$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông AOH có:

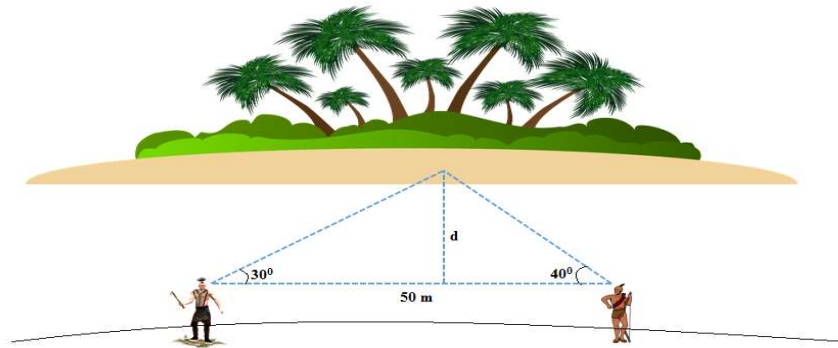
$$AH = \sqrt{AO^2 + HO^2} = \sqrt{2000^2 + 1500^2} = 2500 \text{ m} = 2,5 \text{ km}.$$

Thời gian đi từ nhà đến trường của bạn An là: $t = \frac{s}{v} = \frac{2,5}{15} = \frac{1}{6} \text{ h} = 10 \text{ p.}$

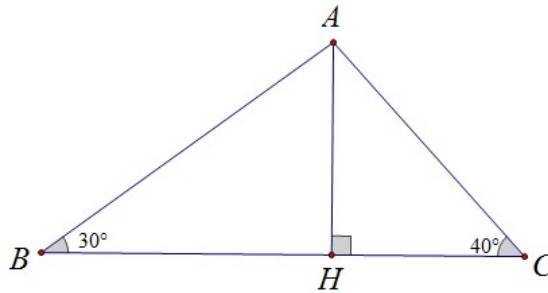
Vậy thời gian bạn An đến trường lúc 6h55 phút.

Bài 62. Hai ngư dân đứng ở một bên bờ sông cách nhau 50 m cùng nhìn thấy một cù lao trên sông với các góc nâng lần lượt là 30° và 40° . Tính khoảng cách d từ bờ sông đến cù lao.





Lời giải



Đặt: $AH = x; BH = y$. Theo đề ta có:

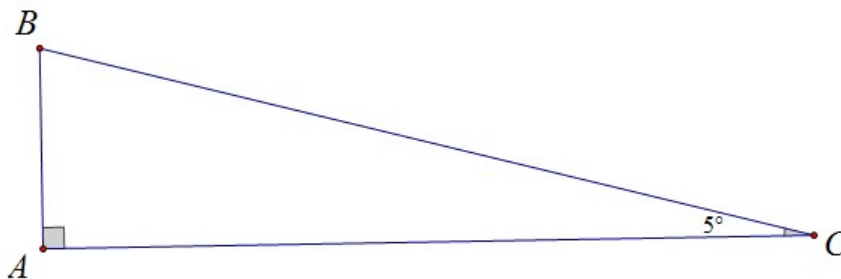
$$\tan 30^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow y = x\sqrt{3}$$

$$\tan 40^\circ = \frac{x}{50 - y} \Rightarrow x = (50 - y) \tan 40^\circ \Rightarrow x = (50 - x\sqrt{3}) \tan 40^\circ \Rightarrow x = \frac{50 \tan 40^\circ}{1 + \sqrt{3} \tan 40^\circ} \approx 17,1$$

Vậy khoảng cách d từ bờ sông đến cù lao là: 17,1 m.

Bài 63. Một người đi xe máy lên dốc có độ nghiêng 5° so với phương ngang với vận tốc trung bình lên dốc là 18 km/h. Hỏi người đó mất bao lâu để lên tới đỉnh dốc? Biết đỉnh dốc cách mặt đất 18 m.

Lời giải



Giả sử BC là độ dài của dốc nghiêng 5° so với phương ngang. Khi đó độ cao của dốc là AB .

$$\text{Trong } \triangle ABC \text{ vuông tại } A, \text{ ta có: } \sin 5^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\sin 5^\circ} = \frac{18}{\sin 5^\circ} \approx 206,53.$$

Ta có: $18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$.

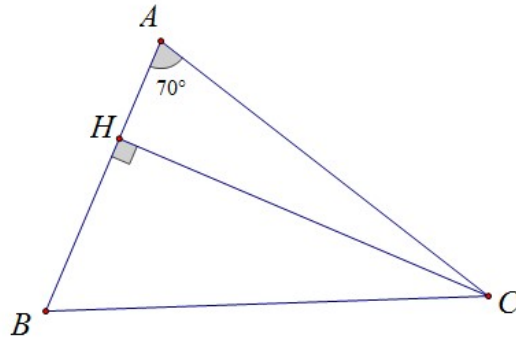




Thời gian người đó lên dốc là: $t = \frac{s}{v} = \frac{206,5}{5} \approx 41,31 \text{ s}$.

- Bài 64.** Từ vị trí xuất phát A , hai xe cùng một lúc đi thẳng theo hai hướng khác nhau, tạo một góc $\hat{A} = 70^\circ$. Xe thứ nhất đi với vận tốc 40 km/h và xe thứ hai đi với vận tốc 50 km/h. Sau 1 giờ 30 phút, hai xe cách nhau bao nhiêu km? (làm tròn đến 2 chữ số thập phân).

Lời giải



Giả sử B và C là hai vị trí của 2 xe sau 1 giờ 30 phút.

Quãng đường xe A đi được là $AB = v_A.t = 40.1,5 = 60 \text{ km}$.

Quãng đường xe B đi được là $AC = v_B.t = 50.1,5 = 75 \text{ km}$.

Kẻ $CH \perp AB$. Khi đó $\triangle ACH$ vuông tại H , ta có:

$$\sin A = \frac{CH}{AC} \Rightarrow CH = AC.\sin 70^\circ \approx 70,48$$

$$\cos A = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = AC.\cos 70^\circ \approx 25,65$$

$$\text{Ta có: } AB = AH + HB \Rightarrow 60 = 25,65 + HB \Rightarrow HB = 34,35$$

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông BHC có:

$$BC = \sqrt{BH^2 + CH^2} = \sqrt{(34,35)^2 + (70,48)^2} \approx 78,41$$

Vậy sau hai xe cách nhau 78,41 km.

- Bài 65.** Một máy kéo nông nghiệp có bánh xe sau to hơn bánh xe trước. Bánh xe sau có đường kính 124 cm và bánh xe trước có đường kính 80 cm. Hỏi khi bánh xe sau lăn được 20 vòng thì xe di chuyển được bao nhiêu mét (làm tròn một chữ số) và khi đó bánh xe trước lăn được mấy vòng?

Lời giải

$$\text{Chu vi bánh xe sau là: } C_2 = 2R.3,14 = d.3,14 = 124.3,14 = 389,36.$$

$$\text{Chu vi bánh xe trước là: } C_1 = 2R.3,14 = d.3,14 = 80.3,14 = 251,2.$$

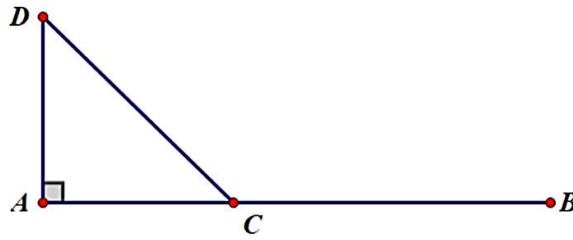
Khi bánh xe sau lăn được 20 vòng thì quãng đường xe di chuyển được là: $20.389,36 = 7787,2$ cm.

$$\text{Số vòng bánh xe trước lăn được là: } 7787,2 : 251,2 = 31 \text{ vòng.}$$





- Bài 66.** Trong hình vẽ dưới đây, hai địa điểm A, B cách nhau 100 km. Một xe ô tô khởi hành từ B đến A với vận tốc 40 km/h. Cùng lúc đó, một xe đạp điện cũng khởi hành từ A trên đoạn đường vuông góc với AB với vận tốc 20 km/h. Hỏi sau 90 phút thì hai xe cách nhau bao xa.



Lời giải

Đổi 90 phút = 1,5 giờ.

Quãng đường BC mà người đi từ B đi được trong 1,5 giờ là: $40.1,5 = 60$ km.

Quãng đường AD mà người đi xe đạp điện đi được trong 1,5 giờ là: $20.1,5 = 30$ km.

Quãng đường AC dài: $BA - BC = 100 - 60 = 40$ km.

Áp dụng định lý Pytato trong $\triangle ADC$ vuông tại A ta có:

$$DC^2 = AD^2 + AC^2$$

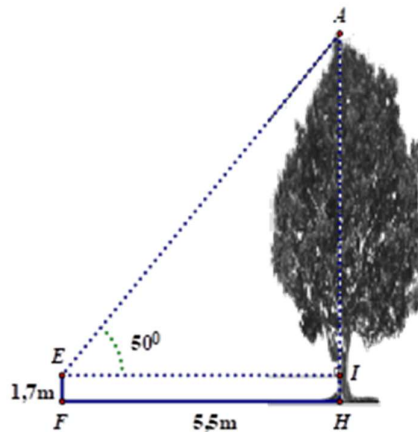
$$\Rightarrow DC^2 = 30^2 + 40^2$$

$$\Rightarrow DC^2 = 2500$$

$$\Rightarrow DC = 50$$

Vậy sau 90 phút thì hai xe cách nhau 50 km.

- Bài 67.** Với số liệu ghi trên hình (biết tứ giác $EFHI$ là hình chữ nhật và A, I, H thẳng hàng). Cây trong hình cao bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).



Lời giải

Vì tứ giác $EFGH$ là hình chữ nhật nên

$$EF = IH = 1,7 \text{ m} \quad EI = FH = 5,5 \text{ m}$$

Xét $\triangle AEI$ vuông tại I có:

$$AI = EI \cdot \tan \widehat{AIE} \quad (\text{Hệ thức lượng trong tam giác vuông})$$





$$\Rightarrow AI = 5,5 \cdot \tan 50^\circ$$

$$\Rightarrow AI \approx 7m$$

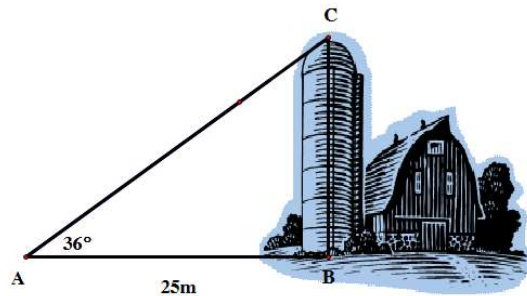
$$\Rightarrow AH = AI + IH = 7 + 1,7 = 8,7 \text{ m}$$

Vậy cây trong hình cao 8,7 mét

Bài 68. Một người quan sát đứng cách một tòa nhà khoảng 25 m (điểm A). Góc nâng từ chỗ anh ta đứng đến nóc tòa nhà (điểm C) là 36° .

1) Tính chiều cao tòa nhà (làm tròn đến 0,5 mét)

2) Nếu anh ta đi thêm 5 m nữa, đến vị trí D nằm giữa A và B thì góc nâng từ D đến nóc nhà là bao nhiêu? (làm tròn đến phút).



Lời giải

1) Chiều cao của tòa nhà chính là độ dài đoạn thẳng BC

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có:

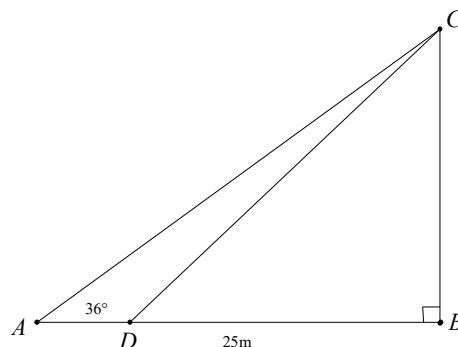
$$BC = AB \cdot \tan \widehat{BAC} \text{ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow BC = 25 \cdot \tan 36^\circ$$

$$\Rightarrow BC \approx 18,2m$$

Vậy chiều cao của tòa nhà là 18,2m

2)



Nếu anh ta đi thêm 5 m nữa đến vị trí D thì $AD = 5 \text{ m}$

$$\Rightarrow DB = AB - AD = 25 - 5 = 20 \text{ m}$$

Ta có góc nâng từ D đến nóc nhà là \widehat{CDB} .

Xét $\triangle DBC$ vuông tại B có :





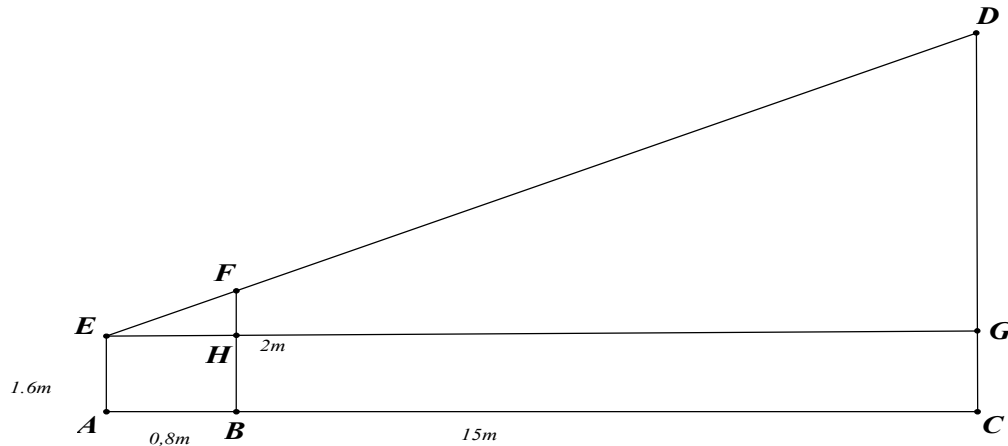
$$\tan \widehat{CDB} = \frac{BC}{DB} = \frac{18,2}{20} = 0,91 \quad (\text{Hệ thức lượng trong tam giác vuông})$$

$$\Rightarrow \widehat{CDB} = 42^{\circ}18'$$

Vậy góc nâng từ D đến nóc nhà là $42^{\circ}18'$

- Bài 69.** Một người đo chiều cao của một cây nhờ một cọc chôn xuống đất, cọc cao 2 m và đặt xa cây 15 m. Sau khi người ấy lùi ra xa cách cọc 0,8 m thì nhìn thấy đầu cọc và đỉnh cây cùng nằm trên một đoạn đường thẳng. Hỏi cây cao bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là 1,6 m?

Lời giải



Giả sử cây có độ cao CD , cọc ở vị trí B có độ dài $FB = 2$ m, cọc cách cây một đoạn $BC = 15$ m.

Vị trí người đứng ở A cách cọc một đoạn $AB = 0,8$ m.

Khoảng cách từ chân đến mắt người đó là $AE = 1,6$ m.

Ta có tứ giác $AEHC$ là hình chữ nhật nên

$$AE = HC = 1,6 \text{ m}; \quad AC = EC = AB + BC = 0,8 + 15 = 15,8 \text{ m}$$

Ta có tứ giác $AEHB$ là hình chữ nhật nên:

$$AE = HB = 1,6 \text{ m}; \quad EH = AB = 0,8 \text{ m}$$

Ta có $FH = FB - HB = 2 - 1,6 = 0,4$ m

Xét $\triangle EFH$ vuông tại H có: $\tan \widehat{FEH} = \frac{FH}{EH} = \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

Xét $\triangle EGD$ vuông tại G có: $DG = EG \cdot \tan \widehat{FEH}$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\Rightarrow DG = 15,8 \cdot \frac{1}{2} = 7,9 \text{ m}$$

$$\Rightarrow DC = DG + GC = 7,9 + 1,6 = 9,5 \text{ m}$$

Vậy cây cao $9,5$ m

