

TÀI LIỆU THAM KHẢO TOÁN HỌC PHỔ THÔNG

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

CHUYÊN ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH TRUNG HỌC CƠ SỞ

BÀI TẬP TỔNG HỢP PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI (QUYỂN 1)

TRUNG ĐOÀN ĐÔNG ĐA – QUÂN ĐOÀN BỘ BINH

[TÀI LIỆU PHỤC VỤ KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT, LỚP 10 HỆ THPT CHUYÊN]

CHỦ ĐẠO: GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

- **GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI BẰNG HẰNG ĐẲNG THỨC.**
- **GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI BẰNG CÔNG THỨC NGHIỆM.**
- **GIẢI PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI BẰNG CÔNG THỨC NGHIỆM THU GỌN.**
- **GIẢI VÀ BIỆN LUẬN HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI CHỨA THAM SỐ.**
- **CÂU HỎI PHỤ BÀI TOÁN GIẢI VÀ BIỆN LUẬN.**
- **ĐỊNH LÝ VIETE THUẬN – ĐỊNH LÝ VIETE ĐẢO.**
- **BÀI TOÁN NHIỀU CÁCH GIẢI.**

“Non sông Việt Nam có trở nên tươi đẹp hay không, dân tộc Việt Nam có bước tới đài vinh quang để sánh vai với các cường quốc năm châu được hay không, chính là nhờ một phần lớn ở công học tập của các em”

(Trích thư Chủ tịch Hồ Chí Minh).



*“....Súng nổ rung trời giận dữ,
Người lên như nước vỡ bờ,
Nước Việt Nam từ trong máu lửa,
Rũ bùn đứng dậy sáng lòa...”*

Đất nước – Nguyễn Đình Thi.

CHUYÊN ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH TRUNG HỌC CƠ SỞ

BÀI TẬP PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI (QUYỂN 1)

TRUNG ĐOÀN ĐỒNG ĐA – QUÂN ĐOÀN BỘ BINH

Trong khuôn khổ Toán học sơ cấp nói chung và Đại số phổ thông nói riêng, phương trình bậc nhất – phương trình bậc hai là dạng toán cơ bản nhưng có phạm vi trải rộng, phong phú, liên hệ chặt chẽ với nhiều bộ phận khác của toán học sơ cấp cũng như toán học hiện đại.

Tại Việt Nam, hệ phương trình, nội dung phương trình – bất phương trình được song hành cùng hệ phương trình – hệ bất phương trình – hệ hỗn tạp là một bộ phận hữu cơ, quan trọng, được phổ biến giảng dạy chính thức trong chương trình sách giáo khoa Toán các lớp 9, 10, 11, 12 song song với các khối lượng kiến thức liên quan. Nói riêng về các phương pháp giải, biện luận phương trình bậc hai, nó được đề cập và luyện tập một cách đều đặn, bài bản và hệ thống sẽ rất hữu ích, không chỉ trong bộ môn Toán mà còn phục vụ đắc lực cho các môn khoa học tự nhiên khác như hóa học, vật lý, sinh học,... Đối với chương trình Đại số lớp 9 THCS hiện hành, phương trình bậc hai là một nội dung cơ bản – quan trọng, xuất hiện bắt buộc trong Đề thi kiểm tra chất lượng học kỳ, Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT hệ đại trà và hệ THPT Chuyên. Phương trình bậc hai khó có thể tạo ra bài toán rất khó, nhưng tạo bài toán khó thì khá đơn giản, vì vậy đây luôn là kiến thức thường thấy trong các kỳ thi kiểm tra kiến thức thường niên, kỳ thi chọn học sinh giỏi toán các cấp trên toàn quốc, kỳ thi tuyển sinh lớp 10 hệ THPT và trong kỳ thi tuyển sinh đại học – cao đẳng hàng năm, một kỳ thi đầy cam go, kịch tính và bất ngờ, nó lại là một câu rất được quan tâm của các bạn học sinh, phụ huynh, các thầy cô, giới chuyên môn và đông đảo bạn đọc yêu Toán.

Phương trình bậc hai dạng chính tắc $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ là một nội dung bắt buộc, thuộc phạm vi chương trình Đại số Học kỳ II Toán 9. Chúng ta thường bắt gặp phương trình gốc chứa tham số $(m, n, k, a, \dots)$, kèm theo đó là nhiều câu hỏi phụ, với nội dung hết sức đa dạng, phong phú, gắn kết nhiều kiến thức, tác giả xin giới thiệu một số tình huống đã từng gặp, từng học, từng biết như sau

- Trường hợp $a = 0$, phương trình bậc hai trở thành phương trình bậc nhất.

$$a = 0 \Rightarrow bx + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = c = 0 \\ b = 0, c \neq 0 \\ x = -\frac{c}{b} \quad (b \neq 0) \end{cases}$$

- Giải và biện luận phương trình bậc hai theo biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$ và công thức nghiệm.

$$\Delta = 0 : x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}, \text{ nghiệm kép (tức là hai nghiệm giống nhau, chấp một).}$$

$$\Delta > 0 : x_1 \neq x_2; x = \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{ hai nghiệm phân biệt (khác nhau).}$$

$$\Delta < 0 : \text{Phương trình vô nghiệm.}$$

Như vậy, phương trình có nghiệm nghĩa là $\Delta \geq 0$.

- Tìm tham số để phương trình vô nghiệm; có nghiệm; có nghiệm kép; có hai nghiệm phân biệt.

- Tìm tham số để phương trình có một nghiệm bằng giá trị α nào đó.

Thay $x = \alpha$ vào phương trình ta có $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$, từ đó tìm được tham số.

- Tìm tham số để phương trình không nhận nghiệm bằng giá trị nào đó.

Phương trình không nhận $x = \alpha$ làm nghiệm khi $a\alpha^2 + b\alpha + c \neq 0$.

- Tìm tham số để phương trình có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn (tùy thuộc đặc thù từng bài toán).

Hai nghiệm trái dấu khi $ac < 0$. Rõ ràng nếu tổng hai nghiệm dương thì nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn, tổng hai nghiệm âm thì nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn. Để dễ hình dung, các bạn có thể giả

$$\text{sử } x_1 > 0 > x_2 \Rightarrow |x_1| - |x_2| = x_1 - (-x_2) = x_1 + x_2, \text{ dẫn đến } \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow |x_1| > |x_2| \\ x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow |x_1| < |x_2| \end{cases}$$

7. Tìm tham số để phương trình có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu gì (tùy thuộc đặc thù từng bài toán).

Hai nghiệm cùng dấu khi $ac > 0$. Nếu tổng hai nghiệm dương thì hai nghiệm cùng dương, tổng hai nghiệm âm thì hai nghiệm cùng âm.

8. Tìm tham số để phương trình có hai nghiệm cùng dương, hai nghiệm cùng âm.
9. Tìm tham số để phương trình có đúng một nghiệm âm, có đúng một nghiệm dương (lưu ý đây chưa chắc chắn là trường hợp hai nghiệm trái dấu, trường hợp này cần xét khả năng đặc biệt nghiệm bằng 0).

Phương trình có đúng một nghiệm âm bao gồm các trường hợp một nghiệm bằng 0 – một nghiệm âm; hai nghiệm trái dấu; nghiệm kép âm.

Phương trình có đúng một nghiệm dương bao gồm các trường hợp một nghiệm bằng 0 – một nghiệm dương; hai nghiệm trái dấu; nghiệm kép dương.

10. Tìm tham số để phương trình có (tồn tại) nghiệm lớn hơn hoặc nhỏ hơn một hằng số nào đó.

Phương trình có (tồn tại) nghiệm lớn hơn hằng số nào đó khi nghiệm lớn nhất lớn hơn hằng số đó, thông

$$\text{thường nếu hệ số } a \text{ là hằng số các bạn lập tức khẳng định } x = \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a} > x = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

$$\text{Khi đó, phương trình tồn tại một nghiệm lớn hơn } \alpha \Leftrightarrow x = \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a} > \alpha.$$

$$\text{Phương trình tồn tại một nghiệm nhỏ hơn } \alpha \Leftrightarrow x = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a} < \alpha.$$

11. Tìm tham số để phương trình có cả hai nghiệm lớn hơn hoặc nhỏ hơn một hằng số nào đó.

Theo mục 10, nếu nghiệm lớn hơn mà nhỏ hơn hằng số thì cả hai nghiệm sẽ nhỏ hơn hằng số, tức là

$$x = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a} < x = \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a} < \alpha$$

Nghiệm nhỏ hơn mà lớn hơn hằng số thì cả hai nghiệm sẽ lớn hơn hằng số

$$\alpha < x = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a} < x = \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Hiểu nôm na: Anh đứng đầu thua thì tất cả những anh khác phía sau sẽ thua. Anh đứng cuối thắng thì tất cả những anh đứng phía trên đều thắng.

Ngoài ra các bạn có thể sử dụng hệ thức Viète với lập luận

$$\begin{cases} x_1 > \alpha \\ x_2 > \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 2\alpha \\ (x_1 - \alpha)(x_2 - \alpha) > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_1 < \alpha \\ x_2 < \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 < 2\alpha \\ (x_1 - \alpha)(x_2 - \alpha) > 0 \end{cases}$$

Thêm nữa, có thể đặt ẩn phụ $x - \alpha = t \Rightarrow x = t + \alpha$. Khi đó dẫn đến bài toán phụ tìm tham số để phương trình bậc hai $a(t + \alpha)^2 + b(t + \alpha) + c = 0$ có hai nghiệm cùng dấu.

12. Tìm tham số để phương trình có hai nghiệm nằm về hai phía của một hằng số $x_1 < \alpha < x_2$. Khi đó rõ ràng

$$\text{các bạn thấy } \begin{cases} x_1 - \alpha < 0 \\ x_2 - \alpha > 0 \end{cases} \Rightarrow (x_1 - \alpha)(x_2 - \alpha) < 0.$$

13. Tìm tham số để phương trình có nghiệm nằm trong đoạn $[a; b]$, khoảng $(a; b)$ nào đó (đối với một hoặc cả hai nghiệm).

Các bạn làm thủ công $a < \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a} < b; a < \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a} < b$. Nếu biết thức chính phương hằng số hoặc chính phương biểu thức thì điều này khá đơn giản do tính được hai nghiệm gọn gàng.

14. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc tham số, các bạn có thể cô lập tham số (biểu diễn tham số theo hai cách) hoặc cộng đại số giữa tổng và tích hai nghiệm để triệt tiêu tham số.

$$\text{Thí dụ } \begin{cases} x_1 + x_2 = 4m - 3 \\ x_1 x_2 = 5m - 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{x_1 + x_2 + 3}{4} \\ m = \frac{x_1 x_2 + 7}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + 3}{4} = \frac{x_1 x_2 + 7}{5}.$$

15. Tìm tham số để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn một hệ thức nào đó (hệ thức bậc nhất mang tính đối xứng đối với hai nghiệm), sử dụng định lý Viète thuần túy.

Các bạn không nên vội vàng, trước hết tìm điều kiện để phương trình là phương trình bậc hai và có nghiệm $\Delta \geq 0$, đây chính là điều kiện tiên quyết áp dụng hệ thức Viète $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

Tiếp sau chú ý kết hợp giải hệ phương trình theo tham số (gồm tổng và hệ thức đề bài đưa ra). Tính tích hai nghiệm và thu được kết quả.

16. Tìm tham số để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn một hệ thức nào đó (hệ thức bậc hai, bậc cao mang tính đối xứng với hai nghiệm), sử dụng định lý Viète thuần túy.

Các bạn không nên vội vàng, trước hết tìm điều kiện để phương trình là phương trình bậc hai và có nghiệm $\Delta \geq 0$, đây chính là điều kiện tiên quyết áp dụng hệ thức Viète $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; x_1 x_2 = \frac{c}{a}$. Sau đó có cơ sở, muốn làm gì thì làm (nói vui), lưu ý các hệ thức đối xứng

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 \\ (x_1 - x_2)^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \\ x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 &= (x_1 + x_2) x_1 x_2 \\ x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1 x_2 (x_1 + x_2) \\ x_1^4 + x_2^4 &= (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 \end{aligned}$$

17. Tìm tham số để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn một thức nào đó (hệ thức chứa phân thức, mang tính đối xứng với hai nghiệm), sử dụng định lý Viète thuần túy.

Lưu ý tìm điều kiện mẫu thức khác 0 khi biến đổi

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} &= \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} \quad (x_1 x_2 \neq 0) \\ \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} &= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1^2 x_2^2} \quad (x_1 x_2 \neq 0) \end{aligned}$$

18. Tìm tham số để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn một hệ thức nào đó (hệ thức chứa căn thức, mang tính đối xứng với hai nghiệm), sử dụng định lý Viète thuần túy.

Đối với hệ thức chứa căn cần tìm tham số để một trong hai nghiệm (hoặc hai nghiệm cùng không âm) trước tiên, đó là điều kiện để căn thức có nghĩa.

$$\begin{aligned} (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 &= x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} \quad (x_1 \geq 0; x_2 \geq 0) \\ \left(\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} \right)^2 &= \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{\sqrt{x_1 x_2}} \quad (x_1 \geq 0; x_2 \geq 0) \end{aligned}$$

19. Tìm tham số để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn một hệ thức nào đó (hệ thức chứa giá trị tuyệt đối, mang tính đối xứng với hai nghiệm), sử dụng định lý Viète thuần túy.

Với biểu thức chứa giá trị tuyệt đối cũng cần hết sức chú ý, đại ý như $A^2 = 25 \Leftrightarrow A \in \{-5; 5\}$, trong khi đó A xuất phát điểm là một biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối, thế thì $A = 5$.

$$A = |x_1| + |x_2| \Rightarrow A \geq 0; A^2 = (|x_1| + |x_2|)^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2|x_1x_2|$$

$$B = |x_1 - x_2| \Rightarrow B^2 = |x_1 - x_2|^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$$

$$|x_1| - |x_2| = k, k > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x_1| > |x_2| \\ x_1^2 + x_2^2 - 2|x_1x_2| = k^2 \end{cases}$$

20. Tìm tham số để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn một hệ thức nào đó (hệ thức bậc nhất, hệ thức bậc hai, bậc cao, chứa phân thức, chứa giá trị tuyệt đối, chứa căn thức, mang yếu tố lệch giữa hai nghiệm), khi đó cần sử dụng định lý Viète khéo léo, kết hợp giả thiết với tổng hoặc tích, tính chính xác hai nghiệm hoặc biểu diễn hai nghiệm theo tham số.

21. Tìm tham số để hai phương trình tương đương (hai phương trình có cùng tập nghiệm).

22. Tìm tham số để hai phương trình có nghiệm chung.

23. Bài toán có biệt thức mang dạng chính phương, tức là hằng số hoặc $\Delta = f^2(x)$, cho phép tính chính xác hai

nghiệm theo công thức nghiệm $x = \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a}$, từ đó xoay chuyển theo yêu cầu của bài toán. Lưu

ý bài toán có đặc điểm này, câu hỏi phụ vô cùng đa dạng, muôn màu muôn vẻ vì thoát được sự gò bó đối xứng trong hệ thức Viète.

24. Tìm tham số để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn biểu thức chứa hai nghiệm đạt cực trị (giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất). Nếu phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị tham số, các bạn thực hiện bình thường theo hằng đẳng thức, nếu tham số có miền xác định hẹp, cần khéo léo đánh giá hoặc sử dụng khảo sát hàm số parabol trên một miền.

25. Bài toán động chạm đến hình thức $ax_1^2 - bx_2 + c = f(x)$, các bạn chú ý $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và x_1 là nghiệm nên dẫn

đến $ax_1^2 + bx_1 + c = 0$, ta biến đổi

$$ax_1^2 + c = f(x) + bx_2 \Leftrightarrow ax_1^2 + bx_1 + c = f(x) + bx_2 + bx_1$$

$$\Leftrightarrow 0 = f(x) + b(x_1 + x_2) \Leftrightarrow f(x) - \frac{b^2}{a} = 0$$

26. Bài toán cho tham số nằm trong một khoảng, từ đó tìm giá trị nhỏ nhất – giá trị lớn nhất mà nghiệm của phương trình có thể đạt được, các bạn thực hiện cô lập tham số hoặc tính chính xác hai nghiệm theo tham số (trường hợp bất đẳng thức hoặc biệt thức chính phương).

27. Bài toán $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0), c = \text{const}$, khi phương trình có nghiệm, chứng minh luôn tồn tại một

nghiệm x_0 nào đó thỏa mãn $|x_0| \leq \sqrt{\left|\frac{c}{a}\right|}$. Các bạn chú ý $|x_1x_2| = \left|\frac{c}{a}\right|$ nên có thể sử dụng phương pháp phản

chứng. Giả sử $\begin{cases} |x_1| > \sqrt{\left|\frac{c}{a}\right|} \\ |x_2| > \sqrt{\left|\frac{c}{a}\right|} \end{cases} \Rightarrow |x_1x_2| > \sqrt{\left|\frac{c}{a}\right|} \cdot \sqrt{\left|\frac{c}{a}\right|} = \left|\frac{c}{a}\right|$ (mâu thuẫn).

Yêu cầu của dạng toán phương trình bậc hai nói chung là khá đa dạng, đa chiều, mục tiêu tìm điều kiện tham số thỏa mãn một tính chất nào đó nên để thao tác dạng toán này, các bạn học sinh cần liên kết, phối hợp, tổng hợp các kiến thức được học về phương trình, hệ phương trình và bất phương trình, thậm chí bất đẳng thức, như vậy nó đòi hỏi năng lực tư duy của thí sinh rất cao. Về nguồn bài tập, trước tiên tác giả xin được giới thiệu, mở rộng và phát triển lớp bài toán cũ, tức là các đề bài nguyên nằm trong đề thi chất lượng học kỳ I, đề thi chất lượng học kỳ II, đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT, tuyển sinh lớp 10 THPT Chuyên và đề thi học sinh giỏi các cấp bậc THCS trong phạm vi có thể sưu tập. Các bạn hãy thử tưởng tượng, với 63 tỉnh thành thôi, với bề dày thi tuyển sinh hai thập niên trở lại đây, với tầm 70 trường THPT Chuyên trên cả nước, thi tuyển sinh môn Toán gồm Toán 1 và Toán 2 (Dành

cho chuyên Toán, chuyên Tin học), giả sử đề thi nào cũng có tối thiểu một bài toán căn thức tổng hợp, chúng ta đã có thể khai thác tối thiểu bao nhiêu bài toán. Tác giả xin làm phép thống kê sơ lược

1. Đề thi chất lượng học kỳ I và học kỳ II (Sở giáo dục và Đào tạo): 63.2 đề thi.
2. Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS (Sở Giáo dục và Đào tạo): 63.2 đề thi.
3. Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT (Đại trà): 63 đề thi.
4. Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT Chuyên (Toán 1 và Toán 2): 70.2 đề thi.

Như vậy, trong một năm, chúng ta sẽ có tổng cộng $63.2 + 63.2 + 63 + 70.2 = 455$ bài toán cần khai thác, chỉ cần khai thác các đề thi từ năm 1990 đến nay (2016), quãng đường 27 năm chúng ta sẽ có 12285 bài toán. Tuy nhiên, vì theo thời gian, kéo theo phân chia địa giới hành chính, từ trung ương đến địa phương, nếu các bạn trẻ hiểu biết về các tỉnh cũ (tỉnh ghép) Việt Nam thời kỳ Việt Nam Dân chủ Cộng hòa và Cộng hòa Xã hội Chủ nghĩa Việt Nam (sau thống nhất 02.05.1975) thì số lượng đề thi thực tế không tới mức đó. Cụ thể

1. Tỉnh Hoàng Liên Sơn (Lào Cai, Yên Bái, Nghĩa Lộ). Tái lập 1991.
2. Tỉnh Bắc Thái (Bắc Cạn, Thái Nguyên). Tái lập 06.11.1996.
3. Tỉnh Cao Lạng (Cao Bằng, Lạng Sơn). Tái lập 29.12.1978.
4. Tỉnh Hà Tuyên (Hà Giang, Tuyên Quang). Tái lập 12.08.1991.
5. Tỉnh Hà Sơn Bình (Hà Đông, Sơn Tây, Hòa Bình). Tái lập 12.08.1991.
6. Tỉnh Hà Nam Ninh (Hà Nam, Nam Định, Ninh Bình). Tái lập 26.12.1991.
7. Tỉnh Vĩnh Phú (Vĩnh Phúc, Phú Thọ). Tái lập 06.11.1996.
8. Tỉnh Hà Bắc (Bắc Giang, Bắc Ninh). Tái lập 06.11.1996.
9. Tỉnh Hải Hưng (Hải Dương, Hưng Yên). Tái lập 06.11.1996.
10. Tỉnh Nghệ Tĩnh (Nghệ An, Hà Tĩnh). Tái lập 12.08.1991.
11. Tỉnh Bình Trị Thiên (Quảng Bình, Quảng Trị, Thừa Thiên Huế). Tái lập 30.6.1989.
12. Tỉnh Quảng Nam – Đà Nẵng. Tái lập 06.11.1996.
13. Tỉnh Kon Tum – Gia Lai. Tái lập 12.08.1991.
14. Tỉnh Nghĩa Bình (Quảng Ngãi, Bình Định). Tái lập 30.06.1989.
15. Tỉnh Phú Khánh (Phú Yên, Khánh Hòa). Tái lập 30.06.1989.
16. Tỉnh Thuận Hải (Ninh Thuận, Bình Thuận, Bình Tuy). Tái lập 26.12.1991.
17. Tỉnh Sông Bé (Bình Dương, Bình Phước, Bình Long). Tái lập 01.01.1997.
18. Tỉnh Đồng Nai (Đồng Nai, Đặc khu Vũng Tàu – Côn Đảo). Tái lập 12.08.1991.
19. Tỉnh Cửu Long (Trà Vinh, Vĩnh Long). Tái lập 26.12.1991.
20. Tỉnh Hậu Giang (Cần Thơ, Sóc Trăng). Tái lập 26.12.1991.
21. Tỉnh Minh Hải (Cà Mau, Bạc Liêu). Tái lập 06.11.1996.

Có lẽ nhiều bạn đọc khi đọc, tiếp cận những cuốn sách, tài liệu cũ, có ghi danh những tác giả, địa danh như Minh Hải, Phú Khánh, Sông Bé, Vĩnh Phú, Hải Hưng, mà không biết địa phương đó ở đâu, và hiện giờ ở đâu. Kỳ thực, đó là những địa danh rất đỗi quen thuộc của đất nước, của thế hệ cha anh đi trước, và của một thời bao cấp, xã hội chủ nghĩa tự cung tự cấp khi chưa mở cửa kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa, với những đặc trưng riêng biệt, thậm chí là khó quên đối với một số người. Theo chủ quan của tác giả, mỗi tỉnh thành trên mọi miền Tổ quốc tuy văn hóa, giáo dục mang tính thống nhất và tương đồng, nhưng đề thi vẫn có những nét đặc sắc riêng, về cấu trúc và mức độ thông hiểu, vận dụng, đánh giá. Đề thi mang hàm lượng kiến thức, co ép thời gian và yêu cầu kỹ năng cao hơn tập trung ở những khu vực, địa phương đông dân cư hơn, có thể kể đến đề thi các tỉnh Duyên hải Đồng bằng Bắc bộ (Khu III cũ), Bắc Trung Bộ (Khu IV cũ), Duyên hải Nam Trung Bộ (Khu V cũ), Đông Nam Bộ. Các khu vực khác như Tây Bắc Bộ, Đông Bắc Bộ - Việt Bắc, Tây Nguyên, Tây Nam Bộ có mật độ dân cư thấp hơn, và có cộng đồng các dân tộc thiểu số nên việc phổ biến kiến thức còn chưa đồng bộ, khó khăn, cũng như cần có lộ trình cụ thể nếu muốn đảm bảo mặt bằng chung. Có thể nói sự đồng bộ hóa giáo dục, nâng cao chất lượng đào tạo, chấn hưng dân trí luôn đi đôi với văn hóa, đạo đức, hội nhập, do đó nó vẫn luôn là bài toán mở, mang tính thời sự, tính bình đẳng nhiều thách thức và cấp bách trong công cuộc cải cách giáo dục, cải cách hành chính hiện nay.

Ngoài việc xử lý, tương tự hóa, rút kinh nghiệm, rèn kỹ năng phản biện, tăng cường mở rộng, đào sâu và phát triển bài toán, trong quá trình tiếp cận từng bài toán trong đề thi các tỉnh thành, các bạn sẽ hiểu thêm về địa lý đất nước, về văn phong, motip đề thi từng tỉnh, thậm chí là sự đầu tư, quan tâm giáo dục của tỉnh đó (nói chung), các bạn chắc chắn sẽ thấy đất nước mình rất đẹp, giáo dục của mình rất phong phú, đa dạng, đa chiều. Một số dạng toán khó hơn tác giả xin trình bày tại quyển 2, tại quyển 1 tác giả cố gắng khai thác, mở rộng và phát triển các bài

toán nhỏ thành các bài toán mức độ cao hơn, số lượng câu hỏi nhiều hơn, nhằm mục đích khuyến khích, cổ vũ bạn đọc nghiên cứu, sáng tạo, đào sâu hơn nữa từng bài toán. Sáng tạo, đào sâu, phát triển để làm gì ? Nhưng đừng sáng tạo thái quá, đừng đào sâu thứ không đáng đào sâu, phát triển những thứ không đáng, đi quá giới hạn ?

Vì sao lại thế ? Đó là bài toán trong Toán học, khoa học. Tài liệu này được viết tháng 9 năm 2016, giai đoạn mà báo chí và các phương tiện truyền thông chính thống đang đăng tải nhiều thông tin về tình trạng tham ô, tham nhũng, chạy chức, chạy quyền, sai phạm lớn, sai phạm nhỏ, thua lỗ, điều chuyển công tác “đúng quy trình”, bổ nhiệm cán bộ theo kiểu “tìm người nhà”, thay vì “tìm người tài”, kèm theo rất nhiều vấn đề nhức nhối, khiến nhân dân hoang mang, niềm tin giảm sút... Đơn cử

- ❖ Nguyên Bí thư Tỉnh ủy Tỉnh Hà Tĩnh Võ Kim Cự, Nguyên Trưởng ban Quản lý Khu Kinh tế Vũng Áng cấp phép theo kiểu “Tiền trạm hậu tẩu” cho Công ty TNHH Hưng Nghiệp Formosa của Vùng lãnh thổ Đài Loan đầu tư trong vòng 70 năm (một thời gian khá “ít”), trong vòng chưa đến 8 năm đã thải chất thải bừa bãi, gây nên ô nhiễm môi trường nghiêm trọng, tạo ra tình trạng cá biển chết hàng loạt tại vùng biển các tỉnh Hà Tĩnh, Quảng Bình, Quảng Trị, Thừa Thiên Huế, làm thiệt hại nghiêm trọng về mọi phương diện cho đồng bào và đất nước. Đáp lại báo chí, đại diện Formosa ung dung thừa nhận công ty dung axit để súc rửa đường ống, nhưng thừa thiện không thông báo chính quyền địa phương vì “không biết quy định này”. Quả thực hết sức trắng trợn, âu cũng phải vì họ không phải đồng bào mình. Tổng Bí thư Ban chấp hành Trung ương Đảng Cộng Sản Việt Nam Nguyễn Phú Trọng đương nhiệm đã từng thẳng thắn: “ Có ý kiến nói sao làm chậm. Nhưng đây là đấu tranh chứ không phải là việc thương lượng. Đấu tranh để buộc người có tội nhận lỗi, cúi đầu xin lỗi, hứa phải thay đổi dây chuyền, hứa không tái phạm. Nhận đền bù cho chúng ta 500 triệu USD”.
- ❖ Nguyên Phó chủ tịch Ủy ban nhân dân Tỉnh Hậu Giang, Nguyên Chủ tịch Hội đồng Quản trị Công ty Xây lắp dầu khí Việt Nam (PVC) Trịnh Xuân Thanh cùng một số đồng nghiệp, trong thời gian quản lý PVC giai đoạn 2011 – 2013 đã buông lỏng quản lý, kiểm tra, giám sát, làm trái các quy định về quản lý kinh tế, để xảy ra sai phạm, làm thua lỗ, thất thoát 3300 tỷ đồng của nhà nước. Ngoài ra, “quy trình” giới thiệu, tiếp nhận, bổ nhiệm vào vị trí Tỉnh ủy viên, Phó chủ tịch Ủy ban Nhân dân Tỉnh Hậu Giang của ông có nhiều vấn đề, kèm theo thực tế ông được đưa đón bằng xe tư Lexus LX570 nhưng gắn biển số xanh công vụ 95A – 0699 thuộc sở hữu của Phòng Kỹ thuật Hậu cần Công an Tỉnh Hậu Giang là sai nguyên tắc, tạo nên hình ảnh sai, gây dư luận xấu trong quần chúng nhân dân. Tổng Bí thư Ban chấp hành Trung ương Đảng Cộng Sản Việt Nam Nguyễn Phú Trọng nói: “Gần đây chúng ta có làm tiếp một số vụ được dư luận quan tâm, trong đó vụ Trịnh Xuân Thanh chỉ là một ví dụ thôi. Còn liên quan đến nhiều thứ lắm. Chúng ta làm từng bước, chắc chắn, hiệu quả. Có những việc tôi chưa tiện nói trước. Chúng tôi đã nói nhiều lần rồi, là có bước đi chắc chắn, chặt chẽ, thận trọng, hiệu quả và phải giữ cho được cái ổn định để phát triển đất nước. Sở dĩ như vậy là sau vụ này nó lại liên quan đến vụ khác”.

Trên đây chỉ là hai trong số rất nhiều vụ lùm xùm không đáng có, không nên có, là điển hình cho tình trạng gian lận, tham ô, tham nhũng, làm trái trong một bộ phận quan chức thoái hóa, biến chất, xuống cấp hiện nay. Như Tổng Bí thư Nguyễn Phú Trọng từng giải bày khi tiếp xúc cử tri Thủ đô Hà Nội ngày 06.08.2016: “Đây là lĩnh vực rất là quan trọng nhưng cũng vô cùng khó khăn phức tạp. Liên quan đến lợi ích, danh dự của mỗi con người, mỗi đơn vị nên không dễ tí nào. Lợi ích chẳng chịt nên rất là khó khăn. Nhưng Đảng và Nhà nước quyết tâm làm để trong sạch bộ máy, nếu không thì gay go”. Để quyết tâm được, cần một hệ thống chính trị trong sạch, vững mạnh, cần những con người tài năng, quyết đoán, dứt khoát, mạnh mẽ, cộng thêm tư chất nhân hậu, khoan dung nhưng không nhân nhượng, liêm chính nhưng không nhu nhược, cần kiệm, chí công vô tư, hơn nữa phải dám nghĩ, dám làm, dám nhận, dám phản biện và dám sửa sai. Đó là những con người xã hội chủ nghĩa thực thụ, những con người đó trưởng thành từ các em học sinh, từ thế hệ mai sau, nếu được đào tạo và vun đắp đúng cách. "Trăm hay không hay bằng tay quen", các em cần học tập hăng say, trau dồi đạo đức, trau dồi bản lĩnh chính trị, khả năng phân biệt đúng sai và sửa chữa lỗi lầm, ngay từ những bài toán nhỏ này thôi, các phương pháp, kỹ thuật cơ bản đã được được các thế hệ đi trước đúc kết và tận tụy cho thế hệ tương lai, các bạn hoàn toàn đủ khả năng kế thừa, phát huy và sáng tạo không ngừng, chuẩn bị đủ hành trang nắm bắt khoa học kỹ thuật, trở thành những nhà khoa học, nhà quản lý giỏi, năng động hay chuyên gia an ninh, quốc phòng, trở thành rường cột liêm chính của quốc gia, đưa đất nước ngày càng mở rộng, phát triển vững bền, phồn vinh, minh bạch, và hiển nhiên những bài toán trong các kỳ thi nhất định không thể là rào cản, mà là cơ hội thử sức, cơ hội khẳng định kiến thức, minh chứng sáng ngời cho tinh thần học tập, tinh thần ái quốc được bộc lộ trong tương lai !

I. MỘT SỐ BÀI TẬP ĐIỂN HÌNH.**Bài toán 1.** Cho phương trình $x^2 - x + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 1$.
2. Tìm giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
3. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.
4. Tìm giá trị m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
5. Tìm m để phương trình (1) không tồn tại nghiệm bằng 3.
6. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 = 5x_1x_2 - 3$.
 - b) $x_1 + x_2 \leq 7x_1x_2 - 3$.
 - c) $5(x_1 + x_2) > 7x_1x_2 - 6$.
 - d) $x_1^2 + x_2^2 + 4(x_1 + x_2) \leq 13$.
 - e) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$.
 - f) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{2015}$.

Bài toán 2. Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 1$.
2. Tìm giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
3. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.
4. Tìm giá trị m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
5. Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
6. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{3}$.
 - b) $x_1 + x_2 \leq 4x_1x_2 - 17$.
 - c) $x_1^2 + x_2^2 + 6(x_1 + x_2) \leq 5m$.
 - d) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 + x_2 - 2m}$.
 - e) $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 \leq 2014$.
 - f) $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = 1$.

Bài toán 3. Cho phương trình $x^2 - 4x + 2m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 2$.
2. Tìm giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
3. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.
4. Tìm giá trị m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
5. Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
6. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $3(x_1 + x_2) \leq 6x_1x_2 - 5m$.
 - b) $5m.(x_1 + x_2) \leq 4x_1x_2 - 11$.
 - c) $\frac{1}{x_1 - 4} + \frac{1}{x_2 - 4} = -\frac{4}{3}$.

Bài toán 4. Cho phương trình $x^2 - 4x + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Tìm giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
2. Giải phương trình (1) với $m = 2$.
3. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.
4. Tìm giá trị m để tập nghiệm của phương trình (1) chỉ có một phân tử.
5. Tìm m để (1) có hai nghiệm cùng dương.
6. Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
7. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 = 2m - 3x_1x_2$.
 - b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{7}{2}$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{3}(x_1 + x_2)$.
 - d) $x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 > 20$.
 - e) $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = \frac{1}{4}$.

Bài toán 5. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 6$.
2. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .
3. Tìm giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
4. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng -4 . Tìm nghiệm còn lại.
5. Tìm giá trị m để tập nghiệm của phương trình (1) chỉ có một phân tử.
6. Tìm tất cả các giá trị m để (1) có hai nghiệm không âm.
7. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 \leq 10x_1x_2 - 5m - 9$.
 - b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{6}{5}$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{64}{7(x_1 + x_2)}$.
 - d) $x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 > 1$.
 - e) Biểu thức $S = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - f) Biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 7x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 6. Cho phương trình $x^2 - 5x + k - 2 = 0$ (1); với k là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $k = 2$.
2. Tìm giá trị k để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
3. Tìm giá trị k để phương trình (1) có một nghiệm bằng 7. Tìm nghiệm còn lại.
4. Tìm giá trị k để tập nghiệm của phương trình (1) chỉ có một phân tử.
5. Tìm k để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
6. Tìm k để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
7. Tìm tất cả các giá trị của k để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - f) $5(x_1 + x_2) = 3x_1x_2 + 9k - 7$.
 - g) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2}{5}$.

- h) $x_1^2 + x_2^2 \leq 2$.
- i) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{3}(x_1 + x_2)^3$.
- j) $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 > 13k$.
- k) $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} < 1$.

Bài toán 7. Cho phương trình $x^2 + 2x + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 5$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 6. Tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để (1) có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm mà tổng nghịch đảo hai nghiệm đó bằng 4.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 + x_2 \leq 3(x_1x_2 - m)$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = 5x_1x_2 + 8m^2 + 11$.
 - $2(x_1^2 + x_2^2) > x_1x_2 + 6(x_1 + x_2) + 1$.
 - $x_1 - x_2 = 4$.
 - $x_1 - 3x_2 = -10$.
 - $2x_1 - 7x_2 = 12$.

Bài toán 8. Cho phương trình: $x^2 - 3x + k - 1 = 0$ (1); với k là tham số thực.

- Giải phương trình với $k = 3$.
- Chứng minh (1) luôn có nghiệm dương với mọi giá trị k thỏa mãn $k \leq \frac{13}{4}$.
- Tìm k để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Xác định giá trị k để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $2x_1 - 5x_2 + 8 = 0$.
 - $x_1 + 3x_2 = 5$.
 - $x_1^2 - x_2^2 = 15$.
 - $x_1^3 - x_2 = 7$.
 - Biểu thức $M = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1 + 3$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm k để (1) có hai nghiệm phân biệt lập thành hai số nguyên cách nhau 5 đơn vị trên trục số.

Bài toán 9. Cho phương trình $x : x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
- Chứng minh rằng (1) luôn có ít nhất một nghiệm dương với $m \leq 3$.
- Tìm m để (1) có các nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - $5(x_1 + x_2) - 7x_1x_2 \leq m - 3$.
 - $(x_1 - x_2)^2 = 4$.
 - $x_1 + 5x_2 = 11$.
 - $3x_1 - 4x_2 = 2$.
 - $x_1 - x_2 = 2$.

Bài toán 10. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 4m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình khi $m = 4$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 1, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm giá trị m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
- Tìm giá trị m để (1) có hai nghiệm trái dấu nhau và bằng nhau về giá trị tuyệt đối.
- Xác định giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - $x_1 > x_2$.
 - $x_1 - x_2 = 2$.
 - $x_1 + 3x_2 = 4m$.
 - $x_1 - 3x_2 = 1$.
 - $x_1 > 1 > x_2$.
 - $x_1 > 2; x_2 > 2$.
- Với giá trị nào của m thì (1) có hai nghiệm đều thuộc đoạn $(0; 2)$.

Bài toán 11. Cho phương trình: $x^2 - 5x + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Xác định m để phương trình đã cho có một nghiệm bằng -1 . Tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 2.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
- Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ; hãy tìm tất cả các giá trị của m sao cho
 - $x_1 + x_2 \leq 6x_1x_2 - 9m$.
 - $x_1 - x_2 = 3$.
 - $x_1^2 + x_2^2 + x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = 37$.
 - $\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} = \frac{3}{2}$.
 - $2x_1 + 3x_2 + 4x_1x_2 = 3m$.
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để biểu thức $P = x_1 + x_2 + x_1^2x_2^2$ là một số chính phương.
- Tìm giá trị m để (1) có đúng một nghiệm thuộc đoạn $[0; 4]$.

Bài toán 12. Cho phương trình: $x^2 - 6x + 6a - a^2 = 0$ (1); với a là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $a = 4$.
- Tìm a để phương trình có một nghiệm bằng 5. Tìm nghiệm còn lại.
- Xác định a để phương trình trên có hai nghiệm khác nhau.
- Tìm a để phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
- Tìm giá trị của a để (1) có hai nghiệm phân biệt đều dương.
- Trong trường hợp (1) có hai nghiệm x_1, x_2 . Hãy tìm tất cả các giá trị a sao cho
 - $x_1^2 + x_2^2 - 2007x_1x_2 = 36$.
 - $x_1 - x_2 = 4$.
 - $x_1 - 3x_2 = 6$.
 - $x_1 > 3; x_2 > 2$.
 - $x_2 = x_1^3 - 8x_1$.
 - $|x_1 + 2x_2| = x_2^2 - 3x_2 + 4$.
 - Nghiệm này bằng bình phương nghiệm kia.
- Xác định giá trị nguyên của a để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều thuộc đoạn $[3; 7]$.

Bài toán 13. Cho phương trình $x^2 - 5x + m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải (1) trong trường hợp $m = 6$.
2. Tìm m để (1) không có nghiệm bằng 3.
3. Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt.
4. Tìm m để (1) có ít nhất một nghiệm dương.
5. Tìm m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

- a) $x_1 - x_2 = \frac{1}{2}$.
- b) $2x_1 - 3x_2 = 4$.
- c) $x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1} = 6$.
- d) $x_1^2 + x_2^2 - 7x_1x_2 \leq 14$.
- e) $x_1 > 2; x_2 > 2$.

Bài toán 14. Cho phương trình $x^2 - 2x + m = 3$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 3$.
2. Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
3. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
4. Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
5. Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt đều lớn hơn 0,5.
6. Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

- a) $x_1^3x_2 + x_2^3x_1 = -6$.
- b) $x_1 - x_2 = 5$.
- c) $x_1 - 2x_2 = 6$.
- d) $x_1^2 + 2x_2 = 5m - 4$.
- e) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5(x_1 + x_2)}{2}$.

Bài toán 15. Cho phương trình ẩn x : $x^2 + 2x + 1 - m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 4$.
2. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
3. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 4. Tìm nghiệm còn lại.
4. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm cùng dương.
5. Trong trường hợp (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 :

- a) Tính theo m giá trị của biểu thức $P = |3x_1 + x_2| + |3x_2 + x_1|$.
- b) Tìm giá trị của m để hai nghiệm đều nhỏ hơn 4.
- c) Tìm giá trị của m để $\frac{1}{x_1 - 3} + \frac{1}{x_2 - 3} = \frac{3}{4}$.
- d) Tìm m để $x_1 + 4x_2 = 5$.
- e) Tìm giá trị m để $x_1 - x_2 > 4$.

6. Với giá trị nào của m thì nghiệm lớn hơn của phương trình đạt giá trị nhỏ nhất?

Bài toán 16. Cho phương trình: $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
4. Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

- a) $2x_1 - 3x_2 = 5$.

- b) $x_1^2 - x_2^2 = 8$.
 c) $x_1^3 + 3x_1^2 + x_2 = 7$.
 d) $\sqrt{x_1 - 1} + 2\sqrt{x_2 + 1} = 4$.

5. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 3.
 6. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) tương đương với phương trình $x + \sqrt[2010]{x - 2} = 2$.

Bài toán 17. Cho phương trình $x^2 - 3x - m^2 + m + 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 2$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng (1) luôn luôn có ít nhất một nghiệm dương.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu, khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
- Chứng minh phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị m .

Gọi hai nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2 . Tìm tất cả giá trị m để

- $2x_1 - 5x_2 = 9$.
- $x_1 > x_2 + 1$.
- $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 \geq 20$.
- $x_1^2 + 2x_1x_2 + 3x_2^2 = 2x_2 + 13x_1$.
- Biểu thức $B = |x_1 - x_2| + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- $\frac{1}{2} \leq x_1 < \frac{3}{2}; \frac{6}{5} \leq x_2 < \frac{5}{2}$.

Bài toán 18. Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = -3$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho

- $x_1 - 3x_2 = 4$.
- $3x_1 - 2x_2 = 5$.
- $\begin{cases} \sqrt{x_1 + 1} + \sqrt{x_2 + 1} = 1 + \sqrt{3} \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$
- $x_1^2 + 2x_2 = 2m - 3$.
- $x_1 > 3; x_2 > 2$.
- $x_1^3 + 2x_1x_2 = m + 8$.

5. Tìm m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $N = (x_1^2 + x_2)(x_2^2 + x_1)$ là một số chính phương.

Bài toán 19. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 1$.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
- Tìm m để phương trình có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn.

- $9x_1x_2 + (x_1 + 1)(x_2 + 1) \leq 4$.
- $2x_1 - x_2 = m$.
- $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{2}{3}$.

d) $x_1^2 + x_2^2 = 6m - 8$.

5. Khi (1) có nghiệm, hãy tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

Bài toán 20. Cho phương trình $x^2 - (2m - 9)x + m - 8 = 0$ (1); với m là tham số thực, $m \geq 2$.

1. Giải phương trình (1) với $m = 3$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 4, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
4. Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện
 - a) $x_1 + x_2 \leq 3x_1x_2 - 2m + 9$.
 - b) $x_1^2 + x_2^2 > 5x_1x_2 + 4m^2 - m + 1$.
 - c) $x_1 - x_2 = 9$.
 - d) $x_1 > x_2 > 1$.

5. Với điều kiện bài toán, chứng minh phương trình không tồn tại hai nghiệm thuộc khoảng $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

6. Tìm m để nghiệm lớn hơn của phương trình đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 21. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 2)x - 2m + 7 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = \frac{7}{2}$.
2. Tìm m để (1) có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó.
3. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất mang giá trị âm.
4. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm cùng lớn hơn 1.
5. Khi (1) có hai nghiệm x_1, x_2 :
 - a) Tìm m để nghiệm này gấp rưỡi nghiệm kia.
 - b) Tìm m để biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - c) Thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m .
6. Tìm m để phương trình có hai nghiệm sao cho tổng nghịch đảo hai nghiệm bằng 5.

Bài toán 22. Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 2)x + 5m + 6 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 2$.
2. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
3. Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.
4. Xác định m để phương trình đã cho có hai nghiệm đều lớn hơn 2.
5. Khi (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2
 - a) Tìm hệ thức biểu thị mối quan hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .
 - b) Tìm m để $3x_1 - x_2 = -4$.
 - c) Tìm m để $x_1^2 + 2(m + 2)x_2 + 5m + 6 = 0$.
 - d) Tìm m để hai điểm biểu diễn nghiệm trên trục số cách nhau một khoảng bằng 5.
6. Với giá trị nào của m thì (1) tương đương với phương trình $\sqrt{3x - 2} = \sqrt{2x - 1} + x - 1$.

Bài toán 23. Cho phương trình: $2x^2 + 2(m + 1)x + m^2 + 4m + 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho với $m = -3$.
2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.
4. Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.
5. Khi phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2
 - a) Tìm m để biểu thức $P = |x_1x_2 - 2(x_1 + x_2)|$ đạt giá trị lớn nhất.
 - b) Tìm mối liên hệ giữa hai nghiệm, mỗi liên hệ này độc lập với m .

Bài toán 24. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình trên khi $m = 0$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng -2 , tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m . Khi đó hãy tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu gì?
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm mà nghiệm này gấp ba lần nghiệm kia.
- Với giá trị nào của m thì (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 - x_2 = 2$.
 - $x_1^2 - x_2^2 = -4m^2 + 16m - 12$.
 - $x_1 < x_2 < 1$.
 - $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2\sqrt{2}$.
 - Biểu thức $P = x_1^2 - x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Biểu thức $Q = |x_1 - x_2|$ nhận giá trị nhỏ nhất.
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có các nghiệm đều là số nguyên.
- Tìm m để phương trình (1) và phương trình $x^2 - 2mx - m - 1 = 0$ có nghiệm chung.
- Với $m \neq 3$, hãy lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{1}{x_1}; \frac{1}{x_2}$.
- Với hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , đặt $S_n = x_1^n + x_2^n$, chứng minh $S_{n+2} - 2(m-1)S_{n+1} + (m-3)S_n = 0$.

Bài toán 25. Cho phương trình $x^2 + 2(m-2)x - 2m + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình trên khi $m = 1$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để (1) có một nghiệm là $1 - 2m$, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu gì?
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm mà nghiệm này bằng bốn lần nghiệm kia.
- Với giá trị nào của m thì (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 - x_2 = -2m$.
 - $x_1 + x_2 + 10 = 3(x_1 x_2 - 1)^2$.
 - $\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} = \frac{5}{7} + x_1 x_2$.
- Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều lớn hơn 2.

Bài toán 26. Cho phương trình $x^2 + mx + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 5. Tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Tìm m để (1) có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu dương hay âm.
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).
 - Tìm mối liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .
 - Tìm m sao cho $x_1 + x_2 \leq 6x_1 x_2 - 9m + 7$.
 - Tìm m để tổng bình phương hai nghiệm đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Tìm m để biểu thức $P = |x_1 - x_2|$ nhận giá trị nhỏ nhất.
 - Tìm m để hai nghiệm này đều nhỏ hơn 2.

Bài toán 27. Cho phương trình: $x^2 - (m+5)x + m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = -6$.
- Chứng minh rằng phương trình (1) không thể có một nghiệm bằng 1.
- Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Giả dụ x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (1). Tìm giá trị m sao cho
 - $x_1^2 + x_2^2 = 19x_1x_2 + 3$.
 - $x_1 + x_2 = |x_1 - 2x_2|$.
 - Biểu thức $B = 2|x_1 - x_2| + 5$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - x_1, x_2 tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 5.

Bài toán 28. Cho phương trình: $x^2 + 2(m+3)x - m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình trong trường hợp $\Delta = 0$.
- Khi nào (1) có hai nghiệm trái dấu?
- Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 cùng dương thỏa mãn
 - $x_1^2 + x_2^2 = 68$.
 - $x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1} = 2(m+1)^2$.
 - $x_1 = 2(x_2 + 5)$.
 - $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{1}{x_1x_2}$.
- Tìm m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm lớn hơn 4.
- Thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

Bài toán 29. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = 3, 5$.
- Chứng minh với mọi giá trị m thì phương trình đã cho luôn luôn có nghiệm.
- Với giá trị nào thì (1) có hai nghiệm mà nghiệm này bằng bình phương nghiệm kia?
- Giả dụ x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Hãy tìm m để
 - $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 + x_2^2 = 2$.
 - $(2x_1 + 1)(x_1 + 1) + (x_2 + 2)(x_2 + 1) \leq 13$.
 - $7(x_1 - 1)(x_2 - 1) + 2x_1^2 + x_2 = 5m$.
 - $\frac{x_1 + 2x_2 + 3x_1x_2 + 4}{x_1 - 2x_2 - 3x_1x_2 - 4} = \frac{3}{5}$.
 - Biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

Bài toán 30. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .
- Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1). Hãy tìm m để
 - $x_1^2 + x_2^2 = 14$.
 - $x_1^2 + x_2^2 + x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = 4$.
 - $\frac{x_1 + x_2}{x_1x_2} + 3x_1x_2 = 4$.

4. Giải phương trình (1) khi m thỏa mãn đẳng thức $2(m^2 + 1) + n^2 = 2n(m + 1)$ ($n \in \mathbb{R}$).
5. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm đều nằm trong khoảng $(2; 5)$.

Bài toán 31. Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + 2m + 10 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = -5$.
2. Xác định m để (1) có nghiệm duy nhất. Tìm nghiệm đó.
3. Xác định m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

a) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \geq 2$.

b) $|x_1 - x_2| = 8$.

c) $x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) \leq 5$.

d) Biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + 10x_1 x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

4. Xác định m để phương trình có ít nhất một nghiệm dương.
5. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

Bài toán 32. Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + 4m + 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình với $m = 5$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt. Tính hai nghiệm ấy theo m .
4. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

a) $x_1^3 + x_2^3 = -32$.

b) $(x_1 - 3x_2)(x_2 - 3x_1) = 0$.

c) Nghiệm này gấp bốn lần nghiệm kia.

d) $\frac{1}{x_1 + x_2 + 1} + 3x_1 x_2 = (x_1 + 1)(x_2 + 1)$.

5. Lập phương trình bậc hai chứa tham số m có hai nghiệm là $x_1^2 + x_2^2$ và $x_1 x_2$.

Bài toán 33. Cho phương trình: $x^2 - (m - 2)x - m^2 + 3m - 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 4$.
2. Tìm giá trị của m để phương trình có một nghiệm bằng m .
3. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị m .
4. Xác định giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

a) $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2 - x_1 x_2 + 2$.

b) $x_1^2 + x_2^2 \geq 7$.

c) $|x_1| - |x_2| = 3$.

d) Tỷ số giữa hai nghiệm có giá trị tuyệt đối bằng 7.

5. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của biểu thức $T = \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2}{1 - x_1 x_2 + x_1 + x_2}$.

Bài toán 34. Cho phương trình $x^2 + mx + 2m - 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình với $m = 3$.
2. Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
3. Xác định m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

a) $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 = 26$.

b) $x_1 > 4; x_2 > 5$.

c) $x_1^2 + mx_2 + 2m = 13$.

d) $\sqrt{x_1 + 3} + \sqrt{x_2 + 6} = 3$.

e) Biểu thức $T = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_1x_2 + 6$ đạt giá trị nhỏ nhất.

4. Khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 > x_2$) tương ứng là độ dài một cạnh và một đường chéo của một hình vuông. Hãy tính $2009x_1 + 2010x_2$.

5. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) tương đương với phương trình $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt{2+x} = 1$.

Bài toán 35. Cho phương trình: $x^2 + (m+1)x + m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép.
- Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu?
- Xác định m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

a) $x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 + x_1x_2 = 5$.

b) $x_1 + 2x_2 + 3x_1x_2 = 4$.

c) $\frac{x_1 + 1}{x_2 + 3} = \frac{4}{7}$.

d) Biểu thức $A = x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

5. Thiết lập hệ thức liên hệ giữa các nghiệm độc lập với m .

Bài toán 36. Cho phương trình $x^2 - 2(m+4)x + m^2 - 8 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 4$.
- Xác định m để phương trình đã cho có một nghiệm bằng 2.
- Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 mà
 - $x_1 + 3x_2 = 8$.
 - $x_1^2 + x_2^2 + 5(x_1 + x_2) < x_1x_2 + m$.
 - $A = x_1 + x_2 - 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.
 - $B = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Với giá trị nào của m thì (1) và phương trình $\sqrt{x} + 3\sqrt{x-1} = 1$ có cùng tập hợp nghiệm?
- Thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m (trong trường hợp phương trình có nghiệm).

Bài toán 37. Cho phương trình ẩn x $x^2 + (m-1)x - 6 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = \frac{3}{2}$.
- Tìm m để (1) có nghiệm $x = 1 + \sqrt{2}$. Tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m .
- Hãy tìm tất cả các giá trị của m sao cho
 - $x_1^2x_2 = 6$.
 - $x_1^2 + 2x_2^2 = 38$.
 - $|x_1| + 2|x_2| = 8$.
 - $x_1^3 + 2x_1^2x_2 - 3x_2^3 = 0$.
 - Biểu thức $A = (x_1^2 - 9)(x_2^2 - 4)$ đạt giá trị lớn nhất.
- Xác định m để phương trình đã cho có hai nghiệm đều nhỏ hơn 2.

Bài toán 38. Cho phương trình $x^2 + (m+1)x + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 4$.
- Tìm tất cả các giá trị m để phương trình có hai nghiệm cùng dương.
- Khi phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 , hãy tìm m sao cho
 - $x_1 + 4x_2 = -5$.
 - $x_1^2 + 5x_2^2 = 6$.
 - $x_1 + \frac{1}{x_2} = 2x_2 + \frac{1}{x_1} + 1$.
 - Biểu thức $Z = 3(x_1^2 + x_2^2) + 5x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Biểu thức $P = (x_1^2 + 2)(x_2^2 + 8)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Xác định m để (1) có ít nhất một nghiệm lớn hơn 5.

Bài toán 39. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 4$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 4. Tìm nghiệm còn lại.
- Tìm giá trị m để (1) có nghiệm duy nhất. Tính nghiệm duy nhất đó.
- Chứng minh rằng phương trình (1) không thể có hai nghiệm cùng lớn hơn 2.
- Xác định m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - $\frac{3x_1^2 + 3x_2^2 - 3}{x_1^2x_2 + x_2^2x_1} = \frac{5}{2}$.
 - $\frac{2}{3}x_1 - \frac{4}{5}|x_2| = \frac{6}{7}$.
 - $x_1 + \frac{1}{x_2} = 6m - 1$.
 - Hai nghiệm đều lớn hơn -4 .
 - Biểu thức $P = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_1x_2 + m^2 + 2m + 3$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm tất cả các giá trị m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 đều thuộc đoạn $[2009; 2013]$.

Bài toán 40. Cho phương trình $x^2 - (3m-1)x + 2m^2 - m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho khi $m = 2010$.
- Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .
- Tìm giá trị m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (1). Tìm m sao cho
 - $x_1 + x_1x_2 = x_1$.
 - $|x_1 - 2x_2| \leq 3$.
 - $x_1^2 + x_1^2 + x_1x_2 = 1$.
 - $\frac{x_1 + 2x_2}{2x_1 + 3x_2 + 4} = \frac{1}{4}$.
- Xác định m để phương trình chỉ có đúng một nghiệm dương nhỏ hơn 10.

Bài toán 41. Cho phương trình $3x^2 + 4(m-1)x + m^2 - 4m + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 4$.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
- Xác định giá trị m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

a) $x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 = \frac{2}{3}$.

b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{4}$.

c) Biểu thức $T = x_1x_2 - 5(x_1 + x_2)^2$ đạt giá trị lớn nhất.

5. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm đều không vượt quá 1.

Bài toán 42. Cho phương trình bậc hai ẩn x : $x^2 - 2mx - 2x + 2m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 3$.

2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng -3 , tìm nghiệm còn lại.

3. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .

4. Xét x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (1). Tìm tất cả các giá trị của m để

a) Hai nghiệm đều thuộc đoạn $[1; 3]$.

b) Hai nghiệm là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $2\sqrt{5}$.

c) $x_1 < 6 < x_2$.

d) $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} = \frac{m + 3}{x_1x_2}$.

e) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{9m - 1}{x_1^2x_2^2}$.

Bài toán 43. Cho phương trình: $4x^2 + 2(3 - 2m)x + m^2 - 3m + 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình với $m = 6$.

2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 5.

3. Xác định m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm không âm.

1. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

a) Hiệu bình phương hai nghiệm bằng 5.

b) $x_1 > 4x_2 + m + 2$.

c) $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = \frac{1}{4}$.

d) $\frac{2}{x_1 + 1} + \frac{3}{x_2 - 2} + \frac{2}{3} = 0$.

e) Biểu thức $A = 3x_1^2 + 2x_2^2 + x_1x_2$ nhận giá trị nhỏ nhất.

2. Chứng minh rằng giá trị biểu thức $T = (x_1 - x_2)^3 + (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 + 4$ không phụ thuộc vào m .

Bài toán 44. Cho phương trình: $x^2 - (2m + 3)x + m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.

2. Chứng minh phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị m .

3. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 1. Tìm nghiệm còn lại.

4. Với giá trị nào của m thì (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

5. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho

a) $2x_1 + 3x_2 = 6$.

b) $4x_1 + 3x_2 - 9x_1x_2 = 43$.

c) $x_1^2 + (2m + 3)x_2 + 2m = 23$.

d) $x_1 \leq x_2 \leq 2$.

e) Biểu thức $K = |x_1 - x_2|$ nhận giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 45. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình trên với $m = 3$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng phương trình trên luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m .
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức
 - $x_1 + x_2 = x_1x_2 + 6m - 9$.
 - $3x_1 - 4x_2 = 10$.
 - $x_1^2 + 4x_2 = x_2^2 + x_1$.
 - $2(x_1^2 + x_2^3) - 5x_1^2x_2^2 = 27$.
 - $\frac{1}{x_1 + 2} + 3x_2 = 7$.
 - $\sqrt{x_1 - 2} + \sqrt{x_2 + 1} = m - 2$.
- Xác định m để (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này bằng bình phương nghiệm kia.

Bài toán 46. Cho phương trình: $x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 3$.
- Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm cùng dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì.
- Chứng minh rằng phương trình (1) không thể có hai nghiệm cùng nhỏ hơn 1.
- Tìm m để phương trình đã cho có một nghiệm $x = 1$. Tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 4$.
 - $(x_1 - x_2)^2 = 5x_1 + 5x_2 + 4m - 1$.
 - $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{2}$.
 - Nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $S = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ là một số nguyên.
- Tìm tất cả các giá trị thực của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $S = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ là một số nguyên.

Bài toán 47. Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 - 7 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 4$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng m .
- Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm trái dấu.
- Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)^2 = x_1x_2 + 5m - 8$.
 - $x_1 = x_2 - 2$.
 - $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = -\frac{2}{9}$.
 - $\begin{cases} x_1 - x_2 = 1, \\ x_1^3 - x_2^3 = 7. \end{cases}$
- Tìm tất cả các giá trị của m để hai nghiệm của phương trình đều thuộc đoạn $[0; 3]$.

Bài toán 48. Cho phương trình $x^2 - (m+2)x + m^2 + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 2$.
- Xác định m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2. Tính tổng lập phương hai nghiệm khi đó.
- Khi nào phương trình (1) có hai nghiệm cùng dương?
- Xác định tất cả các giá trị m sao cho (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 = 4x_2$.
 - $x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2$.
 - $x_1^2 + (m+2)x_2 + m^2 \geq 4$.
 - $x_1 \in [0; 1], x_2 \in [0; 1]$.
- Khi (1) có nghiệm x_1, x_2 , hãy lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

Bài toán 49. Cho phương trình $x^2 + (2m-1)x + m^2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 0$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 1, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dương.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 - x_2 = -1$.
 - $x_1^2 - (2m-1)x_2 + m^2 = 33$.
 - Biểu thức $S = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm số nguyên m để biểu thức $S = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ nhận giá trị nguyên.
- Tìm số nguyên m lớn nhất để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $\frac{(x_1 - x_2)^2 + 7}{x_1 + x_2 + 1}$ là một số nguyên.

Bài toán 50. Cho phương trình ẩn x $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình trong trường hợp $m = 1$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1).
 - Chứng minh rằng biểu thức $A = x_1(1-x_2) + x_2(1-x_1)$ không phụ thuộc vào giá trị của m .
 - Tìm m để $x_1 + x_2 \geq 10x_1x_2 + 6m - 5$.
 - Tìm giá trị m để $x_1 + 2x_2 = 3$.
 - Tìm m để nghiệm này gấp bốn lần nghiệm kia.
 - Tìm giá trị nguyên của m để biểu thức $P = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ là một số nguyên.

Bài toán 51. Cho phương trình ẩn x $x^2 + mx + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 3$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh với mọi giá trị của m thì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho.
 - Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .
 - Tìm m để $x_1 + x_2 \leq 6x_1x_2 + 7$.
 - Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - 9x_1x_2 \geq m + 22$.

- d) Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $u = \frac{x_1 - 1}{x_1 + 1}; v = \frac{x_2 - 1}{x_2 + 1}$.
- e) Tìm giá trị m để tổng $T = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- f) Tìm giá trị nguyên của m để biểu thức $P = \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_2}$ nhận giá trị nguyên.

Bài toán 52. Cho phương trình ẩn x : $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = \frac{3}{2}$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi m .
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1).
 - Đặt $B = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 5$. Chứng minh rằng $B = 4m^2 - 10m + 1$.
Với giá trị nào của m thì B đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.
 - Tìm quan hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .
 - Tìm giá trị của m sao cho $(x_1 + x_2)^2 = 4m^2 + 5x_1 x_2$.
 - Tìm giá trị của m sao cho $x_1^2 + x_2^2 = m$.

Bài toán 53. Cho phương trình bậc hai ẩn x : $2x^2 - (m+3)x + m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 2$.
- Tìm m để (1) nhận $x = 4$ là một nghiệm.
- Chứng minh phương trình đã cho luôn có hai nghiệm với mọi giá trị m .
- Ký hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).
 - Tìm mối quan hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .
 - Tìm giá trị của m để $x_1 + x_2 = \frac{5}{2} x_1 x_2$.
 - Tìm giá trị của m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{7}$.
 - Tìm giá trị của m để $x_1 > x_2 > 2$.
 - Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |x_1 - x_2|$.

Bài toán 54. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-2)x - 3m + 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 5$.
- Tìm m để (1) nhận một nghiệm bằng 2.
- Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Gọi hai nghiệm của phương trình x_1, x_2 .
 - Tìm mối quan hệ giữa hai nghiệm, mối quan hệ này không phụ thuộc vào m .
 - Tìm m để $x_1 < 0; x_2 < 0$.
 - Tìm m để $x_1 + x_2 + 5x_1 x_2 \leq 6m$.
 - Tìm m để hai nghiệm đều bé hơn 1.
 - Tìm giá trị của m để nghiệm này gấp ba lần nghiệm kia.
 - Tìm giá trị m thỏa mãn $6x_1 x_2 - (x_1^2 + x_2^2) + 4m^2 = 0$.
 - Tìm m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq 1$.

Bài toán 55. Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m-1)x - m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 6$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 + x_2 = 5x_1x_2 + 10m - 3$.
 - Hai nghiệm cùng âm.
 - $x_1^2 + x_2^2 \geq 10$.
 - $x_1^3 + x_2^3 + x_1x_2 = -4$.
 - Nghiệm này gấp hai lần nghiệm kia.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m (khi phương trình có nghiệm).

Bài toán 56. Cho phương trình: $x^2 - 2(2m+1)x + m^2 + m - 6 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 2$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 0. Tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m . Tìm mối liên hệ giữa hai nghiệm, mối quan hệ này độc lập với tham số m .
- Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có ít nhất một nghiệm không âm.
- Tìm m sao cho (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 + 2x_2 = 5m + 6$.
 - Nghiệm này gấp rưỡi nghiệm kia.
 - $|x_1^3 - x_2^3| = 35$.
 - $x_1^2 - 3x_2^2 = 9x_1 - 2x_1x_2 + 10x_2 + 1$.
 - $-5 < x_1 < x_2 < 5$.
 - $-2 < x_1 < x_2 - 3 < 5 - 2m$.

Bài toán 57. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m = 3$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 3$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng m .
- Chứng minh phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .
- Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - $x_1 = 3x_2 + 4$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = 4m^2 - 8m + 5$.
 - $x_1 < 3 \leq x_2$.
 - $x_1 < x_2 < 1$.
- Tìm giá trị nguyên của m để biểu thức $P = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ nhận giá trị nguyên.
- Với giá trị nào của m thì nghiệm lớn nhất của phương trình đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 58. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = -3$.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm thực phân biệt.
- Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm trái dấu.
- Xác định m để phương trình (1) có một nghiệm bằng $m-1$.
- Với giá trị nào của m thì (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1^2 + x_2^2 + (x_1 + x_2)x_1x_2 = 4$.

b) $(x_1 - 2x_2)(x_2 - 2x_1) \leq 6$.

c) $x_1 < 5 < x_2$.

6. Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 3.7. Tìm giá trị nguyên của m để biểu thức $P = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ nhận giá trị nguyên.**Bài toán 59.** Cho phương trình: $x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình với $m = 1$.
2. Tìm m để (1) có nghiệm duy nhất. Xác định dấu của nghiệm duy nhất đó.
3. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu.
4. Với giá trị nào của m thì (1) có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 1 ?
5. Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho

a) $x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1x_2 + 8)$.

b) $x_1 - 2x_2 = 2$.

c) $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 + 4m + 1$.

d) $x_1 + x_2 \leq 6x_1x_2 - 9$.

6. Viết hệ thức quan hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 không phụ thuộc vào m .**Bài toán 60.** Cho phương trình: $x^2 + 2(m+2)x - 4m - 12 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 5$.
2. Chứng minh phương trình (1) luôn luôn có nghiệm với mọi giá trị m .
3. Chứng minh phương trình (1) không thể có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
4. Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho

a) $|x_1 - x_2| = 8$.

b) $x_1 = x_2^2$.

c) $2x_1 = x_2 + 14$.

d) $-3 < x_1 < x_2 < 4$.

e) Biểu thức $F = x_1^2 + 2x_2^2$ đạt giá trị bé nhất.

5. Viết hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào m .**Bài toán 61.** Cho phương trình ẩn x : $x^2 + mx + n = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = -3; n = 2$.
2. Tìm m và n để phương trình (1) có hai nghiệm là 2 và $\sqrt{2}$.
3. Giải (1) trong trường hợp m và n thỏa mãn hệ thức $5m^2 - 2mn - 4m + n^2 + 1 = 0$.
4. Cho $n = m - 2$. Chứng minh khi đó (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 .

a) Tìm m và n để $P = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b) Tìm m và n sao cho $x_1 + x_2 = 8x_1x_2 + 1$.

c) Xác định m để phương trình có hai nghiệm nằm về hai phía của số 5 trên trục số.

Bài toán 62. Cho phương trình ẩn x : $x^2 - mx + 2m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) trong trường hợp $m = 3$.
2. Chứng minh rằng phương trình không thể có hai nghiệm đều âm.
3. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
4. Trong trường hợp x_1, x_2 là hai nghiệm của (1).

a) Tìm m để tổng bình phương hai nghiệm bằng 20.

b) Tìm m để hai nghiệm đều nhỏ hơn 1.

c) Chứng minh biểu thức $M = \frac{(x_1^2 - 2x_1 + 2)(x_2^2 - 2x_2 + 2)}{x_1^2 + x_2^2}$ không phụ thuộc vào m .

d) Thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .

Bài toán 63. Cho phương trình: $x^2 - 3mx + 3m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) trong trường hợp $m = 3$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều dương.
- Xác định m để (1) có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - Tổng bình phương hai nghiệm đạt giá trị nhỏ nhất.
 - $x_1 = 5x_2 + x_1x_2 + 4$.
 - $|x_1 - 2x_2| \geq 5$.
 - $-3 < m < 6$.
 - Biểu thức $A = x_1^2 - x_2^2 + 10m^2 + 3m + 5$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Biểu thức $B = \frac{3 + 2x_1x_2}{x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 + 2}$ đạt giá trị lớn nhất.
- Tìm tất cả các giá trị m để (1) có hai nghiệm tương ứng là độ dài cạnh và đường chéo của một hình vuông.
- Với giá trị nào của m thì (1) có đúng một nghiệm thuộc khoảng $[0; 4]$?

Bài toán 64. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + (m - 1)^3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = -1$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó một nghiệm bằng bình phương của nghiệm còn lại.
- Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - Là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có diện tích bằng 8.
 - $x_1x_2 = x_1 + x_2 - 3$.
 - $|x_1x_2| > 27$.
- Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu? Khi đó hãy tìm hệ thức liên hệ giữa các nghiệm không phụ thuộc vào m .
- Tìm tất cả các giá trị nguyên m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $P = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ là một số nguyên.

Bài toán 65. Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Chứng minh phương trình đã cho luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m .
- Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều dương.
- Với giá trị như thế nào của m thì (1) có ít nhất một nghiệm không âm?
- Tìm tất cả các giá trị m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 + 3(x_1 + x_2) \leq 2$.
 - $|x_1 - x_2| \leq 2\sqrt{17}$.
 - $x_1 > 3 > x_2$.
 - Biểu thức $M = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm giá trị nguyên của m để biểu thức $S = \frac{x_1x_2}{x_1 + x_2}$ nhận giá trị nguyên.

Bài toán 66. Cho phương trình: $x^2 - 2mx - 6m - 9 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 4$.
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .
- Tìm giá trị m để (1) có hai nghiệm phân biệt đều âm.
- Xác định m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1^2 + x_2^2 = 13$.
 - $|x_1 - x_2| + 3x_1 - x_2 \leq 4$.
 - $\frac{1}{x_1 - x_2 + 1} + 3x_1 + x_2 = 6$.
 - Biểu thức $K = (x_1 - x_2)^2 + 3x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Biểu thức $F = x_1^2 + 5x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Xác định m để (1) có hai nghiệm khác nhau đều thuộc khoảng $(1; 2)$.

Bài toán 67. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 4m + 5 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = 2$.
- Chứng minh rằng khi $m > \frac{2}{3}$ phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - $x_1 + 2x_2 = 10$.
 - $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 4$.
 - $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m^2 - 4m = 4$.
 - x_1, x_2 tương ứng là độ dài các cạnh AB, AC của tam giác ABC , trong đó $\widehat{BAC} = 120^\circ; BC = \sqrt{14}$.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m trong trường hợp (1) có nghiệm.
- Tìm tất cả các số tự nhiên m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $D = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ nhận giá trị nguyên.

Bài toán 68. Cho phương trình: $x^2 - mx + m^2 - 4m + 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = -4$.
- Tìm giá trị của m để (1) có một nghiệm bằng 4.
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
- Xác định m để (1) có hai nghiệm mà nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.
- Khi phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 .
 - Tìm giá trị của m để $x_1 + x_2 + x_1x_2 + 7 < m^2 + m$.
 - Tìm giá trị của m thì biểu thức $F = x_1x_2 + 2x_1 + 2x_2$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
 - Tìm giá trị của m để biểu thức $E = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Thiết lập liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m .

Bài toán 69. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m . Khi đó hãy tìm mối quan hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc m .
- Tìm giá trị m để phương trình trên có hai nghiệm cùng âm.
- Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện
 - $x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 + 5x_1x_2 = 11$.
 - $x_1 - x_2 = 4$.

c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4x_1x_2$.

d) Biểu thức $S = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

e) Là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{22}$.

f) $x_1 > 8 > x_2$.

4. Xác định m để (1) có hai nghiệm cùng nhỏ hơn 2.

Bài toán 70. Cho phương trình: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 5$.

2. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

3. Tìm giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương sao cho tích hai nghiệm lớn hơn 1.

4. Tìm m để phương trình (1) tồn tại hai nghiệm x_1, x_2 khác nhau thỏa mãn

a) $4x_1 + 3x_2 = 10$.

b) $|x_1 - x_2| = \sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2}$.

c) $x_1 - x_2 > 2m$.

d) $x_1 > 3; x_2 > 4$.

e) Tích hai nghiệm có giá trị bằng diện tích một tam giác có độ dài ba cạnh là 11; 10; $\sqrt{45}$.

5. Trường hợp (1) có nghiệm, tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

Bài toán 71. Cho phương trình: $2x^2 + (2m-1)x + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Chứng minh phương trình đã cho luôn luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .

2. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tính nghiệm kép ấy.

3. Xác định giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho

a) $x_1 = 5x_2 - 2$.

b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + x_1x_2 = -\frac{5}{2}$.

c) $\left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| > 2$.

d) $|x_1 - 4x_2| \leq 7m$.

e) x_1, x_2 tương ứng là kích thước của một hình chữ nhật có hai đường chéo hợp thành góc $\alpha = 60^\circ$.

4. Thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 độc lập với m .

Bài toán 72. Cho phương trình $x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 1$.

2. Chứng minh với mọi giá trị của m , (1) luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu nhau.

3. Gọi hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 .

a) Tìm giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 2(x_1 - x_2)^2 - 9$.

b) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 1998x_1x_2$.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = x_1^2 + x_2^2$.

d) Thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 độc lập với m .

4. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm không nhỏ hơn 4.

5. Tồn tại hay không giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho tích x_1x_2 có giá trị bằng diện tích một tam giác ABC có độ dài $AB = 3, AC = 4$ và $\widehat{BAC} = 30^\circ$.

Bài toán 73. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = 20$.
- Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m .
- Tìm giá trị của m để (1) có ít nhất một nghiệm lớn hơn 5.
- Tìm giá trị (hoặc khoảng giá trị) của m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - Nghiệm này gấp 5 lần nghiệm kia.
 - $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{10}{3}$.
 - $\frac{3x_1 - 4}{x_2} + \frac{4x_2 - 5}{x_1} = 1$.
 - $-4 < x_1 < -1 < x_2 < 6$.
 - $x_2^2 + 2x_1 = |x_1 - 3x_2|$ ($x_1 > x_2$).
- Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 độc lập với m .
- Khi (1) có nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì hai nghiệm được biểu diễn bởi các điểm $(0; x_1), (0; x_2)$ nằm trên trục hoành (trong mặt phẳng tọa độ Oxy). Tìm m để ít nhất một trong hai nghiệm nằm phía trong hình tròn tâm O $(0; 0)$, bán kính bằng 3.

Bài toán 74. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = 3$.
- Chứng minh khi $m > 3$, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm âm.
- Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1^2 + x_2^2 = 5x_1 + 5x_2 - 10$.
 - $\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} > \frac{3}{4}$.
 - $x_1 - x_2 = 4$.
 - $x_1 > 2 > x_2$.
 - $x_1^2 + 2(m-1)x_2 = 3x_1 x_2$.

Bài toán 75. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 1$.
- Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 1.
- Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Với giá trị nào của m thì (1) có hai nghiệm cùng lớn hơn 2.
- Xác định m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 trong đó:
 - $x_1 + x_2 = 5x_1 x_2 + 6m$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = x_1 x_2 + 16$.
 - $x_1^2 + y^2 + z^2 + 7 = yz + 4x_1 + 3y$ ($y \in \mathbb{R}; z \in \mathbb{R}$).
 - $x_1 < 1 < x_2$.
 - $x_1 > x_1 > 2$.

Bài toán 76. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi m thỏa mãn $m^3 + m = 2$.
- Tìm giá trị m để phương trình (1) có nghiệm. Chứng minh khi đó (1) luôn tồn tại một nghiệm x_0 nào đó thỏa mãn điều kiện $|x_0| \geq 1$.

3. Khi phương trình (1) có hai nghiệm dương x_1, x_2 ($x_1 \leq x_2$):

a) Tính biểu thức $P = \sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}$ theo m .

b) Tìm giá trị của m để $x_2 - x_1 = m$.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = x_1 + x_2 + \frac{2}{x_1 + x_2}$.

4. Khi phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 ; hãy tìm giá trị lớn nhất của các biểu thức sau

a) $R = (3x_1^2 - 4)(4x_2^2 - 3)$.

b) $S = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 16)$.

Bài toán 77. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+2)x + 2m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 3$.

2. Chứng minh phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

3. Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

a) $5x_1 + 3x_2 = 7$.

b) $x_1 - x_2 = 2$.

c) $x_1 + x_2 = x_1x_2 + 3x_1^2 - 3x_1 + 3$.

d) Biểu thức $D = |x_1 - x_2| + m^2 + 2m + 2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

e) Biểu thức $F = x_1x_2 - \frac{x_1^2 + x_2^2}{4}$ đạt giá trị lớn nhất.

4. Xác định giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm đều là những số nguyên.

Bài toán 78. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 5 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho với $m = -\frac{3}{4}$.

2. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

3. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm dương lớn hơn 3.

4. Giả thiết x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (1). Hãy tìm m sao cho

a) $x_1x_2 > 5(x_1 + x_2) - 8$.

b) $x_1^2(1 - x_2^2) + x_2^2(1 - x_1^2) + 8 = 0$.

c) $x_1 < 5 < x_2$.

d) $x_1^3 + x_2^3 = 30m$.

e) $2(x_1 - 1)^2 + 3(x_2 - 1)^2 = 12m^2 - 2m + 5$.

5. Xác định tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có nghiệm nguyên.

6. Xác định m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm dương.

Bài toán 79. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 2$.

2. Chứng minh phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị của m . Tính hai nghiệm đó theo m .

3. Giả sử rằng x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Hãy tìm giá trị m thỏa mãn

a) $x_1^3 + x_2^3 + x_1 + x_2 = 20$.

b) $(x_1 + m)(x_2 + m) = 3m^2 + 12$.

c) $(x_1 + x_2)(x_1 + x_2 + x_1x_2) = 15$.

d) $5x_1 = 2x_2 + 3m - 1$.

e) $x_1 > 3x_2 + 7$.

f) Biểu thức $P = x_1^2 + 5x_2^2 + x_1 + m + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất.

4. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm tương ứng là hai số nguyên cách nhau một khoảng bằng m trên trục số.
5. Tìm m để (1) có hai nghiệm tương ứng là độ dài cạnh và độ dài đường chéo của một hình vuông.

Bài toán 80. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình với $m = 0$.
2. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
3. Giả sử hai nghiệm phân biệt của (1) là x_1, x_2 . Xác định m sao cho

a) $3x_1 + 3x_2 + x_1x_2 = \frac{5}{m-1}$.

b) $x_1 + 2x_2 = 4$.

c) $x_2 = 2x_1^2$ (còn gọi là: nghiệm này bằng 2 lần bình phương kia).

d) $x_1^3 + 6x_1 = x_2^3 + 6x_2 + 4m^2 - 8m + 12$.

e) Biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1 + x_2 + 2008)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

f) Biểu thức $Q = (x_1^4 - 1)(x_2^4 - 256)$ đạt giá trị lớn nhất.

4. Với $m \geq \frac{3}{2}$, hãy tìm m để nghiệm dương của phương trình đã cho đạt giá trị nhỏ nhất.

5. Chứng tỏ rằng nếu m là số nguyên chẵn thì biểu thức $Q = x_1^2 + x_2^2$ là một số tự nhiên chia hết cho 8.

Bài toán 81. Cho phương trình: $x^2 + 2x - m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho với $m = 4$.
2. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm.
3. Khi phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm giá trị của m để

a) $4015 + 2009x_1 + 2008x_2 = 0$.

b) $2x_1 + 5x_2^2 = -1$.

c) $x_1^3 + x_2 + 4x_1 = 0$.

d) $x_1 > 4 > x_2$.

e) Hiệu lập phương hai nghiệm bằng -8 .

f) Biểu thức $P = x_1^4 + x_2^4 + 6x_1 + 6x_2$ nhận giá trị nhỏ nhất.

g) Biểu thức $D = x_1^4 + x_2^4$ đạt giá trị nhỏ nhất.

4. Xác định giá trị nguyên nhỏ nhất của m sao cho phương trình (1) có hai nghiệm không nhỏ hơn m .

Bài toán 82. Cho phương trình: $x^2 + (m+1)x + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
2. Xác định m để phương trình có một nghiệm $x = -2$. Tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
4. Với x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của m :

a) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2 = 2$.

b) Tìm m sao cho $x_1^3 + x_2^3 = m^2 - m + 4$.

c) Tìm m để $A = 4(x_1^2 + x_2^2) - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

d) Tìm giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm thuộc đoạn $\left[-3; -\frac{1}{2}\right]$.

e) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 + 4x_1 x_2$.

5. Thiết lập hệ thức độc lập của hai nghiệm không phụ thuộc vào m .

Bài toán 83. Cho phương trình: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 6 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình khi $m = 3$.

2. Tìm giá trị m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm.

3. Xác định m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

a) $x_1 + 3x_2 = 4$.

b) $x_1 + x_1 x_2 = 3x_2$.

c) $x_1^2 + 3x_2 = 15$.

d) Biểu thức $P = x_1 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

e) $x_1 \in [0; 3], x_2 \in [4; 7]$.

f) $|x_1^3 - x_2^3| = 50$.

4. Tìm tất cả giá trị nguyên của m để biểu thức sau nhận giá trị nguyên: $F = \frac{2x_1 + 3x_2}{2x_2 + 3x_1}$.

Bài toán 84. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 4 = 0$

(1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 2, 5$.

2. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm.

3. Xác định m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

a) $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 = 2$.

b) $x_1 x_2 (x_1 x_2 - 2) = 2(x_1 + x_2)$.

c) $x_1^2 - 2mx_2 + x_1 x_2 = 2m$.

d) $(x_1 + x_2 - 1)^2 = 7x_1 x_2 - 3$.

e) $x_1 + \frac{4}{x_2} = 2x_2$.

4. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có nghiệm nguyên.

5. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm lớn hơn 3.

Bài toán 85. Cho phương trình: $x^2 - 4x = (m-1)(m-5)$

(1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 2$.

2. Chứng minh phương trình đã cho có nghiệm với mọi giá trị của m .

3. Gọi hai nghiệm của (1) là x_1, x_2 . Tìm giá trị của m sao cho

a) $2x_1 + 3x_2 + 4x_1^2 + 5x_2^2 = 46$.

b) $x_1 > 3x_2 + 2010$.

c) $|x_1^2 - x_2^2| = m + x_1 x_2$.

d) Biểu thức $M = (x_1 - 3)(x_2 - 6)$ đạt giá trị lớn nhất.

e) Biểu thức $N = x_1^3 + x_2^3$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 86. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+2)x + 2m + 3 = 0$

(1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho với $m = 3$.

2. Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .

3. Tìm giá trị m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt đều lớn hơn 4.

4. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm dương.

5. Xác định giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho:
- $x_1 + 3x_2 = 10$.
 - $x_1 < 2; x_2 > 3$.
 - $x_1 x_2 - \frac{4x_1 + x_2}{3} < 8$.
 - Biểu thức $B = x_1^2 + 3x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + 2x_1^2 x_2^2 + 3x_1 x_2 + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất.
6. Tìm tất cả giá trị nguyên của m để biểu tỷ số giữa hai nghiệm là một số nguyên.
7. Xác định giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 tương ứng là hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài đường cao (tính từ đỉnh chứa góc vuông) bằng $\frac{3}{\sqrt{10}}$.
8. Thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

Bài toán 87. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+2)x + 2m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Tìm nghiệm của phương trình trong trường hợp $m + \sqrt{m} = 2$.
- Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Tìm tất cả các giá trị m để (1) có hai nghiệm đều lớn hơn $2m$.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $4\sqrt{2}$.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn:
 - $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 5$.
 - $x_1 = 4x_2 - 3$.
 - $x_1^2 + 2(m+2)x_2 + 2m = 16$.
 - Biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 tương ứng là độ dài hai bán kính R_1, R_2 của hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau $(C_1; C_2)$, trong đó $R_1 - R_2 = \frac{64}{11}$.

Bài toán 88. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 4$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 5, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng với mọi giá trị m , (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Tìm giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện
 - $|x_1 - x_2| = 2$.
 - $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 2m > 3$.
 - $x_1(1-3x_2) + x_2(1-3x_1) + 4 = 0$.
 - $x_1^3 + x_2^3 + (x_1 - x_2)^2 + 3x_1 x_2 = 80$.

- Xác định m để phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm lớn hơn 1.
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình (1) có nghiệm nguyên.

Bài toán 89. Cho phương trình: $x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = -1$.
- Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 4. Tìm nghiệm còn lại.

3. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị m .
4. Xác định m để:
 - a) Hiệu hai nghiệm bằng 4.
 - b) $3(x_1 - x_2)^2 - 4x_1x_2 > 12$.
 - c) $x_1^2 - (3m+1)x_2 + x_2^2 = 0$.
 - d) Biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.
 - e) $x_1^2 - (3m+1)x_2 - 5x_2^2 = 0$.
5. Với giá trị nào của m thì (1) có hai nghiệm phân biệt đều thuộc đoạn $[1; 3]$.
6. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm nguyên dương.
7. Thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .

Bài toán 90. Cho phương trình: $x^2 - 6mx + 9m^2 - 2m + 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
2. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. Tính nghiệm duy nhất đó.
3. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
4. Tìm tất cả các giá trị m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 = x_2 + 2$.
 - b) $x_1^2 = x_1 + x_2 + x_2^2$.
 - c) $x_1 < 4 < x_2$.
 - d) $x_1 > 3; x_2 > 3$.
 - e) $|x_1 - x_2| \leq 2 + m$.
5. Tìm tất cả các giá trị m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - a) Biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - b) Biểu thức $B = x_1x_2 - 34m$ đạt giá trị nhỏ nhất.
6. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm tương ứng là độ dài hai cạnh của một hình chữ nhật có diện tích bằng 30.

Bài toán 91. Cho phương trình: $x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = 2$.
2. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu.
3. Tìm m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - a) $5x_1 + 2x_2 = 1$.
 - b) Hiệu hai nghiệm bằng 9.
 - c) $x_1^2 + (m-1)x_2 - m^2 + m - 11 = 0$.
 - d) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{5}$.
 - e) Biểu thức $T = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^3$ đạt giá trị lớn nhất.
4. Với giá trị nào của m thì (1) có đúng một nghiệm lớn hơn 5?
5. Xác định m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt tương ứng là hai số nguyên lẻ liên tiếp.

Bài toán 92. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
2. Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
3. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm sao cho nghiệm này gấp 8 lần nghiệm kia.

4. Giả sử hai nghiệm khác nhau của (1) là x_1, x_2 . Hãy tìm m sao cho

- $x_1 - x_2 = 4m$.
- $x_1^3 + x_2^3 + x_1 + x_2 \leq 8$.
- $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m = 4(m+1)^3$.
- $|x_1 - x_2| + 2(x_1 + x_2) \geq 6 + x_1x_2$.
- $\left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| \leq 1$.

5. Trong trường hợp $m > 0$, hãy tìm m để biểu thức $A = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 3(x_1 + x_2) + 6}{x_1x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 93. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 5$.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu. Khi đó trong hai nghiệm, nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn?
- Trong trường hợp phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
 - Tìm m sao cho $x_1 - x_2 = 2$.
 - Xác định m sao cho $|x_1 - x_2| + |m - 2| = 1$.
 - Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $A = 2(x_1 + x_2) + x_1x_2$.
 - Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x_1 + x_2 + 2)^2 + 2}{4m}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Chứng minh rằng: $8|x_1 + x_2 + x_1x_2| \leq 9$.
 - Tìm m sao cho $x_1 < \frac{1}{2}; x_2 < \frac{1}{2}$.

Bài toán 94. Cho phương trình: $x^2 + (m-1)x + 5m - 6 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình trên khi $m = 22$.
- Tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất.
- Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt đều không nhỏ hơn m .
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $4x_1 + 3x_2 = 1$.
 - $x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_1x_2 + 6x_1 - 14x_2 + 10 = 0$.
 - $\frac{1}{3x_1 - 2} + \frac{1}{3x_2 - 2} = \frac{4}{5}$.
 - Biểu thức $F = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - $x_1^2 - (m-1)x_2 + 2(5m-6) = \sqrt{m^2 + 3m - 5}$.
 - $(x_1 + x_2)^5 - x_1x_2 = 7$.
- Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

Bài toán 95. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + 4(m-1) = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = 5$.
- Chứng minh rằng với mọi giá trị m , (1) luôn luôn có nghiệm.
- Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

- a) $\frac{x_1+1}{x_2} + \frac{x_2+1}{x_1} = \frac{13}{4}$.
- b) $2x_1 + 3x_2 + 4x_1x_2 = 3m + 1$.
- c) $\frac{1}{x_2-3} + x_1x_2 - x_1 = 5$.
- d) $x_1 \leq 0; x_2 \geq 2$.
- e) Biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- f) x_1, x_2 tương ứng là $\cos \alpha, \tan \alpha$ của góc lượng giác α .

4. Tìm tất cả các giá trị nguyên âm của m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho

$$2x_1^3 + 3x_2^3 + 4x_1^2 + 5x_2^2 = -20.$$

Bài toán 96. Cho phương trình: $x^2 - (2m-1)x - m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = 2$.
- Chứng minh với mọi giá trị m , phương trình (1) luôn luôn có nghiệm.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm mà nghiệm này bằng bình phương nghiệm kia.
- Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

- a) $x_1^3 + x_2^3 + 3x_1x_2 = 1$.
- b) $|x_1| + |x_2| = 1$.
- c) $\frac{x_1x_2}{x_1+x_2-3} = \frac{1}{4}$.
- d) $\frac{x_1}{x_2-1} + \frac{x_2}{x_1-1} = -2$.
- e) Biểu thức $Z = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- f) Biểu thức $T = \frac{x_1^2x_2^2 - m + 1}{m^2 + x_1 + x_2 + x_1x_2 + 2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, đạt giá trị lớn nhất.

- Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn -4 .
- Với giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm đều là những số nguyên.

Bài toán 97. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi chuyên Toán, chuyên Tin học); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Lê Khiết; Thành phố Quảng Ngãi; Tỉnh Quảng Ngãi; Năm học 2010 – 2011.

Cho phương trình: $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 9$.
- Chứng minh phương trình (1) luôn luôn có nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị của m .
- Xác định m để (1) có tối thiểu một nghiệm âm.
- Tìm tất cả các giá trị của m để:

- a) $|x_1 - 3x_2| = 4$.
- b) $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} = 3$.
- c) $x_1^4 + x_2^4 + 2x_1^2 + 2x_2^2 = 6$.
- d) Biểu thức $T = \frac{2x_1x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
- e) Biểu thức $M = (x_1^2 + 5)(x_2^2 + 3)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- f) x_1, x_2 tương ứng là $\sin \alpha, \cot \alpha$ của góc lượng giác α .

g) x_1, x_2 tương ứng là độ dài hai cạnh của một hình bình hành $ABCD$ có góc nhọn $\widehat{BAC} = 30^\circ$, đồng thời $ABCD$ có diện tích bằng 2016.

5. Xác định giá trị nguyên của m để biểu thức $P = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ nhận giá trị nguyên.

6. Tìm tất cả các số nguyên dương m để biểu thức $T = \frac{4x_1x_2 + 6}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1x_2 + 1)}$ nhận giá trị nguyên.

7. Khi $m \geq 4$, hãy tìm m để nghiệm lớn hơn của phương trình đạt giá trị nhỏ nhất.

8. Với $m \leq -8$, tìm giá trị của m để nghiệm bé hơn của phương trình đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 98. Cho phương trình: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình trên với m thỏa mãn $\sqrt{2m-1} = 2-m$.

2. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu sao cho nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.

3. Chứng minh phương trình đã cho luôn luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

4. Giả dụ hai nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2 . Hãy tìm tất cả các giá trị của m sao cho

a) $x_1 + x_2 \leq 5x_1x_2 - 4m + 1$.

b) $x_1^2 - x_2^2 = m + 3$.

c) $x_1 = x_2^2$.

d) $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 = 87$.

e) $2x_1^2 + x_1 - x_2 \geq 35$.

f) $\frac{x_1 + 2}{x_2} + \frac{x_2 + 3}{x_1} = \frac{11}{2}$.

g) $\sqrt{x_1} = x_2 + 1$.

5. Tìm giá trị nguyên của m để tỉ số giữa hai nghiệm là một số nguyên.

6. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x_2^2 + 3x_1^2 + (2x_1 - x_2)(2x_2 - x_1)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 99. Cho phương trình: $2x^2 - (2m-1)x + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình với $m = -5$.

2. Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .

3. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

a) $3x_1 - 4x_2 = 11$.

b) $\sqrt{x_1 - 2} + \sqrt{2x_2 + 3} = 3$.

c) $8|x_1^3 - x_2^3| = 1$.

d) $\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \leq 2$.

e) $(2x_1 - 1)(2x_1 - x_2) = 6$.

f) Biểu thức $F = 2x_1^2 + x_2^2 + 3$ đạt giá trị nhỏ nhất.

4. Tìm giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $S = \sqrt{x_1^2 + x_1x_2 + 3m + 6}$ là một số nguyên.

5. Xác định giá trị nguyên nhỏ nhất của m để (1) có đúng một nghiệm nhỏ hơn -2 .

Bài toán 100. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 2$.

2. Tìm m để (1) không tồn tại nghiệm bằng 4.

3. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .

4. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình đã cho. Xác định giá trị m để
- $x_1^2 + 2(m-1)x_2 + 2m \geq 4$.
 - Biểu thức $P = 2|x_1 - x_2| + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - $2x_1 + 3x_2 = x_1x_2$.
 - $4x_1^2 - 8x_1x_2 + 3x_2^2 = 0$.
5. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho hai nghiệm của (1) đều thuộc đoạn $[0; 4]$.
6. Với $m \geq \frac{5}{3}$, tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm âm đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 101. Cho phương trình: $x^2 + m = (m+1)x$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 5$.
- Tìm m để tập hợp nghiệm của phương trình có duy nhất một phân tử. Xác định phân tử ấy.
- Chứng minh với mọi giá trị m , phương trình đã cho luôn có nghiệm.
- Tìm m để (1) có đúng một nghiệm thuộc đoạn $[4; 2009]$.
- Gọi x_1, x_2 lần lượt là các nghiệm của phương trình đã cho. Tìm m sao cho
 - $2x_1 + x_2 = 5$.
 - $x_1^2 - x_2^2 = 6$.
 - $-2014 < x_1 < x_2 < 2016$.
 - $|x_1^4 - x_2^4| \leq 15$.
 - $\sqrt{x_1 + 3} + x_2 = 6$.
 - $\frac{1}{x_2 - 2} + \frac{1}{x_1 - 3} = \frac{1}{4}$.
 - $\frac{3}{x_1 - 1} = 4x_2 - 1$.
 - Biểu thức $A = 2013 - x_1^2x_2 - x_2^2x_1$ đạt giá trị lớn nhất.
- Xác định tất cả các giá trị nguyên của m để biểu thức $B = \sqrt{x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2} + 2007$ là một số nguyên.

Bài toán 102. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
- Tìm giá trị m để phương trình có một nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh phương trình (1) có nghiệm với mọi giá trị của m .
- Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình đã cho.
 - Tìm m để hai nghiệm x_1, x_2 cùng mang giá trị dương.
 - Tìm tất cả giá trị m để $x_1 - 3x_2 = 4$.
 - Tìm m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{x_1 + x_2}{9m - 1}$.
 - Tìm m để biểu thức $A = 2(x_1^2 + x_2^2) + 3(x_1 + x_2) - 4x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Tìm m để biểu thức $P = \frac{-24}{x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Xác định giá trị m để hai nghiệm của phương trình (1) đều lớn hơn 1.

Bài toán 103. Cho phương trình: $x^2 - 2mx - 3m^2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 1$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.

3. Chứng minh phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu với mọi giá trị $m > 0$.
4. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - a) $3x_1 + x_2 = 6$.
 - b) $x_1 - x_2 = 5m + 2$.
 - c) $\frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1} = \frac{8}{3} \quad (m \neq 0)$.
 - d) $x_1^2 + 3x_2^2 = 5m^2 + 7$.
 - e) $x_1 \leq 2 \leq x_2$.
 - f) $x_1 > 3; x_2 > 4$.
 - g) Nghiệm này bằng bình phương nghiệm kia.
 - h) Biểu thức $P = x_1^2 - x_2 + m^2 + 2m + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 104. Cho phương trình: $x^2 - (5m - 1)x + 6m^2 - 2m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho với $m = 4$.
2. Chứng minh phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .
3. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m sao cho
 - a) $x_1 + 3x_2 = 5$.
 - b) $x_1^2 - 3x_1x_2 + 4x_2^2 = 8$.
 - c) Hiệu hai nghiệm bằng 5.
 - d) $\frac{x_1}{x_2 + 1} + 2(x_1 + x_2) = 2m - 1$.
 - e) Hiệu lập phương hai nghiệm bằng 296.
 - f) Hai nghiệm x_1, x_2 tương ứng là $\sin \alpha, \cos \alpha$ của một góc lượng giác α .
 - g) x_1, x_2 tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có một góc 60° .
4. Tìm giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm nguyên dương nhỏ hơn 10.

Bài toán 105. Cho phương trình: $x^2 - 2(m + 1)x + 2m^2 - m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 4.
3. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. Tìm nghiệm duy nhất đó.
4. Khi phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 .
 - a) Tìm m để $x_1^2 - x_2^2 = 2(m + 1)$.
 - b) Tìm m sao cho $2x_1 - x_2 = m + 5$.
 - c) Tìm m thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 54(x_1 + x_2)$.
 - d) Tìm m để $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{10m + 10}{4m - 3}$.
 - e) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2$.

Bài toán 106. Cho phương trình: $x^2 + mx + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = -3$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm dương.
4. Chứng minh rằng với $|m| \geq 2$, (1) luôn tại nghiệm x_0 thỏa mãn $|x_0| \geq 1$.
5. Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - a) $x_1 - x_2 = 3$.

- b) $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 > 4$.
- c) $x_1^3 + x_2^3 \leq 2$.
- d) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{6}$.
- e) Biểu thức $A = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- f) Biểu thức $P = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 4)$ đạt giá trị lớn nhất.

6. Xác định giá trị nguyên của m sao cho (1) có hai nghiệm x_1, x_2 mà $\frac{(x_1 - x_2)^2}{x_1 + x_2 + 1} \in \mathbb{Z}$.

Bài toán 107. Cho phương trình: $2x^2 + 2(m+2)x + m^2 + 4m + 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 0$.
- Xác định m để phương trình có nghiệm.
- Khi (1) phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .
 - Tìm m để $x_1 + x_2 \leq 3x_1x_2 - 2$.
 - Tìm m sao cho: $x_1^4 + x_2^4 = \frac{(m+1)(m+3)}{2}$.
 - Với giá trị nào của m thì biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3 - \frac{1}{6}m^3 - \frac{23}{2}m$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Chứng minh rằng: $|x_1 + x_2 + 3x_1x_2| \leq \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$.

Bài toán 108. Cho phương trình: $x^2 + 2mx + 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = -5$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Khi phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 .
 - Tìm m để $3(x_1 + x_2) \leq 5x_1x_2 - m + 6$.
 - Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 3m + 2$.
 - Tìm m để: $x_1^4 + x_2^4 \leq 32$.
 - Xác định m sao cho: $\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2 \geq 3$.
- Chứng minh rằng với $|m| \geq 2$, (1) luôn tồn tại nghiệm x_0 thỏa mãn $|x_0| \geq 2$.
- Với x_1, x_2 là hai nghiệm không âm của (1), hãy tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt[4]{x_1} + \sqrt[4]{x_2}$ theo m .

Bài toán 109. Cho phương trình: $x^2 - (2m+1)x + m^2 + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = 6$.
- Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu.
- Chứng minh (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Hãy tìm m để:
 - $0 < x_1 < 2 < x_2 < 5$.
 - $x_1^3 - x_2^3 > 9$.
 - $\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2} > 1$.

d) Biểu thức $T = 2x_1^2 + x_2^2 + 3$ đạt giá trị nhỏ nhất.

e) $\frac{x_1^2 + x_2 + 4}{x_2^2 + x_1 + 5} = \frac{6}{7}$.

5. Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m , phương trình (1) không thể có hai nghiệm tương ứng là hai số nguyên tố.

Bài toán 110. Cho phương trình: $x^2 + (1 - 5m)x + 6m^2 - 3m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = 6$.
- Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - $x_1 = 5x_2$.
 - $-2 < x_1 < x_2 < 5$.
 - $x_1^2 - (1 - 5m)x_2 + 6m^2 - 3m = 4$.
 - $2x_1^2 + 3x_2^2 = 21$.
 - $\frac{x_1 - x_2 + m}{|x_1 + 2x_2|} = 3$.
 - x_1, x_2 tương ứng là hai số nguyên tự nhiên lẻ liên tiếp.
- Với $m > -1$, tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 - x_2^3 = 26$.
- Tìm tất cả các số nguyên m để $S = m^2 + x_1 + x_2$ là một số chính phương.

Bài toán 111. Cho phương trình: $2x^2 - 2mx + m^2 - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho khi $m = 2$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Xét trường hợp phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
 - Tìm m để $x_1 + x_2 + 4x_1x_2 = 5(x_1^2 + x_2^2)$.
 - Tìm m để $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} + 2 \leq 0$.
 - Tìm m để $x_1^3 + x_2^3 = \frac{5}{2}$.
 - Tìm m để x_1x_2 có giá trị bằng giá trị diện tích tam giác ABC với số liệu $AB = 4; AC = 1; \widehat{BAC} = 30^\circ$.
 - Tồn tại hay không số thực m để x_1, x_2 tương ứng là $\sin \alpha, \cos \alpha$ của góc lượng giác α .
 - Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1 + x_2 + 2x_1x_2$.
- Giả sử (1) có hai nghiệm không âm. Tìm m để nghiệm dương của phương trình đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 112. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = -3$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng $m - 2$.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 sao cho $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$.
- Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $3x_1 - x_2 = 2$.
 - $x_1^2 - x_2^2 = 4m$.
 - $x_1^2 + 2mx_2 + (m - 1)^2 = 10$.
 - Biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

e) x_1, x_2 tương ứng là độ dài các hình chiếu BH, CH của tam giác vuông ABC, trong đó

$$\widehat{BAC} = 90^\circ; AH = \sqrt{3}; AH \perp BC; H \in (BC).$$

5. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm đều lớn hơn 2.

6. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

Bài toán 113. Mở rộng, mở rộng và phát triển câu 2.1; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Hưng Yên; Năm học 2011 – 2012.

Cho phương trình: $x^2 - 3ax - a = 0$ (1); với a là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $a = 2$.

2. Tìm a để phương trình đã cho có nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.

3. Khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm a để

a) $x_1 < 1 < x_2$.

b) $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

c) $x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 = 5$.

d) $x_1^2 + 3ax_2 - a \geq 81$.

e) $x_1^2 + (x_1 + 1)(x_2 + 1) + x_2^2 = 14$.

f) Biểu thức $A = \frac{a^2}{x_2^2 + 3ax_1 + 3a} + \frac{x_1^2 + 3ax_2 + 3a}{a^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

g) Hai nghiệm đều lớn hơn 3.

Bài toán 114. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi chuyên Toán, chuyên Tin học); Trường THPT Chuyên Bắc Ninh; Thành phố Bắc Ninh; Tỉnh Bắc Ninh; Năm học 2013 – 2014.

Cho phương trình $2x^2 - 4mx + 2m^2 - 1 = 0$ (1); x là ẩn số, m là tham số.

1. Giải phương trình (1) với $m = 2$.

2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2.

3. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.

4. Gọi hai nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2 .

a) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

b) Tìm m để $x_1 + x_2 - 4x_1x_2 = 2m - 9$.

c) Tìm m để $2x_1^2 + 4mx_2 + 2m^2 - 9 < 0$.

d) Tìm m để $\left| \frac{1}{x_1 - 2} - \frac{1}{x_2 - 2} \right| = \frac{2\sqrt{2}}{m^2}$.

e) Tìm m để $5 > x_1 > x_2 > 4$.

Bài toán 115. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Trường THPT Chuyên Lam Sơn; Thành phố Thanh Hóa; Tỉnh Thanh Hóa; Năm học 2006 – 2007.

Cho phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = -60$.

2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.

3. Xác định các giá trị của m sao cho phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) thỏa mãn điều kiện

a) $x_1 - 2x_2 = 5$.

b) $x_2^2 - x_1^2 = 8$.

c) $x_1 + x_2 - 5x_1x_2 > 6$.

d) $1 < x_1 < x_2$.

e) Biểu thức $P = x_1^2x_2^2 - 3x_1x_2 + 5(x_1 + x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 116. Cho phương trình: $x^2 - 5mx - 4m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = -1$.
- Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.
- Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .
 - Chứng minh rằng $x_1^2 + 5mx_2 - 4m > 0$.
 - Tìm m sao cho $x_1^2 + 4x_2^2 = 5x_1x_2$.
 - Tìm m sao cho biểu thức $S = 25m^2 + 16m - 6|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Tìm m để $x_1 < 4 < x_2$.
 - Tìm m để hai nghiệm tương ứng là hai số thực cách nhau một khoảng bằng 3 đơn vị trên trục số.
- Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
- Tìm giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $P = \frac{x_1x_2}{2x_1 + 2x_2 + 3}$ nhận giá trị nguyên.
- Tìm m để phương trình (1) tương đương với phương trình $2\sqrt{x^2 + 6x + 10} - 2\sqrt{x + 6} + x^2 + 5x + 4 = 0$.

Bài toán 117. Cho phương trình: $x^2 - (m + 4)x + 2m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 4$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - $x_1 - x_2 = 3m + 2$.
 - $x_1x_2 + 5(x_1^2 + x_2^2) = 80$.
 - $|x_1 - x_2| = 2m$.
 - $x_1 > x_2 > 3$.
 - $\sqrt{x_1 + 1} + \sqrt{x_2 + 1} = \sqrt{3m}$.
 - Biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 + 3(x_1 + x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Xác định giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm nguyên.

Bài toán 118. Cho phương trình: $x^2 - (m + 4)x + 4m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 5$.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Chứng minh phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị m .
- Giả sử hai nghiệm của (1) là x_1, x_2 . Hãy tìm m sao cho
 - $x_1 + x_2 = 4x_1x_2 - 7$.
 - $x_1 = 4x_2 + 3$.
 - $x_1 > 2x_2 + 4$.
 - $2009x_1 - 2010x_2 = 2011m - 2012$.
 - $\frac{x_1 + x_2}{2x_1 - 3x_2} = \frac{1}{5}$.
 - Hiệu bình phương hai nghiệm bằng 1.
 - Biểu thức $S = x_1^2 + x_1 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Xác định tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm nguyên.
- Xác định $m \in \mathbb{Z}$ để phương trình đã cho có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $P = \frac{x_1x_2}{x_1 + x_2} \in \mathbb{Z}$.

Bài toán 119. Cho phương trình: $2x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 4.
- Tìm tất cả các giá trị m để phương trình đã cho có nghiệm.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - $x_1 + x_2 = \frac{1}{3}x_1x_2$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = 4x_1x_2 + 1$.
 - $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = \frac{8}{3}$.
 - $2x_1 - x_2 = 1$.
 - Biểu thức $F = x_1^2 + x_2^2 + 4(x_1 + x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất.
- Với giá trị nào của m thì phương trình có ít nhất một nghiệm dương?
- Xác định tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình (1) có nghiệm nguyên.
- Tìm giá trị nguyên m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $D = \frac{x_1 + x_2}{x_1x_2}$ là số nguyên.

Bài toán 120. Cho phương trình: $4x^2 + 2(3 - 2m)x + m^2 - 3m + 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 7$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 . Tìm tất cả các giá trị của m sao cho
 - $x_1 + x_2 + 5x_1x_2 = 10$.
 - $x_1 - 5x_2 = 5$.
 - $x_1 - 2|x_1 - 2x_2 + 1| + 3x_2 = 5m$.
 - $x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 + 2(x_1 - x_2) = 3$.
 - $-2 < x_1 < x_2 < 6$.
 - Tỷ số giữa hai nghiệm bằng 4.
 - Biểu thức $A = x_1^2 + 3x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất
- Tìm m để phương trình đã cho có tích hai nghiệm đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm đều là số nguyên.

Bài toán 121. Mở rộng và phát triển câu 4; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 2011 – 2012.

Cho phương trình $x^2 - 2mx - 4m^2 - 5 = 0$ (1); m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 1$.
- Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
- Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình.
 - Tìm m để $x_1 + x_2 + 4x_1x_2 \leq 7$.
 - Tìm m để $3(x_1^2 + x_2^2) - x_1x_2 = 1$.
 - Tìm m để $x_1 < -3 < x_2$.
 - Tìm m sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{2}{9}$.
 - Tìm m để hai nghiệm đều nhỏ hơn -2 .
 - Tìm m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 122. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m + 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = -\frac{4}{3}$.
- Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có nghiệm?
- Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Xác định giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - $4(x_1^3 + x_2^3) = 365$.
 - $\frac{1}{x_1^2} - \frac{4x_2}{x_1} + 3x_2^2 = 0$.
 - $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{7}{5}$.
 - Biểu thức $P = (2x_1 + x_2)(2x_2 + x_1)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Khi phương trình có nghiệm, tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m .

Bài toán 123. Cho phương trình $x^2 - 2(2m+1)x + 4m^2 + 4m = 3$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = -4$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 0,5. Tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 + x_2 = 10x_1x_2 - 3$.
 - $2 < x_1 < x_2 < 5$.
 - $|x_1| = 2|x_2|$.
 - $x_1 - 3x_2 < 6$.
 - $x_1 - x_2 + 5x_1x_2 = 6$.
 - $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{2}{x_1 - 1} = \frac{1}{2}$.
 - Biểu thức $P = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 4(x_1 + x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 124. Mở rộng và phát triển câu 1; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi ban Khoa học Tự nhiên); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Lê Hồng Phong; Quận 5; Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 1998 – 1999; Khóa thi 10.07.1998.

Cho phương trình $x: x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 2$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 5, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng (1) luôn luôn có hai nghiệm khi m thay đổi.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện
 - $x_1 + x_2 = 7x_1x_2 + 8m$.
 - Biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 3(x_1 + x_2) + 2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - $2x_1 - x_2 = 4$.
 - $1 < x_1 < x_2 < 6$.
 - Có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng (1;3).
 - Biểu thức $Q = (x_1 - 2)(3 - x_2)$ đạt giá trị lớn nhất.
 - $\frac{1}{2x_1 + 3} + \frac{4}{5x_2 + 6} = 7$.

Bài toán 124. Mở rộng và phát triển câu 4; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 2008 – 2009.

Cho phương trình $x^2 - 2mx - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 2$.
2. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.
3. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (1).
 - a) Tính theo m giá trị của biểu thức $M = x_1 - x_2$.
 - b) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.
 - c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2 - 6(x_1 + x_2) + 10$.
 - d) Tìm m để $x_2^2 + 2mx_1 - 1 = 16m^3$.
 - e) Chứng minh rằng ít nhất một trong hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x| \geq 1$.

Bài toán 125. Cho phương trình bậc hai ẩn x : $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = -4$.
2. Tìm giá trị của m để (1) có nghiệm bằng 4, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
4. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện
 - a) $x_1 = x_2$.
 - b) $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 1$.
 - c) $x_1^2 + x_2^2 - 7x_1x_2 + 5(x_1 + x_2) = 0$.
 - d) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.
 - e) $\sqrt{x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m^2 - 1} = m - 3$.
5. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $P = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ nhận giá trị nguyên.

Bài toán 126. Cho phương trình ẩn x : $x^2 - (a^2 + 3)x + a^2 + 2 = 0$ (1); với a là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $a = 1$.
2. Tìm a để phương trình (1) có một nghiệm bằng 1. Tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh phương trình đã cho luôn luôn có nghiệm phân biệt cùng dương.
4. Tìm giá trị a để hai nghiệm x_1, x_2 của (1) thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 = 4x_1x_2 - 1$.
 - b) $x_1 > 2; x_2 > 2$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2}$.
 - d) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2 + a$.

Bài toán 127. Cho phương trình bậc hai ẩn x : $x^2 + bx + c = 0$ (1); với b và c là tham số thực.

1. Giải phương trình khi $b = -3; c = 2$.
2. Giả sử $b + c = -1$. Hãy tìm b và c để (1) có hai nghiệm thỏa mãn
 - a) Tích hai nghiệm bằng 1.
 - b) Hiệu hai nghiệm bằng 3.
 - c) Nghiệm này bằng 4 lần nghiệm kia.
 - d) Tổng lũy thừa bậc 5 của hai nghiệm bằng 2.
3. Khi $c = 1$, tìm b để phương trình có hai nghiệm sao cho $R = (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 4)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 128. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m+2)x + m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình trên với $m = 3$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Xác định m để (1) có nghiệm.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - $x_1 = 4x_2 - 3$.
 - $x_1 + x_2 - 4x_1x_2 = 5$.
 - $x_1 + x_2 - x_1x_2 > \frac{3}{m^2}$.
 - $mx_1^2 + 2(m+2)x_1 + m = 9$.
 - $x_1^3 + 3x_1x_2^2 - 4x_2^3 = 0$.
- Tìm tất cả các giá trị nguyên dương của m để (1) có hai nghiệm phân biệt đều là những số nguyên.

Bài toán 129. Cho phương trình: $mx^2 - (2m-1)x + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 10$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó.
- Tìm giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $(x_1 - 3x_2)(x_2 - 3x_1) = 0$.
 - $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 \geq 4$.
 - $|x_1 - 2x_2| = 1$.
 - $mx_1^2 + (2m-1)x_2 + m - 2 = 4$.
 - $2(x_1^3 - 6x_2^3) + 17x_1x_2^2 = 9x_2x_1^2$.
- Xác định m để phương trình đã cho có một nghiệm bằng $m - 2$.
- Chứng minh rằng nếu m là tích của hai số tự nhiên liên tiếp thì phương trình (1) có nghiệm hữu tỷ.

Bài toán 130. Cho phương trình ẩn x : $x^2 + (2m+1)x - n + 3 = 0$ (1); với m và n là tham số thực.

- Giải phương trình (1) trong trường hợp $m = n = 1$.
- Tìm m và n để phương trình có hai nghiệm là $-3; -2$.
- Trong trường hợp $m = 2$:
 - Tìm n để (1) có một nghiệm bằng 2.
 - Tìm n để (1) có hai nghiệm mà hiệu hai nghiệm bằng 3.
 - Tìm n để (1) có hai nghiệm mà tổng bình phương bằng 10.
 - Tìm số nguyên dương n bé nhất để phương trình đã cho có nghiệm dương.
 - Tìm n để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1^2 - 5x_2 - n = 7$.

Bài toán 131. Cho phương trình: $(2m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 5$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 0,5. Tìm nghiệm thứ hai.
- Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.
- Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho

- $|x_1^2 - x_2^2| = \frac{1}{2}$.
- $x_1 \leq \frac{1}{3} < x_2$.

c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.

d) $x_1 = 5x_2$.

5. Tìm m để phương trình đã cho có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$.
6. Xác định tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 trong đó biểu thức $x_1 + x_2 + x_1x_2$ nhận giá trị nguyên.
7. Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm phân biệt, hãy thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào tham số m .

Bài toán 132. Cho phương trình: $mx^2 - (2m+1)x + 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
2. Giải và biện luận phương trình đã cho theo m .
3. Tìm khoảng giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên trái dấu.
4. Khi nào phương trình có đúng một nghiệm lớn hơn 1 ?
5. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 = 6x_1x_2 + 5$.
 - b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$.
 - c) $x_1^5 + x_2^5 = 33$.
 - d) $x_1 - 3x_2 > 4$.
 - e) $|x_1 - x_2 - 3x_1^2x_2| \geq 11$.
 - f) $x_1 \in [1; 3], x_2 \in [4; 5]$.

Bài toán 133. Cho phương trình: $mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 13 = 0$. (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.
4. Tìm giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm nguyên.
5. Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 = 2x_2$.
 - b) $(x_1 - 4x_2)(x_2 - 4x_1) = 0$.
 - c) $x_1^2 + x_2^2 = m$.
 - d) $mx_1^2 + 4(m+1)x_2 + 3m + 13 = m^2$.
 - e) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{5}$.
 - f) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{6}{x_1x_2} = \frac{27}{14}$.
6. Tìm m để (1) có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(0; 3)$.
7. Thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .

Bài toán 134. Cho phương trình: $(m-1)x^2 - 2mx + m - 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho với $m = 6$.
2. Tìm m để (1) nhận $x = 2$ làm một nghiệm, tìm nghiệm còn lại.
3. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có nghiệm ?
4. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

- a) $3(x_1 + x_2) + 2x_1x_2 = m + 2$.
- b) $x_1 = 3x_2$.
- c) $2x_1 + 3x_2 = 4x_1x_2 + 8$.
- d) $|3x_1 - 2x_2| = 8$.
- e) Biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

5. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên.

Bài toán 135. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Ngoại ngữ; Quận Cầu Giấy; Thành phố Hà Nội; Năm học 2010 – 2011.

Cho phương trình: $(m-10)x^2 - 2(m-10)x + 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm duy nhất.
4. Với giá trị nguyên nào của m thì phương trình có đúng một nghiệm nguyên?
5. Trong trường hợp (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

- a) Tìm m để $(x_1 + x_2)^2 = 5x_1x_2 - 9$.
- b) Tìm m sao cho $x_1 - x_2 = 4$.
- c) Tìm m để $(m-10)x_1^2 + 2(m-10)x + 2 = m^2$.
- d) Chứng minh rằng: $x_1^3 + x_2^3 + x_1^2x_2 + x_2^2x_1 + 4 < 0$.
- e) Xác định m để $x_1^3 + x_2 = 2$.

Bài toán 136. Cho phương trình: $ax^2 + x + a - 1 = 0$ (1); với a là tham số thực.

1. Giải phương trình trên với $a = 0$.
2. Tìm a để (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm tất cả các giá trị của a để phương trình đã cho có nghiệm.
4. Xác định giá trị nguyên của a để (1) có nghiệm nguyên.
5. Tìm giá trị của a để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho

- a) $x_1 + x_2 = 4x_1x_2 - 5$.
- b) $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 2$.
- c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.
- d) $\left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right| > 1$.
- e) $(x_1 + x_2)^5 + x_1x_2 = 3$.
- f) $x_1^2 - x_2^2 > 2$.

6. Thiết lập hệ thức giữa hai nghiệm độc lập với a .

Bài toán 137. Cho phương trình: $x^2 + 1 = \frac{x}{a}$ (1); với a là tham số thực.

1. Giải (1) khi a thỏa mãn $a^3 + a = \frac{3}{8}$.
2. Tìm a để phương trình (1) có một nghiệm bằng 1.
3. Xác định a để phương trình trên có nghiệm.
4. Khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
 - a) Tìm a để nghiệm này gấp 4 lần nghiệm kia.

- b) Tìm a để $x_1 - x_2 = 2$.
- c) Tìm a để $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
- d) Tìm a để $|x_1^2 - x_2^2| > \frac{1}{a}$.
- e) Tìm a để hai nghiệm tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{2}$.

5. Tìm giá trị nguyên của a để (1) có hai nghiệm đều thuộc đoạn $[1; 2]$.

Bài toán 138. Cho phương trình: $mx^2 - (m+2)x + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho với $m = 5$.
2. Tìm m để (1) có nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm.
4. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m khác 0.
5. Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 - 5x_1x_2 = 4$.
 - b) $x_1 - 2x_2 = 0$.
 - c) $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = x_1 + x_2 + 7$.
 - d) $mx_1^2 + (m+2)x_2 + 1 = 9m^2$.
 - e) Biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

6. Giả sử (1) có hai nghiệm là a, b . Chứng minh rằng $(ma-1)^2 + (mb+1)^2 \geq \frac{1}{2}(m+2)^2$ và $|a-b| > 1$.

7. Xác định giá trị nguyên của m để phương trình (1) có nghiệm nguyên.

Bài toán 139. Cho phương trình: $(2m-5)x^2 - 2(m-1)x + 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm.
4. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - a) $x_1 - x_2 = 3$.
 - b) Nghiệm này bằng lập phương nghiệm kia.
 - c) $x_1^3 - x_2^3 = 6$.
 - d) $x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_1x_2 = 0$.
 - e) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.
 - f) $x_1 \in [2; 3], x_2 \in [0; 1]$.

5. Xác định giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm đều nguyên dương.

Bài toán 140. Cho phương trình $(m+2)x^2 - 2(m-1)x + 3 - m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 0$.
2. Giải và biện luận phương trình đã cho theo tham số m .
3. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn tổng hai nghiệm bằng tích hai nghiệm.
4. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - a) x_1, x_2 là hai số đối nhau.
 - b) x_1, x_2 là hai số nghịch đảo của nhau.
 - c) $x_1^3 + x_2^3 = 656$.

Bài toán 141. Cho phương trình: $mx^2 + 2mx + m^2 + 3m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 5$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2.
- Tìm giá trị của m để (1) có nghiệm duy nhất.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn đẳng thức điều kiện
 - $x_1 - x_2 = 2$.
 - $x_1^3 - x_2 = 2$.
 - $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 4$.
 - $x_1^2 + x_2^2 \leq \frac{9}{2}$.
 - $|x_1 - x_2| = \sqrt{14}$.
- Tìm nghiệm của phương trình (1) trong trường hợp $m^2 - mn + 2009n^2 = 0$ ($n \in \mathbb{R}$).
- Xác định để (1) có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu gì?
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có các nghiệm đều là số nguyên.

Bài toán 142. Cho phương trình: $mx^2 - (2m+1)x + m+1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = 5$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - $4(x_1 + x_2) - 5x_1x_2 = 2$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = 9$.
 - Nghiệm này bằng 3 lần nghiệm kia.
 - $x_1 < -1 < x_2$.
 - $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} \leq 3$.
 - $x_1^6 + x_2^6 = 2$.
 - Biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2 + 5$ nhận giá trị nhỏ nhất.
 - Biểu thức $A = x_1^8 + x_2^8$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 + x_2 = 3 + x_1^2$.

Bài toán 143. Cho phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = -2$.
- Tìm m để phương trình có một nghiệm $x = 2$.
- Xác định giá trị của m để (1) có nghiệm.
- Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 > x_2$.
 - $3(x_1 + x_2) - 5x_1x_2 \leq \frac{4}{m+2}$.
 - $(4x_1 + 1)(4x_2 + 1) = 18$.
 - $3x_1 + 4x_2 = 1$.
 - $|x_1 - x_2| \leq 1$.
- Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có các nghiệm đều là số nguyên.

Bài toán 144. Cho phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-4)x + m - 5 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
- Tìm m để phương trình trên không nhận nghiệm bằng 5.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , tìm m sao cho
 - $x_1 = 2x_2$.
 - $x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = \frac{2}{m-1}$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = 5x_1x_2 + 3(x_1 + x_2 - 2)$.
 - $(m-1)x_1^2 + 2(m-4)x_2 + m - 5 \geq 0$.
 - $x_1 = 2x_2$.
- Khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào tham số m .
- Xác định m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm dương.
- Xác định m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng lớn hơn 4.

Bài toán 145. Cho phương trình: $(m^2 - 4)x^2 + 2(m+2)x + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 2$.
- Tìm m để (1) không nhận nghiệm bằng 1.
- Tìm giá trị m để phương trình (1) có nghiệm.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm duy nhất, tính nghiệm duy nhất đó.
- Tìm tất cả các giá trị m để phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dương.
- Xác định giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = \frac{3}{m^2 - 4}$.
 - $x_1 + x_2 - 4x_1x_2 = 1$.
 - $x_1 = 2x_2$.
 - Nghiệm này bằng 2 lần nghiệm kia.
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có các nghiệm đều là số nguyên.

Bài toán 146. Cho phương trình: $(m^2 - m)x^2 + 2mx + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 2$.
- Tìm m để (1) không nhận $x = 1$ làm nghiệm.
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3. Tính nghiệm còn lại.
- Xác định giá trị của m để phương trình có hai nghiệm cùng âm.
- Xác định giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = \frac{1}{m^2 - m}$.
 - $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = m^3$.
 - $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 + x_2}$.
 - $(m^2 - m)x_1^2 - 2mx_2 = 8$.
- Khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào tham số m .

Bài toán 147. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = 0$.
- Tìm m để (1) không nhận nghiệm bằng 3.
- Xác định giá trị m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó trong hai nghiệm, hãy chứng minh nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
- Xác định giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 + x_2 = 3x_1x_2 - 5$.
 - Nghiệm này bằng 2 lần nghiệm kia.
 - $x_1 + 4x_2 = 3$.
 - $x_1^3 + x_2^3 = 100$.
 - $x_1 < 1 < x_2$.
 - $mx_1^2 + 2(m+1)x_2 + m - 5 = 0$.
 - Biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Khi (1) có hai nghiệm, tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào tham số m .

Bài toán 148. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 4$.
- Tìm m để phương trình (1) không nhận nghiệm bằng 3.
- Xác định giá trị m để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều dương.
- Tìm m để tập hợp nghiệm của phương trình (1) chỉ có một phần tử. Xác định nghiệm đó.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $3(x_1 + x_2) = 6x_1x_2 - 7$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 - 5$.
 - $mx_2^2 + 2(m-2)x_1 + m = 12$.
 - $[mx_1^2 + 2(m-2)x_2 + m - 3](x_1 - 1) \leq 0$.
- Khi phương trình có hai nghiệm, tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m .

Bài toán 149. Cho phương trình: $(m+2)x^2 - (2m-1)x + m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
- Tìm m để phương trình (1) không nhận nghiệm bằng 4.
- Tìm m để tập hợp nghiệm của (1) chỉ có một phần tử.
- Tìm m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm không âm.
- Với giá trị nào của m thì (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này gấp 5 lần nghiệm kia.
- Tìm tất cả các giá trị m sao cho (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 + x_2 = 2x_1x_2 - 5$.
 - $x_1^2 + x_2^2 \leq 10$.
 - $x_1 > x_2 > \frac{1}{2}$.
 - $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2$.
 - $9\sqrt{x_1x_2} = \frac{10}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}$.
 - $x_1^2 = 9x_2$.
 - $x_1 - x_2 \leq 4$.

- h) Nghiệm này bằng lũy thừa bậc năm của nghiệm kia.
 i) Biểu thức $S = x_1^6 + x_2^6$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 j) $x_1 \in [3; 4], x_2 \in [0; 2]$.
7. Tồn tại hay không hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m (khi phương trình có hai nghiệm phân biệt).

Bài toán 150. Cho phương trình: $(m-3)x^2 - 2(m-1)x + m - 5 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Tìm giá trị của m để (1) không nhận nghiệm bằng 2.
2. Giải phương trình (1) khi (1) có nghiệm kép.
3. Xác định m để (1) có ít nhất một nghiệm không âm.
4. Xác định m sao cho (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 x_2 \leq 2$.
 - b) $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 39$.
 - c) $x_1 + x_2 = 2x_1 x_2$.
 - d) $(m-3)x_1^2 + 2(m-1)x_2 + m - 5 = \frac{1}{(m-3)^2}$.
5. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m khi phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Bài toán 151. Cho phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m+1)x + m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
2. Tìm giá trị của m để (1) có nghiệm duy nhất.
3. Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng mang giá trị âm.
4. Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = m^2 + \frac{2}{m}$.
 - b) $x_1 + x_2 = x_1 x_2 - 4$.
 - c) $(m-1)x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m = 4$.
 - d) $|x_1 - x_2| \geq 2$.
 - e) $x_1 > x_2 > 2$.
 - f) $[(m-1)x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m](m-2) \geq 0$.
5. Tồn tại hay không hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m (trường hợp phương trình có hai nghiệm phân biệt).
6. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có các nghiệm đều là số nguyên.

Bài toán 152. Cho phương trình: $(m+1)x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 4$.
2. Tìm giá trị của m để (1) có nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để (1) không tồn tại nghiệm bằng 3.
4. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
5. Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{9m}{m-1}$.
 - b) $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = m^3 - 7$.
 - c) $(m+1)x_2^2 + 2x_1 + m \leq 2$.
 - d) Biểu thức $P = \Delta(x_1 + x_2)$ đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có).

$$e) (m+1)x_1^2 + 2x_2 + m - 1 = \left(\frac{5m-2}{m+1}\right)^2.$$

6. Tìm m để (1) có ít nhất một nghiệm không âm.
7. Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng nhỏ hơn 2.
7. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có các nghiệm đều là số nguyên.

Bài toán 153. Cho phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 2m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình với $m = 5$.
2. Xác định m để (1) có một nghiệm bằng 2, tính nghiệm còn lại.
3. Giải và biện luận phương trình (1) theo tham số m .
4. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
5. Xác định giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$a) x_1 + x_2 - \frac{2}{3}x_1x_2 = 6.$$

$$b) x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = \frac{6}{m+1}.$$

$$c) x_1^3x_2^3 + 3(x_1^2 + x_2^2) + 8x_1x_2 \leq 15.$$

$$d) x_1x_2(x_1 + x_2) = 4.$$

$$e) (m+1)x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 2(m-1) = 0.$$

Bài toán 154. Cho phương trình: $(m+2)x^2 - 2mx - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
2. Tìm m để phương trình đã cho có một nghiệm bằng 2.
3. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có nghiệm duy nhất?
4. Khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , hãy tìm m để

$$a) x_1 + x_2 - 4x_1x_2 = \frac{5}{m+2}.$$

$$b) x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 = -\frac{8}{9}.$$

$$c) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{2m}{m^3 + 1}.$$

$$d) (m+2)x_1^2 + 2(mx_2 - 1) = 0.$$

$$e) x_1 < 4 < x_2.$$

5. Xác định m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm nhỏ hơn 1.
6. Xác định m nguyên để phương trình (1) có các nghiệm đều nguyên.

Bài toán 155. Cho phương trình: $mx^2 - 2(m-3)x + m - 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 4$.
2. Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 3. Tính nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu.
4. Xác định m để phương trình có ít nhất một nghiệm không dương.
5. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$a) x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = \frac{5}{m}.$$

$$b) x_1 > 2; x_2 > 2.$$

$$c) mx_1^2 + 2(m-3)x_2 + m - 5 \leq 0.$$

$$d) \quad x_1^3 + x_2^3 + 4x_1 + 4x_2 + 3x_1x_2 = -\frac{51}{25}.$$

6. Khi (1) có hai nghiệm phân biệt, hãy thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

Bài toán 156. Cho phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-1)x = m$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 4$.
2. Tìm m để (1) không nhận nghiệm bằng 3.
3. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm duy nhất.
4. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$a) \quad x_1^2 - x_2 = 10.$$

$$b) \quad x_1^3 + x_2^3 - 4x_1x_2 = \frac{3}{m-1}.$$

$$c) \quad x_1^3 - x_2 = -1.$$

$$d) \quad x_1^4 + x_2^4 + 4(x_1^2 + x_2^2) = 10.$$

$$e) \quad x_1^2 + x_2^2 \geq 2.$$

$$f) \quad (m-1)x_2^2 + 2(m-1)x_1 = m + 9m^2.$$

5. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có các nghiệm đều hữu tỷ.
6. Khi (1) có hai nghiệm phân biệt, hãy tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .
7. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm đều lớn hơn m .

Bài toán 157. Cho phương trình: $mx^2 - (3m+1)x + 2m+1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 5$.
2. Tìm m để phương trình (1) nhận 4 làm nghiệm.
3. Xác định m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm dương.
4. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$a) \quad x_1 + 4x_2 = 2m.$$

$$b) \quad \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{4}{3}.$$

$$c) \quad \frac{1}{x_1-2} + \frac{1}{x_2-2} = \frac{2}{3}.$$

$$d) \quad x_1^5 + x_2^5 = 33.$$

$$e) \quad |x_1 - x_2 - m| = 3.$$

$$f) \quad mx_1^2 + (3m+1)x_2 + 2m+1 = m^2.$$

$$g) \quad x_1^3x_2 = 1.$$

$$h) \quad \text{Biểu thức } M = x_1^2 + x_2^2 + 7x_1x_2 \text{ không âm.}$$

Bài toán 158. Cho phương trình: $mx^2 - (2m+3)x + m-4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 9$.
2. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm dương.
3. Xác định m để phương trình (1) có một nghiệm bằng $3m$.
4. Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức

$$a) \quad x_1 + x_2 = 7x_1x_2 - 3.$$

$$b) \quad x_1^3 + x_2^3 = x_1 + x_2.$$

$$c) \quad x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 = \frac{3}{m^2}.$$

d) $x_1^5 + x_2^5 = 0$.

e) $x_1^3 + 4x_1 = x_2^2 + 4x_2$.

Bài toán 159. Cho phương trình: $mx^2 + (m-1)x + 3m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải (1) với $m = 3$.
- Tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất. Tính nghiệm duy nhất đó.
- Xác định giá trị m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 , trong đó:

a) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{7}{9}$.

b) $x_1 > \frac{3}{2} > x_2$.

c) $mx_1^2 - (m-1)x_2 + 3m - 4 = 0$.

d) Biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt cùng âm?
- Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt nghịch đảo nhau.

Bài toán 160. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Trường THPT chuyên Thái Bình; Thị xã Thái Bình; Tỉnh Thái Bình; Năm học 2001 – 2002.

Cho phương trình ẩn x : $(m-10)x^2 - mx + 10 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = \sqrt{3} - 1$.
- Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .
- Tìm m để (1) nhận số 5 làm một nghiệm.
- Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , hãy tìm m sao cho

a) $x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = 3$.

b) $x_2 + 4x_1 = 9$.

c) $\frac{1}{x_1} - \frac{2}{x_2} = 3$.

d) $x_1(1 + 3x_2) + x_1^2 = 8$.

e) $\frac{x_2 + 2}{x_1 + 1} - \frac{x_1 + 3}{x_2 - 4} = 1$.

f) $x_1^3 - x_2^3 = -7$.

- Hãy tìm mối liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m khi $m \neq 10$.

Bài toán 161. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT chuyên Thái Bình; Thành phố Thái Bình; Năm học 2007 – 2008.

Cho phương trình $(m-3)x^2 - 5x - 2 = 0$ (*) (m là tham số thực).

- Giải phương trình (*) với $m = 2$.
- Tìm m để phương trình (*) nhận số 6 làm một nghiệm.
- Tìm m để phương trình (*) có nghiệm.
- Chứng minh rằng khi phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thì ta luôn thiết lập được một hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 mà không chứa m .
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (*) có các nghiệm đều là số nguyên.
- Tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho

a) $x_1 = 2x_2$.

$$b) \quad x_1 + x_2 = x_1 x_2 + \frac{1}{m-3}.$$

$$c) \quad \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right)^3 + \frac{133}{8} = m^3.$$

$$d) \quad (m-3)x_1^2 + 5x_2 = 4m^2 + 2.$$

$$e) \quad x_1 > 1; x_2 > 2.$$

Bài toán 162. Cho phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 4$.
2. Giải và biện luận phương trình trên theo tham số m .
3. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
4. Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 :

$$a) \quad \text{Tìm } m \text{ để } x_1 + x_2 - 4x_1 x_2 = \frac{2}{m+1}.$$

$$b) \quad \text{Hãy tìm } m \text{ sao cho } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{7}{4}.$$

$$c) \quad \text{Tìm giá trị } m \text{ để } (m+1)x_1^2 + 2(m-1)x_2 + m = 3.$$

$$d) \quad \text{Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức } A = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_1^2 x_2^2 + 9.$$

$$e) \quad \text{Thiết lập hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với } m.$$

Bài toán 163. Cho phương trình: $(m^2 + m + 1)x^2 - (m^2 + 8m + 3)x = 1$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 0$.
2. Tìm m để (1) nhận số 2 làm nghiệm.
3. Chứng minh rằng phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .
4. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 \geq 3x_1 x_2 + 5$.
 - b) $x_1 + x_2 - x_1 x_2 = \frac{1}{m^2 + m + 1}$.
 - c) $(m^2 + m + 1)x_1^2 + (m^2 + 8m + 3)x_2 = 5$.
5. Chứng minh rằng không tồn tại giá trị của m để (1) có hai nghiệm phân biệt đều lớn hơn 3.
6. Tìm giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho biểu thức $S = x_1 + x_2$ nhận giá trị nguyên dương.

Bài toán 164. Cho phương trình: $mx^2 + 2(m-2)x + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 1$.
2. Tìm m để phương trình (1) không nhận số 2 làm nghiệm.
3. Xác định m để phương trình đã cho chỉ có đúng một nghiệm.
4. Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt đều nhỏ hơn 3.
5. Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - a) $mx_1^2 - 2(m-2)x_2 = 3$.
 - b) $mx_2^2 - 2(m-2)x_1 \leq 8$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4m^2 + 2m$.
 - d) Biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất.

6. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm phân biệt của phương trình bậc hai với m .
7. Tìm giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều là số nguyên.

Bài toán 165. Cho phương trình: $(a^2 - 2a + 2)x^2 - 2a(a - 1)x - 3a^2 = 0$ (1); với a là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $a = 2$.
2. Tìm a để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh rằng với mọi giá trị dương của a , phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < \frac{2}{3}.$$

4. Tìm a để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 < |ax_1| - |ax_2|$.

Bài toán 166. Mở rộng và phát triển bài 1; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi chuyên Toán, chuyên Tin học); Đề thi chính thức; Trường THPT chuyên Nguyễn Bình Khiêm; Thành phố Vĩnh Long; Tỉnh Vĩnh Long; Năm học 2007 – 2008.

Cho phương trình $x^2 + 2(m - 1)x + 2m - 5 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để phương trình (1) không nhận nghiệm bằng 2.
3. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .
4. Hãy tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .
5. Tìm giá trị m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
6. Tìm m để hai nghiệm x_1, x_2 của (1) thỏa mãn điều kiện

a) $x_1^2 + x_2^2 = 14$.

b) $x_1 + 2x_2 = m$.

c) $x_1 + x_2 = 10x_1 x_2 - 4$.

d) $x_1 > 4 > x_2$.

e) $x_1^2 - 2(m - 1)x_2 + 2m - 5 = 9m^2$.

Bài toán 167. Mở rộng và phát triển bài 1; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT chuyên Nguyễn Bình Khiêm; Thành phố Vĩnh Long; Tỉnh Vĩnh Long; Năm học 2007 – 2008.

Cho phương trình với ẩn số thực x : $x^2 - 2(m - 2)x + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi m thỏa mãn $\sqrt{m} = 2$.
2. Tìm m để phương trình (1) nhận nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
4. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó.
5. Tìm tất cả các giá trị m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{4}$.

b) $x_1 > 1 > x_2$.

c) $(x_1 + x_2 - 2x_1 x_2)^3 + x_1 x_2 = 5$.

d) $x_1 + x_2 = 4x_1 x_2 + x_1^2 + x_2^2$.

Bài toán 168. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT chuyên Nguyễn Bình Khiêm; Thành phố Vĩnh Long; Tỉnh Vĩnh Long; Năm học 2005 – 2006.

Cho phương trình bậc hai đối với x : $x^2 - 2(m - 1)x + m - 3 = 0$ (1).

1. Giải phương trình (1) với $m = 0$.

2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 1. Tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .
4. Tìm một hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 không phụ thuộc m .
5. Xác định giá trị của m sao cho phương trình có hai nghiệm bằng nhau về giá trị tuyệt đối và trái dấu nhau.
6. Tìm tất cả các giá trị m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

- a) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{3}$.
- b) $x_1 + 3x_2 = m$.
- c) $x_1 > 3 > x_2$.
- d) $x_1 \leq x_2 \leq 4$.
- e) $x_1^2 + 2(m-1)x_2 + m - 3 = 9m^2$.

Bài toán 169. Mở rộng và phát triển bài 1; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT chuyên Nguyễn Trãi; Thành phố Hải Dương; Tỉnh Hải Dương; Năm học 2003 – 2004.

Cho phương trình $x^2 - 5mx - 4m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để phương trình (1) nhận nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
3. Giả sử khi (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
 - a) Chứng minh rằng $x_1^2 + 5mx_2 - 4m > 0$.
 - b) Tìm giá trị của m để $x_1 < 3 < x_2$.
 - c) Tìm m để nghiệm này gấp ba lần nghiệm kia.
 - d) Tìm m để $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = m^3 + 19m$.
 - e) Tìm giá trị của m để $x_1^2 + 5mx_2 - 4m = 9m^2$.
 - f) Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để x_1, x_2 là các số nguyên.
 - g) Xác định m để biểu thức $A = \frac{m^2}{x_1^2 + 5mx_2 + 12m} + \frac{x_2^2 + 5mx_1 + 12m}{m^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 170. Mở rộng và phát triển bài 1; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi vào trường chuyên); Đề thi chính thức; Trường THPT chuyên Vĩnh Phúc; Thành phố Vĩnh Yên; Tỉnh Vĩnh Phúc; Năm học 2007 – 2008.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 1$.
2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu.
4. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm sao cho nghiệm này bằng bình phương nghiệm kia.
5. Tìm tất cả giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm đều là số nguyên.
6. Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1^2 - 2(m-1)x_1 + 2m = 7$.
 - b) $x_1 > x_2 > 5$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$.
 - d) $\frac{1}{x_1 - 3} + \frac{1}{x_2 - 3} = 1$.
 - e) $x_1 > 4 > x_2$.

f) x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 4.

Bài toán 171. Mở rộng và phát triển bài 2.3; Đề thi tốt nghiệp THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bà Rịa – Vũng Tàu; 2004 – 2005.

Cho phương trình $x^2 - (3m - 1)x + 2m^2 - m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = \frac{1}{2}$.
2. Tìm m để phương trình (1) không nhận nghiệm bằng 0.
3. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
4. Tìm tất cả giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm đều là số nguyên.
5. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - a) $|x_1 - x_2| \leq 10$.
 - b) $x_1 < -1 < x_2$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.
 - d) $x_1^2 = 9x_2^2$.
 - e) $x_2^2 + (3m - 1)x_1 + 2m^2 - m = 9$.

Bài toán 172. Mở rộng và phát triển câu 1.2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi chuyên Toán, chuyên Tin học); Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 2009 – 2010.

Cho phương trình $x^2 - 2mx - 16 + 5m^2 = 0$ (1); với x là ẩn số, m là tham số.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để phương trình có nghiệm.
3. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
4. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm tương ứng của phương trình.
 - a) Tìm m sao cho $x_1 + x_2 = x_1x_2 + 13$.
 - b) Tìm m sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$.
 - c) Tìm tất cả giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm đều là số nguyên.
 - d) Tìm m để x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{26}$.
 - e) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 - 6x_1x_2$.
 - f) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1(5x_1 + 3x_2 - 17) + x_2(5x_2 + 3x_1 - 17)$.

Bài toán 173. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Vĩnh Phúc; Năm học 2004 – 2005.

Cho phương trình bậc hai ẩn x , tham số m

$$x^2 + 4mx + 3m^2 + 2m - 1 = 0.$$

1. Giải phương trình khi $m = 0$.
2. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
3. Xác định các giá trị của m để phương trình nhận $x = 2$ là một nghiệm.
4. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn luôn có nghiệm.
5. Tìm tất cả giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm mà tỷ số giữa hai nghiệm là số nguyên.
6. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $|x_1 - x_2| = 2$.
 - b) $|x_2 - 3x_1| = m$.

c) $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{2}{x_2} = 2.$

d) $6 > x_1 > x_2 > -5.$

e) Biểu thức $P = x_1^2 + 3x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

f) x_1, x_2 là độ dài hai cạnh AB, AC của tam giác ABC có diện tích bằng 10 đồng thời $\sin \widehat{BAC} = \frac{1}{3}.$

Bài toán 174. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tốt nghiệp THCS; Môn Toán; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh An Giang; Năm học 2004 – 2005.

Cho phương trình $x^2 + 2x - m = 0$, với m là tham số thực.

1. Giải phương trình với $m = 15$.
2. Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 4, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình có nghiệm kép, tính nghiệm kép này.
4. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
5. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2 - 2} = 5.$

b) $x_1^2 + 2x_2 - m > 4m^2.$

c) $x_1^3 - x_2 = 4.$

d) $\sqrt{-x_1} + \sqrt{-x_2} = 3.$

e) $x_1 > 5 > x_2.$

Bài toán 175. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi chuyên Toán, chuyên Tin học); Đề thi chính thức; Trường THPT chuyên Thái Nguyên; Thành phố Thái Nguyên; Năm học 2006 – 2007.

Cho phương trình bậc hai $x^2 + 2(m+1)x + m^2 + m + 1 = 0$ (1); x là ẩn, m là tham số.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = -1$.
2. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm bằng 2.
3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều âm.
4. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

a) $|x_1| + |x_2| = 3.$

b) $x_1 - 2x_2 = 1.$

c) $x_1^2 - 2(m+1)x_2 + m^2 + m = 3.$

d) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{m-2}{m^2 + m + 1}.$

5. Tìm tất cả các giá trị của m để tập giá trị của hàm số $y = x^2 + 2(m+1)x + m^2 + m + 1$ chứa đoạn $[2; 3]$.

Bài toán 176. Mở rộng và phát triển bài 1; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi chuyên Toán, chuyên Tin học); Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 2006 – 2007.

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Tìm m để phương trình (1) nhận nghiệm bằng 2.
2. Tìm m để phương trình (1) vô nghiệm.
3. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm đều lớn hơn 3.
4. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

a) $x_1 > x_2 > 2.$

- b) $x_1 + 3x_2 = m$.
- c) $x_1^2 + x_2^2 = 6$.
- d) $x_1^2 + 2mx_2 + m^2 - m - 3 = m^4$.
- e) $\frac{1}{x_1 - 3} + \frac{1}{x_2 - 3} = -1$.
- f) Biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 177. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Ninh; Năm học 2002 – 2003.

Cho phương trình $x^2 - (m+5)x - m + 6 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm $x = -2$.
- Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm mà giá trị tuyệt đối hai nghiệm bằng nhau.
- Tìm các giá trị m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1^2 + x_2^2 = 13$.
 - $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} = 5$.
 - $x_1 < x_2 < 3$.
 - $x_1 > 4 > x_2$.
 - $x_1^2 + (m+5)x_2 - m + 6 = (m+5)^3$.

Bài toán 178. Mở rộng và phát triển bài 1; Đề thi tuyển sinh 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường Phổ thông Năng khiếu; Đại học Khoa học Tự nhiên; Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 2004 – 2005.

Cho phương trình $x^2 - (m+1)x + 2m = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 1$.
- Tìm m để phương trình (1) nhận $x = 2$ làm nghiệm.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
- Định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 5.
- Định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho x_1, x_2 là độ dài hai cạnh AB, AC của tam giác ABC với diện tích tam giác ABC bằng 10 và $\sin \widehat{ABC} = \frac{1}{5}$.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - Nghiệm này bằng bốn lần nghiệm kia.
 - $x_2^2 + (m+1)x_1 + 2m = 9$.
 - $x_1 < 4 < x_2$.
 - $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} = 5$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2$.

Bài toán 179. Mở rộng và phát triển câu 1.2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường Phổ thông Năng khiếu; Đại học Khoa học Tự nhiên; Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh; Quận 5; Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 2007 – 2008.

Cho phương trình $mx^2 + 2(m+1)x - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

2. Tìm m để phương trình (1) nhận nghiệm bằng 4.
3. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
4. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình và $x_1 < x_2$.
 - a) Tính giá trị biểu thức $A = x_1^3 + x_2^3$ theo m .
 - b) $mx_1^2 - 2(m+1)x_2 - 3 = 25m^2$.
 - c) $x_1 - 4x_2 = \frac{8}{m}$.
 - d) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{6}{m}$.
 - e) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .

Bài toán 180. Mở rộng và phát triển câu 2.1 ; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Đồng Nai; Năm học 2008 – 2009.

Cho phương trình $x^2 - 3x + m = 0$, (với m là tham số).

1. Giải phương trình đã cho khi $m = 4$.
2. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.
3. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
4. Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 > x_2$).
 - a) Tìm giá trị m để $x_1^3 - x_2 = 7$.
 - b) Tìm m sao cho $\sqrt{x_2 + 2} = x_1 + 1$.
 - c) Tìm m sao cho $x_1^2 + 3x_2 + m = m^4$.
 - d) Tìm m để nghiệm này gấp 3 lần nghiệm kia.
 - e) Tìm m sao cho $\frac{1}{x_1 + 3} + \frac{1}{x_2 + 3} = \frac{2}{5}$.
 - f) Tính giá trị của biểu thức $P = x_1^3 x_2 - x_1 x_2^3$ theo m .
5. Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho x_1, x_2 là độ dài hai cạnh AB, AC của tam giác ABC với độ dài chiều cao AH (H thuộc cạnh BC) bằng $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Bài toán 181. Mở rộng và phát triển câu 4 ; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 2009 – 2010.

Cho phương trình $x^2 - (5m-1)x + 6m^2 - 2m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = -3$.
2. Tìm m để phương trình (1) nhận 5 làm nghiệm.
3. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi m .
4. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).
 - a) Tìm giá trị của m để $x_1^2 + x_2^2 = 1$.
 - b) Tìm giá trị của m để $x_1^2 + (5m-1)x_2 + 6m^2 - 2m = 25$.
 - c) Tìm tất cả các giá trị của m để $2x_1 - 3x_2 = 1$.
 - d) Tìm giá trị của m để $|x_1 - x_2| = 2$.
 - e) Tìm m để $\frac{1}{x_1} - 3x_2 = 14$.
 - f) Tìm m để hiệu hai nghiệm bằng 3.
 - g) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_1 + 4x_2$.

Bài toán 182. Mở rộng và phát triển bài III ; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hà Nội; Năm học 2009 – 2010.

Cho phương trình ẩn x : $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
 - $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m^2 + 2 = m^4$.
 - $x_1 - 2x_2 = 3$.
 - Nghiệm này bằng 5 lần nghiệm kia.
 - $|x_1 - x_2| = 3$.
 - x_1, x_2 tương ứng là độ dài các hình chiếu BH, CH của tam giác ABC (H thuộc cạnh BC), trong đó độ dài đường cao AH bằng 3.

Bài toán 183. Mở rộng và phát triển bài 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Trường THPT Bán công; Đại học Sư phạm Hải Phòng; Đại học Hải Phòng; Năm học 2003 – 2004.

Cho phương trình $(m-1)x^2 + 2mx + m - 2 = 0$ (*); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (*) với $m = 1$.
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (*) có nghiệm.
- Tìm tất cả các giá trị m để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 + x_2 = 8x_1x_2 - 3$.
 - $x_1 > x_2$.
 - $(m-1)x_1^2 - 2mx_2 + m - 2 = m^2$.
 - $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$.
 - $x_1 - 2x_2 = \frac{3}{m-1}$.
- Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 đều là số nguyên.

Bài toán 184. Mở rộng và phát triển bài 1; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 2002 – 2003.

Cho phương trình $(2m-1)x^2 - 2mx + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Xác định m để phương trình (1) vô nghiệm.
- Xác định m để phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$.
- Xác định m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $|x_1^2 - x_2^2| = 1$.
 - $x_1 - 4x_2 = 4$.
 - $(2m-1)x_1^2 - 2mx_2 + 1 = 4m^2$.
 - $x_1^2 = 5x_2^2 + 1$.
 - $x_1 \in [2; 4], x_2 \in [3; 5]$.
 - x_1, x_2 là độ dài hai cạnh AB, AC của tam giác nhọn ABC có diện tích bằng 10 và $\cos \widehat{BAC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Bài toán 185. Mở rộng và phát triển bài 3; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Phòng Giáo dục và Đào tạo Thị xã Hà Đông; Tỉnh Hà Tây; 2003 – 2004.

Cho phương trình bậc hai ẩn x , tham số m

$$x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 3m + 1 = 0.$$

1. Giải phương trình đã cho khi $m = 4$.
2. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm bằng 2.
3. Chứng minh trên phương trình có nghiệm khi $0 \leq m \leq 1$.
4. Tìm giá trị m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
5. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của (1).

a) Chứng minh $|x_1 + x_2 + x_1x_2| \leq \frac{9}{8}$.

b) Tìm m để $x_1^2 + 2(m-1)x_2 + 2m^2 - 3m + 1 = m^2$.

c) Tìm m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{7m^2 - 2}{2m^3 - 3m + 1}$.

d) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$.

Bài toán 186. Mở rộng và phát triển bài 5.a; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 2003 – 2004.

Cho phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2.
3. Xác định m để phương trình đã cho có nghiệm.
4. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều lớn hơn 4.
5. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có ít nhất một nghiệm dương.
6. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình (1) có nghiệm nguyên.
7. Gọi hai nghiệm của phương trình đã cho là x_1, x_2 .

a) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

b) Tìm m sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$.

c) Tìm m sao cho $x_1^2 + x_2^2 + (x_1 - x_2)^2 = 5$.

d) Tìm giá trị của m sao cho $2x_1^2 - 2mx_2 + m^2 - 2 = m^4$.

e) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$.

f) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2$.

Bài toán 187. Mở rộng và phát triển bài 3.a; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thừa Thiên Huế; Năm học 2003 – 2004.

Cho phương trình $(m+1)x^2 - 3mx + 4m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
2. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
3. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm dương.
4. Khi (1) có hai nghiệm x_1, x_2 .

a) Tìm m để nghiệm này bằng 3 lần nghiệm kia.

b) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

c) Tìm m để $(m+1)x_1^2 + 3mx_2 + 4m = 9$.

d) Tìm m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{3}$.

Bài toán 188. Mở rộng và phát triển bài 1.b; Đề thi tốt nghiệp Trung học cơ sở; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Khánh Hòa; Năm học 1998 – 1999; Khóa ngày 10.06.1999.

Cho phương trình $kx^2 - 18x + 3 = 0$.

1. Giải phương trình khi $m = 0$.
2. Tìm k để phương trình nhận nghiệm bằng 4.
3. Với giá trị nào của k thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.
4. Tìm k để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
5. Tìm k để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình thỏa mãn hệ thức
 - a) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 6$.
 - b) $x_1 - x_2 = 3$.
 - c) $(x_1 + 2)^2 + (x_2 + 2)^2 = 2k + 8$.
 - d) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$.
 - e) $kx_1^2 + 18x_2 + 3 = k^2$.

Bài toán 189. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tốt nghiệp Trung học cơ sở; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Khánh Hòa; Năm học 2000 – 2001; Khóa ngày 29.05.2001.

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 10x - m + 20 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải (1) với $m = 4$.
2. Xác định m để (1) có hai nghiệm phân biệt.
3. Có giá trị nào của m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu và trong hai nghiệm đó có một nghiệm số bằng 2 không.
4. Chứng minh rằng nếu phương trình có nghiệm thì luôn có ít nhất một nghiệm dương.
5. Tìm m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình thỏa mãn
 - a) $x_1 - x_2 = 4$.
 - b) $x_1^3 = x_2$.
 - c) $x_1^5 - x_2 = -8$.
 - d) $\frac{1}{x_1 - 4} + \frac{1}{x_2 - 4} = 3$.
 - e) $x_1^2 + 10x_1 = m^2 + m - 20$.
 - f) $(2x_1 + 1)^2 + (2x_2 + 1)^2 = 7m + 8$.

Bài toán 190. Mở rộng và phát triển bài 4; Đề thi tốt nghiệp Trung học cơ sở; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Khánh Hòa; Năm học 2003 – 2004; Khóa ngày 09.07.2004.

Cho phương trình bậc hai $2x^2 + 2(m+1)x + m^2 + 4m + 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = -1$.
2. Tìm m để phương trình (1) nhận nghiệm bằng 4.
3. Tìm m để phương trình không nhận nghiệm bằng 2.
4. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.
5. Trong trường hợp x_1, x_2 là hai nghiệm số của phương trình (1).
 - a) Tìm m để $2x_1^2 - 2(m+1)x_2 + 4m + 3 = 3m^2$.
 - b) Tìm m để $x_1 > 2 > x_2$.
 - c) Tìm tất cả các giá trị m sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 5x_1x_2 + 6(x_1 + x_2) - 4$.
 - d) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + 7(x_1 + x_2) - 10x_1x_2$.
 - e) Tính giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |x_1 + x_2 + 5m|$.

Bài toán 192. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi môn chuyên Khoa học Tự nhiên); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn; Thành phố Nha Trang; Tỉnh Khánh Hòa; Năm học 2000 – 2001.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-2)x + m + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 4$.
2. Tìm m để phương trình (1) nhận nghiệm bằng 5.
3. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm.
4. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
5. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm số của phương trình (1) khi (1) có nghiệm.

a) Tìm m sao cho $\frac{x_1 + x_2}{2} = 2(x_1^2 + x_2^2)$.

b) Tìm m để $\frac{1}{2x_1 - 1} + \frac{1}{2x_2 - 1} = \frac{1}{2}$.

c) Tìm m thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 3$.

d) Tìm m sao cho $x_1^2 + 2(m-2)x_2 + m + 1 = 9m^2$.

e) Tìm các giá trị của m để $x_1(1-2x_2) + x_2(1-2x_1) = m^2$.

f) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 3(x_1^2 + x_2^2) - x_1x_2$.

Bài toán 193. Mở rộng và phát triển bài 2.b; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn; Thành phố Nha Trang; Tỉnh Khánh Hòa; Năm học 2004 – 2005; Khóa ngày 01.07.2004.

Cho phương trình $mx^2 + (m-1)x + 3(m-1) = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = 6$.
2. Tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất, tìm nghiệm duy nhất đó.
3. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
4. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm khác 0 của phương trình.

a) Chứng minh $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{3}$.

b) Tìm m để $x_1 + x_2 = 4x_1x_2 + m$.

c) Tìm tất cả giá trị của m để $x_1 < x_2 < 3$.

d) Tìm m để $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 3$.

e) Tìm tất cả giá trị của m để $mx_1^2 - (m-1)x_2 + 3(m-1) = 9$.

f) Tồn tại hay không giá trị m để x_1, x_2 có thể là các kích thước của một hình chữ nhật?

Bài toán 194. Mở rộng và phát triển bài 1; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn; Thành phố Nha Trang; Tỉnh Khánh Hòa; Năm học 2005 – 2006; Khóa ngày 21.06.2005.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 5 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi m thỏa mãn $m^2 - 2mn + 2n^2 - 2n + 1 = 0$, n là số thực.
2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm $x = -1$. Tính nghiệm còn lại.
3. Chứng minh phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .
4. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).
 - a) Tìm m để hai nghiệm đều bé hơn 2.
 - b) Tìm m để hai nghiệm là phân biệt, cùng dương.

- c) Tìm giá trị m sao cho $x_1 - 3x_2 = 4$.
- d) Tìm m sao cho $x_1^2 + 2(m-1)x_2 + m - 5 = 36m^2$.
- e) Tìm m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.
- f) Tìm giá trị m để $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = m$.
- g) Với giá trị nào của m thì biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Bài toán 195. Mở rộng và phát triển bài 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi vào trường chuyên); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Quốc học; Thành phố Huế; Tỉnh Thừa Thiên Huế; Năm học 1998 – 1999.

Cho phương trình $2x^2 - 6x + m = 0$.

- Giải phương trình đã cho khi $m = 4$.
- Tìm giá trị m để phương trình nhận nghiệm bằng 4.
- Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm dương?
- Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - $x_1^3 - x_2 = 7$.
 - $x_1^3 + 3x_1 - x_2 = 2$.
 - $x_1^2 + 3x_2 + \frac{m}{2} = 2m^2$.
 - $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 3$.
 - $x_1 > \frac{1}{2} > x_2$.
 - $x_1 \in [0; 5], x_2 \in [0; 5]$.
 - $x_1 - x_2 > 3$.

Bài toán 196. Mở rộng và phát triển bài 4; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bình Dương; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (1); m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho khi $m = 5$.
- Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
- Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
- Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - $x_1 + x_2 = 5x_1x_2 - 4$.
 - $x_1^2 + x_2^2 \leq 6x_1x_2 + 4(x_1 + x_2) - 5$.
 - $x_1 - 2x_2 = 3$.
 - $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{x_1 + x_2}$.
 - $x_1^2 + 2(m-1)x_2 + 2m - 5 = 4m^2$.
 - Biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.
 - Biểu thức $B = (x_1 + 2)^2 + (x_2 + 2)^2 + 4(x_1 + x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Khi phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .

Bài toán 197. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Đắk Lắk; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3m + 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- 1) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
- 2) Tồn tại hay không giá trị m để (1) có nghiệm bằng 1.
- 3) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
- 4) Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
- 5) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - a) $x_1 - x_2 = 2(m+1)$.
 - b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 6$.
 - c) $x_1^2 + x_2^2 = 12$.
 - d) $x_1 > 3 > x_2$.
 - e) $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 3m + 2 = 3m^2$.
- 6) Khi phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 . Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

Bài toán 198. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi dự bị; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bình Định; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = 6$.
2. Tìm m để phương trình (1) không nhận nghiệm bằng 3.
3. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
4. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm đối nhau.
5. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - a) $|x_1 - x_2| = 2\sqrt{2}$.
 - b) $x_1^2 + x_2^2 = 34$.
 - c) $x_1 - x_2 = 2(m-1)$.
 - d) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{6}$.
 - e) $x_1^2 + x_2^2 \leq 6$.
 - f) $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 3m + 2 = 3m^2$.

Bài toán 199. Mở rộng và phát triển bài 4; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 - mx - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

1. Giải phương trình (1) khi $m = -3$.
2. Tìm m để phương trình có nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm trái dấu.
4. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1).
 - a) Tìm m để $P = (x_1^2 + 2)(x_2^2 + 4)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - b) Tìm m để tổng bình phương hai nghiệm đạt giá trị nhỏ nhất.
 - c) Tính giá trị của biểu thức: $P = \frac{x_1^2 + x_1 - 1}{x_1} - \frac{x_2^2 + x_2 - 1}{x_2}$.
 - d) Tìm m để $x_1^3 x_1 = -1$.

e) Tìm m để $x_1^2 + mx_2 - 1 = 9m^2 - 8m$.

f) Tìm tất cả các giá trị m để $x_1 + x_2 = 2$.

Bài toán 200. Mở rộng và phát triển bài 4; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Đà Nẵng; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 + 2(m-2)x - m^2 = 0$ (1); với m là tham số.

1. Giải phương trình khi $m = 0$.
2. Tồn tại hay không giá trị m để phương trình không nhận nghiệm bằng 1.
3. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
4. Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với $x_1 < x_2$.

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = |x_1 - x_2|$.

b) Tìm m để $x_1 < 2 < x_2$.

c) Tìm giá trị m sao cho $x_1 - x_2 = 2m + 6$.

d) Tìm tất cả các giá trị của m sao cho $|x_1| - |x_2| = 6$.

e) Tìm m sao cho $x_1^2 - 2(m-2)x_2 - m^2 = 9$.

f) Với giá trị nào của m thì $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{7m+6}{m^2}$?

g) Tìm biểu thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào tham số m .

Bài toán 201. Mở rộng và phát triển bài 2.2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Quảng Ngãi; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = -1$.
2. Tìm m để phương trình nhận nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
4. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1).

a) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .

b) Tìm m sao cho $x_1 - x_2 = m$.

c) Tìm giá trị m để $x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2) = 8x_1x_2 + 13$.

d) Tìm m sao cho biểu thức $|x_1 - x_2|$ nhận giá trị nhỏ nhất.

e) Tìm m để tồn tại hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 4x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 5$.

f) Tìm m để biểu thức $B = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 202. Mở rộng và phát triển câu 7; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Tây Ninh; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
2. Chứng minh phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
3. Tìm m để phương trình (1) có các nghiệm đều lớn hơn 1 hoặc nhỏ hơn 1.
4. Chứng minh biểu thức $M = x_1(1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$ không phụ thuộc vào m .
5. Tìm tất cả các giá trị m sao cho

a) $x_1 + 2x_2 = 3$.

b) Biểu thức $A = |x_1 - x_2|^3$ đạt giá trị nhỏ nhất.

c) Nghiệm này gấp 3 lần nghiệm kia.

d) $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m - 4 = m^2$.

$$e) \frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2} = 4.$$

$$f) \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{3m - 1}.$$

Bài toán 203. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Phú Thọ; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình bậc hai $x^2 - (2m + 1)x + m^2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình với $m = 1$.
- Tìm m để phương trình không nhận nghiệm bằng m .
- Với giá trị nào của m phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
- Khi phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 , hãy tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1^2 + x_2^2 = 6x_1x_2 + 7(x_1 + x_2) = -6$.
 - $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} = 1$.
 - $x_1 - x_2 = 2m - 1$.
 - Biểu thức $P = x_1x_2 + x_1 + x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - $x_1 > 3 > x_2$.
 - $x^2 - (2m + 1)x + m^2 = 9$.

Bài toán 204. Mở rộng và phát triển câu 3b; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Lạng Sơn; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 - 2x - m + 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
- Tìm m để (1) không nhận nghiệm bằng 2.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 - x_2 = 10$.
 - $x_1^3 - x_2 = 8$.
 - $\frac{1}{x_2 - 4} + \frac{1}{x_2 - 4} = 6$.
 - $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{6}$.
 - $\frac{1}{x_1 + x_2 + 2} + \frac{1}{x_1x_2} = 3$.
 - $x_1^2 + 2x_2 - m + 3 = m^2$.
 - $(x_1^2 + 2x_2 - m + 3)(x_2^2 + 2x_2 - m + 3) = m - 3$.

Bài toán 205. Mở rộng và phát triển câu I; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Bắc Ninh; Thành phố Bắc Ninh; Tỉnh Bắc Ninh; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 + 2mx - 2m - 6 = 0$ (1), với ẩn x , tham số m .

- Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
- Tìm m để phương trình nhận nghiệm bằng 3.
- Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .
- Xác định giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho

- a) $x_1 - x_2 = 2m - 2$.
- b) $x_1 - 4x_2 = 4$.
- c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} - \frac{15}{4}$.
- d) $x_1^2 - 2mx_2 - 2m - 6 = \frac{9}{4}m^4$.
- e) $(x_1^2 - 2mx_2 - 2m - 6)(x_2^2 - 2mx_1 - 2m - 6) > 1$.
- f) $x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- g) Biểu thức $B = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 206. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Nghệ An; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x - 2m^4 + m^2 = 0$ (m là tham số).

1. Giải phương trình khi $m = 1$.
2. Giải phương trình đã cho khi $m = 0$.
3. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .
4. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng âm.
5. Xác định giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho

- a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{9m^2 + 2}{2m^4 - m^2}$.
- b) $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = -2m^4 + 3m^2$.
- c) $x_1^2 - 2(m+1)x_2 - 2m^4 + m^2 = 4$.

6. Tìm biểu thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 độc lập với tham số m .

Bài toán 206. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Hưng Yên; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 - 2x + m + 3 = 0$ (m là tham số).

1. Giải phương trình đã cho khi $m = -2$.
2. Tìm m để phương trình có nghiệm $x = 3$. Tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn

- a) $x_1 - x_2 = 13$.
- b) $x_1^3 - x_2 = 0$.
- c) $x_1^3 + x_2^2 + 8x_1 = 9 + x_2$.
- d) $x_1^3 + x_2^3 = 8$.
- e) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{8}{9}x_1 x_2$.
- f) $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2 + 2} = 3$.
- g) $x_1^2 + 2x_2 + m + 3 = \frac{4}{9}m^2$.
- h) $(x_2^2 + 2x_1 + m + 3)(x_1^2 + 2x_2 + m + 3) > m^2$

$$i) \quad (x_2^2 + 2x_1 + m + 3)(x_1^2 + 2x_2 + m + 3) = \frac{1}{5}m^2.$$

Bài toán 207. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Quốc học; Thành phố Huế; Tỉnh Thừa Thiên Huế; Năm học 2002 – 2003.

Cho phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1); $m \neq -1$.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 4$.
2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
4. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của (1).
 - a) Tìm m để $x_1x_2 > 0; x_1 = 2x_2$.
 - b) Tìm m sao cho hai nghiệm cùng dương.
 - c) Tìm m để $[(m+1)x_2^2 + 2(m-1)x_1 + m - 3](m+1)^3 \leq 0$.
 - d) Tìm m để $(m+1)x_1^2 + 2(m-1)x_2 + m = 12$.
 - e) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .

Bài toán 208. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi môn chuyên Khoa học Tự nhiên); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Lê Hồng Phong; Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 1997 – 1998; Khóa ngày 01.07.1997.

Cho phương trình $(m-1)x^2 + 2(m-1)x - m = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
2. Xác định m để (1) có nghiệm kép, tính nghiệm kép.
3. Tìm m để phương trình có hai nghiệm đều âm.
4. Tìm giá trị m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 - x_2 = 4$.
 - b) $x_1 > 1 > x_2$.
 - c) $(m-1)x_1^2 - 2(m-1)x_2 - m = 4m^2$.
 - d) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 2$.

Bài toán 209. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Kiên Giang; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 - 4x + 4m + 3 = 0$.

1. Giải phương trình đã cho với $m = 0$.
2. Tìm m để phương trình nhận nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình trên luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
4. Tìm giá trị của m để
 - a) $x_1 - x_2 = 6$.
 - b) $\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = -\frac{2}{3}$.
 - c) $x_1^5 - x_2 = -2$.
 - d) $x_1^3 + x_1^2 + 4x_1 = 2x_2$.
 - e) $x_1^2 + 4x_2 + 4m + 3 = 9m^2$.
 - f) Biểu thức $x_1^2 + x_2^2$ có giá trị là 9.

Bài toán 210. Mở rộng và phát triển câu 11; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Lâm Đồng; Năm học 2012 – 2013; Khóa ngày 26.06.2012.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-2)x - 3m^2 + 2 = 0$ (x là ẩn, m là tham số).

- Giải phương trình đã cho với $m = 2$.
- Tìm m để phương trình đã cho không nhận nghiệm bằng 2.
- Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 - x_2 = 2m + 1$.
 - $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.
 - $\frac{1}{x_1 + 3} + \frac{1}{x_2 + 3} = 2$.
 - $x_1(2 - x_2) + x_2(2 - x_1) = -2$.
 - Biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - $x_1^2 + 2(m-2)x_2 - 3m^2 + 2 = 4(m-2)^4$.

Bài toán 211. Mở rộng và phát triển câu III.2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Lào Cai; Năm học 2012 – 2013.

Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ với m là tham số.

- Giải phương trình đã cho khi m thỏa mãn $m^2 + 2mn - 8m + 2n^2 - 10n + 17 = 0$.
- Tìm m để phương trình có nghiệm bằng 6, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để phương trình không tồn tại nghiệm bằng 1.
- Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện
 - $x_1^2 + 2x_2 + m - 3 = 25m^2$.
 - $x_1 - x_2 = 4$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = 10$.
 - $x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2 \leq 7$.
 - $x_1^3x_2 + x_2^3x_1 = -6$.
 - $x_1^3 + 2x_1^2 + 4x_1 = 6 + x_2$.

Bài toán 212. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Nghệ An; Năm học 2012 – 2013; Khóa ngày 24.06.2012.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 6 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 3$.
- Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng $2m$.
- Tồn tại hay không giá trị m để (1) có một nghiệm bằng 3.
- Tồn tại hay không giá trị m để (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1^2 + x_2^2 = 16$.
 - $x_1 - x_2 = 2m + 6$.
 - $x_1^2 + 2(m-1)x_2 + m^2 = 15$.
 - Biểu thức $K = x_1^2 + x_2^2$ nhận giá trị nhỏ nhất.
 - $[x_2^2 + 2(m-1)x + m^2 - 6](m-1) \leq 24$.

Bài toán 213. Mở rộng và phát triển bài 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Phú Thọ; Năm học 2012 – 2013; Khóa ngày 26.06.2012.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 1 = 0$.

1. Giải phương trình khi $m = 1$.
2. Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 4, tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .
4. Chứng minh rằng phương trình luôn tồn tại một nghiệm x_0 thỏa mãn $|x_0| \geq 1$.
5. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1^2 + 2(m-3)x_2 - 1 = 9m^2$.
 - b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$.
 - c) $\frac{1}{x_1-4} + \frac{1}{x_2-4} \geq -\frac{12}{31}$.
 - d) $x_1 - 2x_2 = 3$.
 - e) $x_1^2 + x_2^2 = 6$.
 - f) Biểu thức $A = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

Bài toán 214. Mở rộng và phát triển câu II; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Quảng Ninh; Năm học 2012 – 2013; Khóa ngày 28.06.2012.

Cho phương trình $x^2 - ax - 2 = 0$ (*); với a là tham số.

1. Giải phương trình (*) với $a = 1$.
2. Tìm a để phương trình (*) nhận nghiệm bằng 4.
3. Chứng minh rằng phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của a .
4. Chứng minh rằng phương trình (*) luôn tồn tại một nghiệm x_0 nào đó thỏa mãn $|x_0| \geq \sqrt{2}$.
5. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*).
 - a) $x_1^2 + ax_2 - 2 = 9a^4$.
 - b) $x_1^4 + x_2^4 = 8$.
 - c) $x_1 - x_2 = 5a$.
 - d) $\frac{x_2}{x_1-3} + \frac{x_1}{x_2-3} = -\frac{1}{4}$.
 - e) $(x_1^2 + ax_2 - 2)(x_2^2 + ax_1 - 2) \leq 2a^4 - 1$.
 - f) Tìm giá trị của a để biểu thức $N = x_1^2 + (x_1 + 2)(x_2 + 2) + x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất.
 - g) Tìm giá trị của a để biểu thức $P = (x_1^2 + 4)(x_2^2 + 9)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 215. Mở rộng và phát triển câu 6; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Tây Ninh; Năm học 2012 – 2013; Khóa ngày 02.07.2012.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình $m = 3$.
2. Tìm giá trị của m để phương trình có nghiệm.
3. Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 2.
4. Tìm giá trị của m để phương trình có nghiệm bằng m , tìm nghiệm còn lại.
5. Trong trường hợp x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho.
 - a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x_1 + x_2 + x_1x_2$.
 - b) Tìm m để $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m^2 + 3 = 16m^2$.
 - c) Tìm m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{10}{19}$.

- d) Tìm tất cả giá trị m để $\frac{1}{x_1+2} + \frac{1}{x_2+2} \geq \frac{3}{8}$.
- e) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .
- f) Tìm m sao cho $[x_2^2 + 2(m+1)x_1 + m^2 + 3](m+1) \leq 108$.

Bài toán 216. Mở rộng và phát triển câu 3b; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Quảng Bình; Năm học 2012 – 2013.

Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2x + m = 0$ (m là tham số).

- Giải phương trình đã cho khi m thỏa mãn $m + \sqrt{m} = 2$.
- Tìm m để phương trình nhận nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu, khi đó nghiệm nào có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1^2 + x_2^2 = 8$.
 - $x_1^2 + 2x_2 + m = 81m^2$.
 - $\frac{1}{x_1+6} + \frac{1}{x_2+6} = \frac{7}{23}$.
 - $x_1^3 - x_2 = 28$.
 - $(x_1 - 2m)(x_2 - 2m) = 5m$.
 - $3x_1^3 + x_2^2 + 4x_1 = x_2 + 7$.
 - $x_1, x_2 \in [0; 3]$.
 - $(x_1^2 + 2x_2 + m)(x_2^2 + 2x_1 + m) \leq m^2$.

Bài toán 217. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Vĩnh Long; Năm học 2012 – 2013.

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho với $m = 2$.
- Tìm m để phương trình nhận 0 làm một nghiệm. Tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m . Khi đó hãy tìm mối liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_2^2 + 2mx_1 + m - 1 = 9m^2$.
 - $x_1 + x_2 \leq 5x_1x_2$.
 - $x_1^2 + x_2^2 - 7x_1x_2 = 7$.
 - $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 \geq 11$.
 - $(2x_1 + 3m)(2x_2 + 3m) = 5m^2 + m + 19$.
 - $\frac{1}{x_1+m} + \frac{1}{x_2+m} = \frac{4}{5}$.
 - Biểu thức $A = 3(x_1^2 + x_2^2) - 4(x_1 + x_2) + 5x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 218. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bình Định; Năm học 2013 – 2014; Khóa ngày 30.06.2013.

Cho phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ (1); với m là tham số.

- Giải phương trình khi $m = 3$.
- Tìm m để phương trình không nhận nghiệm bằng 10.

3. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng mang giá trị dương.
4. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu, khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn?
5. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện
 - a) $x_1^2 + 4x_2 + m = 9m^2$.
 - b) $x_1^3 - x_2 = 6$.
 - c) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + m)(x_2 + m) + 9x_1x_2$.
 - d) $(x_1^2 + 4x_2 + m)(x_2^2 + 4x_1 + m) \leq 81m^2$.
 - e) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 2$.
 - f) $\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \frac{1}{\sqrt{x_2}} = \sqrt{6}$.
 - g) $\frac{x_1 + 2}{x_2 + 1} + \frac{x_2 + 2}{x_1 + 1} = 5$.

Bài toán 219. Mở rộng và phát triển bài 4.1; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bình Dương; Năm học 2013 – 2014; Khóa ngày 28.06.2013.

Cho phương trình $x^2 - 12x + m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = 35$.
2. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.
4. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt thỏa mãn điều kiện
 - a) $x_1 - x_2 = 4$.
 - b) $x_1 + 4x_2 = 33$.
 - c) $x_1^2 - x_2^2 = 24$.
 - d) Hiệu hai nghiệm bằng $2\sqrt{5}$.
 - e) $x_1^2 + 12x_2 = m^2 + 142m$.
 - f) $\frac{1}{x_1 - 3} + \frac{1}{x_2 - 3} = \frac{1}{3}$.
 - g) $\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{2}{x_2 + 3} = \frac{10}{21}$.

Bài toán 220. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi vào trường chuyên); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Hà Giang; Thành phố Hà Giang; Tỉnh Hà Giang; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m + 1 = 0$.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = -1$.
2. Tìm m để phương trình đã cho có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.
4. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện
 - a) $x_1 = 3x_2$.
 - b) $x_1 > x_2$.
 - c) $x_1 - 2x_2 = 1$.
 - d) $x_1^2 + 2(m-1)x_2 + m + 1 = \frac{25}{4}m^2$.

$$e) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{6}{5}.$$

$$f) \frac{1}{4x_1 - 3} + \frac{1}{4x_2 - 3} = 2.$$

$$g) \frac{x_1^2 + 2(m-1)x_2 + m + 1}{x_2^2 + 2(m-1)x_1 + m + 1} = \sqrt{m-3}.$$

Bài toán 221. Mở rộng và phát triển câu 1; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi chuyên Toán, chuyên Tin học); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Lương Văn Chánh; Thành phố Tuy Hòa; Tỉnh Phú Yên; Năm học 2015 – 2016.

Cho phương trình $x^2 + 2(m+3)x - m - 1 = 0$.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = 5$.
2. Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 6. Tìm nghiệm còn lại.
3. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên.
 - a) Tìm m để $x_1^2 - 2(m+3)x_2 - m - 1 = 36m^2$.
 - b) Tìm m sao cho $x_1 + x_2 \leq 3x_1x_2 + 7$.
 - c) Tìm m để $x_1^2 - x_2^2 = 2(m+3)$.
 - d) Xác định m để phương trình có hai nghiệm dương.
 - e) Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1, x_2 không phụ thuộc vào m .
 - f) Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức $P = x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1}$.

Bài toán 222. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Gia Lai; Năm học 2012 – 2013.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m - 2 = 0$ (1), với m là ẩn số, $m \in \mathbb{R}$.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = -2$.
2. Tìm m để phương trình có nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình không tồn tại nghiệm bằng 5.
4. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
5. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m . Khi đó
 - a) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm x_1, x_2 mà không phụ thuộc vào tham số m .
 - b) Tìm m sao cho $x_1 - 3x_2 = 6$.
 - c) Tìm m sao cho $[x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m - 2](m+1) \leq 32$.
 - d) Tìm m sao cho $\frac{x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2}{x_1 + x_2} = \frac{19}{4}$.
 - e) Tìm m sao cho $\frac{x_1}{x_2 - 2} + \frac{x_2}{x_1 - 2} > -2$.
 - f) Tìm m thỏa mãn $\sqrt{x_1 + 1} + \sqrt{x_2 + 1} = \sqrt{4m + 2}$.
 - g) Tìm m sao cho biểu thức $A = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - h) Tìm m để biểu thức $D = 4(x_1^2 + x_2^2) - 3x_1x_2 + 2(x_1 + x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 223. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Nam Định; Năm học 2013 – 2014.

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m - 1 = 0$ (1); m là tham số.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
2. Giải phương trình (1) khi m thỏa mãn hệ thức $2m^2 - 2mn - 10m + n^2 + 4n + 13 = 0$.

3. Tìm m để phương trình có nghiệm bằng 2.
4. Tìm m để phương trình đã cho vô nghiệm.
5. Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

- a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4$.
- b) $x_1 + x_2 \leq x_1 x_2 + 3m$.
- c) $x_1(x_1 + 2) + x_2(x_2 + 2) = 10$.
- d) $\frac{x_1}{x_1 + 2} + \frac{x_2}{x_2 + 2} \geq \frac{10}{13}$.
- e) $x_1^2 + 2mx_2 + m^2 - m - 1 = \sqrt{m}$.
- f) Biểu thức $P = x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 4m$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 224. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Nghệ An; Năm học 2013 – 2014.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4 = 0$ (m là tham số, x là ẩn).

1. Giải phương trình với $m = 2$.
2. Tìm m để phương trình không tồn tại nghiệm bằng 1.
3. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
4. Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

- a) $x_1 + x_2 \leq x_1 x_2 - 2$.
- b) $(x_1 + 3)(x_2 + 3) \leq 8m^2 + 19$.
- c) $x_1 - x_2 = 4m$.
- d) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \geq \frac{5}{2}$.
- e) $x_1^2 + 2(m+1)x_2 \leq 3m^2 + 16$.
- f) $[x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m^2 + 4](m+1) \geq 4$.
- g) $(x_1^2 - 2mx_1 + m^2 + 4)(x_2^2 - 2mx_2 + m^2 + 4) \geq 36$.

Bài toán 225. Mở rộng và phát triển câu 3b; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Phú Thọ; Năm học 2013 – 2014.

Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + m^2 = 6$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng -2 .
3. Tìm m để phương trình không tồn tại nghiệm bằng 3.
4. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.
5. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

- a) $x_1 + x_2 \leq 5x_1 x_2 - 4m + 1$.
- b) $x_1 + 3x_2 = 4$.
- c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{3}$.
- d) $x_1^2 + x_2^2 = 10x_1 x_2 + 76$.
- e) $(x_1^2 + 2mx_1 + m^2 - 6)(x_2^2 + 2mx_2 + m^2 - 6) = 4$.
- f) $x_1^2 - 2(m+1)x_1 + m^2 = 6 + (m+1)^3$.

Bài toán 226. Mở rộng và phát triển câu III; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Nguyễn Trãi; Thành phố Hải Dương; Tỉnh Hải Dương; Năm học 2013 – 2014; Khó khăn ngày 19.06.2013.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 5 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi m thỏa mãn hệ thức $2m^2 - 2mn - 4m + n^2 + 2n + 2 = 0$.
2. Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .
4. Với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương?
5. Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện
 - a) $x_1 + x_2 = 6x_1x_2 - 7$.
 - b) $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2 + 3x_1x_2 + 7$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2}$.
 - d) $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} = \frac{6}{7}$.
 - e) $\frac{1+x_1}{2+x_2} + \frac{1+x_2}{2+x_1} = \frac{16}{7}$.
 - f) $x_1^2 + 2(m-1)x_2 + 2m - 5 = \frac{1}{4}m^2$.
 - g) Biểu thức $S = |x_1 - x_2|^5$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - h) Biểu thức $M = x_1^2 + x_2^2 + 5x_1x_2 + x_1 + x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - i) $(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2^2 - 2mx_2 + 2m - 1) < 0$.

Bài toán 227. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Hưng Yên; Năm học 2013 – 2014.

Cho phương trình $x^2 - 2mx - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực, x là ẩn số.

1. Giải phương trình khi $m = 1$.
2. Tồn tại hay không giá trị m để (1) có một nghiệm bằng 4? Tìm nghiệm còn lại (nếu có).
3. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
4. Chứng minh phương trình luôn có một nghiệm x_0 nào đó thỏa mãn bất đẳng thức $|x_0| \geq \sqrt{3}$.
5. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 = 5x_1x_2 - 4$.
 - b) $\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2} \leq \frac{6}{5}$.
 - c) $\frac{1}{x_1 + 5} + \frac{1}{x_2 + 5} = \frac{4m}{11}$.
 - d) $2x_1 - x_2 = m$.
 - e) $|x_1| + |x_2| = 6$.
 - f) Bình phương nghiệm này bằng 9 lần nghiệm kia.
 - g) $(x_1^2 - 2mx_1 - 1)(x_2^2 - 2mx_2 - 1) = 4m^4$.
 - h) $(x_1^2 + 2mx_2 - 3)(x_2^2 + 2mx_1 - 3) = (m+1)^2$.
 - i) Biểu thức $S = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 16)$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 228. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bạc Liêu; Năm học 2011 – 2012.

Cho phương trình $x^2 - 6x + m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Xác định các hệ số a, b, c của phương trình (1).
2. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có nghiệm.
3. Giải phương trình (1) khi $m = -7$.
4. Tồn tại hay không giá trị m để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại (nếu có).
5. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - a) $x_1 + x_2 = 6x_1x_2 - 8$.
 - b) $x_1^2 - x_2 = 14$.
 - c) $x_1^3 - x_2 = 24$.
 - d) $x_1^2 - x_2^2 = 12$.
 - e) $\frac{x_1 + 2}{x_1 + 3} + \frac{x_2 + 2}{x_2 + 3} = 4$.
 - f) $\frac{x_1}{x_2 + 5} + \frac{x_2}{x_1 + 5} > \frac{2}{3}$.
 - g) $x_1 > 5 > x_2$.
 - h) Nghiệm này gấp 5 lần nghiệm kia.
 - i) $(x_1^2 + 6x_2 + m)(x_2^2 + 6x_1 + m) = m^2$.

Bài toán 229. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bến Tre; Năm học 2011 – 2012.

Cho phương trình $x^2 - 3x + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 4, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt cùng dương.
4. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 - 4x_2 = 5$.
 - b) $x_1^2 - x_2^2 = 9$.
 - c) Nghiệm này bằng 2 lần lập phương của nghiệm kia.
 - d) $\frac{1}{3x_1 + 1} + \frac{1}{3x_2 + 1} = \frac{1}{3}$.
 - e) $\frac{x_2}{3x_1 + 2} + \frac{x_2}{3x_2 + 2} < \frac{1}{6}$.
 - f) $x_1 < x_2 < 4$.
 - g) $(x_1^2 + 3x_2 + m - 1)(x_2^2 + 3x_1 + m - 1) = 9m^2$.
 - h) $(x_1^2 - 3x_1 + m)(x_2^2 - 3x_2 + m) \geq m^4$.
 - i) Là độ dài các cạnh của một hình chữ nhật có diện tích bằng 2 (đơn vị diện tích).

Bài toán 230. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bến Tre; Năm học 2012 – 2013.

Cho phương trình $x^2 - mx + m - 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi m thỏa mãn $\sqrt{2m - 1} = 3m - 2$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

4. Khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

- Tìm các giá trị của m sao cho $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$.
- Tìm m để nghiệm này bằng 2 lần nghiệm kia.
- Tìm m sao cho $\frac{1}{x_1 - 4} + \frac{1}{x_2 - 4} = \frac{1}{4}$.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $E = \sqrt{|x_1 - x_2|}$.
- Tìm m sao cho $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} = 4$.
- Tìm m để $x_1 > x_2 > 1$.
- Tìm m sao cho $\frac{x_1^2 + mx_2 + m - 3}{x_2^2 - mx_1 - 3} = \sqrt{4m - 3}$.
- Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = 2(x_1^2 + x_2^2) - x_1x_2$.

Bài toán 231. Mở rộng và phát triển câu 7; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bến Tre; Năm học 2013 – 2014.

Cho phương trình $x^2 + 2(m-1)x - 6m - 7 = 0$ (1).

- Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để (1) không tồn tại nghiệm bằng 1.
- Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt.
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1).
 - Tìm m sao cho $3(x_1 + x_2) = 4x_1x_2 + 8$.
 - Tìm m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq 3$.
 - Tồn tại hay không số m sao cho $x_1 < \frac{1}{2} < x_2$.
 - Tìm m sao cho $x_1 - x_2 = 4m$.
 - Tìm m để biểu thức $P = |x_1 - x_2|$ nhận giá trị nhỏ nhất.
 - Tìm các giá trị của m để $x_1\left(x_1 + \frac{3}{2}x_2\right) + x_2\left(x_2 + \frac{3}{2}x_1\right) = 15$.
 - Tìm tất cả các giá trị m để $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 5x_1^2x_2^2 - 244$.
 - Tìm m để $[x_1^2 - 2(m-1)x_2 - 6m - 7][x_2^2 + 2(m-1)x_1 - 6m] \leq 4$.

Bài toán 232. Mở rộng và phát triển câu 2.2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2010 – 2011.

Cho phương trình $x^2 + 2x + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 4$.
- Tìm m để (1) có nghiệm bằng 5, tìm nghiệm còn lại.
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm.
- Tìm m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm dương.
- Tìm m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm âm.
- Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).
 - Tìm m để $x_1 - x_2 = 6$.

- b) Tìm giá trị của m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4$.
- c) Tìm m để $x_1^2 - 2x_2 + m - 1 = 9m^2$.
- d) Tìm m để $\frac{1}{3x_1 + 4} + \frac{1}{3x_2 + 4} = \frac{2}{5}$.
- e) Tìm m để $x_1 > x_2 > 2$.
- f) Tìm giá trị m sao cho $x_1^2 - x_2 = 2$.
- g) Tìm giá trị của m để $1 \leq x_1, x_2 \leq 5$.
- h) Tìm m sao cho $(x_1^2 + 2x_1 + m)(x_2^2 + 2x_2 + m) = m$.

Bài toán 233. Mở rộng và phát triển câu 2.2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hải Phòng; Năm học 2011 – 2012.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+2)x + 2m+1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho khi $m = 2$.
- Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng với mọi m , phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .
- Tìm m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm dương.
- Tìm tất cả các giá trị của m sao cho (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 + x_2 = 3x_1x_2 + 2$.
 - $x_1^2 + x_2^2 > 6x_1x_2 + 5(x_1 + x_2) - 12$.
 - $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$.
 - $\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2} = 4$.
 - $x_1^2 + 2(m+2)x_1 + 2m+1 = 36m^2$.
 - Tìm m sao cho biểu thức $S = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Tìm m sao cho biểu thức $A = x_1x_2 - \frac{x_1^2 + x_2^2}{4}$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 234. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Cần Thơ; Năm học 2011 – 2012.

Cho phương trình $2x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) với $m = 3$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 4, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m . Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .
- Xác định m để (1) có hai nghiệm dương.
- Tìm m để (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - $x_1 - x_2 = 4m$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = 5x_1x_2 + x_1 + x_2 + \frac{7}{2}$.
 - $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = 5$.

- d) $\frac{x_1}{x_1+1} + \frac{x_2}{x_2+1} = 1$.
- e) $2x_1^2 + 2mx_2 + m - 1 = m^4$.
- f) Biểu thức $S = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- g) $(2x_1^2 - 2mx_1 + m)(2x_2^2 - 2mx_2 + m) = 5m - 8$.

Bài toán 235. Mở rộng và phát triển bài 4; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Hậu Giang; Năm học 2012 – 2013.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$ (1); m là tham số.

- Giải phương trình đã cho khi m thỏa mãn đẳng thức $(m-3)^2 + |n-2| = 0$.
- Tìm giá trị m để phương trình tồn tại nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 .
 - Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt đều lớn hơn 2.
 - Tìm m để phương trình có hai nghiệm đều thuộc đoạn $[1; 3]$.
 - Tìm m để $x_1^2 + 2(m-1)x_1 + m - 3 = 9m^2$.
 - Tìm giá trị của m để $\frac{1}{x_1-2} + \frac{1}{x_2-2} = 5$.
 - Tìm m sao cho $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{7}$.
 - Tìm m sao cho $[x_1^2 - 2(m-1)x_1 + m][x_2^2 - 2(m-1)x_2 + m] > m^2$.
 - Xác định m để giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ nhỏ nhất.
 - Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 3(m^2 - 3m + 3)}{m^2 + m + 1}$.

Bài toán 236. Mở rộng và phát triển bài 4; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bình Dương; Năm học 2012 – 2013.

Cho phương trình $x^2 - 2mx - 2m - 5 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình đã cho khi $m = 3$.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
- Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .
- Với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho
 - Tìm m để hai nghiệm đều nhỏ hơn 4.
 - Tìm m để $x_1 + x_2 \leq 6x_1x_2 + 5$.
 - Tìm giá trị của m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$.
 - Tìm m sao cho $\frac{1}{3x_1-2} + \frac{1}{3x_2-2} = \frac{1}{5}$.
 - Tìm m để $x_1^2 + 2mx_2 - 2m - 5 = 9m^4$.
 - Tìm giá trị của m để $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Tìm m để $|x_1| + |x_2| = 2$.
 - Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + 7x_1x_2 - 3(x_1 + x_2)$.

Bài toán 237. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Đắk Lắk; Năm học 2012 – 2013.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 4m + 3 = 0$ (1); m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi m thỏa mãn hệ thức $2m^2 + 2mn - 6m + n^2 - 4n + 5 = 0$.
- Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm x_0 thỏa mãn $x_0^3 + \sqrt{2x_0 - 1} = 2$.
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m . Khi đó
 - Tìm m để hai nghiệm đều dương.
 - Tìm m để hai nghiệm cùng lớn hơn 3.
 - Tìm giá trị m để $x_1 + x_2 - 1 \leq x_1 x_2$.
 - Tìm giá trị của m sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1 x_2 + 4(x_1 + x_2) - 15$.
 - Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .
 - Tìm tất cả các giá trị m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{m+3}$.
 - Tìm tất cả các giá trị m để $x_1^2 + 2(m+2)x_2 + m^2 + 4m + 3 = (m+2)^3$.
 - Tìm giá trị của m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 238. Mở rộng và phát triển câu II.3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2016 – 2017; Ngày thi 09.06.2016.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3 = 0$ (1); m là tham số thực.

- Giải phương trình khi $m = 0$.
- Tìm m để phương trình nhận nghiệm bằng 5.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m . Khi đó
 - Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .
 - Tìm m sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 5x_1 x_2 + 29$.
 - Tìm m thỏa mãn $\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2} = \frac{5}{2}$.
 - Tìm m để $x_1 < 2 < x_2$.
 - Tìm m sao cho $x_1 \leq x_2 \leq 3$.
 - Tìm m sao cho $|x_1| + |x_2| = \sqrt{7}$.
 - Tìm m sao cho biểu thức $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - Tìm giá trị m để $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 2m - 3 = 25m^2$.
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho biểu thức $\left| \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Với điều kiện $m \leq -\frac{3}{2}$, tìm giá trị lớn nhất có thể của các nghiệm x_1, x_2 (còn được ký hiệu là $\max\{x_1, x_2\}$).

Bài toán 239. Mở rộng và phát triển câu II.3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2015 – 2016; Ngày thi 19.07.2015.

Cho phương trình $x^2 - (m^2 + 3)x + 2m^2 + 2 = 0$ (1); x là ẩn, m là tham số.

- Giải phương trình (1) với $m = -\sqrt{3}$.
- Tồn tại hay không giá trị m để (1) nhận nghiệm bằng 5.
- Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m . Khi đó
 - Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với tham số m .

- b) Chứng minh hai nghiệm này đều không nhỏ hơn 1.
- c) Tìm m để nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.
- d) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.
- e) Tìm m sao cho nghiệm này bằng bình phương nghiệm kia.
- f) Tìm m sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{3}{x_2} = 2$.
- g) Tìm m sao cho $x_1^2 = 4x_2$.
- h) Tìm m sao cho $|x_1^2 - x_2^2| = 21$.

4. Khi $m \geq 2$, tìm giá trị m sao cho nghiệm lớn nhất của phương trình đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 240. Mở rộng và phát triển câu II.3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2014 – 2015; Ngày thi 30.06.2014.

Cho phương trình $x^2 - 2(3-m)x - 4 - m^2 = 0$ (1); với x là ẩn, m là tham số.

1. Giải phương trình (1) với $m = 1$.
2. Tìm m để phương trình nhận một nghiệm bằng 2.
3. Tìm m để phương trình nhận một nghiệm bằng m .
4. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m . Khi đó
 - a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu.
 - b) Tìm m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{4}{5}$.
 - c) Tìm m sao cho $x_1 < 5 \leq x_2$.
 - d) Tìm m sao cho biểu thức $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - e) Tìm m sao cho $x_1^2 + 2(3-m)x_2 - 4 - m^2 = (3-m)^3$.
 - f) Tìm m sao cho $\frac{x_1^2 - 2(3-m)x_1 - m^2}{x_2^2 - 2(3-m)x_2 - m^2 + 1} = \frac{m^2}{m^2 + 1}$.
 - g) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\|x_1| - |x_2|\| = 6$.

Bài toán 241. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Đợt 1; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 1997 – 1998; Ngày thi 28.06.1997.

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 4$.
2. Xác định m để phương trình có một nghiệm bằng -1 , khi đó hãy tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình không tồn tại nghiệm bằng 4.
4. Chứng minh rằng với mọi m , phương trình luôn có nghiệm.
5. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 = 6x_1x_2 - 7$.
 - b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$.
 - c) $x_1 > 0; x_2 > 0$.
 - d) $1 < x_1 < x_2 < 4$.
 - e) $2 \leq x_1 \leq 3; 4 \leq x_2 \leq 6$.
 - f) Biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2 + 4(x_1 + x_2) - 3x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - g) $3x_1^2 = x_2$.
 - h) $x_1^2 + 2(m-1)x_2 + 2m - 3 = 8x_1$.

Bài toán 242. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Đợt 2; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 1997 – 1998; Ngày thi 27.06.1997.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để (1) nhận nghiệm bằng m .
3. Tìm giá trị của m để (1) không nhận nghiệm bằng 2.
4. Với giá trị nào của m thì phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
5. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 = 7x_1x_2 - 12$.
 - b) $x_1 - x_2 = 4$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \geq \frac{9m^2 - 4m + 2}{m^2 + 2}$.
 - d) $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 8m - 2$.
 - e) $(x_1 - x_2)^2 \geq 6$.
 - f) $x_1 > 3 > x_2$.
 - g) $x_1 > x_2 > 1$.
 - h) $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m^2 + 2 = 9(m+1)$.

Bài toán 243. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Đợt 1; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 1999 – 2000; Ngày thi 22.06.1999.

Cho phương trình $x^2 - 4x + m = 0$ (1).

1. Tính biệt thức Δ, Δ' của phương trình (1) theo m .
2. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có nghiệm.
3. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2.
4. Tìm m để phương trình (1) không tồn tại nghiệm bằng 3.
5. Với giá trị nào của m thì (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
6. Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn?
7. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 12$.
8. Khi phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 .
 - a) Tìm m sao cho $x_1 + x_2 = 4x_1x_2 - 7m$.
 - b) Tìm m sao cho $x_1^2 + x_2^2 \leq 3x_1x_2 - 6m + 2$.
 - c) Tìm m sao cho $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} \leq 2$.
 - d) Tìm m sao cho $\frac{1}{2x_1 - 1} + \frac{1}{2x_2 - 1} > 4$.
 - e) Tìm m sao cho $x_1^2 - x_2 = 5$.
 - f) Tìm m để $x_1^2 - x_2^2 = 8$.
 - g) Tìm m sao cho $-1 \leq x_1 - x_2 \leq 1$.
 - h) Tìm m để hai nghiệm đều lớn hơn 1.
 - i) Hãy tìm giá trị của m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - j) Tìm giá trị nguyên dương của m để hai nghiệm x_1, x_2 đều là số nguyên.
9. Khi $3 \leq m \leq 4$, hãy tìm giá trị lớn nhất đối với nghiệm lớn nhất của phương trình đã cho.

Bài toán 244. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Đợt 2; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 1999 – 2000; Ngày thi 23.06.1999.

Cho phương trình $x^2 - 8x + m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 12$.
2. Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 4.
3. Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có nghiệm kép.
4. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn?
5. Tìm giá trị nhỏ nhất của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 - x_2 = 2$.
 - b) $x_1^2 + 8x_2 + m = 25m^2$.
 - c) Nghiệm này gấp ba lần nghiệm kia.
 - d) $x_1^3 - x_2 = 2$.
 - e) $(x_1^2 + 8x_2 + m)(x_1^2 + 8x_2 + m) = m^4$.
 - f) $-2 \leq x_1 - x_2 \leq 2$.
 - g) $\frac{1}{x_1 + 3} + \frac{1}{x_2 + 3} = 4$.
 - h) $x_1 \leq 6 < x_2$.
 - i) $x_1 > 3; x_2 > 3$.
 - j) $x_1^2 + x_2^2 = 3m + 7$.

Bài toán 245. Mở rộng và phát triển bài 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Đợt 2; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Hà Bắc (cũ); Năm học 1994 – 1995; Ngày thi 09.08.1994.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 4m - 3 = 0$.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = -1$.
2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2.
3. Tìm m để phương trình (1) vô nghiệm.
4. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho có nghiệm x_1, x_2 . Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm không phụ thuộc vào m .
5. Xác định m để hiệu giữa tổng hai nghiệm và tích hai nghiệm đạt giá trị nhỏ nhất.
6. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho
 - a) $x_1 + x_2 = x_1x_2 + 5$.
 - b) $x_1 - x_2 = 2$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.
 - d) $x_1 < 1 < x_2$.
 - e) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{2m - 3}$.
 - f) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \geq 6$.
 - g) Nghiệm này gấp rưỡi nghiệm kia.
 - h) $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + m^2 + 4m = 7$.
 - i) Hai nghiệm đều nhỏ hơn 2.
 - j) $x_1^2 - 2(m+1)x_1 + m^2 + 4m = x_1 - x_2$.

Bài toán 246. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi dự bị; Đợt 1; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2004 – 2005; Ngày thi 01.07.2004.

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m + 3 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 1.
3. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó.
4. Chứng minh (1) không thể có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị của m .
5. Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - a) $3(x_1 + x_2) = x_1x_2 + 3m$.
 - b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq \frac{2}{3}$.
 - c) $\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2} = \frac{6}{11}$.
 - d) $x_1^2 + 2mx_2 + m^2 - m + 3 = 4m^3$.
 - e) $x_1 > 4 > x_2$.
 - f) $x_1 > x_2 \geq 2$.
 - g) Hiệu hai nghiệm bằng $2m$.
 - h) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2$.
 - i) Nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.
 - j) Biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2 - 10m + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - k) Biểu thức $A = (2x_2 - 1)x_1 + (2x_1 - 1)x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 247. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Đợt 1; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2004 – 2005; Ngày thi 01.07.2004.

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng m .
3. Phương trình (1) có thể có hai nghiệm trái dấu hay không? Vì sao?
4. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm kép. Tính nghiệm kép đó.
5. Trong trường hợp phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 .
 - a) Tìm m thỏa mãn $x_1 + x_2 = 5x_1x_2 - 11$.
 - b) Tìm m sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 15$.
 - c) Tìm m để $x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = 2m^3 + m - 1$.
 - d) Tìm giá trị m sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 2$.
 - e) Tìm m để $(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 10m - 1$.
 - f) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 4$.
 - g) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .
 - h) Tìm m sao cho $x_1^2 + 2mx_2 + m^2 - m + 1 = 9m$.
 - i) Tìm m để nghiệm này bằng ba lần nghiệm kia.
 - j) Tìm m để biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 - 6(x_1 + x_2) + 5$ nhận giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 248. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Đợt 2; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2004 – 2005; Ngày thi 02.07.2004.

Cho phương trình $x^2 - (k+1)x + k = 0$ (1); với k là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $k = 5$.
2. Tìm k để (1) tồn tại nghiệm bằng 10.
3. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của k .
4. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).
 - a) Tìm k để hai nghiệm đều dương.
 - b) Tìm k để tổng hai nghiệm gấp 5 lần tích hai nghiệm.
 - c) Tìm k để nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.
 - d) Tìm k thỏa mãn đẳng thức $x_1 + x_2 + 1 = \frac{3}{x_1 x_2}$.
 - e) Tìm k sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \sqrt{3}$.
 - f) Hãy tính k để $A = x_1 x_2^2 + x_2 x_1^2 + 2005$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất.
 - g) Tìm k để $\frac{2}{x_1} + \frac{3}{x_2} = 4$.
 - h) Tìm k sao cho $x_1^2 + (k+1)x_2 + k = x_2^2$.
 - i) Tìm giá trị của k để biểu thức $S = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_1 + 4x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - j) Tìm k để hai nghiệm đều không vượt quá 7.
 - k) Tìm k để hai nghiệm đều nằm trong khoảng $(0; 4)$.
 - l) Tồn tại hay không giá trị của k để hai nghiệm đều nằm ngoài khoảng $\left(3; \frac{k}{2} - 3\right)$?

Bài toán 249. Mở rộng và phát triển câu câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Đợt 2; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2003 – 2004.

Cho phương trình $x^2 + (m+1)x + m - 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi m thỏa mãn $|m^2 - 5m + 4| = m + 4$.
2. Tìm m để (1) tồn tại nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh rằng phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
4. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1).
 - a) Tìm giá trị của m sao cho $3(x_1 + x_2) = \frac{2}{3}x_1 x_2 - 1$.
 - b) Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm độc lập với m .
 - c) Tìm m để nghiệm này gấp ba lần nghiệm kia.
 - d) Tìm m để biểu thức $P = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - e) Tìm m sao cho $\frac{1}{3x_1 - 2} + \frac{1}{3x_2 - 2} = \frac{2}{3}$.
 - f) Tìm m để $x_1^2 - (m+1)x_2 + m - 1 = (m+3)^2$.
 - g) Tìm khoảng giá trị của m để $\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2} > 1$.
 - h) Tìm m để tổng nghịch đảo hai nghiệm có giá trị bằng 6.
 - i) Tìm m để biểu thức $A = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 + 4x_1 x_2$ đạt giá trị lớn nhất.
 - j) Với giá trị nào của m thì $\frac{x_1^2 + (m+1)x - 1}{x_2^2 + (m+1)x_2 + m} = \frac{m^2 - 7}{6}$.
 - k) $x_1^3 + x_2^3 = 5(m+1)$.

Bài toán 250. Mở rộng và phát triển câu bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Đợt 1; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2002 – 2003.

Cho phương trình $x^2 + mx + m - 2 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 3$.
2. Tìm m để (1) tồn tại nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
4. Tìm giá trị của m để các nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa mãn
 - a) Nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.
 - b) Hai nghiệm cùng dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì ?
 - c) Tổng hai nghiệm bằng ba lần tích hai nghiệm.
 - d) $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} = 4$.
 - e) Hiệu hai nghiệm bằng tích hai nghiệm.
 - f) $x_1^2 + x_2^2 = 4$.
 - g) Tổng nghịch đảo của hai nghiệm không vượt quá 2.
 - h) $\frac{x_1}{x_2 + 3} + \frac{x_2}{x_1 + 3} = \frac{2}{3}$.
 - i) Hai nghiệm đều nhỏ hơn 3.
 - j) $x_1^2 - mx_2 + m - 2 \leq (2m + 5)^2$.
 - k) $\frac{x_1^2 + mx_1 - 2}{x_2^2 + mx_2 + m} = 5 - 3m$.

Bài toán 251. Mở rộng và phát triển câu bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2013 – 2014.

Cho phương trình $x^2 - x + 1 - m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) với $m = 3$.
2. Giải phương trình (1) khi m thỏa mãn $\left| \frac{m+1}{m-1} \right| = 1$.
3. Với giá trị nào của m thì (1) tồn tại nghiệm bằng 2 ? Tìm nghiệm còn lại.
4. Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn ?
5. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 = 10x_1x_2$.
 - b) $(x_1 + x_2)^3 = 5x_1x_2 - 3m$.
 - c) $x_1^2 + x_2^2 < 5x_1x_2 + 6$.
 - d) $x_1^3 + 4x_1 - x_2 = 6$.
 - e) $2\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 3 = 0$.
 - f) $(x_1 + 3)(x_2 + 3) \leq 6m(x_1 + x_2) - 8$.
 - g) $x_1 > 4 > x_2$.
 - h) $\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2} > 1$.

Bài toán 252. Mở rộng và phát triển câu bài 4; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi chuyên Toán, chuyên Tin học); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Bắc Giang; Thành phố Bắc Giang; Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2012 – 2013; Ngày thi 02.07.2012.

Cho phương trình $x^2 - 4(m+1)x + 3m^2 + 2m - 5 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho với $m = 1$.
2. Tìm m để phương trình tồn tại một nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn luôn có nghiệm.
4. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm cùng dấu.
5. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 = x_1x_2 + 9$.
 - b) $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} = -\frac{3}{5}$.
 - c) Nghiệm này bằng ba lần nghiệm kia.
 - d) $x_1 - x_2 = 3$.
 - e) $|2x_1 - x_2| = 6$.
 - f) $|x_1^2 - x_2^2| = 64$.
 - g) $x_1^2 + 4(m+1)x_2 + 3m^2 + 2m - 5 > 0$.
 - h) $x_1^2 + x_2 = -10$.
 - i) $4 < x_1 < x_2 < 10$.
 - j) $2 < x_1 - x_2 < 6$.
 - k) Biểu thức $S = x_1^2 + 2x_1 + 3x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 253. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Hà Tĩnh; Năm học 2012 – 2013.

Cho phương trình $x^2 + 4x - m^2 - 5m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = -5$.
2. Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm bằng 1.
3. Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn ?
4. Tìm m để (1) có hai nghiệm cùng dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì ?
5. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình.
 - a) Tìm m để hai nghiệm đều âm.
 - b) Tìm m để $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 0$.
 - c) Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 10m + 20$.
 - d) Tìm m để $x_1^3 + x_1^2 - x_2 + 4x_1 = 10$.
 - e) Tìm m để hai nghiệm đều nhỏ hơn 1.
 - f) Tìm m sao cho $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{m+5}$.
 - g) Tìm m để $x_1^2 - 4x_2 - m^2 - 5m = 16m^4$.
 - h) Tìm m sao cho $\frac{x_1^2 + 4x_1 - m^2 - 1}{x_2^2 + 4x_2 - m^2 - 2} = \frac{4}{3}$.
 - i) Tìm các giá trị của m sao cho $|x_1 - x_2| = 4$.

Bài toán 254. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi chuyên Toán, chuyên Tin học); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn; Thành phố Vũng Tàu; Tỉnh Bà Rịa – Vũng Tàu; Năm học 2011 – 2012.

Cho phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = -1$.
2. Tìm m để phương trình (1) nhận nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.

3. Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
4. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ và

$$\sqrt{1+x_1} + \sqrt{1+x_2} = 1 + \sqrt{3}.$$
5. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $N = (x_1^2 + x_2)(x_2^2 + x_1)$ là một số chính phương.
6. Tìm m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 > 7x_1x_2 + 3m$.
 - b) $\frac{1}{x_1 - 4} + \frac{1}{x_2 - 4} = 3$.
 - c) $x_1^2 + 2x_2 + m > 4m^2$.
 - d) $x_1 < 3 < x_2$.
 - e) $x_1^3 - x_2 = 28$.

Bài toán 255. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Bạc Liêu; Tỉnh Bạc Liêu; Năm học 2016 – 2017; Ngày thi 16.06.2016.

Cho phương trình $x^2 - 2x + 2m - 1 = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = -1$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 2,5. Tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép.
4. Tìm m để (1) có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu gì?
5. Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn?
6. Xác định giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_2 + 3x_1 = 4$.
 - b) Nghiệm này gấp 5 lần nghiệm kia.
 - c) $\frac{1}{x_1 - 3} + \frac{1}{x_2 - 3} < 1$.
 - d) $x_1^2 + x_2^2 \leq 4x_1x_2 + 20$.
 - e) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 6$.
 - f) $x_1 \geq 4 > x_2$.
 - g) $2x_1^3 + x_1^2 + 5x_2 + 6x_1 = 14$.
 - h) $x_1^2 + 2x_1 + 2m - 1 = 4m^6$.
 - i) $x_1^2x_2^2 + 2 = 3(x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2)$.
7. Trong trường hợp $m \geq -1$, tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất mà các nghiệm của phương trình có thể đạt được.

Bài toán 256. Mở rộng và phát triển câu 6; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Vĩnh Phúc; Năm học 2011 – 2012.

Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ (1); x là ẩn, m là tham số.

1. Giải phương trình với $m = -1$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 3, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
4. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - a) $x_1 + 3x_2 = 6$.
 - b) Tổng $P = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- c) $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} = \frac{4}{3}$.
- d) $|x_1^2 - x_2^2| \leq 2$.
- e) $|x_1^3 - x_2^3| = 8$.
- f) $\frac{x_1 + 2}{x_2 + 3} > \frac{4}{5}$.
- g) Có đúng một nghiệm lớn hơn 5.
- h) Có đúng một nghiệm thuộc đoạn $[2; 4]$.
- i) $x_1^2 + 2mx_2 + m^2 - 1 \leq m^3$.
- j) Biểu thức $S = 3x_1^2 + 4x_2 + 5$ nhận giá trị nhỏ nhất.
- k) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2 + 2} = 2$ ($x_1 < x_2$).
- l) x_1, x_2 tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông AB, AC của tam giác ABC vuông tại A với độ dài đường cao $AH = \frac{3}{\sqrt{10}}$.

5. Xét trường hợp $m \leq \sqrt{5}$, tìm giá trị lớn nhất có thể đối với các nghiệm của phương trình (1).

Bài toán 257. Mở rộng và phát triển câu 4.2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bình Dương; Năm học 2011 – 2012.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+2)x + 2m + 3 = 0$ (1); m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 4$.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 4.
- Tìm m để hai nghiệm cùng dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì?
- Chứng minh rằng với mọi giá trị m , (1) luôn luôn có nghiệm.
- Tìm tất cả các giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm đều lớn hơn 0,5.
- Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - $x_1 + x_2 = 3x_1x_2 + 1$.
 - $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2 + 1$.
 - $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$.
 - $x_1^2 + 2(m+2)x_2 + 2m + 3 = (m+2)^3$.
 - $|x_2 - 2x_1| = 2$.
 - $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} = 4$.
 - Có đúng một nghiệm nhỏ hơn 2.
 - $0 < x_1 < x_2 < 4$.
 - Biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + 5x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - $\frac{x_1 + 3}{x_2} + \frac{x_2 + 2}{x_1} = \frac{39}{5}$.
 - x_1, x_2 tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có một góc 60° .

Bài toán 258. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Khánh Hòa; Năm học 2011 – 2012; Khóa ngày 29.06.2011.

Cho phương trình bậc hai $x^2 - (m+1)x + 3(m-2) = 0$ (m là tham số).

1. Giải phương trình (1) khi $m = -3$.
2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm m để (1) có hai nghiệm cùng dấu. Khi đó hai nghiệm mang dấu gì ?
4. Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có nghiệm với mọi giá trị m , trong đó có ít nhất một nghiệm dương.
5. Tìm m để (1) có hai nghiệm đều nhỏ hơn 4.
6. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện
 - a) $3(x_1 + x_2) = 4x_1x_2 - 5$.
 - b) $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 7m + 19$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2}$.
 - d) $|x_1 - x_2| = 3$.
 - e) $x_2^2 + (m+1)x_1 + 3(m-2) = 4x_1^2$.
 - f) $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2 + 2} = 3$.
 - g) $|3x_1 - 4x_2| = 5$.
 - h) $x_1^3 + x_2^3 \geq 35$.
 - i) Biểu thức $S = 3x_1 - 2x_1^2 - x_2^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 259. Mở rộng và phát triển bài 2.2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Quảng Nam; Năm học 2011 – 2012; Khóa ngày 30.06.2011.

Cho phương trình bậc hai $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1).

1. Giải phương trình (1) khi $m = 4$.
2. Tìm m để (1) tồn tại nghiệm bằng 5, tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng minh rằng (1) luôn luôn có nghiệm với mọi giá trị của m , trong đó có ít nhất một nghiệm dương.
4. Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

- a) $x_1 + x_2 = 6x_1x_2 - \frac{1}{2}$.
- b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$.
- c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{2011}$.
- d) $-1 < x_1 < x_2 < 6$.
- e) $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{2}{x_2 - 3} = 4$.
- f) $x_1 > 5; x_2 < 2$.
- g) Biểu thức $A = 4x_1^2 + 3x_2^2 + 5x_1$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- h) Biểu thức $P = (x_1 + m)(x_2 + 2m)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- i) Biểu thức $M = (x_1^2 + 2)(x_2^2 + 3)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 260. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2001 – 2002; Ngày thi 03.07.2001.

Cho phương trình $x^2 - 2(a-1)x + 2a - 5 = 0$ (1); với a là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $a = 2$.

2. Chứng minh rằng phương trình đã cho có nghiệm với mọi a .
3. Tìm a để (1) có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu gì ?
4. Với a bằng bao nhiêu thì phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 1 < x_2$.
5. Tìm a để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 = 2x_1x_2 + 5$.
 - b) $x_1^2 + x_2^2 + 11x_1x_2 + 7 = a$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -a$.
 - d) $\frac{1}{2x_1 - 1} + \frac{1}{2x_2 - 1} = -\frac{a}{7}$.
 - e) Biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - f) $x_1^2 + 2(a-1)x_2 + 2a - 5 = 4(a-1)^3$.
 - g) $x_1^2 + 2(a-1)x_2 + 2a - 5 > 0$.
 - h) Biểu thức $B = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - i) $x_1 < 3 < x_2$.
 - j) $x_1 \geq x_2 \geq 1$.
6. Tìm a để phương trình đã cho tương đương với phương trình $x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x + 4 = 0$.

Bài toán 261. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bắc Giang; Năm học 2002 – 2003; Ngày thi 02.07.2002.

Cho phương trình $x^2 - 6x + k - 1 = 0$ (1); với k là tham số thực.

1. Giải phương trình khi $k = 6$.
2. Tìm k để (1) có nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Xác định giá trị của k để phương trình có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn.
4. Tìm k để (1) có ít nhất một nghiệm âm.
5. Tìm k để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2} = 2$.
 - b) $x_1 + 3x_2 = 14$.
 - c) $x_1^2 - x_2 = 6$.
 - d) $x_1^3 - x_2 = 30$.
 - e) $x_1^4 = 5x_1 + x_2 + 9$.
 - f) $x_1^2 + 6x_2 + k - 1 > k^2$.
 - g) $|x_1 - x_2| = 4$.
 - h) $x_1 > 4; x_2 > 4$.

Bài toán 262. Mở rộng và phát triển bài 5; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Quảng Ngãi; Năm học 2011 – 2012; Khóa ngày 29.06.2011.

Cho phương trình $x^2 - (2m + 3)x + m = 0$ (1); m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
2. Tìm m để (1) nhận nghiệm bằng 4.
3. Chứng minh với mọi giá trị của m , phương trình (1) luôn luôn có nghiệm.
4. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu gì ?

5. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình đã cho.
- Tìm giá trị của m để biểu thức $x_1^2 + x_2^2$ có giá trị nhỏ nhất.
 - Tìm m để $x_1^2 + (2m+3)x_2 + m = 9$.
 - Tìm m để $x_1 + x_2 = 4x_1x_2 - 8m$.
 - Tìm m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$.
 - Tìm m để nghiệm này gấp đôi nghiệm kia.
 - Tìm m sao cho $x_1 > x_2 > 3$.
 - Tìm m để $\frac{1}{2x_1-3} + \frac{1}{2x_2-3} = 4$.
 - Tìm giá trị của m để $x_2^2 + (2m+3)x_1 + m > 36$.

Bài toán 263. Mở rộng và phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Ngoại ngữ; Đại học Ngoại ngữ; Đại học Quốc gia Hà Nội; Năm học 2014 – 2015.

Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 3(m+1)x + 2m^2 + 5m + 2 = 0$ (1); m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
- Tìm m để (1) có nghiệm bằng 2. Tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để (1) có một nghiệm bằng m , tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để (1) không nhận nghiệm bằng 3.
- Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .
- Tìm giá trị m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 + x_2| = 2|x_1 - x_2|$.
- Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho
 - $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$.
 - $x_1 + 4x_2 = 5m$.
 - $2x_1 - x_2 = |m|$.
 - $|x_1 - x_2| = 5$.
 - $|x_1^2 - x_2^2| \leq 3$.
 - $x_1 \leq x_2 - 5$.
 - $|3x_1 - 2x_2| = x_1$.
 - $\frac{1}{x_1+2} = \frac{3}{x_2+4}$.
 - Biểu thức $P = x_1^2 + 3x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - $x_1^2 + 3(m+1)x_2 + 5m + 2 = 34m^2$.

8. Tìm giá trị nguyên của m để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho tỷ số giữa hai nghiệm là một số nguyên.

Bài toán 264. Mở rộng và phát triển câu 3a; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Lê Quý Đôn; Thành phố Vũng Tàu; Tỉnh Bà Rịa – Vũng Tàu; Năm học 2016 – 2017.

Cho phương trình $x^2 - 5x + 3m + 1 = 0$ (1); với m là tham số thực.

- Giải phương trình (1) khi $m = \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$.
- Tìm m để (1) có nghiệm bằng 5, tìm nghiệm còn lại.

3. Tìm m để (1) có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu gì ?
4. Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu. Khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn ?
5. Tìm m để (1) tương đương với phương trình $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 3$.
6. Tìm giá trị m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{5}$.
 - b) $x_1 - x_2 = 6$.
 - c) $x_1^2 - x_2 = 7$.
 - d) $4x_1 - x_2 = 5m$.
 - e) $|x_1^2 - x_2^2| = 15$.
 - f) $x_1^3 + x_1 - x_2 = 7$.
 - g) $\frac{x_1 + 2}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1} = \frac{23}{4}$.
 - h) $|x_2 - 2x_1| = 1$.
 - i) $x_1^2 - 5x_2 + x_1x_2 = -14$.
 - j) $x_1^2 + 5x_1 + 3m + 1 > 9m^2$.
 - k) $x_1^4 + x_2^4 = 257$.
7. Khi $\frac{5}{3} \leq m \leq \frac{7}{4}$, tìm giá trị lớn nhất mà nghiệm của phương trình có thể đạt được.

Bài toán 265. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Hải Dương; Năm học 2011 – 2012; Khóa ngày 28.06.2011.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
2. Tìm m để (1) có một nghiệm bằng 5, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm giá trị của m để phương trình không tồn tại nghiệm bằng 6.
4. Tìm m để (1) có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu gì ? Vì sao ?
5. Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
6. Gọi hai nghiệm của phương trình (1) là x_1, x_2 . Tìm giá trị của m để
 - a) Tổng hai nghiệm gấp 4 lần tích hai nghiệm.
 - b) Tổng nghịch đảo hai nghiệm bằng 3.
 - c) $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = -10$.
 - d) $x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 = x_1 + x_2 + m + 2$.
 - e) $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 2m > 9$.
 - f) $x_1 \leq x_2 \leq 4$.
 - g) $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} = 5$.
 - h) $x_1^2 - 2(m+1)x_1 + 2m = 3x_1 - x_2$.
 - i) x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông có cạnh huyền bằng 12.
7. Tìm giá trị của m để phương trình có ít nhất một nghiệm dương.

Bài toán 266. Mở rộng và phát triển câu 3.b; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Hà Tĩnh; Năm học 2011 – 2012.

Cho phương trình $x^2 - x + 1 - m = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = 3$.
2. Tìm m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2.
3. Tìm giá trị m để (1) không tồn tại nghiệm bằng 4.
4. Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
5. Tìm m để (1) có hai nghiệm trái dấu, khi đó nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn ?
6. Tìm giá trị của m để (1) có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu gì ?
7. Tìm giá trị m để phương trình có ít nhất một nghiệm dương.
8. Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 = 6x_1x_2 - 19$.
 - b) $x_1^2 + x_2^2 = 10x_1x_2 + 5$.
 - c) $5\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) - x_1x_2 + 4 = 0$.
 - d) $|x_1^2 - x_2^2| = 2$.
 - e) $x_1^2 - x_1 + 1 = 9m^2 + m$.
 - f) Hai nghiệm đều nhỏ hơn 3.
 - g) $\frac{1}{2x_1 - 5} + \frac{1}{2x_2 - 5} = 4$.
 - h) $(3x_1 + 4)(3x_2 + 4) = 7m - 4$.
 - i) $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} \leq 1$.
 - j) $x_1^2 - x_2 + x_1x_2 = -3$.

Bài toán 267. Mở rộng và phát triển câu 3.b; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Bình Định; Năm học 2011 – 2012; Ngày thi 30.06.2011.

Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (1); với m là tham số thực.

1. Giải phương trình đã cho khi $m = -5$.
2. Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Chứng tỏ phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số m .
4. Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dấu, khi đó hai nghiệm mang dấu gì ?
5. Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 + x_2 > 7x_1x_2 - 6$.
 - b) $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 0$.
 - c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{x_1x_2} - 6$.
 - d) $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = 4$.
 - e) Hai nghiệm đều nhỏ hơn 1.
 - f) Biểu thức $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 - g) $x_1^2 - 2(m+1)x_2 + m - 4 = (m+1)^3$.
 - h) $x_1^2 + 2(m+1)x_1 + m = 9m^2$.
 - i) Hai nghiệm đều nhỏ hơn 2.
 - j) Biểu thức $M = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 268. Mở rộng và phát triển câu 3.b; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Quảng Ninh; Năm học 2011 – 2012; Khóa ngày 29.06.2011.

Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 2 = 0$ (1); x là ẩn số, m là tham số thực.

1. Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
2. Tìm m để (1) có nghiệm bằng 2, tìm nghiệm còn lại.
3. Tìm giá trị của m để (1) không tồn tại nghiệm bằng 4.
4. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
5. Tìm m để phương trình có ít nhất một nghiệm âm.
6. Gọi hai nghiệm của phương trình là x_1, x_2 .

- a) Tìm m để $x_1 + x_2 = \frac{2}{3}x_1x_2 - 7m + 3$.
- b) Tìm giá trị m để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 11$.
- c) Tìm giá trị của m để $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4$.
- d) Tính theo m giá trị của biểu thức $E = x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 2m - 2$.
- e) Tìm m sao cho $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2} = 5$.
- f) Tìm m để $(x_1 - 2)(x_2 - 2) = 3x_1x_2 + 9m - 10$.
- g) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1x_2$.
- h) Tìm khoảng giá trị m sao cho $x_1^2 + 2(m+1)x_2 + 2m - 2 > 0$.

Bài toán 269. Mở rộng và phát triển câu 3.; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Phú Yên; Năm học 2011 – 2012; Khóa ngày 27.06.2011.

Cho phương trình $x^2 + (2m+1)x - n + 3 = 0$ (1); m và n là tham số.

1. Giải phương trình (1) khi m và n thỏa mãn đẳng thức $3m^2 - 2mn - 4m + 3n^2 - 4n + 4 = 0$.
2. Xác định m, n để phương trình có hai nghiệm bằng -3 và -2 .
3. Tìm điều kiện giữa m và n để phương trình đã cho có nghiệm.
4. Trong trường hợp $m = 2$.
 - a) Tìm n để (1) có hai nghiệm có hiệu bằng 3.
 - b) Tìm n để (1) có hai nghiệm mà tổng nghịch đảo bình phương từng nghiệm bằng 5,25.
 - c) Tìm n để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 > 7x_1x_2 - 5n$.
 - d) Tìm n để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 - x_2^2 = 10$.
 - e) Tìm n để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 - x_2 = 15$.
 - f) Tìm n để (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{2x_1 - 3} + \frac{1}{2x_2 - 3} = \frac{1}{2}$.
 - g) Tìm số nguyên dương n bé nhất để phương trình đã cho có nghiệm dương.

Bài toán 270. Mở rộng và phát triển câu 1; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Quảng Bình; Năm học 2011 – 2012.

Cho phương trình $x^2 - 2(n-1)x - 3 = 0$ (n là tham số).

1. Giải phương trình khi $n = 2$.
2. Tìm n để phương trình đã cho có nghiệm bằng 2.
3. Tìm n để phương trình không tồn tại nghiệm bằng 4.
4. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu.
5. Khi $n > 2$ thì (1) có hai nghiệm $a > 0 > b$, nghiệm âm hay nghiệm dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn?
6. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình.

- a) Tìm n để $x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2 = 28$.
- b) Tìm giá trị n sao cho $\frac{1}{x_1-5} + \frac{1}{x_2-5} = 4$.
- c) Tìm giá trị của n để $|x_1| + |x_2| = 4$.
- d) Tìm n sao cho $x_1^2 - x_2^2 = -8$.
- e) Tìm tất cả n sao cho $x_1^2 + 2(n-1)x_2 - 3 > 0$.
- f) Tìm giá trị của n để hai nghiệm tương ứng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{10}$.
- g) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = (x_1^2 + 4)(x_2^2 + 9)$.
- h) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (x_1^2 - 1)(x_2^2 - 16)$.
- i) Chứng minh rằng phương trình luôn tồn tại nghiệm x_0 nào đó thỏa mãn $|x_0| \leq \sqrt{3}$.

II. MỘT SỐ TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. *Bài tập nâng cao và một số chuyên đề toán 8.*
Bùi Văn Tuyên; NXB Giáo dục Việt Nam; 2004.
2. *Bài tập nâng cao và một số chuyên đề toán 9.*
Bùi Văn Tuyên; NXB Giáo dục Việt Nam; 2005.
3. *Nâng cao và phát triển toán 8, tập 1 – tập 2.*
Vũ Hữu Bình; NXB Giáo dục Việt Nam; 2004.
4. *Nâng cao và phát triển toán 9, tập 1 – tập 2.*
Vũ Hữu Bình; NXB Giáo dục Việt Nam; 2005.
5. *Toán nâng cao Đại số 10.*
Nguyễn Huy Đoan; NXB Giáo dục Việt Nam; 1999.
6. *Bài tập nâng cao và một số chuyên đề Đại số 10.*
Nguyễn Huy Đoan; Đặng Hùng Thắng; NXB Giáo dục Việt Nam; 2006.
7. *Tài liệu chuyên toán: Đại số 10 – Bài tập Đại số 10.*
Đoàn Quỳnh – Doãn Minh Cường – Trần Nam Dũng – Đặng Hùng Thắng; NXB Giáo dục Việt Nam; 2010.
8. *Một số chuyên đề Đại số bồi dưỡng học sinh giỏi THPT.*
Nguyễn Văn Mậu – Nguyễn Văn Tiến và một số tác giả; NXB Giáo dục Việt Nam; 2009.
9. *Tuyển tập các bài toán hay và khó Đại số 9.*
Nguyễn Đức Tấn – Đặng Đức Trọng – Nguyễn Cao Huynh – Vũ Minh Nghĩa – Bùi Ruy Tân – Lương Anh Văn; NXB Giáo dục Việt Nam; 2002.
10. *Một số phương pháp chọn lọc giải các bài toán sơ cấp, tập 1 – tập 3.*
Phan Đức Chính – Phạm Văn Điều – Đỗ Văn Hà – Phạm Văn Hạp – Phạm Văn Hùng – Phạm Đăng Long – Nguyễn Văn Mậu – Đỗ Thanh Sơn – Lê Đình Thịnh; NXB Đại học Quốc gia Hà Nội; 1997.
11. *Bài giảng chuyên sâu Toán THPT: Giải toán Đại số 10.*
Lê Hồng Đức – Nhóm Cụ Môn; NXB Hà Nội; 2011.
12. *Phương pháp giải phương trình và bất phương trình.*
Nguyễn Văn Mậu; NXB Giáo dục Việt Nam; 1994.
13. *Toán bồi dưỡng học sinh phổ thông trung học – quyển 1; Đại số.*
Hàn Liên Hải – Phan Huy Khải – Đào Ngọc Nam – Nguyễn Đạo Phương – Lê Tất Tôn – Đặng Quan Viễn; NXB Hà Nội; 1991.
14. *Phương trình và hệ phương trình không mẫu mực.*
Nguyễn Đức Tấn – Phan Ngọc Thảo; NXB Giáo dục Việt Nam; 1996.
15. *Chuyên đề bồi dưỡng Toán cấp ba; Đại số.*
Nguyễn Sinh Nguyên; NXB Đà Nẵng; 1997.
16. *Giải toán Đại số sơ cấp (Dùng cho học sinh 12 chuyên, luyện thi đại học).*
Trần Thành Minh – Vũ Thiện Căn – Võ Anh Dũng; NXB Giáo dục Việt Nam; 1995.
17. *Những dạng toán điển hình trong các kỳ thi tuyển sinh Đại học và Cao đẳng; Tập 1;2;3;4.*
Bùi Quang Trường; NXB Hà Nội; 2002.
18. *Ôn luyện thi môn Toán THPT theo chủ đề; Tập một: Đại số và lượng giác.*
Cung Thế Anh; NXB Giáo dục Việt Nam; 2011.
19. *Phương pháp giải toán trọng tâm.*
Phan Huy Khải; NXB Đại học Sư phạm; 2011.
20. *Các bài giảng luyện thi môn Toán; Tập 2.*
Đức Chính – Vũ Dương Thụy – Đào Tam – Lê Thống Nhất; NXB Giáo dục Việt Nam; 1993.
21. *500 Bài toán chọn lọc Đại số - Hình học 10.*
Lê Hoàng Phò; NXB Đại học Quốc gia Hà Nội; 2012.
22. *Tam thức bậc hai và ứng dụng.*

- Lê Sĩ Đồng – Lê Minh Tâm; NXB Giáo dục Việt Nam; 2003.
23. **Chuyên đề Bất đẳng thức và ứng dụng trong Đại số.**
Nguyễn Đức Tấn; NXB Giáo dục Việt nam; 2003.
24. **23 Chuyên đề giải 1001 bài toán sơ cấp ; Quyển 1.**
Nguyễn Văn Vĩnh – Nguyễn Đức Đồng
và một số đồng nghiệp (NKTH); NXB Giáo dục Việt Nam; 2002.
25. **Phương pháp giải toán bất đẳng thức và cực trị.**
Nguyễn Văn Dũng – Võ Quốc Bá Cẩn – Trần Quốc Anh; NXB ĐHQG Hà Nội; 2011.
26. **Các bài giảng về bất đẳng thức Cauchy.**
Nguyễn Vũ Lương – Phạm Văn Hùng – Nguyễn Ngọc Thắng; NXB ĐHQG Hà Nội; 2008.
27. **Cẩm nang luyện thi Đại học Ứng dụng hàm số Giải toán Đại số và Giải tích.**
Huỳnh Nguyễn Luân Lưu – Nguyễn Thị Duy An; NXB ĐHQG Hà Nội ;2014.
28. **Tư duy logic tìm tòi lời giải Hệ phương trình.**
Mai Xuân Vinh – Phạm Kim Chung – Phạm Chí Tuấn
– Đào Văn Chung – Dương Văn Sơn ; NXB ĐHQG Hà Nội; 2015.
29. **Bồi dưỡng học sinh giỏi toán Trung học cơ sở, Đại số.**
Nguyễn Thị Thanh Thủy – Phạm Minh Phương
– Trần Văn Tấn; NXB Giáo dục Việt Nam; 2014.
30. **9 Chuyên đề Đại số Trung học cơ sở.**
Vũ Hữu Bình; NXB Giáo dục Việt Nam; 2014.
31. **Toán nâng cao Đại số và Giải tích 12.**
Nguyễn Xuân Liêm – Hoàng Chính Bảo ; NXB Giáo dục Việt Nam ; 1999.
32. **15 chủ đề thường gặp trong các kỳ thi THCS và tuyển sinh lớp 10 ; Môn Toán.**
Nguyễn Đức Hoàng – Nguyễn Sơn Hà ; NXB Đại học Sư phạm ; 2009.
33. **Hệ phương trình và phương trình chứa căn thức.**
Nguyễn Vũ Lương – Phạm Văn Hùng – Nguyễn Ngọc Thắng; NXB ĐHQG Hà Nội; 2006.
34. **Tam thức bậc hai và ứng dụng.**
Lê Sĩ Đồng – Lê Minh Tâm; NXB Giáo dục Việt Nam; 2003.
35. **Khai thác và phát triển một số bài toán Trung học cơ sở ; Tập 1, 2.**
Nguyễn Tam Sơn – Phạm Thị Lệ Hằng ; NXB Giáo dục Việt Nam ; 2012.
36. **Chuyên đề Bất đẳng thức và ứng dụng trong Đại số.**
Nguyễn Đức Tấn; NXB Giáo dục Việt Nam; 2003.
37. **Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 Môn Toán.**
Hà Nghĩa Anh – Nguyễn Thúy Mùi – Huỳnh Kỳ Tranh;
NXB Đại học Quốc gia Hà Nội ; 2006
38. **Ôn thi vào lớp 10 THPT Chuyên; Môn Toán.**
Doãn Minh Cường – Trịnh Hoài Dương
– Trần Văn Khải – Đỗ Thanh Sơn; NXB Giáo dục Việt Nam; 2013.
39. **Tài liệu hướng dẫn ôn thi vào lớp 10 Môn Toán.**
Phạm Văn Thạo (chủ biên) ; NXB Đại học Quốc gia Hà Nội; 2013.
40. **Ôn tập thi vào lớp 10 ; Môn Toán.**
Phan Doãn Thoại – Trịnh Thúy Hằng – Lại Thị Thanh Hương
– Mai Công Mẫn – Hoàng Xuân Vinh; NXB Giáo dục Việt Nam ; 2008.
41. **Ôn thi vào lớp 10; Môn Toán (Dành cho học sinh tỉnh Thái Bình).**
Dương Văn Thanh; NXB Đại học Quốc gia Hà Nội; 2012.
42. **Tài liệu chuyên toán THCS; Toán 9; Tập 1: Đại số.**
Vũ Hữu Bình – Phạm Thị Bạch Ngọc – Đàm Văn Nhi; NXB Giáo dục Việt Nam; 2012.
43. **Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 hệ THPT Chuyên trực thuộc đại học và THPT Chuyên các tỉnh thành.**
44. **Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 hệ THPT hệ đại trà các địa phương trên toàn quốc.**
45. **Đề thi học sinh giỏi môn toán khối 8 đến khối 12 các cấp.**
46. **Đề thi tuyển sinh Đại học – Cao đẳng môn Toán (chính thức – dự bị) qua các thời kỳ.**

47. **Đề thi Olympic 30 tháng 4 Toán học khối 10, khối 11 các tỉnh miền Trung và Nam bộ (1995 – 2013).**
48. **Các tạp chí toán học:** Tạp chí Toán học và tuổi trẻ; Tạp chí Toán tuổi thơ 2 THCS; Tạp chí Kvant...
49. **Các diễn đàn toán học:** Boxmath.vn; Math.net.vn; Mathscope.org; Onluyentoan.vn; Diendantoanhoc.net; Math.net.vn; K2pi.net; Mathlink.ro;...
50. **Một số trang mạng học tập thông qua facebook; twiter;...**



THÂN THỂ TẠI NGỤC TRUNG
TINH THẦN TẠI NGỤC NGOẠI
DỤC THÀNH ĐẠI SỰ NGHIỆP
TINH THẦN CẢNH YẾU ĐẠI

TÀI LIỆU CHÍNH THỨC