

# ÔN TẬP KỶ THI TN THPT 2023

## 23 CHUYÊN ĐỀ NỀN TẢNG

### 7+

KHẢO SÁT HÀM SỐ - SỰ BIẾN THIÊN.....

KHẢO SÁT HÀM SỐ - CỰC TRỊ.....

KHẢO SÁT HÀM SỐ - GTLN-GTNN.....

KHẢO SÁT HÀM SỐ - TIỆM CẬN.....

KHẢO SÁT HÀM SỐ - TƯƠNG GIAO.....

MŨ - LOGARITH - LŨY THỪA .....

MŨ - LOGARITH - HÀM SỐ .....

MŨ - LOGARITH - PHƯƠNG TRÌNH.....

MŨ - LOGARITH - BẤT PHƯƠNG TRÌNH .....

KHOẢNG ĐA DIỆN.....

KHOẢNG TRÒN XOAY.....

NGUYÊN HÀM.....

TÍCH PHÂN.....

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN.....

SỐ PHỨC - KHÁI NIỆM.....

SỐ PHỨC - ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC.....

SỐ PHỨC - PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI.....

OXYZ - HỆ TRỤC TỌA ĐỘ .....

OXYZ - PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG.....

OXYZ - PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG....

HHKG - GÓC - KHOẢNG CÁCH.....

CẤP SỐ.....

TỔ HỢP - XÁC SUẤT.....

DẠY THÊM & HỌC THÊM



THCS - THPT

LƯU HÀNH NỘI BỘ

Biên tập tặng học sinh

Trung tâm Kỹ Năng Cộng.

# MỤC LỤC

KHẢO SÁT HÀM SỐ – SỰ BIẾN THIÊN .....	trang 01
KHẢO SÁT HÀM SỐ – CỰC TRỊ .....	trang 04
KHẢO SÁT HÀM SỐ – GTLN-GTNN .....	trang 09
KHẢO SÁT HÀM SỐ – TIỆM CẬN .....	trang 11
KHẢO SÁT HÀM SỐ – TƯƠNG GIAO .....	trang 14
MŨ – LOGARITH – LŨY THỪA .....	trang 16
MŨ – LOGARITH – HÀM SỐ .....	trang 19
MŨ – LOGARITH – PHƯƠNG TRÌNH .....	trang 23
MŨ – LOGARITH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH .....	trang 26
KHỐI ĐA DIỆN.....	trang 30
KHỐI TRÒN XOAY.....	trang 35
NGUYÊN HÀM.....	trang 42
TÍCH PHÂN.....	trang 47
ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN.....	trang 51
SỐ PHỨC – KHÁI NIỆM.....	trang 56
SỐ PHỨC – ĐIỂM BIỂU DIỄN SỐ PHỨC.....	trang 59
SỐ PHỨC – PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI.....	trang 61
OXYZ – HỆ TRỤC TỌA ĐỘ .....	trang 63
OXYZ – PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG.....	trang 67
OXYZ – PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG.....	trang 71
HHKG – GÓC – KHOẢNG CÁCH.....	trang 78
CẤP SỐ.....	trang 81
TỔ HỢP – XÁC SUẤT.....	trang 83

---

**TN THPTQG 2023**

**Môn: TOÁN**



**KHẢO SÁT HÀM SỐ – SỰ BIẾN THIÊN**

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên như hình sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$2$	$-1$	$+\infty$	

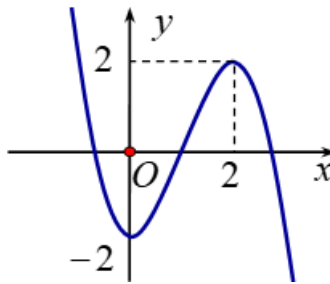
Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

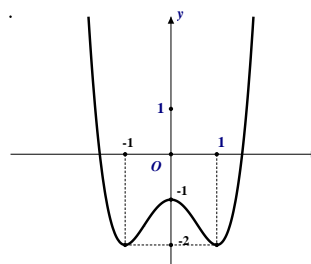
- A.  $(-2; 2)$ .
- B.  $(0; 2)$ .
- C.  $(-\infty; 0)$ .
- D.  $(0; +\infty)$ .



**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như sau.

Hàm số trên đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

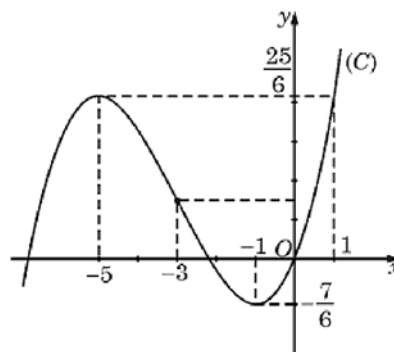
- A.  $(0; 1)$ .
- B.  $(0; +\infty)$ .
- C.  $(-2; -1)$ .
- D.  $(1; +\infty)$ .



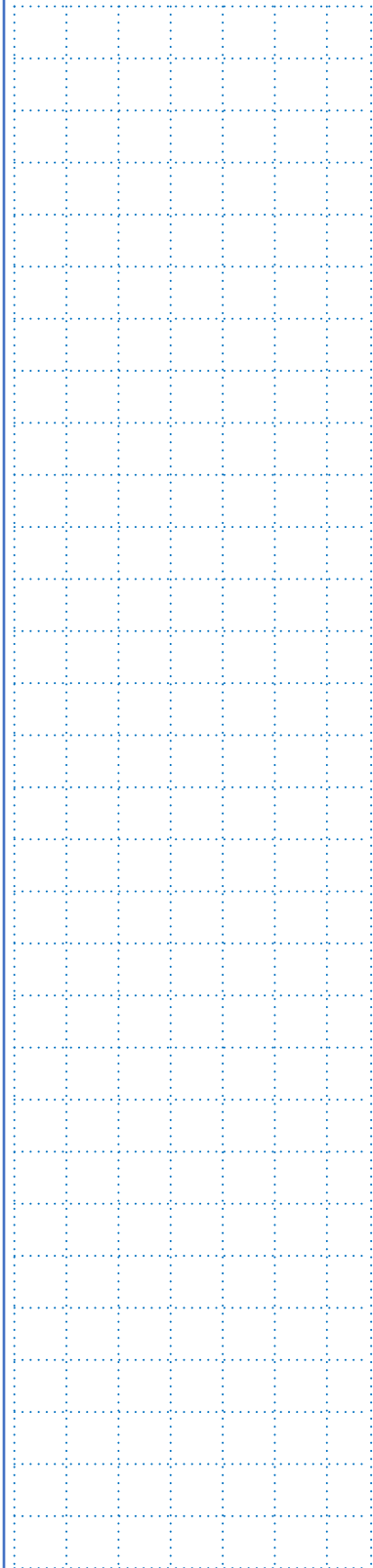
**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị là

đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây ?

- A.  $(-\frac{7}{6}; \frac{25}{6})$ .
- B.  $(-5; 1)$ .
- C.  $(-3; \frac{7}{6})$ .
- D.  $(-5; -1)$ .

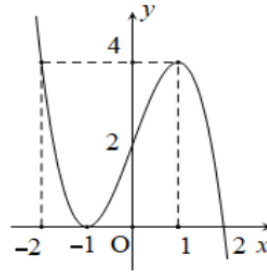


**GHI CHÚ NHANH**



**Câu 5:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng nào dưới đây ?

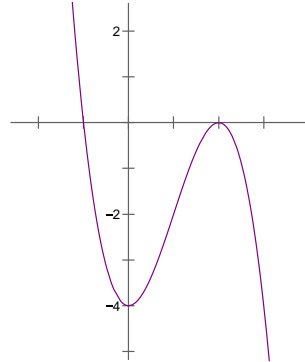
- A.  $(0; 2)$ .
- B.  $(0; +\infty)$ .
- C.  $(0; 4)$ .
- D.  $(-1; 1)$ .



**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

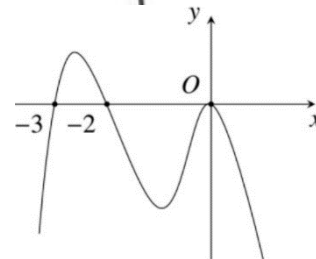
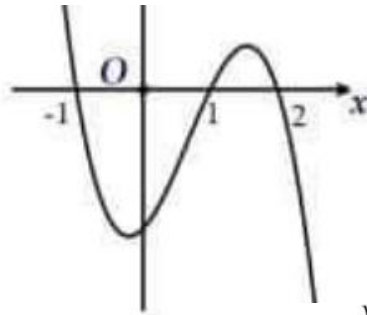
Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào ?

- A.  $(2; +\infty)$ .
- B.  $(-\infty; -1)$ .
- C.  $(-1; 1)$ .
- D.  $(0; 1)$ .



**Câu 7:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây sai ?

- A.  $f(-1) > f(1)$ .
- B.  $f(1) < f(2)$ .
- C.  $f(-2) > f(-1)$ .
- D.  $f(2) > f(3)$ .

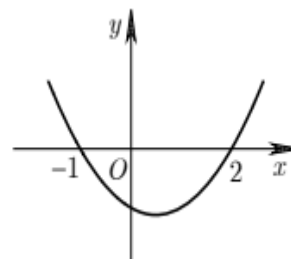


**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ sau. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

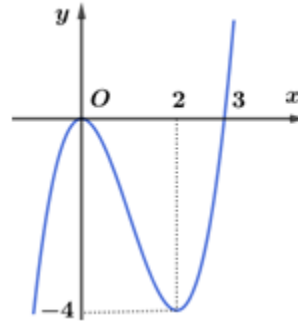
- A. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .
- B. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .
- C. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .
- D. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-3; -2)$ .

**Câu 9:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Hàm số  $g(x) = f(x) + \frac{1}{x}$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

- A.  $(2; +\infty)$ .
- B.  $(-1; 2)$ .
- C.  $(0; 2)$ .
- D.  $(-\infty; -1)$ .

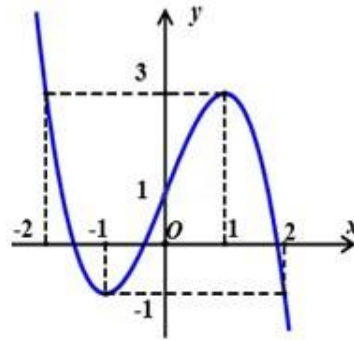


- Câu 10:** Cho hàm số  $y=f(x)$ . Hàm số  $y=f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số  $y=f(x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây
- A.  $(3;+\infty)$ .  
 B.  $(2;+\infty)$ .  
 C.  $(1;2)$ .  
 D.  $(-1;0)$



- Câu 11:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)=x(x+3)(x-1)^2$ . Hàm số đồng biến trên khoảng
- A.  $(-3;1)$ .      B.  $(0;3)$ .      C.  $(-4;-2)$ .      D.  $(-3;0)$ .

- Câu 12:** Cho hàm số đa thức bậc ba  $y=ax^3+bx^2+cx+d$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?



- A.  $(-\infty;-1)$ .  
 B.  $(-1;1)$ .  
 C.  $(-2;0)$ .  
 D.  $(0;+\infty)$ .
- Câu 13:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2)$ . Khoảng nghịch biến của hàm số là
- A.  $(-2;0)$ .      B.  $(-\infty;-2);(0;1)$ .  
 C.  $(-\infty;-2);(0;+\infty)$ .      D.  $(-2;0);(1;+\infty)$ .

- Câu 14:** Cho hàm số  $y=f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)=(x-1)(x-2)(x+4)^2$ . Hàm số  $y=f(x+1)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?
- A.  $(-5;1)$ .      B.  $(0;+\infty)$ .  
 C.  $(-\infty;0)$ .      D.  $(0;1)$ .

- Câu 15:** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

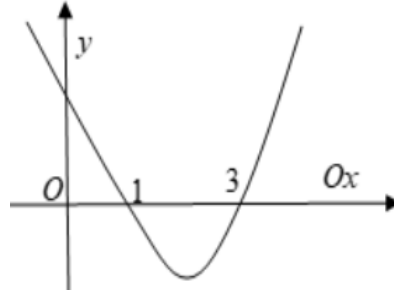
- Hàm số  $y=f(5-2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?
- A.  $(2;3)$ .      B.  $(0;2)$ .  
 C.  $(5;+\infty)$ .      D.  $(3;5)$ .

**Câu 16:** Tập hợp  $S$  tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số

$$f(x) = \frac{x-m}{x+1} \text{ đồng biến trên từng khoảng xác định là}$$

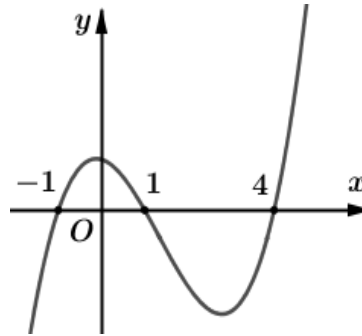
- A.  $S = (-1; +\infty)$ .                      B.  $S = [-1; +\infty)$ .  
 C.  $S = (-\infty; 1)$ .                      D.  $S = (-\infty; -1)$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị của hàm  $f'(-2x+3)$  như hình vẽ sau. Hàm số  $y = f(x-1)$  nghịch biến trong khoảng nào sau đây ?



- A.  $(-3; 1)$ .  
 B.  $(2; +\infty)$   
 C.  $(-2; 2)$   
 D.  $(-\infty; -2)$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục, có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Hàm số  $y = g(x) = f(2-x)$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?



- A.  $(1; 3)$ .  
 B.  $(2; +\infty)$ .  
 C.  $(-2; 1)$ .  
 D.  $(-\infty; -2)$ .

**KHẢO SÁT HÀM SỐ – CỰC TRỊ**

**Câu 19:** Giá trị cực đại của hàm số  $y = x^4 - x^2 + 1$  là

- A. 1.                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C. 0.                      D.  $-\frac{3}{4}$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x^2 - 25)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.  
 B. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x = -5$ .  
 C. Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 5$ .  
 D. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

**Câu 21:** Hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+1}$  có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 3.                      B. 2.                      C. 0.                      D. 1.

**Câu 22:** Hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+1}$  có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 3.                      B. 2.                      C. 0.                      D. 1.



**Câu 23:** Cho hàm số  $y = x^3 - 12x + 1$ . Điểm cực tiểu của hàm số là  
 A.  $x = 2$ .                      B.  $x = -15$ .                      C.  $x = 13$ .                      D.  $x = -2$ .

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x+1)^2(x+2)^3(x+3)^4$ . Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?  
 A. 3.                                  B. 4.                                  C. 1.                                  D. 2.

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

$x$	$-\infty$		1		3		$+\infty$		
$y'$		-	0	+	0	-			
$y$	$+\infty$	↘		2	↗		4	↘	$-\infty$

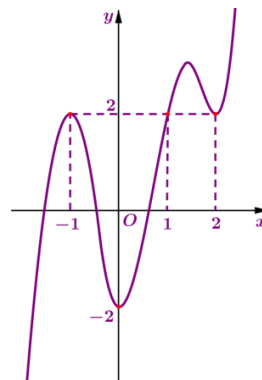
A.  $x = 3$                       B.  $x = 1$                       C.  $x = 4$ .                      D.  $x = 2$ .

**Câu 26:** Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^3 - 6x + \sqrt{2}$  bằng  
 A.  $\sqrt{2}$ .                      B.  $5\sqrt{2}$ .                      C.  $-\sqrt{2}$ .                      D.  $-3\sqrt{2}$ .

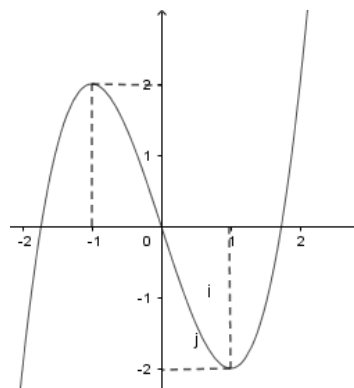
**Câu 27:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đạo hàm là  

$$f'(x) = \begin{cases} x^3 - x & \text{khi } x \geq -2 \\ e^{x+3} - 1 & \text{khi } x < -2 \end{cases}$$
 Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?  
 A. 2.                                  B. 5.                                  C. 4.                                  D. 3.

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x-2)$  có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(|x|)$  là  
 A. 9.  
 B. 7.  
 C. 5.  
 D. 1.



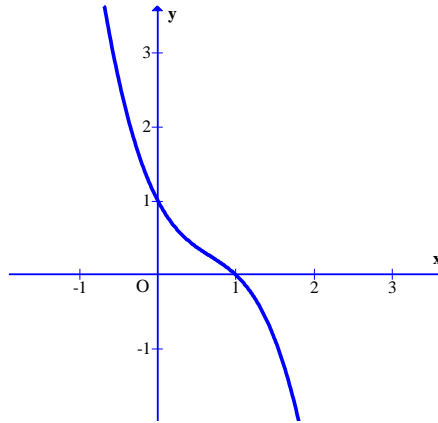
**Câu 29:** Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^3 - 6x + \sqrt{2}$  bằng  
 A.  $\sqrt{2}$ .                      B.  $5\sqrt{2}$ .  
 C.  $-\sqrt{2}$ .                      D.  $-3\sqrt{2}$ .



**Câu 30:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x$ . Khi đó, hàm số  $y = |f(x)|$  có bao nhiêu cực trị?  
 A. 0.                                  B. 5.  
 C. 2.                                  D. 3.

- Câu 31:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x$  có đồ thị như hình vẽ sau. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng ?
- A. Điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  là  $(-1; 2)$ .
  - B. Điểm cực đại của hàm số  $y = f(|x|)$  nằm trên trục tung.
  - C. Đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  không có điểm cực đại.
  - D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  là  $(0; 0)$ .

- Câu 32:** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  có số điểm cực trị là
- A. 1.
  - B. 3.
  - C. 2.
  - D. 0.



- Câu 33:** Cho hàm số  $y = f(x) = -x^4 + 8x^2 + 3$ . Hàm số  $g(x) = f(|x+2|)$  có bao nhiêu điểm cực trị ?
- A. 0.
  - B. 1.
  - C. 2.
  - D. 3.

- Câu 34:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	0	-3	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số  $y = |f(x) + 3|$  là:

- A. 3.
  - B. 2.
  - C. 5.
  - D. 4.
- Câu 35:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ

$x$	$-\infty$	-2	4	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$	6	2	$+\infty$	

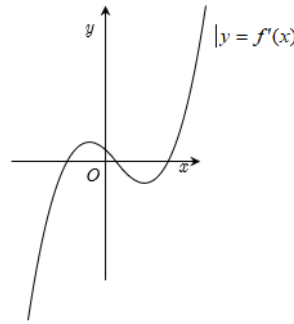
Đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 2.
- B. 4.
- C. 3.
- D. 1.



- Câu 36:** Cho biết hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 3$ . Khi đó
- A.  $m \leq -1$ .      B.  $m \in (2; 3)$ .      C.  $m \in (1; 2)$ .      D.  $m \in (0; 1)$ .
- Câu 37:** Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$  có điểm cực đại và điểm cực tiểu lập thành tam giác đều.
- A.  $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$       B.  $m = 1$   
 C.  $m = \sqrt[3]{3}$       D.  $m = \sqrt{3}$
- Câu 38:** Biết  $m_0$  là giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 + x_2 - 3x_1x_2 = 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $m_0 \in (-4; -2)$ .      B.  $m_0 \in (2; 4)$ .  
 C.  $m_0 \in (0; 2)$ .      D.  $m_0 \in (-2; 0)$ .
- Câu 39:** Cho hàm số  $y = \left(\frac{m-1}{3}\right)x^3 + (m^2 - 4)x^2 + (m^2 - 9)x + 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-20; 20]$  để hàm số có hai điểm cực trị trái dấu?
- A. 18.      B. 19.  
 C. 17.      D. 16.
- Câu 40:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+3)x^2 + (12-m)x + 2020$  có hai điểm cực trị nằm về bên phải trục tung?
- A. 9.      B. 10.  
 C. 11.      D. 12.
- Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên để hàm số  $y = mx^3 + (m-3)x^2 - (2m+1)x - 1$  có hai điểm cực trị đối nhau?
- A. 0.      B. 1.  
 C. 2.      D. 3.
- Câu 42:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
- A. 3.      B. 2.  
 C. 4.      D. 1.
- Câu 43:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = x(x+2022)(x^2 - 4x + 4)$ . Hàm số  $f(x)$  có mấy điểm cực tiểu?
- A. 4.      B. 2.      C. 3.      D. 1.

**Câu 44:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$  là:



- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 1.

**Câu 45:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)(x+2)(x-3)$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 1.

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x^2 - 1)(3 - x)^2(4 - 2x)$ . Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

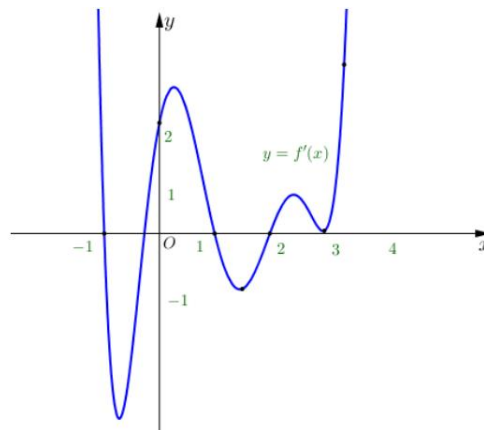
**Câu 47:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là

$$f'(x) = x^2(2x-1)^2(x+1), \forall x \in \mathbb{R}.$$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2
- B. 3
- C. 0
- D. 1.

**Câu 48:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  là đường cong như hình vẽ dưới đây. Hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 2.
- B. 5.
- C. 1.
- D. 4.

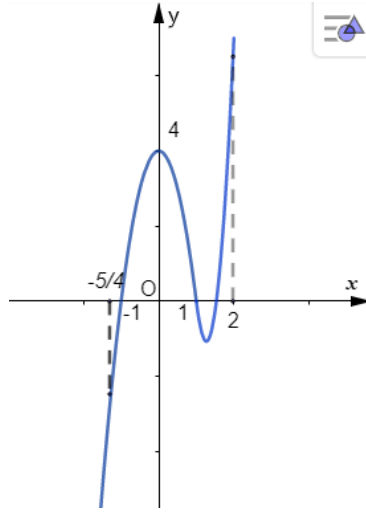
**Câu 49:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 1.

**Câu 50:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(2x - x^2)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A.  $x = 3$ .
- B.  $x = 1$ .
- C.  $x = 0$ .
- D.  $x = 2$ .

**Câu 51:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị của  $f'(x)$  trên khoảng  $(-\frac{5}{4}; 2)$  như hình vẽ. Hàm số đã cho có mấy điểm cực tiểu trên khoảng  $(-\frac{5}{4}; 2)$ ?



- A. 4.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.

GHI CHÚ NHANH

**KHẢO SÁT HÀM SỐ – GTLN-GTNN**

**Câu 52:** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 2x^2 + 7x + 1$ . Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-1; 0]$  lần lượt là  $M$  và  $m$ . Giá trị của  $M + m$  là

- A. -10.
- B. 1.
- C. -11.
- D. -9.

**Câu 53:** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x\sqrt{16 - x^2}$ . Tính  $M + m$

- A.  $8 - \sqrt{8}$ .
- B.  $\sqrt{8}$ .
- C. 0.
- D. 8.

**Câu 54:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = -x^3 - 3x^2 + m$  trên đoạn  $[-1; 1]$  bằng 0.

- A.  $m = 0$ .
- B.  $m = 6$ .
- C.  $m = 4$ .
- D.  $m = 2$ .

**Câu 55:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 8$  trên đoạn  $[-2; 2]$ .

- A.  $\max_{x \in [-2; 2]} y = 3$ .
- B.  $\max_{x \in [-2; 2]} y = 34$ .
- C.  $\max_{x \in [-2; 2]} y = 10$ .
- D.  $\max_{x \in [-2; 2]} y = 30$ .

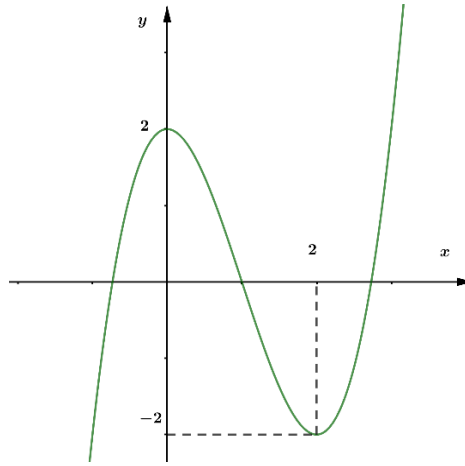
**Câu 56:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$  trên đoạn  $[1; 3]$

- A.  $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = 5$ .
- B.  $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = \frac{13}{27}$ .
- C.  $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = -6$ .
- D.  $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = 0$ .

**Câu 57:** Trên đoạn  $[-4; -1]$ , hàm số  $y = x + \frac{9}{x-1}$  đạt giá trị lớn nhất bằng

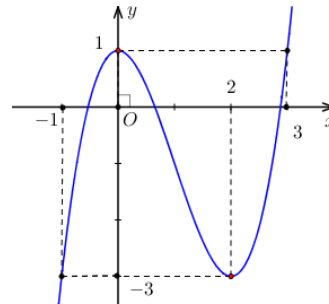
- A. -5.
- B.  $-\frac{29}{5}$ .
- C.  $-\frac{11}{2}$ .
- D. 4.

**Câu 58:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $m$  và  $M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[0;2]$ . Khẳng định nào sau đây là đúng ?



- A.  $m+M = 2$ .
- B.  $m+M = -2$ .
- C.  $m+M = 0$ .
- D.  $m+M = 4$ .

**Câu 59:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-1;3]$  bằng



- A. 2.
- B. -2.
- C. 4.
- D. 1.

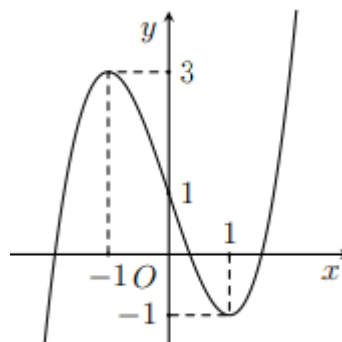
**Câu 60:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$		↗ 1		↘ -1		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

- A.  $\max_{(-\infty;1)} f(x) = 1$ .
- B.  $\min_{(0;+\infty)} f(x) = -1$ .
- C.  $\max_{(-\infty;1)} f(x) = f(-1)$ .
- D.  $\min_{[2;+\infty)} f(x) = f(2)$ .

**Câu 61:** Đồ thị của hàm số  $f(x)$  có dạng đường cong trong hình vẽ bên. Gọi  $M$  là giá trị lớn nhất,  $m$  là giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1;1]$ . Tính  $P = M - 2m$ .



- A.  $P = 3$ .
- B.  $P = 4$ .
- C.  $P = 1$ .
- D.  $P = 5$ .



- Câu 68:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{3}{x-2}$  bằng  
 A. 2.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 0.
- Câu 69:** Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x-1}{x+2}$  ?  
 A.  $y = 5$ .                      B.  $x = 5$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = -2$ .
- Câu 70:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{mx-8}{x+2}$  có hai đường tiệm cận.  
 A.  $m \neq 4$ .                      B.  $m \neq -4$ .                      C.  $m = 4$ .                      D.  $m = -4$ .
- Câu 71:** Tìm tổng tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x-m}$  có hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5.  
 A. 2.                      B. 4.                      C. 0.                      D. 5.
- Câu 72:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ , tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là  
 A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 0.
- Câu 73:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{(m+1)x-3}{x-m+3}$  có tiệm cận ngang  $y = -2$  thì có tiệm cận đứng có phương trình:  
 A.  $y = -3$ .                      B.  $x = 6$ .                      C.  $x = 0$ .                      D.  $x = -6$ .
- Câu 74:** Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{1-x}{-x+2}$  có phương trình lần lượt là  
 A.  $x = 1; y = 2$ .                      B.  $x = 2; y = \frac{1}{2}$ .  
 C.  $x = 2; y = -1$ .                      D.  $x = 2; y = 1$ .
- Câu 75:** Cho hàm số  $y = \frac{ax-2}{cx+d}$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$y'$	+		+
$y$	$3$	$+\infty$	$3$

- Giá trị nguyên âm lớn nhất mà  $c$  có thể nhận là  
 A.  $-3$ .                      B.  $-2$ .                      C.  $-4$ .                      D.  $-1$ .



**Câu 76:** Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm

$$số y = \frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{9-x}}{\sqrt{x-1}} \text{ là:}$$

- A. 0.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 77:** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau không có tiệm cận đứng ?

- A.  $y = \frac{1}{x^2 + x - 1}$ .                      B.  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .  
 C.  $y = \frac{1}{4x + 1}$ .                      D.  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ .

**Câu 78:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2 + 8x + 15}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận ?

- A. 3.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 0.

**Câu 79:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{2-x}}{x^2 - 4x + 3}$  có bao nhiêu đường tiệm cận ?

- A. 2.                      B. 1.                      C. 0.                      D. 3.

**Câu 80:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{(\sqrt{x-1}-1)^2}{x^2 + 2x - 8}$  có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang ?

- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 4.

**Câu 81:** Đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}$  có số đường tiệm cận đứng là bao nhiêu ?

- A. 1.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 0.

**Câu 82:** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng ?

- A.  $y = \frac{1}{x^4 + 1}$ .                      B.  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ .  
 C.  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .                      D.  $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$ .

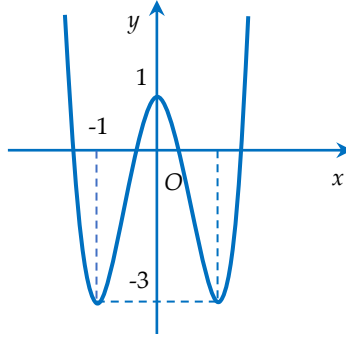
**Câu 83:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có đúng một đường tiệm cận ngang ?

- A.  $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$ .                      B.  $y = \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x - 3}$ .  
 C.  $y = \frac{2x - 3}{x^2 - 2x}$ .                      D.  $y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x + 3}$ .

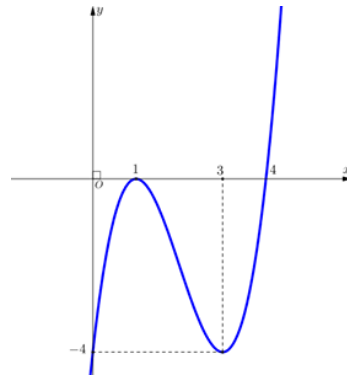
**KHẢO SÁT HÀM SỐ – TƯƠNG GIAO**

**GHI CHÚ NHANH**

- Câu 84:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình  $|f(x)| = 1$  có bao nhiêu nghiệm?
- A. 3.
  - B. 7.
  - C. 6.
  - D. 4.



- Câu 85:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình  $|f(x)| = 2$  trên đoạn  $[0; 3]$  là:
- A. 0.
  - B. 8.
  - C. 4.
  - D. 2



- Câu 86:** Với giá trị nào của tham số  $m$  thì phương trình  $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$  có đúng 1 nghiệm?
- A.  $m < -3 \vee m > 1$ .
  - B.  $m > -3$ .
  - C.  $-3 < m < 1$ .
  - D.  $m < 1$ .

- Câu 87:** Tìm  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$  có 3 nghiệm phân biệt:
- A.  $-3 \leq m \leq 1$ .
  - B.  $-3 < m < 1$ .
  - C.  $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$ .
  - D.  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$ .

- Câu 88:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $-x^4 + 2x^2 = 2m$  có bốn nghiệm thực phân biệt.
- A.  $0 < m < \frac{1}{2}$ .
  - B.  $0 \leq m \leq 1$ .
  - C.  $0 < m < 1$ .
  - D.  $m < 1$ .

- Câu 89:** Cho hàm số  $f(x) = -4x^4 + 8x^2 - 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có bốn nghiệm phân biệt?
- A. 0.
  - B. 2.
  - C. 3.
  - D. 1.



- Câu 92:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$  bằng:
- A.  $a^{\frac{3}{2}}$ .                      B.  $a^{\frac{-2}{3}}$ .                      C.  $a^{\frac{2}{3}}$ .                      D.  $a^{\frac{4}{3}}$ .
- Câu 93:** Cho  $x, y$  là hai số thực dương và  $m, n$  là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây sai ?
- A.  $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$                       B.  $(xy)^n = x^n y^n$
- C.  $(x^n)^m = x^{n.m}$                       D.  $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$
- Câu 94:** Cho  $a$  là số thực dương. Biểu thức  $a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}$  được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là
- A.  $a^{\frac{11}{3}}$                       B.  $a^2$                       C.  $a^{\frac{5}{3}}$                       D.  $a^{\frac{8}{3}}$
- Câu 95:** Giá trị của  $27^{\frac{1}{3}}$  bằng
- A. 6.                      B. 81.                      C. 9.                      D. 3.
- Câu 96:** Cho các số thực  $a, b, m, n$  ( $a, b > 0$ ). Khẳng định nào sau đây là đúng ?
- A.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ .                      B.  $(a^m)^n = a^{m+n}$ .
- C.  $(a+b)^m = a^m + b^m$ .                      D.  $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$ .
- Câu 97:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $a^4 \cdot a^{\frac{1}{2}}$  bằng
- A.  $a^8$ .                      B.  $a^2$ .
- C.  $a^{\frac{7}{2}}$ .                      D.  $a^{\frac{9}{2}}$ .
- Câu 98:** Cho số thực dương  $a$  và số nguyên dương  $n$  tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?
- A.  $\sqrt{a^n} = a^{2+n}$ .                      B.  $\sqrt{a^n} = a^{2n}$ .
- C.  $\sqrt{a^n} = a^{\frac{2}{n}}$ .                      D.  $\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$ .
- Câu 99:** Biểu thức  $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8}$  có giá trị bằng
- A.  $4\sqrt{2}$ .                      B.  $-2$ .
- C. 2.                      D.  $-4\sqrt{2}$ .
- Câu 100:** Giá trị  $\sqrt[3]{2023} \cdot \sqrt[5]{2023}$  viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là
- A.  $2023^{\frac{2}{5}}$ .                      B.  $2023^{\frac{1}{15}}$ .
- C.  $2023^{\frac{8}{15}}$ .                      D.  $2023^{\frac{1}{10}}$



**Câu 109:** Viết biểu thức  $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$  ( $x > 0$ ) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A.  $P = x^{\frac{5}{4}}$ .  
C.  $P = x^{\frac{1}{7}}$ .

- B.  $P = x^{\frac{1}{12}}$ .  
D.  $P = x^{\frac{5}{12}}$ .

**Câu 110:** Cho  $x$  là số thực dương. Biết  $\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x}}}} = x^{\frac{b}{a}}$  với  $a, b$  là các số tự nhiên và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $a + b$ .

- A. 16.  
C. 14.

- B. 15.  
D. 17.

**Câu 111:** Cho số thực  $x$  và số thực  $y \neq 0$  tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây sai ?

A.  $(2 \cdot 7)^x = 2^x \cdot 7^x$ .

B.  $3^x \cdot 3^y = 3^{x+y}$ .

C.  $(5^x)^y = (5^y)^x$ .

D.  $4^{\frac{x}{y}} = \frac{4^x}{4^y}$ .

**Câu 112:** Rút gọn biểu thức  $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$  với  $x > 0$ .

A.  $P = x^{\frac{1}{8}}$ .

B.  $P = x^2$ .

C.  $P = x^{\frac{2}{9}}$ .

D.  $P = \sqrt{x}$ .

**Câu 113:** Cho  $x, y$  là các số thực. Mệnh đề nào sau đây là sai ?

A.  $x^2 \cdot y^2 = (xy)^2$ .

B.  $3^x \cdot 3^y = 3^{x+y}$ .

C.  $(2^x)^{2y} = 4^{xy}$ .

D.  $2^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^y = xy$ .

**Câu 114:** Rút gọn biểu thức  $P = a \sqrt{a \sqrt[3]{a}}$ , ( $a > 0$ ) ta được kết quả là

A.  $P = a^{\frac{5}{3}}$ .

B.  $P = a^6$ .

C.  $P = a^{\frac{5}{6}}$ .

D.  $P = a^{\frac{10}{3}}$ .

**Câu 115:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

A.  $2^{30} < 3^{20}$ .

B.  $\log_{a^2+2}(a^2+1) \geq 0$ .

C.  $4^{-\sqrt{3}} < 4^{-\sqrt{2}}$ .

D.  $0,99^\pi > 0,99^e$ .

**Câu 116:** Với  $a, b$  là hai số thực thỏa  $0 < a \neq 1, b \neq 0$ , ta có

A.  $\log_a b^2 = 2 \log_a b$ .

B.  $\log_a b^2 = \log_{a^2} |b|$ .

C.  $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$ .

D.  $\log_a b^2 = \log_{\frac{1}{a^2}} b$ .







**Câu 135:** Hàm số  $y = \ln(2x+1)$  có đạo hàm là

- A.  $y' = \frac{2}{x \ln(2x+1)}$ .      B.  $y' = \frac{1}{2x+1}$ .  
 C.  $y' = \frac{2}{2x+1}$ .      D.  $y' = \frac{1}{(2x+1) \ln 2}$ .

**Câu 136:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2^{x+1}}{3^x}$  là

- A.  $y' = \frac{2^{x+1}}{3^x} (\ln 2 - \ln 3)$ .      B.  $y' = \frac{(x+1)2^x}{x \cdot 3^{x-1}}$ .  
 C.  $y' = \frac{2^{x+1} \ln 2}{3^x \ln 3}$ .      D.  $y' = \frac{2^x \ln 2}{3^x \ln 3}$ .

**Câu 137:** Cho hàm số  $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 8)$ . Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình  $f'(x) \leq 0$  là số nào sau đây

- A. 4.      B. 3.      C. 2.      D. 1.

**Câu 138:** Hàm số  $f(x) = 2^{x+4}$  có đạo hàm là

- A.  $f'(x) = 2^{x+4} \cdot \ln 2$ .      B.  $f'(x) = 4 \cdot 2^{x+4} \cdot \ln 2$ .  
 C.  $f'(x) = \frac{2^{x+4}}{\ln 2}$ .      D.  $f'(x) = \frac{4 \cdot 2^{x+4}}{\ln 2}$ .

**Câu 139:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2^{x^2 - \sin x + 2}$ .

- A.  $y' = (x^2 - \sin x + 2) 2^{x^2 - \sin x + 1}$ .      B.  $y' = (2x - \cos x) 2^{x^2 - \sin x + 2} \ln 2$ .  
 C.  $y' = 2^{x^2 - \sin x + 2} \ln 2$ .      D.  $y' = (2x - \cos x) 2^{x^2 - \sin x + 2}$ .

**Câu 140:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x + e^x)$ .

- A.  $\frac{1 + e^x}{(x + e^x) \ln 2}$ .      B.  $\frac{1 + e^x}{x + e^x}$ .      C.  $\frac{1}{(x + e^x) \ln 2}$ .      D.  $\frac{1 + e^x}{\ln 2}$ .

**Câu 141:** Đạo hàm của hàm số  $y = e^{3x}$  là

- A.  $y' = e^{3x}$ .      B.  $y' = e^{3x} \cdot \ln 3$ .      C.  $y' = 3e^{3x}$ .      D.  $y' = \frac{e^{3x}}{3}$ .

**Câu 142:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{3}}$  là

- A.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ .      B.  $\mathbb{D} = [3; +\infty)$ .  
 C.  $\mathbb{D} = (3; +\infty)$ .      D.  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ .

**Câu 143:** Tập xác định của hàm số  $y = (9x^2 - 1)^{\frac{1}{5}}$  là

- A.  $\mathbb{D} = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .      B.  $\mathbb{D} = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .  
 C.  $\mathbb{D} = \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .      D.  $\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{3}\right\}$ .

**Câu 144:** Hàm số  $y = (2x+1)^{\frac{1}{2}}$  có tập xác định là:

- A.  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .    B.  $\mathbb{R}$ .    C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ .    D.  $\emptyset$ .

**Câu 145:** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 12x + 36)^{\frac{1}{2}}$  là

- A.  $\mathbb{R}$ .    B.  $(6; +\infty)$ .    C.  $[6; +\infty)$ .    D.  $\mathbb{R} \setminus \{6\}$ .

**Câu 146:** Tập xác định của hàm số  $y = (2x-3)^{2022}$  là

- A.  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .    B.  $\mathbb{R}$ .    C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$ .    D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 147:** Tập xác định của hàm số  $y = (x - 2021)^{\frac{2022}{2023}}$  là

- A.  $(-2021; +\infty)$ .    B.  $\mathbb{R} \setminus \{2021\}$ .    C.  $(2021; +\infty)$ .    D.  $(-\infty; 2021)$ .

**Câu 148:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (2x^2 - x + 1)^{\frac{3}{2}}$

- A.  $y' = \frac{3}{2} \cdot (2x^2 - x + 1)^{\frac{5}{2}}$ .    B.  $y' = \frac{3}{2} \cdot (4x - 1) \sqrt{2x^2 - x + 1}$ .  
 C.  $y' = \frac{2}{5} \cdot (2x^2 - x + 1)^{\frac{5}{2}}$ .    D.  $y' = \frac{2}{3} \cdot (4x - 1) (2x^2 - x + 1)^{\frac{1}{2}}$ .

**Câu 149:** Hàm số  $y = 5^{1-x}$  có đạo hàm là

- A.  $y' = -5^{1-x}$ .    B.  $y' = -5^{1-x} \ln 5$ .  
 C.  $y' = 5^{1-x} \ln 5$ .    D.  $y' = 5^{1-x}$ .

**Câu 150:** Đạo hàm của hàm số  $y = 3^{1-2x}$  là

- A.  $y' = -2 \cdot 3^{1-2x} \cdot \ln 3$ .    B.  $y' = 3^{1-2x} \cdot \ln 3$   
 C.  $y' = 2 \cdot 3^{1-2x} \cdot \ln 2$ .    D.  $y' = -2 \cdot 3^{1-2x}$ .

**Câu 151:** Trên tập  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{-3}$  là

- A.  $y' = \frac{-3}{x^4}$ .    B.  $y' = \frac{-1}{2} x^{-2}$ .  
 C.  $y' = -3x^4$ .    D.  $y' = \frac{-1}{3x^4}$ .

**Câu 152:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{5}{3}}$  là

- A.  $y' = \frac{3}{8} x^{\frac{8}{3}}$ .    B.  $y' = \frac{3}{5} x^{\frac{2}{3}}$ .  
 C.  $y' = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$ .    D.  $y' = \frac{5}{3} x^{-\frac{2}{3}}$ .



**Câu 161:** Nghiệm của phương trình  $4^{x-1} = 8^{2-x}$  là:

- A.  $x = 8$       B.  $\frac{1}{8}$       C.  $x = 4$       D.  $x = \frac{8}{5}$

**Câu 162:** Phương trình  $3^{2x-1} = 3$  có nghiệm là

- A.  $x = 1$ .      B.  $x = 0$ .      C.  $x = \frac{1}{2}$ .      D.  $x = 2$ .

**Câu 163:** Nghiệm của phương trình  $5^x = 25$  là

- A.  $x = \frac{1}{2}$ .      B.  $x = -2$ .      C.  $x = 5$ .      D.  $x = 2$ .

**Câu 164:** Số nghiệm dương của phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} = 9$  là

- A. 2.      B. 1.      C. 3.      D. 0.

**Câu 165:** Biết rằng phương trình  $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^x = \sqrt[3]{2^{x+1}}$  có một nghiệm thực duy

nhất. Nghiệm thực đó thuộc khoảng nào dưới đây

- A.  $(-6; -5)$ .      B.  $(0; 1)$ .  
C.  $(-2; -1)$ .      D.  $(-1; 0)$ .

**Câu 166:** Tích tất cả các nghiệm của phương trình  $2^{2x^2+5x+4} = 4$  bằng

- A. 1.      B. -2.      C. 2.      D. -1.

**Câu 167:** Nghiệm của phương trình  $3^{x+6} = 27$  là

- A.  $x = 2$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = -2$ .      D.  $x = -3$ .

**Câu 168:** Nghiệm của phương trình  $(2, 4)^{3x+1} = \left(\frac{5}{12}\right)^{x-9}$  là

- A.  $x = -2$       B.  $x = -5$       C.  $x = 5$       D.  $x = 2$

**Câu 169:** Tập nghiệm của phương trình  $2^{x^2-x+1} = 2^{2x+1}$  là

- A.  $\{0; 1\}$ .      B.  $\{0\}$ .      C.  $\{0; 3\}$ .      D.  $\{1\}$ .

**Câu 170:** Nghiệm của phương trình  $\log_3 x = 2$  là

- A.  $x = 9$       B.  $x = 5$       C.  $x = 6$       D.  $x = 8$

**Câu 171:** Giải phương trình  $\log_3(x+1) = 2$ .

- A.  $x = 7$ .      B.  $x = 9$ .      C.  $x = 10$ .      D.  $x = 8$ .

**Câu 172:** Nghiệm của phương trình  $\log_3(x-2) = 4$  là

- A.  $x = 79$ .      B.  $x = 81$ .      C.  $x = 66$ .      D.  $x = 83$ .





**Câu 184:** Cho  $a, b, c$  là các số thực khác 0 thỏa mãn  $4^a = 25^b = 10^c$ . Giá trị

$$T = \frac{c}{a} + \frac{c}{b} \text{ là}$$

- A.  $T = \frac{1}{2}$ .      B.  $T = \frac{1}{10}$ .      C.  $T = 2$ .      D.  $T = \sqrt{10}$ .

**Câu 185:** Phương trình  $5^{2x+1} = 125$  có nghiệm là

- A.  $x = 3$ .      B.  $x = \frac{5}{2}$ .      C.  $x = \frac{3}{2}$ .      D.  $x = 1$ .

**Câu 186:** Nghiệm của phương trình  $3^{x^2-3x+4} = 9$  là

- A.  $x = 1; x = 2$ .      B.  $x = 1; x = -2$ .  
C.  $x = -1; x = 3$ .      D.  $x = 1; x = 3$ .

**Câu 187:** Phương trình  $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$   $x_1 < x_2$ .

Giá trị biểu thức  $A = 2x_1 + 3x_2$  thuộc

- A.  $[2; +\infty)$ .      B.  $[-2; 1]$ .      C.  $[\frac{1}{4}; 2]$ .      D.  $(-\infty; \frac{1}{4}]$ .

**BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ - LOGARITH**

**Câu 188:** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\frac{1}{2^x} > 8$  là

- A.  $S = (3; +\infty)$ .      B.  $S = (-3; +\infty)$ .  
C.  $S = (-\infty; -3)$ .      D.  $S = (-\infty; 3)$ .

**Câu 189:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x \leq 9$  là

- A.  $[2; +\infty)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(-\infty; 2)$ .      D.  $(-\infty; 2]$ .

**Câu 190:** Tập nghiệm của bất phương trình  $4^x \leq 8$  là

- A.  $(-\infty; \frac{3}{2}]$ .      B.  $(-\infty; 2]$ .      C.  $[2; +\infty)$ .      D.  $[\frac{3}{2}; +\infty)$ .

**Câu 191:** Tập nghiệm của bất phương trình  $(\frac{2}{5})^{x-1} < \frac{5}{2}$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(-\infty; 2)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 192:** Tập nghiệm của bất phương trình  $(\frac{1}{2})^x < \frac{1}{8}$  là

- A.  $(3; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 3)$ .      C.  $[3; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; 3]$ .

**Câu 193:** Bất phương trình  $3^x > 81$  có tập nghiệm là

- A.  $(-\infty; 4)$ .      B.  $\{4\}$ .      C.  $(4; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; 27)$ .

- Câu 194:** Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > 2^{x-4}$  bằng
- A.  $(-2; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .  
 C.  $(2; +\infty)$ .                        D.  $(-2; 2)$
- Câu 195:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 2^{x+4}$  là:
- A.  $(-\infty; 4)$ .                        B.  $(0; 4)$ .  
 C.  $(0; 16)$ .                            D.  $(4; +\infty)$ .
- Câu 196:** Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{25-x}} > \frac{1}{16}$  là
- A. 15.                                  B. 8.                                  C. 16.                                  D. 9.
- Câu 197:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2}$  là
- A. 3.                                    B. 1.                                    C. 2.                                    D. 4.
- Câu 198:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{x+2} < 9^{2x+7}$  là
- A.  $(-\infty; -4)$ .                      B.  $(-4; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; -5)$ .                      D.  $(-5; +\infty)$ .
- Câu 199:** Tập nghiệm của bất phương trình  $e^{x^2-x-1} < \frac{1}{e}$  là
- A.  $(1; +\infty)$ .                      B.  $(1; 2)$ .                            C.  $(0; 1)$ .                            D.  $(-\infty; 0)$ .
- Câu 200:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $4^x - 17 \cdot 2^x + 16 \leq 0$  là
- A. 8.                                    B. 3.                                    C. 4.                                    D. 5.
- Câu 201:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$  có dạng  $S = [a; b]$  trong đó  $a < b$ . Giá trị của biểu thức  $5b - 2a$  bằng
- A. 7.                                    B.  $\frac{43}{3}$ .                                  C.  $\frac{8}{3}$ .                                    D. 3.
- Câu 202:** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(2^x + 2^{4-x} - 17) \sqrt{10 - \log_2 x} \geq 0$  ?
- A. 1023.                                B. 1021.                                C. 1022.                                D. 1024.
- Câu 203:** Tập nghiệm của bất phương trình  $9^x - 3^{x+1} - 4 > 0$  là
- A.  $(\log_3 4; +\infty)$ .                      B.  $[\log_3 4; +\infty)$ .  
 C.  $(1; 4)$ .                                D.  $(-\infty; \log_3 4)$ .
- Câu 204:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x + 2^{5-x} - 12 > 0$  là
- A.  $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ .  
 C.  $(-\infty; 4) \cup (8; +\infty)$ .                      D.  $(2; 3)$ .

- Câu 205:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$  có dạng  $S = [a; b], a < b$ , biểu thức  $5b - 2a$  bằng
- A. 7.                      B.  $\frac{43}{3}$ .                      C.  $\frac{8}{3}$ .                      D. 3.
- Câu 206:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x \leq 4$  là:
- A.  $(-\infty; 2]$                       B.  $[0; 2]$   
 C.  $(-\infty; 2)$                       D.  $(0; 2)$
- Câu 207:** Nghiệm của phương trình  $3^x < 5$  là
- A.  $x > \log_3 5$ .                      B.  $x > \log_5 3$ .  
 C.  $x < \log_3 5$ .                      D.  $x < \log_5 3$ .
- Câu 208:** Tập nghiệm của phương trình:  $2^{x+1} \cdot 3^x \leq 72$  là:
- A.  $(2; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 2)$ .  
 C.  $(-\infty; 2]$ .                      D.  $[2; +\infty)$ .
- Câu 209:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 2^{x+4}$  là
- A.  $(-\infty; 4)$ .                      B.  $(0; 4)$ .  
 C.  $(0; 16)$ .                      D.  $(4; +\infty)$ .
- Câu 210:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x > 9$  là
- A.  $(2; +\infty)$ .                      B.  $(0; 2)$ .  
 C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $(-2; +\infty)$ .
- Câu 211:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x \geq 12$  là
- A.  $[4; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 4]$ .  
 C.  $[\log_3 12; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; \log_3 12]$ .
- Câu 212:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 8$  là
- A.  $[-3; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 3]$ .  
 C.  $(3; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; -3]$ .
- Câu 213:** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình  $3^{16-x^2} \geq 81$ .
- A. 9.                      B. 4.                      C. 7.                      D. 5.
- Câu 214:** Tập nghiệm của bất phương trình  $5^{2x-1} > 125$  là
- A.  $3; +\infty$ .                      B.  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .  
 C.  $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .                      D.  $2; +\infty$ .



KHOẢNG ĐA DIỆN

GHI CHÚ NHANH

**Câu 217:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Biết  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là:

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      B.  $a^3\sqrt{3}$ .  
 C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{a^3}{4}$ .

**Câu 218:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2$ ,  $SA = 12$ ,  $SA \perp (ABC)$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  ?

- A. 8.      B. 16.  
 C. 24.      D. 6.

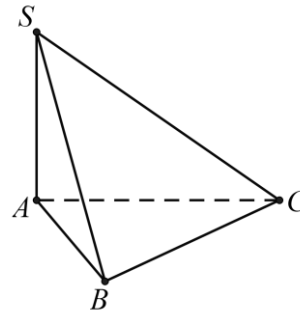
**Câu 219:** Cho khối tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc và  $AB = AC = 2a, AD = 3a$ . Thể tích  $V$  của khối tứ diện đó là:

- A.  $V = 4a^3$ .      B.  $V = 2a^3$ .  
 C.  $V = a^3$ .      D.  $V = 3a^3$ .

**Câu 220:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a$ .

Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .  
 C.  $\sqrt{3}a^3$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .



**Câu 221:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc và  $SA = a; SB = b; SC = c$ . Tính thể tích khối chóp  $SABC$ .

- A.  $\frac{abc}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}abc}{3}$ .  
 C.  $\frac{abc}{6}$ .      D.  $\frac{abc}{4}$ .

**Câu 222:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $\frac{2a^3}{3}$ .      B.  $\frac{4a^3}{3}$ .  
 C.  $2a^3$ .      D.  $\frac{a^3}{3}$ .

**Câu 223:** Thể tích khối lập phương là  $27cm^3$ . Diện tích toàn phần của hình lập phương tương ứng bằng

- A.  $54cm^2$ .      B.  $36cm^2$ .      C.  $16cm^2$ .      D.  $9cm^2$ .

- Câu 224:** Cho khối chóp có thể tích bằng  $30\text{cm}^3$  và chiều cao bằng  $5\text{cm}$ . Diện tích đáy của khối chóp đã cho bằng
- A.  $6\text{cm}$ .                      B.  $18\text{cm}$ .  
C.  $24\text{cm}$ .                      D.  $12\text{cm}$ .
- Câu 225:** Cho hình lập phương có cạnh bằng 3. Tổng diện tích các mặt của hình lập phương đã cho bằng
- A. 54.                              B. 12.  
C. 36.                              D. 24.
- Câu 226:** Tính tổng diện tích các mặt của một hình bát diện đều cạnh  $a$ .
- A.  $2a^2\sqrt{3}$ .                      B.  $4a^2$ .  
C.  $a^2\sqrt{3}$ .                        D.  $4a^2\sqrt{3}$ .
- Câu 227:** Tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều cạnh bằng  $2a$  là
- A.  $2a^2\sqrt{3}$ .                      B.  $8a^2\sqrt{3}$ .  
C.  $a^2\sqrt{3}$ .                        D.  $4a^2\sqrt{3}$ .
- Câu 228:** Cho tứ diện  $SABC$  có các cạnh  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc với nhau. Biết  $SA=3a, SB=4a, SC=5a$ . Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối tứ diện  $SABC$ .
- A.  $V=10a^3$ .                      B.  $V=\frac{5a^3}{2}$ .  
C.  $V=20a^3$ .                      D.  $V=5a^3$ .
- Câu 229:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau,  $OA=1, OB=2, OC=3$ . Thể tích khối tứ diện  $OABC$  là
- A. 1.                                B. 2.                                C. 6.                                D.  $\frac{2}{3}$ .
- Câu 230:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác cân tại  $A, AB=AC=a, BAC=120^\circ$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$  là
- A.  $V=\frac{a^3}{8}$ .                              B.  $V=a^3$ .  
C.  $V=\frac{a^3}{2}$ .                              D.  $V=2a^3$ .
- Câu 231:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  theo  $a$ .
- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .                              B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .  
C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .                                D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

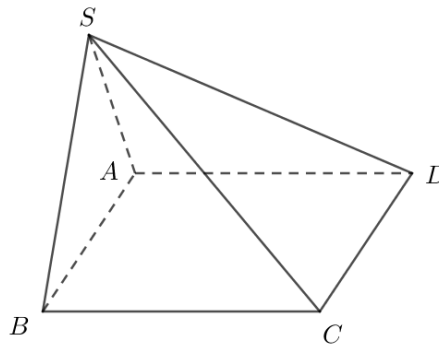


**Câu 232:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $2a$ , mặt bên  $SBC$  là tam giác vuông cân tại  $S$  và  $(SBC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.  $3\sqrt{3}a^3$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .  
 C.  $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$ .      D.  $\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 233:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 2a, AD = a$ . Mặt bên  $(SAB)$  là tam giác đều và vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A.  $2\sqrt{3}a^3$ .  
 B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .  
 C.  $\sqrt{3}a^3$ .  
 D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .



**Câu 234:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $\Delta ABC$  cân tại  $A$  và  $BAC = 120^\circ, AC = a$ . Cạnh bên  $SC$  vuông góc với mặt đáy và  $SC = a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .  
 C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 235:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AD = 3AB = 3a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AD$ . Mặt bên  $(SAB)$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp  $S.AMCB$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .  
 C.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .      D.  $\frac{5a^3\sqrt{3}}{24}$ .

**Câu 236:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có diện tích đáy bằng  $2a^2$ , đường cao  $SH = 3a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$

- A.  $\frac{3a^3}{2}$ .      B.  $a^3$ .  
 C.  $2a^3$ .      D.  $3a^3$ .

**Câu 237:** Cho khối lăng trụ có thể tích bằng  $V$ , diện tích đáy bằng  $B$  thì khoảng cách giữa hai mặt đáy bằng

- A.  $\frac{V}{3B}$ .                      B.  $\frac{V}{2B}$ .  
 C.  $\frac{V}{B}$ .                         D.  $\frac{3V}{B}$ .

**Câu 238:** Cho khối chóp có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$ . Thể tích  $V$  của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây ?

- A.  $V = \frac{1}{6}Bh$ .                B.  $V = \frac{1}{3}Bh$ .  
 C.  $V = Bh$ .                 D.  $V = \frac{4}{3}Bh$ .

**Câu 239:** Cho khối chóp có diện tích đáy bằng  $S$ ; chiều cao bằng  $h$  và thể tích bằng  $V$ . Thể tích khối chóp là

- A.  $V = Sh$ .                 B.  $V = \frac{1}{3}Sh$ .  
 C.  $V = \frac{1}{3}S^2h$ .             D.  $V = 3Sh$ .

**Câu 240:** Một khối chóp có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 4. Chiều cao của khối chóp đó bằng

- A.  $\frac{4}{9}$ .                         B.  $\frac{1}{3}$ .  
 C. 3.                         D. 9.

**Câu 241:** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy  $S = 2\text{cm}^2$  và chiều cao  $h = 3\text{cm}$ . Thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho là

- A.  $V = 2\text{cm}^3$ .             B.  $V = \frac{2}{3}\text{cm}^3$ .  
 C.  $V = \frac{1}{3}\text{cm}^3$ .             D.  $V = 6\text{cm}^3$ .

**Câu 242:** Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng  $a$ , có thể tích  $V = \frac{9}{4}(\text{dm}^3)$ . Tính giá trị của  $a$ .

- A.  $a = 3\sqrt{3}(\text{dm})$ .        B.  $a = 3(\text{dm})$ .  
 C.  $\sqrt{3}(\text{dm})$ .             D.  $9(\text{dm})$ .

**Câu 243:** Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng  $2a$  và thể tích bằng  $a^3$ . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A.  $\sqrt{3}a$ .                    B.  $2\sqrt{3}a$ .  
 C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ .                    D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

**Câu 244:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

A. Thể tích khối chóp có đường cao  $h$  và diện tích đáy  $B$  là

$$V = \frac{1}{3}Bh.$$

B. Thể tích khối lăng trụ có đường cao  $h$  và diện tích đáy  $B$  là

$$V = Bh.$$

C. Thể tích khối tứ diện có đường cao  $h$  và diện tích đáy  $B$  là

$$V = \frac{1}{6}Bh.$$

D. Thể tích khối lập phương cạnh  $a$  là  $V = a^3$ .

**Câu 245:** Khối chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng nhau và có thể tích

bằng  $\frac{16}{3}$ . Tính cạnh của khối chóp.

A.  $2\sqrt{2}$ .

B.  $\sqrt{2}$ .

C.  $\sqrt{3}$ .

D. 2.

**Câu 246:** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy  $B = 6a^2$  và chiều cao  $h = 2a$ .

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A.  $8a^3$ .

B.  $\frac{4}{3}a^3$ .

C.  $4a^3$ .

D.  $12a^3$ .



**Câu 255:** Một khối cầu có bán kính  $2R$  thì có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

- A.  $V = 4\pi R^2$ .      B.  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ .  
 C.  $V = \frac{32\pi R^3}{3}$ .      D.  $V = \frac{24\pi R^3}{3}$ .

**Câu 256:** Cho mặt cầu có bán kính  $R=2$ . Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A.  $\frac{32\pi}{3}$ .      B.  $8\pi$ .  
 C.  $16\pi$ .      D.  $4\pi$ .

**Câu 257:** Cho mặt cầu có bán kính  $r=5$ . Diện tích mặt cầu đã cho bằng

- A.  $25\pi$ .      B.  $\frac{500\pi}{3}$ .  
 C.  $100\pi$ .      D.  $\frac{100\pi}{3}$ .

**Câu 258:** Cho mặt cầu có bán kính  $r=4$ . Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A.  $16\pi$ .      B.  $64\pi$ .  
 C.  $\frac{64\pi}{3}$ .      D.  $\frac{256\pi}{3}$ .

**Câu 259:** Cho mặt cầu có diện tích bằng  $16\pi a^2$ . Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

- A.  $2\sqrt{2}a$ .      B.  $\sqrt{2}a$ .  
 C.  $2a$ .      D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 260:** Diện tích mặt cầu bán kính  $2a$  là

- A.  $4\pi a^2$ .      B.  $16\pi a^2$ .  
 C.  $16a^2$ .      D.  $\frac{4\pi a^2}{3}$ .

**Câu 261:** Diện tích của một mặt cầu bằng  $16\pi (cm^2)$ . Bán kính của mặt cầu đó là.

- A.  $8cm$ .      B.  $2cm$ .  
 C.  $4cm$ .      D.  $6cm$ .

**Câu 262:** Tính diện tích mặt cầu ( $S$ ) khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng  $4\pi$

- A.  $S = 32\pi$ .      B.  $S = 16\pi$ .  
 C.  $S = 64\pi$ .      D.  $S = 8\pi$ .

**Câu 263:** Diện tích mặt cầu có đường kính bằng  $2a$  là

- A.  $16\pi a^2$ .      B.  $\pi a^2$ .      C.  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .      D.  $4\pi a^2$ .

- Câu 264:** Cho mặt cầu ( $S$ ) có diện tích  $4\pi a^2$  ( $cm^2$ ). Khi đó, thể tích khối cầu ( $S$ ) là
- A.  $\frac{4\pi a^3}{3}$  ( $cm^3$ ).    B.  $\frac{\pi a^3}{3}$  ( $cm^3$ ).  
 C.  $\frac{64\pi a^3}{3}$  ( $cm^3$ ).    D.  $\frac{16\pi a^3}{3}$  ( $cm^3$ ).
- Câu 265:** Cho mặt cầu có diện tích bằng  $36\pi a^2$ . Thể tích khối cầu là
- A.  $18\pi a^3$ .    B.  $12\pi a^3$ .  
 C.  $36\pi a^3$ .    D.  $9\pi a^3$ .
- Câu 266:** Một hình trụ có bán kính đáy  $r=4cm$  và độ dài đường sinh  $l=3cm$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng
- A.  $12\pi cm^2$ .    B.  $48\pi cm^2$ .  
 C.  $24\pi cm^2$ .    D.  $36\pi cm^2$ .
- Câu 267:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $R=8$  và độ dài đường sinh  $l=3$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng:
- A.  $24\pi$ .    B.  $192\pi$ .  
 C.  $48\pi$ .    D.  $64\pi$ .
- Câu 268:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r=4$  và độ dài đường sinh  $l=3$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A.  $48\pi$ .    B.  $12\pi$ .  
 C.  $16\pi$ .    D.  $24\pi$ .
- Câu 269:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
- A.  $18\pi$ .    B.  $36\pi$ .  
 C.  $54\pi$ .    D.  $27\pi$ .
- Câu 270:** Cho khối trụ ( $T$ ) có bán kính đáy  $R=1$ , thể tích  $V=5\pi$ . Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng
- A.  $S=12\pi$ .    B.  $S=11\pi$ .  
 C.  $S=10\pi$ .    D.  $S=7\pi$ .
- Câu 271:** Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy là  $a$  và đường cao là  $a\sqrt{3}$ .
- A.  $2\pi a^2$ .    B.  $\pi a^2$ .  
 C.  $\pi a^2\sqrt{3}$ .    D.  $2\pi a^2\sqrt{3}$ .
- Câu 272:** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $4\pi a^2$  và bán kính đáy là  $a$ . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.
- A.  $a$ .    B.  $2a$ .  
 C.  $3a$ .    D.  $4a$ .

- Câu 273:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng  $2cm$  và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là
- A.  $8\pi cm^3$ .                      B.  $4\pi cm^3$ .  
 C.  $32\pi cm^3$ .                      D.  $16\pi cm^3$ .
- Câu 274:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $8\pi a^2$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Độ dài đường sinh của hình trụ bằng:
- A.  $4a$ .                              B.  $8a$ .  
 C.  $2a$ .                              D.  $6a$ .
- Câu 275:** Cắt hình trụ ( $T$ ) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng  $7$ . Diện tích xung quanh của ( $T$ ) bằng
- A.  $\frac{49\pi}{4}$ .                              B.  $\frac{49\pi}{2}$ .  
 C.  $49\pi$ .                              D.  $98\pi$ .
- Câu 276:** Cắt hình trụ ( $T$ ) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng  $5$ . Diện tích xung quanh của ( $T$ ) bằng
- A.  $\frac{25\pi}{2}$ .                              B.  $25\pi$ .  
 C.  $50\pi$ .                              D.  $\frac{25\pi}{4}$ .
- Câu 277:** Cho khối trụ có bán kính đáy bằng  $r=5$  và chiều cao  $h=3$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A.  $5\pi$ .                                B.  $30\pi$ .  
 C.  $25\pi$ .                              D.  $75\pi$ .
- Câu 278:** Thể tích khối trụ có bán kính đáy  $r=a$  và chiều cao  $h=a\sqrt{2}$  bằng
- A.  $4\pi a^3\sqrt{2}$ .                      B.  $\pi a^3\sqrt{2}$ .  
 C.  $2\pi a^3$ .                            D.  $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$ .
- Câu 279:** Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng  $2a$ . Tính theo  $a$  thể tích khối trụ đó.
- A.  $\pi a^3$ .                              B.  $2\pi a^3$ .  
 C.  $4\pi a^3$ .                            D.  $\frac{2}{3}\pi a^3$ .
- Câu 280:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB=2BC=2a$ . Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng  $ABCD$  quanh trục  $AD$ .
- A.  $4\pi a^3$ .                              B.  $2\pi a^3$ .  
 C.  $8\pi a^3$ .                            D.  $\pi a^3$ .



**Câu 281:** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là  $4\pi$  và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

- A.  $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$ .      B.  $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$ .  
 C.  $\frac{4\pi}{9}$ .      D.  $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$ .

**Câu 282:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  quanh cạnh  $AB$  bằng

- A.  $4\pi a^3$ .      B.  $\pi a^3$ .  
 C.  $2a^3$ .      D.  $a^3$ .

**Câu 283:** Cho khối trụ có chu vi đáy bằng  $4\pi a$  và độ dài đường cao bằng  $a$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.  $\pi a^2$ .      B.  $\frac{4}{3}\pi a^3$ .  
 C.  $4\pi a^3$ .      D.  $16\pi a^3$ .

**Câu 284:** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là  $4\pi$  và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

- A.  $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$ .      B.  $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$ .  
 C.  $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$ .      D.  $\frac{4\pi}{9}$ .

**Câu 285:** Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh  $a$ . Thể tích khối trụ đó bằng

- A.  $\pi a^3$ .      B.  $\frac{\pi a^3}{2}$ .  
 C.  $\frac{\pi a^3}{3}$ .      D.  $\frac{\pi a^3}{4}$ .

**Câu 286:** Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh là  $2a$ . Thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là:

- A.  $2\pi a^3$ .      B.  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .  
 C.  $8\pi a^3$ .      D.  $\frac{8\pi a^3}{3}$ .

**Câu 287:** Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh  $l$  và bán kính đáy  $r$  bằng

- A.  $4\pi rl$ .      B.  $2\pi rl$ .  
 C.  $\pi rl$ .      D.  $\frac{1}{3}\pi rl$ .

- Câu 288:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 2$  và độ dài đường sinh  $l = 7$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A.  $28\pi$ .                      B.  $14\pi$ .  
 C.  $\frac{14\pi}{3}$ .                        D.  $\frac{98\pi}{3}$ .
- Câu 289:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 2$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
- A.  $20\pi$ .                      B.  $\frac{20\pi}{3}$ .  
 C.  $10\pi$ .                        D.  $\frac{10\pi}{3}$ .
- Câu 290:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng  $a$ , đường cao là  $2a$ . Tính diện tích xung quanh hình nón?
- A.  $2\sqrt{5}\pi a^2$ .                B.  $\sqrt{5}\pi a^2$ .  
 C.  $2a^2$ .                        D.  $5a^2$ .
- Câu 291:** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng  $a$ . Tính diện tích xung quanh của hình nón.
- A.  $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ .                      B.  $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$ .  
 C.  $\pi a^2 \sqrt{2}$ .                D.  $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$ .
- Câu 292:** Cho hình nón có đường sinh  $l = 5$ , bán kính đáy  $r = 3$ . Diện tích toàn phần của hình nón đó là:
- A.  $S_{tp} = 15\pi$ .                B.  $S_{tp} = 20\pi$ .  
 C.  $S_{tp} = 22\pi$ .                D.  $S_{tp} = 24\pi$ .
- Câu 293:** Cho khối nón có chiều cao  $h = 3$  và bán kính đáy  $r = 4$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A.  $16\pi$ .                        B.  $48\pi$ .  
 C.  $36\pi$ .                        D.  $4\pi$ .
- Câu 294:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = 5$  và chiều cao  $h = 2$ . Thể tích khối nón đã cho bằng:
- A.  $\frac{10\pi}{3}$ .                        B.  $10\pi$ .  
 C.  $\frac{50\pi}{3}$ .                        D.  $50\pi$ .
- Câu 295:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = 4$  và chiều cao  $h = 2$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng
- A.  $\frac{8\pi}{3}$ .                        B.  $8\pi$ .                      C.  $\frac{32\pi}{3}$ .                      D.  $32\pi$ .



**Câu 301:** Cho hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  cùng liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khẳng định nào đúng?

A.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .

B.  $\int \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}$ .

C.  $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}$ .

D.  $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \left( \int f(x) dx \right) \cdot \left( \int g(x) dx \right)$

**Câu 302:** Cho  $f(x), g(x)$  là các hàm số xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A.  $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .

B.  $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ .

C.  $\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx$ .

D.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .

**Câu 303:** Hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $K$  nếu

A.  $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$ .

B.  $F'(x) = f(x), \forall x \in K$ .

C.  $f'(x) = F(x), \forall x \in K$ .

D.  $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$ .

**Câu 304:** Cho hàm số  $f(x) = 3x^2 - 1$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$ .

B.  $\int f(x) dx = x^3 - x + C$ .

C.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = x^3 - C$ .

**Câu 305:** Cho hàm số  $f(x) = e^x + 2$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\int f(x) dx = e^{x-2} + C$ .

B.  $\int f(x) dx = e^x - 2x + C$

C.  $\int f(x) dx = e^x + C$ .

D.  $\int f(x) dx = e^x + 2x + C$ .

**Câu 306:**  $\int x^3 dx$  bằng.

A.  $4x^4 + C$

B.  $3x^2 + C$

C.  $x^4 + C$

D.  $\frac{1}{4}x^4 + C$

**Câu 307:** Tìm công thức sai:

A.  $\int \cos x dx = \sin x + C$ .

B.  $\int \sin x dx = \cos x + C$ .

C.  $\int e^x dx = e^x + C$ .

D.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$ .

**Câu 308:** Tìm họ các nguyên hàm của hàm số  $y = \cos 4x$

- A.  $\int \cos 4x dx = 4 \sin 4x + C.$       B.  $\int \cos 4x dx = \frac{1}{4} \sin 4x + C.$   
 C.  $\int \cos 4x dx = \sin 4x + C.$       D.  $\int \cos 4x dx = -\frac{1}{4} \sin 4x + C.$

**Câu 309:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^{2021}$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2020} \cdot x^{2020} + C.$       B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2022} \cdot x^{2022} + C.$   
 C.  $\int f(x) dx = 2021 \cdot x^{2000} + C.$       D.  $\int f(x) dx = x^{2022} + C.$

**Câu 310:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$  trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{x^2} + C.$       B.  $\int f(x) dx = \ln x + C.$   
 C.  $\int f(x) dx = \frac{-1}{x^2} + C.$       D.  $\int f(x) dx = \ln|x| + C.$

**Câu 311:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x - 1$

- A.  $\int f(x) dx = e^x + x + C.$       B.  $\int f(x) dx = xe^x + C.$   
 C.  $\int f(x) dx = e^x - x + C.$       D.  $\int f(x) dx = e^{x-1} + C.$

**Câu 312:** Trên các khoảng  $(-\infty; \frac{2}{3})$  và  $(\frac{2}{3}; +\infty)$ , họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{5}{3x-2}$  là

- A.  $\int f(x) dx = 5 \ln|3x-2| + C.$       B.  $\int f(x) dx = \frac{5}{3} \ln \left| x - \frac{2}{3} \right| + C.$   
 C.  $\int f(x) dx = \frac{5}{3} \ln(3x-2) + C.$       D.  $\int f(x) dx = -\frac{5}{3} \ln|3x-2| + C.$

**Câu 313:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x (1 + 2^{-x} \cdot \sin x)$  là

- A.  $\frac{2^{x+1}}{x+1} - \cos x + C$       B.  $\frac{2^x}{\ln 2} - \cos x + C.$   
 C.  $\frac{2^x}{\ln 2} + \cos x + C.$       D.  $\frac{2^{x-1}}{x+1} + \cos x + C.$

**Câu 314:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \cos[2(x+\pi)] - 3x^2$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\int f(x) dx = 2 \sin[2(x+\pi)] - x^3 + C.$   
 B.  $\int f(x) dx = \sin 2x - x^3 + C.$   
 C.  $\int f(x) dx = -\sin[2(x+\pi)] - x^3 + C.$   
 D.  $\int f(x) dx = -4 \sin[2(x+\pi)] - 6x + C.$

**Câu 315:** Tính  $\int \sin^2 2x dx$

- A.  $\frac{\sin 4x}{8} + C$ .                      B.  $\frac{x}{2} + \frac{\sin 4x}{8} + C$ .  
 C.  $-\frac{\cos^3 2x}{3} + C$ .                      D.  $\frac{x}{2} - \frac{\sin 4x}{8} + C$ .

**Câu 316:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x+1} - 2x^2$  là

- A.  $\frac{e^{3x+1} - 2x^3}{3}$ .                      B.  $\frac{e^{3x+1}}{3} - x^3$ .  
 C.  $\frac{e^{3x+1}}{3} - 2x^3$ .                      D.  $\frac{e^{3x+1} - x^3}{3}$ .

**Câu 317:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3\cos x + \frac{1}{x^2}$  trên  $(0; +\infty)$  là

- A.  $-3\sin x + \frac{1}{x} + C$ .                      B.  $3\cos x + \frac{1}{x} + C$ .  
 C.  $3\cos x + \ln x + C$ .                      D.  $3\sin x - \frac{1}{x} + C$ .

**Câu 318:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2$  là

- A.  $H(x) = 6x$ .                      B.  $G(x) = x^3 + 1$ .  
 C.  $F(x) = x^3 + x$ .                      D.  $K(x) = 3x^3$ .

**Câu 319:** Họ nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{\cos x}{1 - \cos^2 x}$  là:

- A.  $F(x) = -\frac{\cos x}{\sin x} + C$ .                      B.  $F(x) = \frac{1}{\sin x} + C$ .  
 C.  $F(x) = -\frac{1}{\sin x} + C$ .                      D.  $F(x) = \frac{1}{\sin^2 x} + C$ .

**Câu 320:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$  là

- A.  $2\sqrt{x^2+1} + C$ .                      B.  $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}} + C$ .  
 C.  $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+1} + C$ .                      D.  $\sqrt{x^2+1} + C$ .

**Câu 321:** Cho hàm số  $f(x) = x \cdot (x^2 + 1)^{2016}$ . Khi đó:

- A.  $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2017}}{2017} + C$ .                      B.  $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2016}}{2016} + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2017}}{4034} + C$ .                      D.  $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2016}}{4032} + C$ .

**Câu 322:** Nếu đặt  $t = 1 + \ln x$  thì  $I = \int \frac{\ln x}{x(1 + \ln x)} dx$  trở thành

- A.  $I = \int \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) e^t dt.$                       B.  $I = \int \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) dt.$   
 C.  $I = \int \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt.$                                       D.  $I = \int \left(1 - \frac{1}{t}\right) e^t dt.$

**Câu 323:** Biết  $\int f(3x) dx = \cos^2 x + \ln x + C$ . Khi đó  $\int f(x) dx$  bằng

- A.  $\cos^2 \frac{x}{3} + \ln \frac{x}{3} + C.$                                       B.  $\frac{1}{3} \cos^2 x + \frac{1}{3} \ln x + C.$   
 C.  $3 \cos^2 \frac{x}{3} + 3 \ln x + C.$                                       D.  $\cos^2 3x + \ln 3x + C.$

**Câu 324:** Họ các nguyên hàm  $\int x e^{x^2+1} dx$  là:

- A.  $x.e^{x^2+1} + C$                                       B.  $e^{x^2+1} + C$   
 C.  $\frac{e^{x^2+1}}{2} + C$                                       D.  $\frac{x.e^{x^2+1}}{2} + C$

**Câu 325:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  và  $F(2) = 1$ . Tính  $F(3)$

- A.  $F(3) = \ln 2 - 1.$                                       B.  $F(3) = \frac{1}{2}.$   
 C.  $F(3) = \ln 2 + 1.$                                       D.  $F(3) = \frac{7}{4}.$

**Câu 326:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$  thỏa mãn

$f'(x) = \frac{2}{2x-1}; f(0) = 1$  và  $f(1) = 2$  Tính  $P = f(-1) + f(3)$

- A.  $P = 3 + \ln 3.$                                       B.  $P = 3 + \ln 5.$   
 C.  $P = 3 + \ln 15.$                                       D.  $P = 3 - \ln 15.$

**Câu 327:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x}$  và  $F(0) = 0$ . Giá trị của  $F(\ln 3)$  bằng

- A. 2.                      B. 6.                      C.  $\frac{17}{2}.$                       D. 4.

**Câu 328:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = e^{2x} + 1, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = \frac{3}{2}$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn

$F(0) = \frac{5}{4}$ , khi đó  $F(1)$  bằng

- A.  $\frac{e^2 + 2}{4}.$                       B.  $\frac{e^2 + 10}{4}.$                       C.  $\frac{e + 1}{2}.$                       D.  $\frac{e + 5}{2}.$



**Câu 329:** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + \sin x + 1$ , biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  và  $F(0) = 1$ . Khi đó  $F(x)$  bằng

- A.  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + 2$ .                      B.  $F(x) = x^3 - \cos x + x + 2$ .  
 C.  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \cos x + x$ .                      D.  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 2$ .

**Câu 330:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{x+2}$  và  $F(-1) = 1$ .

Tính  $F(3)$ .

- A.  $F(3) = \ln 5 - 1$ .                                      B.  $F(3) = \ln 5 + 2$ .  
 C.  $F(3) = \ln 5 + 1$ .                                      D.  $F(3) = \frac{1}{5}$ .

**Câu 331:** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ . Giá trị của  $F(1)$  bằng

- A.  $e - 2$ .                      B.  $e + 2$ .                      C.  $2$ .                      D.  $e + 1$ .

**Câu 332:** Họ các nguyên hàm  $\int \frac{1}{2x+1} dx$  là

- A.  $\ln(2x+1) + C$ .                                      B.  $\ln|2x+1| + C$ .  
 C.  $\frac{\ln|2x+1|}{2} + C$ .                                      D.  $\frac{\ln|x|}{2} + C$ .

**Câu 333:** Cho biết  $\int \frac{2x+7}{x^2+5x+6} dx = a \ln|x+2| + b \ln|x+3| + C (a, b \in \mathbb{R})$ . Tính

- $P = a^2 + ab + b^2$ .  
 A.  $P = 3$ .                      B.  $P = 12$ .                      C.  $P = 7$ .                      D.  $P = 13$ .

**Câu 334:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$  là:

- A.  $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$ .                      B.  $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C$ .  
 C.  $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$ .                      D.  $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C$ .

**Câu 335:** Họ các nguyên hàm  $\int \frac{1}{(2x-1)^2} dx$  là

- A.  $\frac{-1}{4x-2} + C$ .                                      B.  $\frac{1}{2x-1} + C$ .  
 C.  $\frac{-1}{2x-1} + C$ .                                      D.  $\frac{1}{4x-2} + C$ .

TÍCH PHÂN

GHI CHÚ NHANH

**Câu 336:** Cho biết  $\int_1^3 \frac{x+4}{x} dx = a + b \ln c$ ,  $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$ .

Tổng  $S = a + b + c$  bằng

- A.  $S = 5$ .      B.  $S = 7$ .      C.  $S = 3$ .      D.  $S = 9$ .

**Câu 337:** Họ các nguyên hàm  $\int \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} dx$  bằng

- A.  $x + \frac{1}{x-1} + C$ .      B.  $x^2 + \ln|x-1| + C$ .  
 C.  $1 - \frac{1}{(x-1)^2} + C$ .      D.  $\frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$ .

**Câu 338:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{5x+4}$  là:

- A.  $\frac{1}{5} \ln(5x+4) + C$ .      B.  $\ln|5x+4| + C$ .  
 C.  $\frac{1}{\ln 5} \ln|5x+4| + C$ .      D.  $\frac{1}{5} \ln|5x+4| + C$ .

**Câu 339:** Nếu  $\int_0^4 f(x) dx = 37$  thì  $\int_0^4 [2f(x) - 3x^2] dx$  bằng

- A. 12.      B. 18.      C. -27.      D. 10.

**Câu 340:** Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = 3$  và  $\int_3^2 f(x) dx = 1$  thì  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng

- A. 4.      B. -2.      C. 2.      D. -4.

**Câu 341:** Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = 3$  và  $\int_2^1 g(x) dx = 1$  thì  $\int_1^2 [f(x) + 2g(x)] dx$  bằng

- A. -1.      B. 5.      C. 0.      D. 1.

**Câu 342:** Cho  $I = \int_{-1}^2 f(x) dx = 3$ . Khi đó  $J = \int_{-1}^2 [3f(x) - 4] dx$  bằng:

- A. 2.      B. -1.      C. 5.      D. -3.

**Câu 343:** Tìm hàm số  $y = f(x)$  biết rằng hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  là  $f'(x) = 3e^{3x} + 2$  và  $f(0) = 2$ .

- A.  $f(x) = e^{3x} + 2x + 1$ .      B.  $f(x) = e^{3x} + 2$ .  
 C.  $f(x) = 3e^{3x} + 2x - 1$ .      D.  $f(x) = 3e^{3x} - 3$ .

**Câu 344:** Cho  $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$  và  $\int_{-2}^5 g(x) dx = -3$ . Tính  $\int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$

- A.  $I = -11$ .      B.  $I = 13$ .      C.  $I = 27$ .      D.  $I = 3$ .

**Câu 345:** Tính  $\int_0^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1} dx$

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B. 2.                      C.  $\frac{5}{2}$ .                      D. 1.

**Câu 346:** Biết  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} |\sin x| dx = a - \sqrt{b}$  ( $a, b \in \mathbb{Q}$ ). Khi đó  $a + 4b$  bằng

- A. 5.                      B. 8.                      C. 10.                      D. 7.

**Câu 347:** Cho  $I = \int_0^4 \sqrt{16 - x^2} dx$ . Đặt  $x = 4 \sin t$ , với  $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $I = -16 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$ .                      B.  $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2t) dt$ .  
 C.  $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$ .                      D.  $I = 8 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$ .

**Câu 348:** Cho tích phân  $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2}}$  đặt  $x = 2 \sin t$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$ .                      B.  $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$ .                      C.  $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt$ .                      D.  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$ .

**Câu 349:** Tính tích phân  $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx$  bằng

- A.  $-\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$ .                      B.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt$ .                      C.  $\int_0^1 \cos^2 t dt$ .                      D.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$ .

**Câu 350:** Nếu  $\int_0^1 f(3x + 1) dx = 10$  thì  $\int_1^4 [f(x) - 4x] dx$  bằng

- A. -20.                      B. -4.                      C.  $-\frac{80}{3}$ .                      D. 0.

**Câu 351:** Tích phân  $I = \int_1^{2025} e^{\sqrt{x}} dx$  được tính bằng phương pháp đổi biến  $t = \sqrt{x}$ . Khi đó tích phân  $I$  được viết dưới dạng nào sau đây

- A.  $I = 2 \int_1^{2025} t \cdot e^t dt$ .                      B.  $I = \frac{1}{2} \int_1^{45} e^t dx$ .  
 C.  $I = 2 \int_1^{45} t \cdot e^t dt$ .                      D.  $I = \int_1^{2025} t \cdot e^t dt$ .

**Câu 352:** Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin x dx$  bằng

- A.  $e-1$ .                      B.  $e+1$ .                      C.  $1-e$ .                      D.  $e$ .

**Câu 353:** Cho  $\int_1^3 f(x)dx = 2$ , giá trị của  $\int_0^1 f(2x+1)dx$  bằng

- A. 1.                                  B. 4.                                  C. 2.                                  D. 3.

**Câu 354:** Nếu  $\int_0^4 f(x)dx = 2$  thì  $\int_0^2 f(2x)dx$  bằng

- A. 1                                  B. 2                                  C. 3                                  D. 4

**Câu 355:** Nếu  $\int_0^6 f(x)dx = 18$  thì  $\int_0^2 f(3x)dx$  bằng

- A. 6.                                  B. 12.                                  C. 36.                                  D. 54.

**Câu 356:** Cho  $\int_5^{12} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = \frac{1}{a} \ln \frac{b}{c}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $c = a - b$ .                      B.  $b = 2c$ .                      C.  $a = b - c$ .                      D.  $b = c - a$ .

**Câu 357:** Cho  $\int_0^4 f(x)dx = 1$ . Tính  $\int_0^2 f(2x)dx$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .                                  B. 2.                                  C.  $\frac{1}{4}$ .                                  D. 4.

**Câu 358:** Xét  $I = \int_0^1 2x(x^2 + 2)^{2009} dx$ , nếu đặt  $u = x^2 + 2$  thì  $I$  bằng

- A.  $\int_2^3 u^{2009} du$ .                      B.  $\int_0^1 u^{2009} du$ .  
 C.  $2 \int_2^3 u^{2009} du$ .                      D.  $\frac{1}{2} \int_2^3 u^{2009} du$ .

**Câu 359:** Cho  $\int_0^6 f(x)dx = 12$ . Tính  $I = \int_0^2 f(3x)dx$ .

- A.  $I = 6$ .                                  B.  $I = 36$ .                                  C.  $I = 4$ .                                  D.  $I = 5$ .

**Câu 360:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa  $\int_3^7 f(x)dx = 10$ .

Tính  $I = \int_0^2 xf(x^2 + 3)dx$ .

- A.  $I = 20$ .                                  B.  $I = \frac{5}{2}$ .                                  C.  $I = 10$ .                                  D.  $I = 5$ .

**Câu 361:** Phát biểu nào sau đây **đúng** ?

- A.  $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 1 dx$ .      B.  $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx$ .
- C.  $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x - \int_1^2 1 dx$ .      D.  $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x + \int_1^2 1 dx$

**Câu 362:** Tính tích phân  $I = \int_1^e x \ln x dx$  :

- A.  $I = \frac{1}{2}$       B.  $I = \frac{e^2 - 2}{2}$
- C.  $I = \frac{e^2 + 1}{4}$       D.  $I = \frac{e^2 - 1}{4}$

**Câu 363:** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên  $[0; 2]$ . Biết  $f(0) = 1$  và  $f(x)f(2-x) = e^{2x^2-4x}$  với mọi  $x \in [0; 2]$ .

Tính tích phân  $I = \int_0^2 \frac{(x^3 - 3x^2)f'(x)}{f(x)} dx$

- A.  $I = -\frac{14}{3}$ .      B.  $I = -\frac{32}{5}$ .
- C.  $I = -\frac{16}{5}$ .      D.  $I = -\frac{16}{3}$ .

**Câu 364:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

- A.  $\int 5^x dx = x \cdot 5^{x-1} + C$ .      B.  $\int 5^x dx = \frac{1}{\ln 5} \cdot 5^x + C$ .
- C.  $\int 5^x dx = 5^x + C$ .      D.  $\int 5^x dx = 5^x \cdot \ln 5 + C$ .

**Câu 365:** Tích phân  $\int_1^2 (x+3)^2 dx$  bằng

- A.  $\frac{61}{3}$ .      B. 61.      C. 4.      D.  $\frac{61}{9}$ .

**Câu 366:** Nếu  $\int_{-1}^2 f(x) dx = -8$  và  $\int_{-1}^2 g(x) dx = 3$  thì  $I = \int_{-1}^2 [f(x) + g(x)] dx$  bằng

- A.  $I = 11$ .      B.  $I = -5$ .      C.  $I = 5$ .      D.  $I = 2$ .

**Câu 367:** Giá trị của  $\int_0^1 5 dx$  bằng

- A. 5.      B. 10.      C. 15.      D. 20.

**Câu 368:** Nếu  $\int_1^3 f(x) dx = 5$ ,  $\int_3^5 f(x) dx = -2$  thì  $\int_1^5 [f(x) + 1] dx$  bằng

- A. 6.      B. -1.      C. 8.      D. 7.

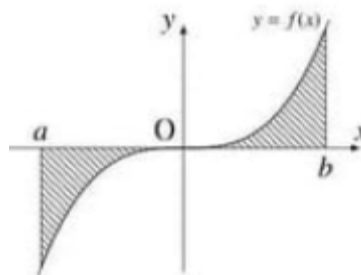
- Câu 369:** Nếu  $\int_1^2 f(x)dx = 3$  thì  $\int_1^2 [f(x) + 4x^3]dx$  bằng  
 A. 18.                      B. 12.                      C. 20.                      D. 10.
- Câu 370:** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$ . Tính  $P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [3f(x) - 2\sin x]dx$ .  
 A.  $P = 13$ .                      B.  $P = 17$ .                      C.  $P = 7$ .                      D.  $P = 3$ .
- Câu 371:** Nếu  $\int_0^{\pi} f(x)dx = 3$  thì  $\int_0^{\pi} [f(x) + \sin \frac{x}{2}]dx$  bằng:  
 A. 10.                      B. 6.                      C. 12.                      D. 5.
- Câu 372:** Tích phân  $\int_0^1 e^{3x}dx$  bằng  
 A.  $e^3 + \frac{1}{2}$ .                      B.  $e - 1$ .                      C.  $\frac{e^3 - 1}{3}$ .                      D.  $e^3 - 1$ .
- Câu 373:** Cho  $\int_2^5 f(x)dx = 10$ . Khi đó  $\int_2^5 [2 - 4f(x)]dx$  bằng  
 A. -36.                      B. 34.                      C. 36.                      D. -34.
- Câu 374:** Nếu  $\int_1^3 f(x)dx = 2$  thì  $\int_1^3 [f(x) + 2x]dx$  bằng  
 A. 20.                      B. 10.                      C. 18.                      D. 12.
- Câu 375:** Cho  $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x+a}}$ , với  $a > 0$ . Tìm  $a$  nguyên để  $I \geq 1$ .  
 A. Không có giá trị nào của  $a$ .                      B.  $a = 0$ .  
 C. Vô số giá trị của  $a$ .                      D.  $a = 1$ .

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

- Câu 376:** Tính diện tích  $S$  hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x^2$ ,  $y = -1$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ .  
 A.  $S = \frac{1}{3}$ .                      B.  $S = \frac{47}{15}$ .                      C.  $S = \frac{5}{3}$ .                      D.  $S = \frac{5\pi}{3}$ .

- Câu 377:** Diện tích phần gạch chéo trong hình bên được tính theo công thức

- A.  $\int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx$ .  
 B.  $-\int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx$ .  
 C.  $-\int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx$ .  
 D.  $\int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx$ .



**Câu 378:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng  $y = x^2$ ,  $y = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  được tính bởi công thức nào sau đây ?

- A.  $S = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$ .                      B.  $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx$ .
- C.  $S = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$ .                      D.  $S = \pi \int_0^1 |x^2 - 1| dx$ .

**Câu 379:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = 3x^2 + 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  là

- A.  $S = 10$ .                      B.  $S = 12$ .                      C.  $S = 8$ .                      D.  $S = 9$ .

**Câu 380:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - 4x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0; x = 3$  bằng

- A.  $\pi \int_0^3 |x^3 - 4x| dx$ .                      B.  $\int_0^3 |x^3 - 4x| dx$ .
- C.  $\pi \int_0^3 (x^3 - 4x)^2 dx$ .                      D.  $\int_0^3 (x^3 - 4x) dx$ .

**Câu 381:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2$ , trục  $Ox$  và các đường thẳng  $x = 1, x = 2$  được tính bằng công thức nào sau đây ?

- A.  $\pi \int_1^2 (x^2 - 2)^2 dx$ .                      B.  $\left| \int_1^2 (x^2 - 2) dx \right|$ .
- C.  $\int_1^2 (x^2 - 2) dx$ .                      D.  $\int_1^2 |x^2 - 2| dx$ .

**Câu 382:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2$  và  $y = x$  bằng

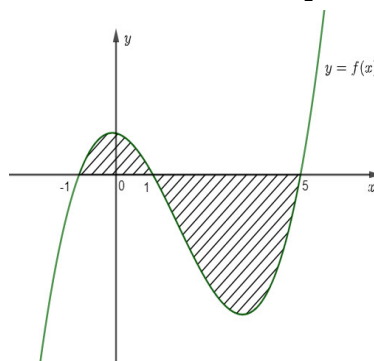
- A.  $\frac{1}{6}$ .                      B.  $\frac{125\pi}{6}$ .                      C.  $\frac{\pi}{6}$ .                      D.  $\frac{125}{6}$ .

**Câu 383:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x+2}$ , trục hoành và đường thẳng  $x = 2$  là

- A.  $3 - 2\ln 2$ .                      B.  $3 - \ln 2$ .                      C.  $3 + 2\ln 2$ .                      D.  $3 + \ln 2$ .

**Câu 384:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$  và  $x = 5$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

- A.  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$ .
- B.  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$ .

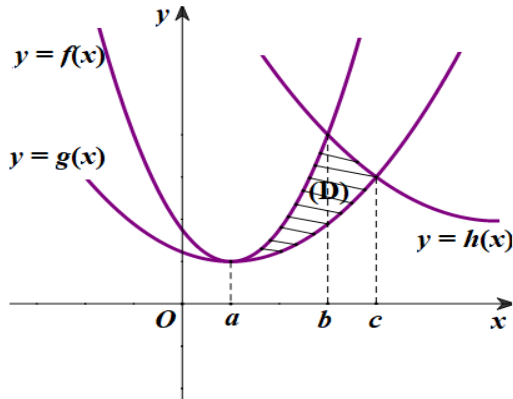




C.  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$

D.  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

**Câu 385:** Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị của ba hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $y = h(x)$  như hình bên dưới. Diện tích hình phẳng (D) là S. Mệnh đề nào sau đây đúng ?



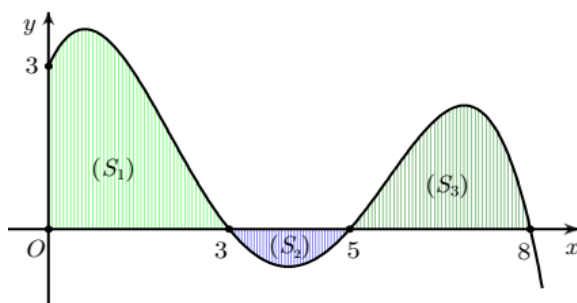
A.  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

B.  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

C.  $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx.$

D.  $S = \int_a^b [f(x) - h(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

**Câu 386:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0;8]$  và có đồ thị như hình vẽ.



Trong các giá trị sau, giá trị nào lớn nhất ?

A.  $\int_0^3 f(x) dx.$     B.  $\int_3^8 f(x) dx.$     C.  $\int_0^8 f(x) dx.$     D.  $\int_0^5 f(x) dx.$

**Câu 387:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường  $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay có thể tích bằng

A.  $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1).$     B.  $\pi \ln \sqrt{3}.$     C.  $\frac{8\pi}{9}.$     D.  $\pi \ln 3.$

**Câu 388:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường thẳng  $y = 3^{2x}, y = 0, x = 1, x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $V = \int_1^2 3^{4x} dx$ .                      B.  $V = \pi \int_1^2 3^{4x} dx$ .  
 C.  $V = \pi \int_1^2 3^{2x} dx$ .                      D.  $V = \pi \int_1^2 6^{2x} dx$ .

**Câu 389:** Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x, x = -1, x = 1$  và trục hoành bằng?

- A.  $\frac{2\pi}{3}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{\pi}{3}$ .

**Câu 390:** Công thức tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi xoay hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ , trục hoành,  $x = a, x = b$  quay quanh trục hoành là:

- A.  $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .                      B.  $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .  
 C.  $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ .                      D.  $V = \int_a^b |f(x)| dx$ .

**Câu 391:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và có đồ thị là  $(C)$ . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  trục hoành, đường thẳng  $x = a$  và  $x = b$  bằng

- A.  $\pi \int_a^b f(x) dx$ .                      B.  $\int_a^b f^2(x) dx$ .  
 C.  $\pi \int_a^b f^2(x) dx$ .                      D.  $\int_a^b |f(x)| dx$ .

**Câu 392:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đường cong  $(C): y = e^x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = \ln 2$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $(H)$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B.  $\frac{3\pi}{2}$ .                      C. 1.                      D.  $\pi$ .

**Câu 393:** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{2 + \cos x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ . Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành là

- A.  $V = \pi - 1$ .                      B.  $V = \pi + 1$ .  
 C.  $V = \pi(\pi + 1)$ .                      D.  $V = \pi(\pi - 1)$ .

**Câu 394:** Gọi  $D$  là phần hình phẳng giới hạn bởi các đường  $x = -1; y = 0; y = x^3$ . Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng

- A.  $\frac{\pi}{7}$ .                      B.  $\frac{2\pi}{7}$ .                      C.  $\frac{\pi}{6}$ .                      D.  $\frac{\pi}{8}$ .

**Câu 395:** Cho hình phẳng ( $D$ ) được giới hạn bởi các đường  $x = 0, x = 1, y = 0$  và  $y = \sqrt{2x+1}$ . Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng ( $D$ ) xung quanh trục  $Ox$  được tính theo công thức nào sau đây ?

- A.  $V = \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$ .                      B.  $V = \int_0^1 (2x+1) dx$ .  
 C.  $V = \pi \int_0^1 (2x+1) dx$ .                      D.  $V = \pi \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$ .

**Câu 396:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x - x^2$  và trục hoành. Tính thể tích  $V$  của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho ( $H$ ) quay quanh trục  $Ox$ .

- A.  $V = \frac{81}{10} \pi$ .                      B.  $V = \frac{81}{10}$ .  
 C.  $V = \frac{9}{2}$ .                      D.  $V = \frac{9}{2} \pi$ .

**Câu 397:** Cho ( $H$ ) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1, x = 4$ . Khi ( $H$ ) quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A.  $24\pi$ .                      B.  $24$ .                      C.  $8,15$ .                      D.  $8,15\pi$ .

SỐ PHỨC

GHI CHÚ NHANH

- Câu 398:** Trong các số phức sau, số phức nào là số thuần ảo ?  
 A.  $-1-i$ .      B.  $-3i$ .      C.  $2$ .      D.  $-5$ .
- Câu 399:** Khẳng định nào sau đây là sai ?  
 A. Số  $2021i$  là số thuần ảo.  
 B. Số  $0$  là số phức có môđun nhỏ nhất.  
 C. Số phức  $z$  và số phức  $\bar{z}$  là hai số đối nhau.  
 D. Số phức  $z$  và số phức  $\bar{z}$  có môđun bằng nhau.
- Câu 400:** Môđun của số phức  $z=a+bi$  với  $a,b \in \mathbb{R}$  là  
 A.  $\sqrt{a^2+b^2}$ .      B.  $b$ .      C.  $\sqrt{a^2-b^2}$ .      D.  $a$ .
- Câu 401:** Số nào dưới đây là một căn bậc hai của  $-25$  ?  
 A.  $5-i$ .      B.  $-5$       C.  $-5i$ .      D.  $5+i$ .
- Câu 402:** Trong bốn phát biểu sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng ?  
 a) Một số phức là biểu thức có dạng  $a+bi$ , với  $a,b \in \mathbb{R}$ .  
 b) Đơn vị ảo  $i$  là số thỏa mãn:  $i = (-1)^2$ .  
 c) Tồn tại một số thực không thuộc tập số phức.  
 d) Hai số phức  $z=a+bi$  và  $z'=a'+b'i$  gọi là bằng nhau nếu  $a=a'$  và  $b=b'$   
 A. 1      B. 2      C. 3      D. 4
- Câu 403:** Tích của hai số phức  $z=a+bi$  và  $z'=a'+b'i$  là  
 A.  $zz' = aa' - bb'$ .      B.  $zz' = ab' + a'bi$ .  
 C.  $zz' = \sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{a'^2+b'^2}$ .      D.  $zz' = aa' - bb' + (ab' + a'b)i$ .
- Câu 404:** Cho 2 số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $2a+(b+18i)i = a+2+19i$  với  $i$  là đơn vị ảo. Tính giá trị biểu thức  $P=a+b$  ?  
 A. 19.      B. 17.      C. 39.      D. 37.
- Câu 405:** Cho số phức  $z=a+bi$  ( $a,b \in \mathbb{R}$ ). Khẳng định nào sau đây đúng  
 A.  $|z| = \sqrt{a^2-b^2}$ .      B.  $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$ .  
 C.  $|z| = a^3+b^3$ .      D.  $|z| = a^2+b^2$ .
- Câu 406:** Số phức  $z=6+21i$  có số phức liên hợp  $\bar{z}$  là  
 A.  $\bar{z} = 21-6i$ .      B.  $\bar{z} = -6-21i$ .  
 C.  $\bar{z} = -6+21i$ .      D.  $\bar{z} = 6-21i$ .
- Câu 407:** Số phức  $z=6+9i$  có phần ảo là  
 A.  $-9$ .      B.  $9i$ .      C.  $9$ .      D.  $6$ .

- Câu 408:** Môđun của số phức  $z = 6 - 8i$  bằng  
 A. 10.                      B. 8.                      C. 14.                      D. 6.
- Câu 409:** Modun của số phức  $z = 5 - 2i$  bằng:  
 A.  $\sqrt{21}$ .                      B.  $\sqrt{29}$ .                      C. 29.                      D. 3.
- Câu 410:** Phần ảo của số phức  $z = -7 + 6i$  bằng:  
 A.  $-6i$ .                      B.  $-6$ .                      C. 6.                      D.  $6i$ .
- Câu 411:** Môđun của số phức  $2 + 3i$  bằng  
 A. 5.                      B. 2.                      C.  $\sqrt{13}$ .                      D.  $\sqrt{5}$ .
- Câu 412:** Cho số phức  $z$  thoả mãn  $\overline{2-i} \cdot (z+1) = 1+3i$ . Phần thực của  $z$  bằng  
 A.  $-2$ .                      B. 0.                      C. 2.                      D. 1.
- Câu 413:** Tìm các số thực  $x, y$  biết  $x + 2y + 3i = 4x - 5y + (6 - y)i$ .  
 A.  $x = 3; y = 7$ .                      B.  $x = 1; y = -2$ .  
 C.  $x = 7; y = 3$ .                      D.  $x = -2; y = 1$ .
- Câu 414:** Cho số phức  $z_1 = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) và  $z_2 = -2 + 5i$ . Biết  $z_1 = z_2$ , Khi đó tổng  $a + b$  bằng  
 A.  $-7$ .                      B.  $-3$ .                      C. 3.                      D. 5.
- Câu 415:** Giá trị các số thực  $a, b$  thoả mãn  $2a + (b + 1 + i)i = 1 + 2i$  là  
 A.  $a = 0; b = 1$ .                      B.  $a = \frac{1}{2}; b = 0$ .  
 C.  $a = 1; b = 1$ .                      D.  $a = \frac{1}{2}; b = 1$ .
- Câu 416:** Cho số phức  $z$  thoả mãn  $z + 3\bar{z} = 12 + 4i$ . Môđun của số phức  $z$  là  
 A. 5.                      B.  $\sqrt{5}$ .                      C. 13.                      D.  $\sqrt{13}$ .
- Câu 417:** Môđun của số phức  $z = 2 - i$  là  
 A.  $|z| = 2$ .                      B.  $|z| = 1$ .                      C.  $|z| = 5$ .                      D.  $|z| = \sqrt{5}$ .
- Câu 418:** Cho số phức  $z$  thoả mãn  $z = 2i(4 + 3i)$ . Phần ảo của số phức  $\bar{z}$  bằng  
 A. 6.                      B. 8.                      C.  $-8$ .                      D. 10.
- Câu 419:** Môđun của số phức  $z = 3 - i$  bằng  
 A. 8.                      B.  $\sqrt{10}$ .                      C. 10.                      D.  $2\sqrt{2}$ .





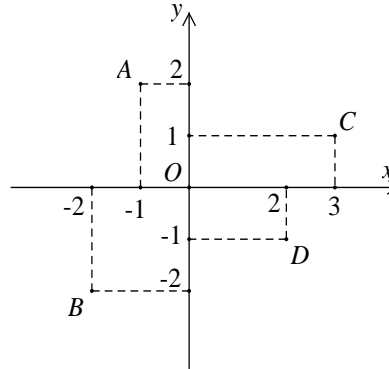
**Câu 441:** Cho số phức  $z = 3 + 2i$ . Điểm biểu diễn số phức  $\bar{z}$  là điểm nào sau đây ?

- A.  $Q(-3; -2)$ .
- B.  $M(3; 2)$ .
- C.  $N(-3; 2)$ .
- D.  $P(3; -2)$ .

**Câu 442:** Cho hai số phức  $z_1 = 2 - 5i$  và  $z_2 = 3 + 2i$ . Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $w = \bar{z}_1 \cdot z_2$  có tọa độ là

- A.  $(4; 19)$ .
- B.  $(-4; 19)$ .
- C.  $(19; -4)$ .
- D.  $(4; -19)$ .

**Câu 443:** Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức  $z = \frac{i-3}{1+i}$  ?



- A. Điểm B.
- B. Điểm D.
- C. Điểm C.
- D. Điểm A.

**Câu 444:** Cho số phức  $z = 2 - 3i$ . Điểm biểu diễn số phức  $w = 2z + (1+i)\bar{z}$  trên mặt phẳng phức là

- A.  $M(3; 1)$ .
- B.  $N(1; 3)$ .
- C.  $P(3; -1)$ .
- D.  $Q(-3; -1)$ .

**Câu 445:** Cho số phức  $z = 1 - 2i$  và  $w = -3 + i$ . Điểm biểu diễn số phức  $z - w$  là

- A.  $N(-2; -1)$ .
- B.  $Q(-3; 4)$ .
- C.  $P(4; -3)$ .
- D.  $M(4; -1)$ .

**Câu 446:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn phương trình  $i\bar{z} + (1+i)z = 2 + 3i$ . Điểm biểu diễn số phức  $\bar{z}$  là

- A.  $P(3; -4)$ .
- B.  $Q(2; -1)$ .
- C.  $N(2; 1)$ .
- D.  $M(3; 4)$ .

**Câu 447:** Cho số phức  $z = 1 + 2i$ . Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức  $w = z + i\bar{z}$  trên mặt phẳng tọa độ ?

- A.  $P(-3; 3)$ .
- B.  $Q(3; 2)$ .
- C.  $N(2; 3)$ .
- D.  $M(3; 3)$ .

**Câu 448:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(3 + 2i)z = 1 + 5i$ . Tìm tọa độ của điểm  $M$  biểu diễn số phức  $\bar{z}$ .

- A.  $M(1; 1)$ .
- B.  $M(1; -1)$ .
- C.  $M(-1; 1)$ .
- D.  $M(-1; -1)$ .











- Câu 480:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3; -2; -2)$ ;  $B(3; 2; 0)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là
- A.  $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 20$ .      B.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$ .  
 C.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 20$ .      D.  $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$ .
- Câu 481:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (x_0, y_0, z_0)$ ,  $\vec{b} = (x_1, y_1, z_1)$ . Tọa độ  $\vec{a} \wedge \vec{b}$  là
- A.  $(y_0z_1 - y_1z_0; x_0z_1 - x_1z_0; x_0y_1 - x_1y_0)$ .  
 B.  $(y_0z_1 - y_1z_0; -x_0z_1 + x_1z_0; x_0y_1 - x_1y_0)$ .  
 C.  $(y_0z_1 + y_1z_0; x_0z_1 + x_1z_0; x_0y_1 + x_1y_0)$ .  
 D.  $(y_0z_1 - y_1z_0; -x_0z_1 - x_1z_0; x_0y_1 - x_1y_0)$ .
- Câu 482:** Cho  $\vec{a} = (1, 2, -1)$ ,  $\vec{b} = (-2, -1, 3)$ . Tính  $\vec{a} \wedge \vec{b}$
- A.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5, 1, -3)$ .      B.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5, 1, 3)$ .  
 C.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5, -1, -3)$ .      D.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5, -1, 3)$ .
- Câu 483:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (1; 2; 3)$ ,  $\vec{v} = (0; -1; 1)$ . Tích có hướng của hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có tọa độ là
- A.  $(5; 1; -1)$       B.  $(5; -1; -1)$   
 C.  $(-1; -1; 5)$       D.  $(-1; -1; -1)$
- Câu 484:** Cho  $\vec{a} = (-2; 0; 1)$ ,  $\vec{b} = (1; 3; -2)$ . Khẳng định nào dưới đây đúng ?
- A.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-1; -1; 2)$ .      B.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (3; 3; -6)$ .  
 C.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (1; 1; -2)$ .      D.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-3; -3; -6)$ .
- Câu 485:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{m} = (4; 3; 1)$  và  $\vec{n} = (0; 0; 1)$ . Gọi  $\vec{p}$  là vectơ cùng hướng với  $\vec{m} \wedge \vec{n}$  và  $|\vec{p}| = 15$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{p}$  là
- A.  $(0; 9; -12)$ .      B.  $(-9; 12; 0)$ .  
 C.  $(0; -9; 12)$ .      D.  $(9; -12; 0)$ .
- Câu 486:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có thể tích bằng 5. Biết  $A(2; -1; 0)$ ,  $B(3; 0; 0)$ ,  $C(1; -9; 0)$ ,  $D \in Oz$ . Tính tổng cao độ của các vị trí điểm  $D$  tìm được.
- A. 4.      B. 2.      C. -4.      D. 0.
- Câu 487:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; 1)$ ,  $B(3; -1; 1)$  và  $C(1; 1; 1)$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .
- A.  $S = \frac{1}{2}$ .      B.  $S = \sqrt{3}$ .      C.  $S = 1$ .      D.  $\sqrt{2}$ .

- Câu 488:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(-1;2;2), B(2;-1;-2)$ . Diện tích tam giác  $OAB$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{15}}{2}$ .      B.  $\frac{\sqrt{17}}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{\sqrt{19}}{2}$ .
- Câu 489:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(-1;2;2), B(2;-1;-2)$ . Diện tích tam giác  $OAB$  bằng
- A.  $\frac{\sqrt{15}}{2}$ .      B.  $\frac{\sqrt{17}}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{\sqrt{19}}{2}$ .
- Câu 490:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt cầu  $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$  và  $(S'): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Hai mặt cầu tiếp xúc ngoài.  
 B. Hai mặt cầu tiếp xúc trong.  
 C. Hai mặt cầu không có điểm chung.  
 D. Hai mặt cầu có nhiều hơn một điểm chung.
- Câu 491:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  thuộc mặt cầu  $(S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$  và ba điểm  $A(1;0;0), B(2;1;3), C(0;2;-3)$ . Biết rằng tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $MA^2 + 2\overline{MB} \cdot \overline{MC} = 8$  là đường tròn cố định, bán kính  $r$  của đường tròn này là.
- A.  $r = \sqrt{6}$ .      B.  $r = 3$ .  
 C.  $r = 6$ .      D.  $r = \sqrt{3}$ .
- Câu 492:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$  đi qua điểm nào dưới đây?
- A. Điểm  $Q(-2;-1;-1)$ .      B. Điểm  $N(-2;-1;3)$ .  
 C. Điểm  $M(2;1;-3)$ .      D. Điểm  $P(2;1;1)$ .
- Câu 493:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai véc to  $\vec{a} = (2;1;-3), \vec{b} = (-4;-2;6)$ . Phát biểu nào sau đây **sai**?
- A.  $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ .      B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .  
 C.  $\vec{a}$  ngược hướng với  $\vec{b}$ .      D.  $\vec{b} = -2\vec{a}$ .
- Câu 494:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (x;0;1), \vec{v} = (\sqrt{2};\sqrt{2};0)$ . Tìm  $x$  để góc giữa  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  bằng  $60^\circ$ .
- A.  $x = 1$ .      B.  $x = 0$ .      C.  $x = \pm 1$ .      D.  $x = -1$ .
- Câu 495:** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai vecto  $\vec{j}$  và vecto  $\vec{u} = (0;-\sqrt{3};1)$  là
- A.  $150^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $120^\circ$ .

- Câu 496:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;1;0), B(1;2;-1), C(0;1;1)$ . Tính góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .  
 A.  $60^\circ$ .                      B.  $120^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $150^\circ$ .
- Câu 497:** Cho  $\vec{a} = (-2; 2; -3), \vec{b} = (1; m; 2)$ . Vectơ  $\vec{a}$  vuông góc với  $\vec{b}$  khi  
 A.  $m = -8$ .                      B.  $m = -4$ .                      C.  $m = 4$ .                      D.  $m = 2$ .

OXYZ – PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

- Câu 498:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng nào dưới đây nhận  $\vec{n} = (3; 1; -7)$  là một vectơ pháp tuyến?  
 A.  $3x + z + 7 = 0$ .                      B.  $3x - y - 7z + 1 = 0$ .  
 C.  $3x + y - 7 = 0$ .                      D.  $3x + y - 7z - 3 = 0$ .
- Câu 499:** Trong không gian  $Oxyz$  mặt phẳng  $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$ , có một vectơ pháp tuyến là?  
 A.  $\vec{n}_3 = (2; 2; -1)$ .                      B.  $\vec{n}_4 = (1; 1; -2)$ .  
 C.  $\vec{n}_1 = (2; -2; -1)$ .                      D.  $\vec{n}_2 = (-2; -2; 1)$ .
- Câu 500:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x + 2y - z + 2 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?  
 A.  $\vec{n}_2 = (2; -1; 2)$ .                      B.  $\vec{n}_4 = (3; 2; 1)$ .  
 C.  $\vec{n}_3 = (3; 2; 2)$ .                      D.  $\vec{n}_1 = (3; 2; -1)$ .
- Câu 501:** Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(-1; 2; 0)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (4; 0; -5)$  là  
 A.  $4x - 5y - 4 = 0$ .                      B.  $4x - 5z + 4 = 0$ .  
 C.  $4x - 5z - 4 = 0$ .                      D.  $4x - 5y + 4 = 0$ .
- Câu 502:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x + y - 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  
 A.  $\vec{n}_3 = (1; 2; 0)$ .                      B.  $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$ .  
 C.  $\vec{n}_1 = (-2; -1; 1)$ .                      D.  $\vec{n}_4 = (2; 1; 0)$ .
- Câu 503:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ ?  
 A.  $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$ .                      B.  $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$ .  
 C.  $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$ .                      D.  $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$ .







- Câu 511:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + 4z + 20 = 0$  và  $(Q): 4x - 13y - 6z + 40 = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. song song với nhau.  
 B. trùng nhau.  
 C. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.  
 D. vuông góc nhau.
- Câu 512:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + z + 10 = 0$  và  $(Q): 4x - 6y + 2z + 5 = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $(P)$  cắt và vuông góc với  $(Q)$ .  
 B.  $(P)$  cắt và không vuông góc với  $(Q)$ .  
 C.  $(P) \equiv (Q)$ .  
 D.  $(P) // (Q)$ .
- Câu 513:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hai mặt phẳng  $(P): mx + (2m + 3)y - 2z + 5 = 0$  và  $(Q): x - y + 2z - 1 = 0$  song song với nhau?
- A.  $m > -1$ .      B.  $m \neq -1$ .      C.  $m = 1$ .      D.  $m = -1$ .
- Câu 514:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x - 3y + z - 3 = 0$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng  $(\alpha)$ ?
- A.  $(Q): 2x + 3y + z + 3 = 0$ .      B.  $(\beta): x - 3y + z - 3 = 0$ .  
 C.  $(\gamma): 2x - 3y + z + 2 = 0$ .      D.  $(P): 2x - 3y + z - 3 = 0$ .
- Câu 515:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + 2y - z + 3 = 0$  và  $(Q): x - 4y + (m - 1)z + 1 = 0$  với  $m$  là tham số. Tìm giá trị của tham số thực  $m$  để mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng  $(Q)$ .
- A.  $m = -6$ .      B.  $m = -3$ .      C.  $m = 1$ .      D.  $m = 2$ .
- Câu 516:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 3x + (m - 1)y + 4z - 2 = 0$ ,  $(\beta): nx + (m + 2)y + 2z + 4 = 0$ . Với giá trị thực của  $m, n$  bằng bao nhiêu để  $(\alpha)$  song song  $(\beta)$ ?
- A.  $m = -5; n = \frac{3}{2}$ .      B.  $m = 3; n = 6$ .  
 C.  $m = -3; n = 6$ .      D.  $m = -3; n = -6$ .
- Câu 517:** Biết rằng hai mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z + 1 = 0$  và  $(Q): (m + 1)x + (m + 3)y + 6z + 1 = 0$  song song với nhau. Giá trị của  $m$  bằng
- A. 0.      B. -1.      C. 1.      D. 2.

- Câu 518:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x + y - z + 3 = 0$  đi qua điểm nào dưới đây ?  
 A.  $Q(-1;1;1)$ .    B.  $P(1;1;1)$ .    C.  $M(1;1;-1)$ .    D.  $N(-1;-1;1)$ .
- Câu 519:** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x - 2y + z - 10 = 0$ . Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$  ?  
 A.  $P(0;5;20)$ .    B.  $M(2;-3;2)$ .  
 C.  $N(4;-1;1)$ .    D.  $Q(-2;3;18)$ .
- Câu 520:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x - y + z - 2 = 0$ . Điểm nào sau đây thuộc  $(\alpha)$  ?  
 A.  $Q(1;-2;2)$ .    B.  $N(1;-1;-1)$ .  
 C.  $P(2;-1;-1)$ .    D.  $M(1;1;-1)$ .
- Câu 521:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ .  
 A.  $Q(1;-2;2)$ .    B.  $N(1;-1;-1)$ .  
 C.  $M(1;1;-1)$ .    D.  $P(2;-1;-1)$ .
- Câu 522:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(a;b;1)$  thuộc mặt phẳng  $(P): 2x + y - z + 3 = 0$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?  
 A.  $2a + b = -4$ .    B.  $2a + b = 2$ .  
 C.  $2a + b = -2$ .    D.  $2a + b = 4$ .
- Câu 523:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0$ . Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng  $(P)$ ?  
 A.  $Q\left(-1;3;\frac{9}{2}\right)$ .    B.  $M\left(1;1;\frac{5}{2}\right)$ .  
 C.  $N(-4;1;0)$ .    D.  $P(-2;1;2)$ .
- Câu 524:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x - 2y - 3z + 2 = 0$  đi qua điểm nào dưới đây ?  
 A. Điểm  $M(1;1;2)$ .    B. Điểm  $N(-1;0;1)$ .  
 C. Điểm  $Q(3;1;1)$ .    D. Điểm  $P(-2;1;-1)$ .
- Câu 525:** Mặt phẳng  $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$  cắt trục  $Oz$  tại điểm có tọa độ.  
 A.  $(3;5;0)$ .    B.  $(0;0;2)$ .  
 C.  $(0;0;-2)$ .    D.  $(3;5;-1)$ .

**Câu 526:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm  $A(0;0;2)$  ?

- A.  $(\alpha_4): 2x - 3y - z - 3 = 0$ .      B.  $(\alpha_3): 2x - 3y - z + 2 = 0$ .  
 C.  $(\alpha_1): x + 2y - 3z - 1 = 0$ .      D.  $(\alpha_2): x - 2y - 3z + 9 = 0$ .

**Câu 527:** Cho 4 điểm  $A(-2;-1;3)$ ,  $B(2;3;1)$ ,  $C(1;2;3)$ ,  $D(-4;1;3)$ . Hỏi có bao nhiêu điểm trong bốn điểm đã cho thuộc mặt phẳng  $(\alpha): x + y + 3z - 6 = 0$  ?

- A. 3.      B. 2.      C. 4.      D. 1.

**Câu 528:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(2;3;4)$  và mặt phẳng  $P$  có phương trình  $2x + 3y + z - 17 = 0$ . Tìm tọa độ của điểm  $M$  thuộc trục  $Oz$  cách đều điểm  $A$  và mặt phẳng  $P$

- A.  $0;0;2$  .      B.  $0;0;-3$  .  
 C.  $0;0;3$  .      D.  $3;0;0$  .

**Câu 529:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $A(2;1;1)$  và vuông góc với trục tung là

- A.  $x = 2$ .      B.  $2x + y + z - 4 = 0$ .  
 C.  $z = 1$ .      D.  $y = 1$ .

**OXYZ – PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG**

**Câu 530:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = t \end{cases}$  và điểm

$A(2;3;1)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A$  vuông góc với đường thẳng  $d$  có phương trình là:

- A.  $2x + 3y + z + 6 = 0$ .      B.  $x - 3y + z + 6 = 0$ .  
 C.  $x - 3y + z - 6 = 0$ .      D.  $-x + 3y - z + 5 = 0$ .

**Câu 531:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{3}$

vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Vec tơ nào dưới đây là vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  ?

- A.  $\vec{n}_3 = (3; -1; 2)$ .      B.  $\vec{n}_2 = (4; 1; 3)$ .  
 C.  $\vec{n}_4 = (4; -1; 3)$ .      D.  $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$ .

**Câu 532:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2;3;2)$  và  $B(2;1;0)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là

- A.  $2x - y - z + 3 = 0$ .      B.  $2x + y + z - 3 = 0$ .  
 C.  $4x - 2y - 2z + 3 = 0$ .      D.  $4x - 2y + 2z - 6 = 0$ .

**Câu 533:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua

điểm  $O$  và vuông góc với đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -5 + t \end{cases}$  có dạng là

- A.  $x + 2y + z = 0$ .                      B.  $x + y + z = 0$ .  
C.  $x + 2y - z = 0$ .                      D.  $x + y - z = 0$ .

**Câu 534:** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2;5;1)$ . Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A$  và vuông góc với trục  $Ox$ .

- A.  $x - 2 = 0$ .                              B.  $y - 5 = 0$ .  
C.  $z - 1 = 0$ .                              D.  $x + y + z = 0$ .

**Câu 535:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{2}$  đi qua điểm nào dưới đây ?

- A.  $M(3;-1;0)$ .                              B.  $M(3;-1;2)$ .  
C.  $M(-1;3;0)$ .                              D.  $M(1;-3;0)$ .

**Câu 536:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$  đi qua điểm nào dưới đây ?

- A.  $A(2;-1;3)$ .                              B.  $C(-1;2;0)$ .  
C.  $D(1;-2;0)$ .                              D.  $B(0;2;-1)$ .

**Câu 537:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-3}$  đi qua điểm nào dưới đây ?

- A. Điểm  $N(1;-3;2)$ .                      B. Điểm  $Q(1;-3;-2)$ .  
C. Điểm  $P(1;3;2)$ .                              D. Điểm  $M(-1;3;2)$ .

**Câu 538:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$  đi qua điểm nào dưới đây

- A. Điểm  $N(0;0;3)$ .                              B. Điểm  $M(2;4;2)$ .  
C. Điểm  $P(1;2;-3)$ .                              D. Điểm  $Q(2;2;3)$ .

**Câu 539:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$  đi qua điểm nào sau đây ?

- A.  $(1;-2;3)$ .                              B.  $(-1;2;-3)$ .  
C.  $(3;-4;-5)$ .                              D.  $(-3;4;5)$ .



**Câu 546:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  tìm tâm mặt cầu  $(S)$  đi qua 2 điểm  $A(1;3;1); B(3;2;2)$  và có tâm nằm trên đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $N(1;-1;2)$  đồng thời vuông góc với cả hai đường

$$\text{thẳng } d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5} \text{ có phương trình}$$

- A.  $I(-\frac{9}{2}; \frac{13}{4}; \frac{17}{4})$ .                      B.  $I(\frac{9}{2}; \frac{13}{2}; \frac{17}{2})$ .  
 C.  $I(\frac{9}{2}; \frac{13}{4}; \frac{17}{4})$ .                      D.  $I(\frac{9}{2}; \frac{13}{4}; -\frac{17}{4})$ .

**Câu 547:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 \\ z = 2 + 3t \end{cases}$  có một

vectơ chỉ phương là

- A.  $(2; 0; -3)$ .                              B.  $(1; -3; 2)$ .  
 C.  $(-2; 0; -3)$ .                            D.  $(-2; -3; 3)$ .

**Câu 548:** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ  $\vec{u} = (1; -1; 2)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây ?

- A.  $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$ .                      B.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ .  
 C.  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ .                              D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{1-y}{-1} = \frac{z-2}{-2}$ .

**Câu 549:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$  ?

- A.  $\vec{u}_4 = (-1; 3; -2)$ .                      B.  $\vec{u}_1 = (1; 3; 2)$ .  
 C.  $\vec{u}_2 = (1; -3; -2)$ .                      D.  $\vec{u}_2 = (-1; -3; 2)$ .

**Câu 550:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$ .

Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$

- A.  $\vec{u}_4 = (-1; 3; -2)$ .                      B.  $\vec{u}_1 = (1; 3; 2)$ .  
 C.  $\vec{u}_2 = (1; -3; -2)$ .                      D.  $\vec{u}_3 = (-1; -3; 2)$ .

**Câu 551:** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$

A.  $\vec{u} = (1; -3; 2)$ .

B.  $\vec{u} = (-2; 3; -1)$ .

C.  $\vec{u} = (2; -3; -1)$ .

D.  $\vec{u} = (2; 3; -1)$ .

**Câu 552:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{4}$  có một vectơ chỉ phương là

A.  $\vec{p}(3; 0; -1)$ .

B.  $\vec{m}(-2; 5; 4)$ .

C.  $\vec{n}(2; -5; 4)$ .

D.  $\vec{q}(2; -5; -4)$ .

**Câu 553:** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm  $M(2; 3; -1)$  và  $N(4; 5; 3)$  ?

A.  $\vec{u}_1 = (3; 4; 1)$ .

B.  $\vec{u}_4 = (1; 1; 1)$ .

C.  $\vec{u}_3 = (1; 1; 2)$ .

D.  $\vec{u}_2 = (3; 4; 2)$ .

**Câu 554:** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng

$d$  biết  $d$  vuông góc với 2 đường thẳng  $d_1: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$  và

$d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+3}{3}$ .

A.  $(-7; 13; -17)$ .

B.  $(-7; -13; 17)$ .

C.  $(-2; 1; -5)$ .

D.  $(-2; 1; 7)$ .

**Câu 555:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ ;  $\vec{OB} = -2\vec{j} - 4\vec{k}$ . Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

A.  $\vec{u} = (2; 5; -1)$ .

B.  $\vec{u} = (2; 3; -5)$ .

C.  $\vec{u} = (-2; -5; -1)$ .

D.  $\vec{u} = (2; 5; -9)$ .

**Câu 556:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho đường thẳng

$d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$ . Hình chiếu vuông góc của  $d$  trên mặt

phẳng  $(Oyz)$  là một đường thẳng có vectơ chỉ phương là

A.  $\vec{u} = (0; 1; 3)$ .

B.  $\vec{u} = (0; 1; -3)$ .

C.  $\vec{u} = (2; 1; -3)$ .

D.  $\vec{u} = (2; 0; 0)$ .

**Câu 557:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng

$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ , mặt phẳng  $(P): x + y - 2z + 5 = 0$  và điểm







**Câu 563:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $A(1; -2; 3)$  và có véc-tơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -1; -2)$  có phương trình là

A.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$ .

B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$ .

C.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ .

D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$ .

GHI CHÚ NHANH

GÓC – KHOẢNG CÁCH

GHI CHÚ NHANH

- Câu 564:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với đáy. Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là
- $SBC$ .
  - $SCA$ .
  - $SAB$ .
  - $SBA$ .
- Câu 565:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với đáy. Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là
- $SBC$ .
  - $SCA$ .
  - $SAB$ .
  - $SBA$ .
- Câu 566:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = AD$  và  $BC = BD$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CD$ . Khẳng định nào sau đây sai?
- Góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  là  $CBD$ .
  - Góc giữa hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$  là góc giữa hai đường thẳng  $AI$  và  $BI$ .
  - $(BCD) \perp (AIB)$ .
  - $(ACD) \perp (AIB)$ .
- Câu 567:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ .
- $(AB, SC) = 30^\circ$ .
  - $(AB, SC) = 90^\circ$ .
  - $(AB, SC) = 60^\circ$ .
  - $(AB, SC) = 45^\circ$ .
- Câu 568:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có cạnh bên  $SB \perp (ABCD)$  và  $ABCD$  là hình chữ nhật. Biết  $SB = 2a, AB = 3a, BC = 4a$  và góc  $\alpha$  là góc giữa mặt phẳng  $(SAC)$  và mặt phẳng đáy. Giá trị của  $\tan \alpha$  bằng
- $\frac{3}{4}$ .
  - $\frac{4}{3}$ .
  - $\frac{5}{6}$ .
  - $\frac{6}{5}$ .

**Câu 569:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = 2a$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Tính  $\cos \alpha$  với  $\alpha$  là góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(SCD)$  và  $(ABCD)$ .

- A.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .
- B.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .
- C.  $\frac{2}{3}$ .
- D.  $\frac{1}{3}$ .

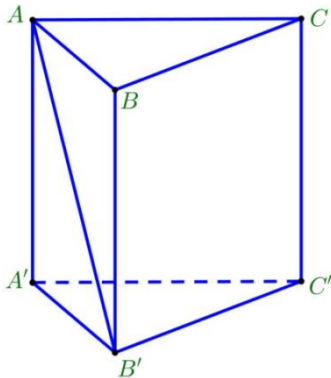
**Câu 570:** Trong không gian cho tam giác đều  $SAB$  và hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$  nằm trong hai mặt phẳng vuông góc. Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .
- B.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .
- C.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- D.  $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 571:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$  và  $AA' = a\sqrt{3}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng

- A.  $60^\circ$ .
- B.  $30^\circ$ .
- C.  $45^\circ$ .
- D.  $90^\circ$ .

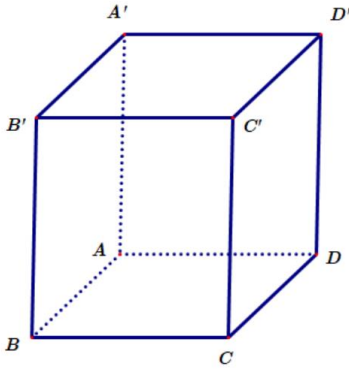
**Câu 572:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng nhau



Góc giữa đường thẳng  $AB'$  và mặt phẳng  $(A'B'C')$  bằng

- A.  $30^\circ$ .
- B.  $90^\circ$ .
- C.  $60^\circ$ .
- D.  $45^\circ$ .

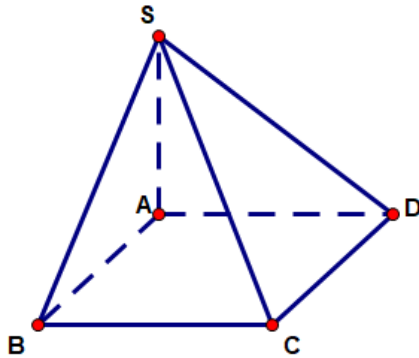
**Câu 573:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ ,  $AA' = 3a$



Góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

- A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 574:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ .



Góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là

- A.  $ASD$ .      B.  $DAS$ .      C.  $SDA$ .      D.  $SDC$ .

**Câu 575:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Khoảng cách từ  $M$  đến  $(SAB)$  nhận giá trị nào trong các giá trị sau ?

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .  
 B.  $2a$ .  
 C.  $a\sqrt{2}$ .  
 D.  $a$ .

**Câu 576:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$ . Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(ACC'A')$  bằng

- A.  $2a$ .  
 B.  $2\sqrt{2}a$ .  
 C.  $\sqrt{2}a$ .  
 D.  $\sqrt{3}a$ .

CẤP SỐ

GHI CHÚ NHANH

**Câu 577:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = -2$ . Giá trị của  $u_4$  bằng ?

- A. 12.                      B. 24.                      C. -24.                      D. -12.

**Câu 578:** Một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2; u_2 = 8$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân là

- A.  $q = 2$ .                      B.  $q = 6$ .                      C.  $q = 3$ .                      D.  $q = 4$ .

**Câu 579:** Cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_4 = 9, u_5 = 81$  có công bội là

- A. 3.                      B. 72.                      C. 18.                      D. 9.

**Câu 580:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 8$  và  $u_2 = 4$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C. -2.                      D. 2.

**Câu 581:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 5$  và công bội  $q = -2$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A. 7.                      B. -10.                      C. 3.                      D.  $-\frac{5}{2}$ .

**Câu 582:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2, u_4 = -54$ . Tìm công bội  $q$ .

- A. -9.                      B. 3.                      C. -3.                      D. -27.

**Câu 583:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 4$ . Số hạng  $u_5$  có giá trị bằng

- A. 3072.                      B. 768.                      C. 972.                      D. 324.

**Câu 584:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và số hạng thứ hai  $u_2 = -6$ . Giá trị của  $u_4$  bằng

- A. 24.                      B. -12.                      C. -24.                      D. 12.

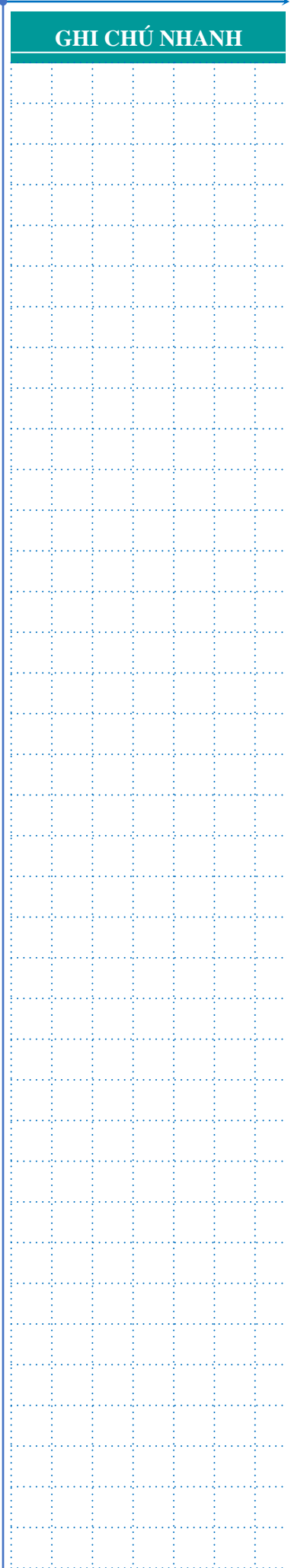
**Câu 585:** Cho cấp số nhân có số hạng thứ 2 là  $u_2 = 4$ , công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Giá trị của  $u_{20}$  bằng

- A.  $u_{20} = \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ .                      B.  $u_{20} = \left(\frac{1}{2}\right)^{17}$ .  
 C.  $u_{20} = \left(\frac{1}{2}\right)^{19}$ .                      D.  $u_{20} = \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$ .

**Câu 586:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $u_2 = -8; u_5 = 64$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

- A. -16.                      B. 32.                      C. -32.                      D. 16.

- Câu 587:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = -2$ .  
 Tính số hạng  $u_2$  của cấp số đó.  
 A. 6.                      B. 1.                      C. 5.                      D. -6.
- Câu 588:** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng 1 bằng nửa diện tích bề mặt đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là  $12288m^2$ , diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng  
 A.  $6m^2$ .                      B.  $12m^2$ .  
 C.  $24m^2$ .                      D.  $3m^2$ .
- Câu 589:** Cho dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = 3; u_8 = 24$  thì  $u_{11}$  bằng  
 A. 33.                      B. 30.                      C. 32.                      D. 28.
- Câu 590:** Cho cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 10$  và số hạng thứ hai  $u_2 = 13$ . Tính số hạng thứ tư  $u_4$  của cấp số cộng đã cho.  
 A.  $u_4 = 18$ .                      B.  $u_4 = 19$ .                      C.  $u_4 = 16$ .                      D.  $u_4 = 20$ .
- Câu 591:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 7$  và công sai  $d = 4$ . Giá trị của  $u_2$  bằng  
 A. 11.                      B. 3.                      C.  $\frac{7}{4}$ .                      D. 28.
- Câu 592:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -2$  và công sai  $d = 3$ . Số hạng thứ 10 của dãy  
 A.  $u_{10} = 28$ .                      B.  $u_{10} = 25$ .                      C.  $u_{10} = -2 \cdot 3^9$ .                      D.  $u_{10} = -29$ .
- Câu 593:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 5$ . Giá trị của  $u_4$  bằng  
 A. 12.                      B. 17.                      C. 22.                      D. 250.
- Câu 594:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123$  và  $u_3 - u_{15} = 84$ . Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?  
 A. 17.                      B. 16.                      C. 18.                      D. 19.



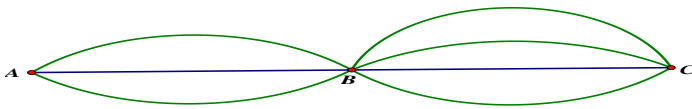


**Câu 606:** Tập A gồm 8 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con ?  
 A.  $A^2$ .                      B.  $8!$ .                      C.  $2^8$ .                      D.  $C_8^2$ .

**Câu 607:** Trong tủ quần áo của bạn Ngọc có 10 cái áo sơ mi đôi một khác nhau và 5 cái chân váy với hoa văn khác nhau. Bạn Ngọc muốn chọn ra một bộ quần áo để đi dự tiệc sinh nhật. Hỏi bạn Ngọc có bao nhiêu cách chọn ?  
 A. 10.                      B. 50.                      C. 5.                      D. 15.

**Câu 608:** Một hộp đồ bảo hộ có 10 chiếc khẩu trang và 3 mặt nạ chống giọt bắn. Có bao nhiêu cách chọn một chiếc khẩu trang và một mặt nạ chống giọt bắn từ hộp đồ bảo hộ trên.  
 A. 10.                      B. 30.                      C. 13.                      D. 3.

**Câu 609:** Đi từ A đến B có 3 con đường, đi từ B đến C có 4 con đường. Hỏi đi từ A đến C có bao cách đi ?  
 A. 7.                      B. 8.                      C. 10.                      D. 12.



**Câu 610:** Bình có 5 cái áo khác nhau, 4 chiếc quần khác nhau, 3 đôi giày khác nhau và 2 chiếc mũ khác nhau. Số cách chọn một bộ gồm quần, áo, giày và mũ của Bình là  
 A. 120.                      B. 60.                      C. 5.                      D. 14.

**Câu 611:** Cho tập  $A = \{2; 3; 4; 5\}$ . Từ tập A, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau ?  
 A. 12.                      B. 18.                      C. 8.                      D. 24.

**Câu 612:** Từ các số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm 4 chữ số khác nhau ?  
 A. 120.                      B. 72.                      C. 69.                      D. 54.

**Câu 613:** Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên ?  
 A. 240.                      B. 120.                      C. 180.                      D. 160.

**Câu 614:** Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?  
 A. 952.                      B. 1008.                      C. 1620.                      D. 1800.

**Câu 615:** Cần xếp 3 nam, 3 nữ vào 1 hàng có 6 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam nữ ngồi xen kẽ.  
 A. 36.                      B. 720.                      C. 78.                      D. 72.



- Câu 616:** Từ các số 0,1,2,7,8,9 tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau ?  
 A. 288.                      B. 360.                      C. 312.                      D. 600.
- Câu 617:** Có bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5 ?  
 A.  $A_5^3$ .                      B.  $P_5$ .                      C.  $C_5^3$ .                      D.  $P_3$ .
- Câu 618:** Có bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau được lập từ 7 chữ số 1,2,3,4,5,6,7 ?  
 A.  $C_7^5$ .                      B. 7!.                      C.  $A_7^5$ .                      D. 5!.
- Câu 619:** Có bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1,2,4,5,6,7,9 ?  
 A.  $C_7^5$ .                      B. 7!.                      C.  $A_7^5$ .                      D. 5!.
- Câu 620:** Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$   
 A.  $C_5^4$ .                      B.  $C_6^4$ .                      C.  $A_5^4$ .                      D.  $A_6^4$ .
- Câu 621:** Với  $k; n$  là các số nguyên thỏa mãn  $0 \leq k \leq n$ , công thức nào dưới đây đúng ?  
 A.  $A_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$ .                      B.  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .  
 C.  $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .                      D.  $A_n^k = \frac{n!}{(n+k)!}$ .
- Câu 622:** Cho 6 điểm phân biệt trên mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu vectơ mà điểm đầu và điểm cuối là 6 điểm đã cho ?  
 A. 30.                      B. 15.                      C. 21.                      D. 36.
- Câu 623:** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và không có chữ số nào lớn hơn 5  
 A. 75.                      B. 90.                      C. 52.                      D. 60.
- Câu 624:** Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5 ?  
 A.  $A_5^4$ .                      B.  $P_5$ .                      C.  $C_5^4$ .                      D.  $P_4$ .
- Câu 625:** Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau ?  
 A.  $2^7$ .                      B.  $7^2$ .                      C.  $A_7^2$ .                      D.  $C_7^2$ .

- Câu 626:** Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang sao cho mỗi học sinh ngồi một ghế là  
 A.  $C_{10}^6$ .                      B.  $6!$ .                      C.  $A_{10}^6$ .                      D.  $6^{10}$ .
- Câu 627:** Lớp 12A<sub>8</sub> có 32 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm muốn lập một ban cán sự của lớp gồm một lớp trưởng, một bí thư, một lớp phó học tập và một lớp phó văn thể. Số cách lập nhóm ban cán sự là  
 A.  $A_{28}^4$ .                      B.  $4!$ .                      C.  $A_{32}^4$ .                      D.  $C_{32}^4$ .
- Câu 628:** Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt và không có 3 điểm nào thẳng hàng. Gọi  $m$  là số đoạn thẳng có các điểm đầu mút là các điểm đã cho, gọi  $n$  là số vectơ có điểm đầu, điểm cuối là các điểm đã cho. Phát biểu nào sau đây là đúng?  
 A.  $m > n$ .                      B.  $m = n - 100$ .                      C.  $m = n$ .                      D.  $n = 2m$ .
- Câu 629:** Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế?  
 A. 4 cách.                      B. 8 cách.                      C. 12 cách.                      D. 24 cách.
- Câu 630:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau lập ra từ các chữ số 2, 4, 6, 8?  
 A. 4.                      B.  $4!$ .                      C.  $C_4^4$ .                      D.  $4! - 3!$ .
- Câu 631:** Với  $n$  là số nguyên dương, công thức nào dưới đây đúng?  
 A.  $P_n = n!$ .                      B.  $P_n = n - 1$ .                      C.  $P_n = (n - 1)!$ .                      D.  $P_n = n$ .
- Câu 632:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?  
 A.  $5!$ .                      B.  $5^5$ .                      C. 5.                      D.  $4!$ .
- Câu 633:** Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?  
 A. 7.                      B. 1.                      C.  $7!$ .                      D. 49.
- Câu 634:** Hoán vị của 5 phần tử bằng  
 A. 24.                      B. 60.                      C. 12.                      D. 120.
- Câu 635:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ?  
 A. 144.                      B. 720.                      C. 6.                      D. 72.
- Câu 636:** Có 4 bạn nam và 4 bạn nữ xếp vào 8 ghế được kê thành hàng ngang. Có bao nhiêu cách xếp mà nam và nữ được xếp xen kẽ nhau?  
 A.  $2 \cdot (4!)$ .                      B.  $2 \cdot (4!)^2$ .                      C.  $2 \cdot (8!)^2$ .                      D.  $8!$ .
- Câu 637:** Có 5 bạn học sinh trong đó có hai bạn Lan và Hồng. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh trên thành một hàng dọc sao cho hai bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau?  
 A. 48.                      B. 24.                      C. 6.                      D. 120.

- Câu 638:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 9 học sinh thành một hàng dọc ?  
 A.  $9^9$ .                      B.  $9!$ .                      C.  $8!$ .                      D.  $90$ .
- Câu 639:** Từ các số 0;1;2;3;4;5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau ?  
 A. 300.                      B. 144.                      C. 60.                      D. 180.
- Câu 640:** Sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho các nữ sinh luôn ngồi cạnh nhau ?  
 A. 207360.                      B. 17280.                      C. 120960.                      D. 34560.
- Câu 641:** Một người gọi điện thoại nên quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần  
 A.  $\frac{1}{10}$                       B.  $\frac{19}{90}$                       C.  $\frac{2}{9}$                       D.  $\frac{1}{5}$
- Câu 642:** Trong một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cùng giới tính.  
 A.  $\frac{90}{119}$ .                      B.  $\frac{29}{119}$ .                      C.  $\frac{80}{119}$ .                      D.  $\frac{39}{119}$ .
- Câu 643:** Một nhóm học sinh gồm có 4 nam và 5 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 bạn. Tính xác suất để hai bạn được chọn có 1 nam và 1 nữ.  
 A.  $\frac{5}{9}$ .                      B.  $\frac{5}{18}$ .                      C.  $\frac{4}{9}$ .                      D.  $\frac{7}{9}$ .
- Câu 644:** Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất một lần. Xác suất xuất hiện mặt hai chấm là  
 A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{6}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .
- Câu 645:** Một lớp có 35 học sinh, trong đó có 5 học sinh tên Linh. Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên một học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để học sinh tên Linh lên bảng bằng  
 A.  $\frac{1}{175}$ .                      B.  $\frac{1}{7}$ .                      C.  $\frac{1}{35}$ .                      D.  $\frac{1}{5}$ .
- Câu 646:** Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số lẻ là:  
 A.  $\frac{1}{7}$ .                      B.  $\frac{8}{15}$ .                      C.  $\frac{4}{15}$ .                      D.  $\frac{1}{14}$ .
- Câu 647:** Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 12 học sinh đó đi



## BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.D	4.D	5.D	6.D	7.C	8.C	9.C	10.A
11.B	12.A	13.A	14.C	15.B	16.A	17.C	18.C	19.A	20.D
21.C	22.C	23.A	24.D	25.B	26.D	27.C	28.D	29.D	30.B
31.D	32.A	33.B	34.A	35.C	36.C	37.C	38.C	39.A	40.C
41.B	42.B	43.D	44.B	45.C	46.A	47.D	48.D	49.A	50.D
51.C	52.D	53.C	54.C	55.D	56.B	57.A	58.C	59.B	60.C
61.D	62.D	63.C	64.C	65.B	66.B	67.A	68.A	69.D	70.B
71.C	72.B	73.D	74.D	75.D	76.A	77.D	78.D	79.A	80.C
81.D	82.C	83.C	84.B	85.D	86.A	87.B	88.A	89.C	90.B
91.A	92.C	93.A	94.A	95.D	96.A	97.D	98.D	99.B	100.C
101.C	102.C	103.D	104.D	105.B	106.A	107.A	108.A	109.D	110.A
111.D	112.D	113.D	114.A	115.D	116.C	117.A	118.C	119.B	120.B
121.D	122.D	123.A	124.A	125.C	126.D	127.B	128.B	129.B	130.B
131.C	132.A	133.B	134.D	135.C	136.A	137.C	138.A	139.B	140.A
141.C	142.C	143.B	144.A	145.D	146.B	147.C	148.B	149.B	150.A
151.A	152.C	153.D	154.B	155.B	156.C	157.C	158.A	159.D	160.C
161.D	162.A	163.D	164.A	165.D	166.A	167.D	168.D	169.C	170.A
171.D	172.D	173.C	174.C	175.C	176.A	177.C	178.B	179.D	180.A
181.C	182.B	183.A	184.C	185.D	186.A	187.C	188.C	189.D	190.A
191.A	192.A	193.C	194.D	195.A	196.C	197.C	198.B	199.C	200.D
201.A	202.B	203.A	204.B	205.A	206.A	207.C	208.C	209.A	210.A
211.C	212.D	213.C	214.D	215.A	216.D	217.C	218.A	219.B	220.D
221.C	222.A	223.A	224.B	225.A	226.A	227.B	228.A	229.A	230.A
231.A	232.B	233.D	234.C	235.C	236.C	237.C	238.B	239.B	240.D
241.D	242.C	243.A	244.C	245.A	246.D	247.D	248.B	249.D	250.A
251.B	252.C	253.A	254.A	255.C	256.C	257.C	258.B	259.C	260.B
261.B	262.B	263.D	264.A	265.C	266.C	267.C	268.D	269.B	270.A
271.D	272.B	273.D	274.A	275.C	276.B	277.D	278.B	279.B	280.A
281.D	282.A	283.C	284.B	285.B	286.A	287.C	288.B	289.C	290.B
291.D	292.D	293.A	294.C	295.C	296.D	297.C	298.C	299.D	300.D
301.A	302.B	303.B	304.B	305.D	306.D	307.B	308.B	309.B	310.D
311.C	312.B	313.B	314.B	315.D	316.A	317.D	318.B	319.C	320.D
321.C	322.C	323.C	324.C	325.C	326.C	327.D	328.B	329.D	330.C
331.D	332.C	333.C	334.C	335.A	336.D	337.D	338.D	339.D	340.A
341.D	342.D	343.A	344.B	345.D	346.A	347.C	348.A	349.D	350.D

351.C	352.A	353.A	354.A	355.A	356.C	357.A	358.A	359.C	360.D
361.B	362.C	363.C	364.B	365.A	366.B	367.B	368.D	369.A	370.A
371.D	372.C	373.D	374.B	375.A	376.C	377.B	378.A	379.A	380.B
381.D	382.A	383.A	384.A	385.A	386.C	387.D	388.B	389.A	390.B
391.C	392.B	393.C	394.A	395.C	396.A	397.A	398.B	399.C	400.A
401.C	402.B	403.D	404.C	405.B	406.D	407.C	408.A	409.B	410.C
411.C	412.B	413.C	414.C	415.C	416.D	417.D	418.C	419.B	420.D
421.D	422.B	423.A	424.B	425.B	426.B	427.A	428.A	429.B	430.D
431.D	432.C	433.B	434.C	435.D	436.C	437.A	438.C	439.A	440.C
441.D	442.B	443.D	444.C	445.C	446.C	447.D	448.B	449.C	450.C
451.D	452.C	453.B	454.A	455.B	456.B	457.C	458.B	459.D	460.D
461.A	462.A	463.B	464.B	465.A	466.D	467.A	468.B	469.A	470.A
471.A	472.B	473.B	474.B	475.D	476.C	477.D	478.A	479.B	480.D
481.B	482.D	483.B	484.D	485.D	486.D	487.C	488.B	489.B	490.A
491.A	492.D	493.B	494.A	495.A	496.B	497.C	498.D	499.B	500.D
501.B	502.D	503.C	504.D	505.D	506.C	507.C	508.D	509.A	510.B
511.C	512.D	513.D	514.C	515.A	516.A	517.C	518.D	519.A	520.B
521.B	522.C	523.D	524.C	525.C	526.B	527.B	528.A	529.D	530.B
531.C	532.A	533.A	534.A	535.C	536.B	537.A	538.B	539.A	540.B
541.D	542.C	543.D	544.C	545.A	546.C	547.A	548.A	549.D	550.D
551.B	552.C	553.C	554.A	555.A	556.B	557.A	558.D	559.B	560.D
561.B	562.A	563.B	564.D	565.D	566.A	567.C	568.C	569.A	570.D
571.A	572.D	573.D	574.C	575.D	576.D	577.C	578.D	579.D	580.A
581.B	582.C	583.B	584.C	585.A	586.D	587.D	588.B	589.A	590.B
591.A	592.B	593.B	594.A	595.C	596.A	597.C	598.B	599.B	600.C
601.B	602.A	603.D	604.D	605.D	606.C	607.B	608.B	609.D	610.A
611.A	612.D	613.C	614.A	615.D	616.A	617.A	618.C	619.C	620.C
621.C	622.D	623.C	624.A	625.C	626.C	627.C	628.D	629.D	630.B
631.A	632.A	633.C	634.D	635.D	636.B	637.A	638.B	639.B	640.C
641.A	642.B	643.A	644.C	645.B	646.B	647.D	648.A	649.C	650.C



## TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

### ☑ Dạng 03: Tính đơn điệu của $f, g, \dots$ biết các đồ thị không tham số

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  có bảng biến thiên như hình sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$y'$	$+$	$0$	$-$	$+$
$y$	$-\infty$	$2$	$-1$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

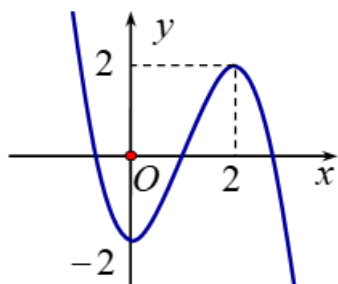
- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .      **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .
- C.** Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .      **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ . Từ đó **Chọn C**

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

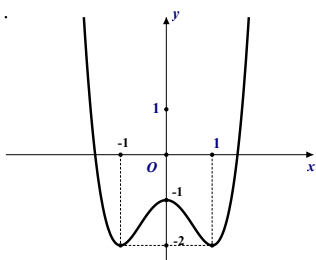
- A.**  $(-2; 2)$ .      **B.**  $(0; 2)$ .      **C.**  $(-\infty; 0)$ .      **D.**  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ đồ thị, ta thấy  $x \in (0; 2)$  thì đồ thị hướng lên từ trái qua phải nên hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị như sau.



Hàm số trên đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(0; 1)$ .      **B.**  $(0; +\infty)$ .      **C.**  $(-2; -1)$ .      **D.**  $(1; +\infty)$ .

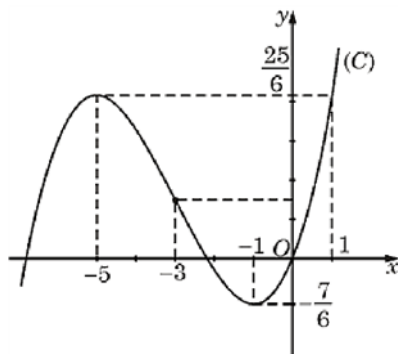
**Lời giải**

**Chọn D**



Hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

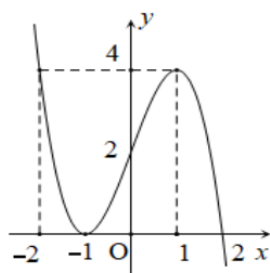


- A.  $\left(-\frac{7}{6}; \frac{25}{6}\right)$ .    B.  $(-5; 1)$ .    C.  $\left(-3; \frac{7}{6}\right)$ .    **D.  $(-5; -1)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị hàm số bậc 3 ở trên, ta có hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-5; -1)$ . Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng nào dưới đây?

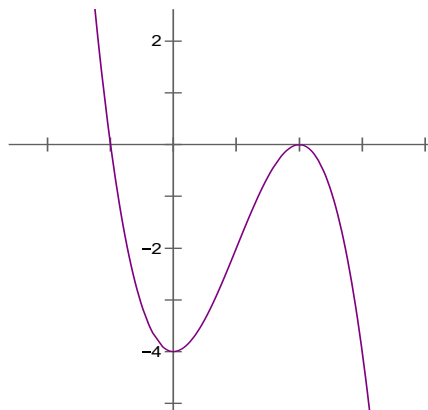
- A.  $(0; 2)$ .    B.  $(0; +\infty)$ .    C.  $(0; 4)$ .    **D.  $(-1; 1)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(2; +\infty)$ .    B.  $(-\infty; -1)$ .    C.  $(-1; 1)$ .    **D.  $(0; 1)$ .**

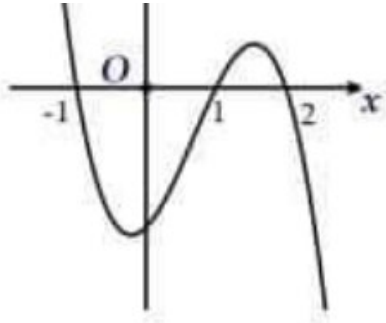
**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng  $(0;1)$  đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(0;1)$ .

**☑ Dạng 05: Tính đơn điệu  $f, g, \dots$  liên quan biểu thức đạo hàm không tham số**

**Câu 7:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên dưới



Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $f(-1) > f(1)$ .
- B.  $f(1) < f(2)$ .
- C.  $f(-2) > f(-1)$ .
- D.  $f(2) > f(3)$ .

Lời giải

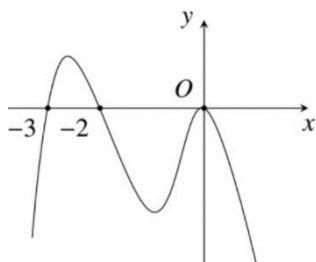
**Chọn A**

Ta có bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	0	-	
$y$	$-\infty$		$f(-1)$		$f(1)$		$f(2)$		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra  $f(-1) > f(1)$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ sau.



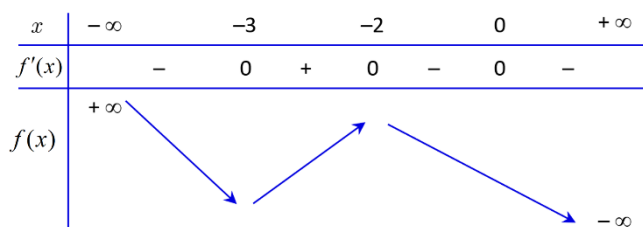
Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .
- B. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .
- C. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; +\infty)$ .
- D. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-3; -2)$ .

Lời giải

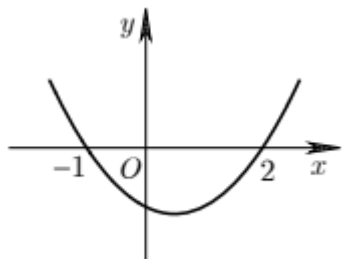
**Chọn C**

Từ đồ thị ta có BBT:



Vậy  $f(x)$  đồng biến trên  $(-3; -2)$ ,  $f(x)$  nghịch biến trên  $(-\infty; -3)$  và  $(-2; +\infty)$ .

**Câu 9:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Hàm số  $g(x) = f(x) + \frac{1}{x}$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



- A.  $(2; +\infty)$ .      B.  $(-1; 2)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(-\infty; -1)$ .

**Lời giải**

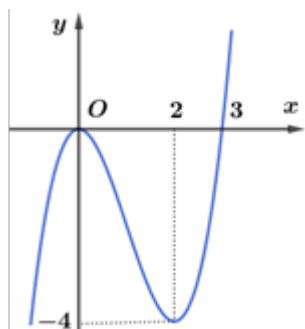
**Chọn C**

Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  ta có:  $f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$

Ta có  $g'(x) = f'(x) - \frac{1}{x^2} < 0, \forall x \in (0; 2)$ .

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

**Câu 10:** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây

- A.  $(3; +\infty)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(1; 2)$ .      D.  $(-1; 0)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Có  $f'(x) > 0, \forall x \in (3; +\infty)$  nên hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .

**Câu 11:** ] Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x+3)(x-1)^2$ . Hàm số đồng biến trên khoảng

- A.  $(-3; 1)$ .      B.  $(0; 3)$ .      C.  $(-4; -2)$ .      D.  $(-3; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $f'(x) = x(x+3)(x-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-3 \\ x=1 \end{cases}$ .

Bảng xét dấu đạo hàm

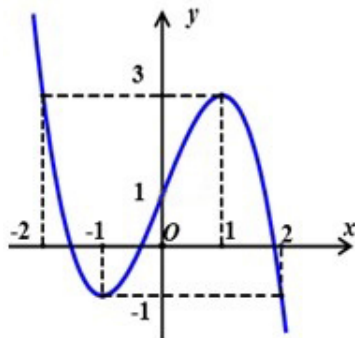
$x$	$-\infty$	$-3$	$0$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Từ bảng xét dấu, ta được: Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -3)$  và  $(0; +\infty)$ .

Do đó, hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 3)$ .

**☑ Dạng 04: Tính đơn điệu của  $f, g, \dots$  biết các BBT, BXD không tham số**

**Câu 12:** Cho hàm số đa thức bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(-\infty; -1)$ .      **B.**  $(-1; 1)$ .      **C.**  $(-2; 0)$ .      **D.**  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Từ đồ thị suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^3(x-1)^2(x+2)$ . Khoảng nghịch biến của hàm số là

- A.**  $(-2; 0)$ .      **B.**  $(-\infty; -2); (0; 1)$ .  
**C.**  $(-\infty; -2); (0; +\infty)$ .      **D.**  $(-2; 0); (1; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Cho  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$ .

Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$-2$	$0$	$1$	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)(x-2)(x+4)^2$ . Hàm số  $y = f(x+1)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(-5; 1)$ .      **B.**  $(0; +\infty)$ .      **C.**  $(-\infty; 0)$ .      **D.**  $(0; 1)$ .

### Lời giải

#### Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)(x+4)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=-4 \end{cases}$$

$$y' = f'(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=1 \\ x+1=2 \\ x+1=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-5 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-5$	$0$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	↗ 20			↘ 13		↗ $+\infty$	

Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Hàm số  $y = f(5-2x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(2; 3)$ .      **B.**  $(0; 2)$ .      **C.**  $(5; +\infty)$ .      **D.**  $(3; 5)$ .

### Lời giải

#### Chọn B

Ta có:  $y' = -2f'(5-2x)$ .

Để hàm số nghịch biến thì:  $y' \leq 0$ .

$$\Leftrightarrow -2f'(5-2x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq 5-2x \leq -1 \\ 5-2x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq x \leq 4 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

**Câu 16:** Tập hợp  $S$  tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \frac{x-m}{x+1}$  đồng biến trên từng khoảng xác định là

- A.**  $S = (-1; +\infty)$ .      **B.**  $S = [-1; +\infty)$ .      **C.**  $S = (-\infty; 1)$ .      **D.**  $S = (-\infty; -1)$ .

### Lời giải

#### Chọn A

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1+m}{(x+1)^2}$$

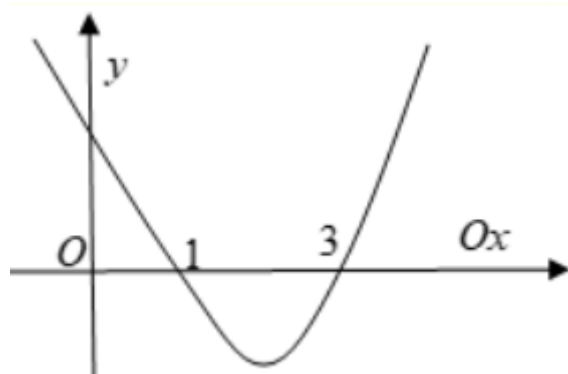
Để hàm số  $f(x) = \frac{x-m}{x+1}$  đồng biến trên từng khoảng xác định

$$\Leftrightarrow f'(x) > 0 \forall x \in D \Rightarrow 1+m > 0 \Leftrightarrow m > -1$$

Vậy tập hợp  $S$  tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để thỏa mãn yêu cầu là  $S = (-1; +\infty)$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị của hàm  $f(-2x+3)$  như hình vẽ sau. Hàm số  $y = f'(x-1)$

nghịch biến trong khoảng nào sau đây?



- A.  $(-3;1)$ .      B.  $(2;+\infty)$       C.  $(-2;2)$       D.  $(-\infty;-2)$ .

Lời giải

**Chọn C**

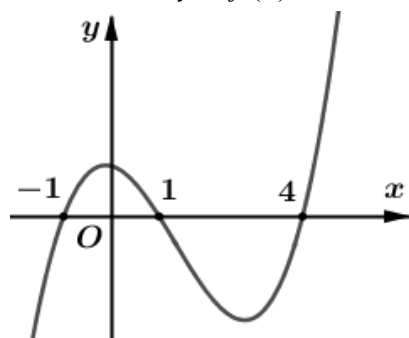
Ta có  $y = f(x-1) \Rightarrow y' = f'(x-1)$ .

Đặt  $x-1 = 3-2t \Rightarrow t = \frac{4-x}{2}$ .

Hàm số nghịch biến khi  $y' \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3 \Leftrightarrow 1 \leq \frac{4-x}{2} \leq 3 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$ .

Vậy  $y = f(x-1)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2;2)$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục, có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên.



Hàm số  $y = g(x) = f(2-x)$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.  $(1;3)$ .      B.  $(2;+\infty)$ .      C.  $(-2;1)$ .      D.  $(-\infty;-2)$ .

Lời giải

**Chọn C**

Từ đồ thị ta có bảng xét dấu của đạo hàm là:

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$4$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Ta có:  $g'(x) = -f'(2-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = -1 \\ 2-x = 1 \\ 2-x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$ .

Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$-2$	$1$	$3$	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Vậy hàm số  $y = g(x) = f(2-x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2;1)$ .

### CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

**☑ Dạng 13: Tìm tham số liên quan đến cực trị của hàm đa thức bậc 4 trùng phương thỏa mãn ĐK**

**☑ Dạng 12: Tìm tham số liên quan đến cực trị của hàm đa thức bậc 3 thỏa mãn ĐK**

**☑ Dạng 02: Cực trị của một hàm số cho bởi một công thức**

**Câu 19:** Giá trị cực đại của hàm số  $y = x^4 - x^2 + 1$  là

- A.** 1.                      **B.**  $\frac{3}{4}$ .                      **C.** 0.                      **D.**  $-\frac{3}{4}$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Xét hàm trùng phương } y = x^4 - x^2 + 1 \text{ có: } y' = 4x^3 - 2x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4} \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4} \\ x = 0 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Vậy giá trị cực đại của hàm số là 1.

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x^2 - 25)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.                      **B.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x = -5$   
**C.** Hàm số đã cho đạt cực đại tại  $x = 5$ .                      **D.** Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 25) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \\ x = -5 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-5$	$0$	$5$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại  $x = -5$  và đạt cực tiểu tại  $x = 5$ .  
Do vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**Câu 21:** Hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+1}$  có bao nhiêu điểm cực trị

- A.** 3.                      **B.** 2.                      **C.** 0.                      **D.** 1.

Lời giải

**Chọn C**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .



Ta có  $y = \frac{2x+3}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \in D.$

Vậy hàm số đã cho không có cực trị.

**Câu 22:** Hàm số  $y = \frac{2x+3}{x+1}$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3.                      B. 2.                      C. 0.                      D. 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$

$$y = \frac{2x+3}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1.$$

Khi đó hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định

Vậy hàm số đã cho không có cực trị.

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = x^3 - 12x + 1.$  Điểm cực tiểu của hàm số là

- A.  $x = 2.$                       B.  $x = -15.$                       C.  $x = 13.$                       D.  $x = -2.$

Lời giải

Chọn A

Ta có:  $y' = 3x^2 - 12$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu  $y'$

$x$	$-\infty$	$-2$		$2$		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu  $y'$  suy ra điểm cực tiểu của hàm số là  $x = 2.$

**Câu 24:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x+1)^2(x+2)^3(x+3)^4.$  Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3.                      B. 4.                      C. 1.                      D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$f'(x) = x(x+1)^2(x+2)^3(x+3)^4 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-3$	$-2$	$-1$	$0$	$+\infty$				
$y'$		+	0	+	0	-	0	-	0	+

Ta lại có  $y'$  đổi dấu khi  $x$  qua  $x = 0; x = -2$  và  $y'$  không đổi dấu khi  $x$  qua  $x = -1; x = -3.$

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**☑ Dạng 04: Cực trị  $f, f, \dots$  biết các BBT, BXD không tham số**

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

$x$	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$y'$		-	0	+	0	-	
$y$	$+\infty$				4		$-\infty$

$+\infty \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow -\infty$

- A.  $x = 3$       B.  $x = 1$       C.  $x = 4$       D.  $x = 2$ .

Lời giải

**Chọn B**

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại điểm  $x = 1$ .

**Câu 26:** Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^3 - 6x + \sqrt{2}$  bằng

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $5\sqrt{2}$       C.  $-\sqrt{2}$       D.  $-3\sqrt{2}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = 3x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$ .

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+	
$y$	$-\infty$			$5\sqrt{2}$		$-3\sqrt{2}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số bằng  $-3\sqrt{2}$ .

**Câu 27:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đạo hàm là  $f'(x) = \begin{cases} x^3 - x & \text{khi } x \geq -2 \\ e^{x+3} - 1 & \text{khi } x < -2 \end{cases}$ . Hàm số

đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2      B. 5      C. 4      D. 3.

Lời giải

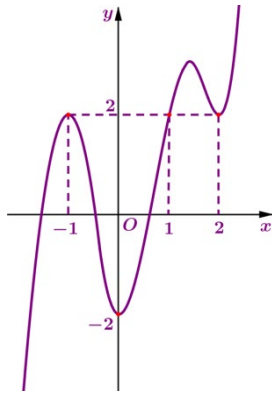
**Chọn C**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - x = 0, x \geq -2 \\ e^{x+3} - 1 = 0, x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \vee x = \pm 1, x \geq -2 \\ x + 3 = 0, x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \vee x = \pm 1, x \geq -2 \\ x = -3, x < -2 \end{cases}$$

Các nghiệm trên đều thỏa điều kiện nên hàm số có 4 điểm cực trị.

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x-2)$  có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(|x|)$  là

- A. 9      B. 7      C. 5      D. 1.

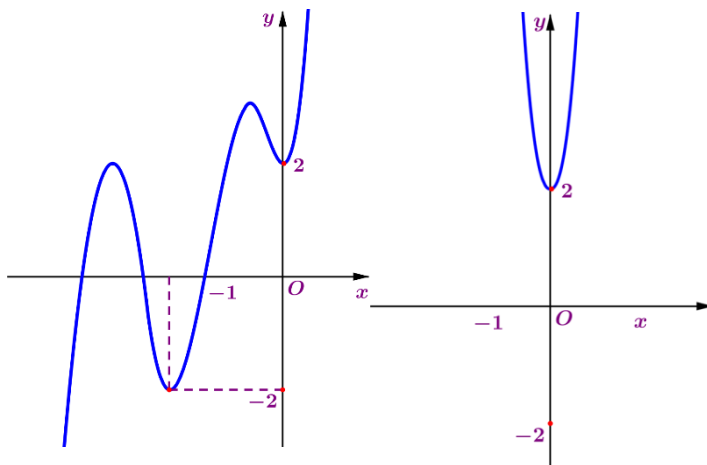


Lời giải

**Chọn D**

Bước 1 : Tịnh tiến đồ thị hàm số  $y = f(x - 2)$  theo  $\vec{v}(-2; 0)$  ta được đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

Bước 2 : Xóa bỏ phần đồ thị nằm bên trái trục tung. Phần đồ thị vừa có bên phải trục tung ta lấy đối xứng phần này qua trục tung, ta được đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$ .



Từ đó ta có số điểm cực trị của hàm số là 1.

**Chọn D** là đáp án đúng.

**Câu 29:** Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^3 - 6x + \sqrt{2}$  bằng

A.  $\sqrt{2}$ .      B.  $5\sqrt{2}$ .      C.  $-\sqrt{2}$ .      **D.**  $-3\sqrt{2}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = 3x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$ .

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$	
$y'$	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$5\sqrt{2}$	$-3\sqrt{2}$	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số bằng  $-3\sqrt{2}$ .

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2$ . Khi đó, hàm số  $y = |f(x)|$  có bao nhiêu cực trị?

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $y = f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 2x + 2 > 0, \forall x$ .

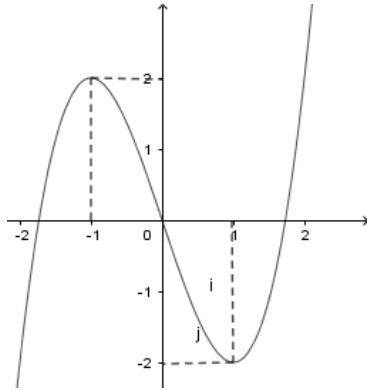
$\Rightarrow$  Hàm số  $y = f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 2$  không có cực trị.

Lại có:  $x^3 - x^2 + 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ : nghiệm đơn.

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt trục hoành tại đúng một điểm.

Từ, suy ra,  $y = |f(x)|$  có đúng 1 cực trị.

**Câu 31:** Cho hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x$  có đồ thị như hình vẽ sau:



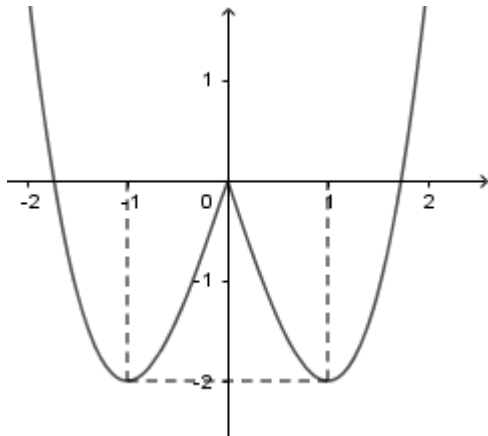
Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  là  $(-1; 2)$ .  
 B. Điểm cực đại của hàm số  $y = f(|x|)$  nằm trên trục tung.  
 C. Đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  không có điểm cực đại.  
 D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  là  $(0; 0)$ .

Lời giải

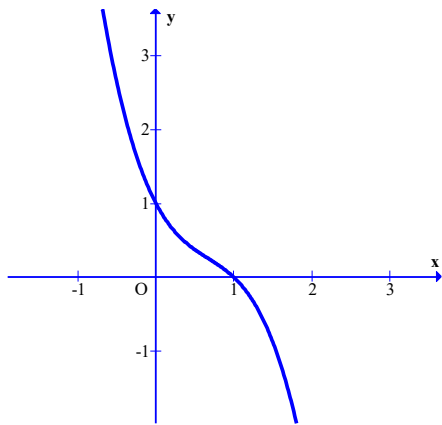
**Chọn D**

Từ đồ thị hàm số  $y = f(x) = x^3 - 3x$  ta suy ra đồ thị hàm số  $y = f(|x|) = |x|^3 - 3|x|$  như hình vẽ sau:



Dựa vào đồ thị ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  là  $(0; 0)$ .

**Câu 32:** Cho hai hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  có số điểm cực trị là

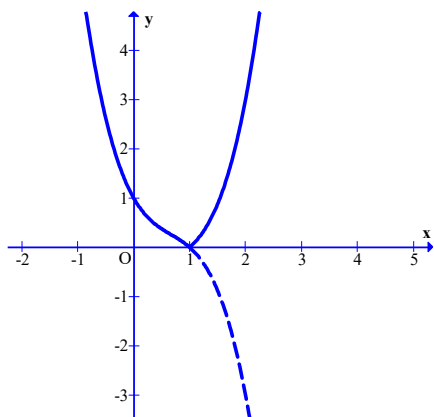


- A. 1.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 0.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  như hình vẽ sau:



Từ đồ thị vẽ được, ta thấy hàm số  $y = |f(x)|$  có 1 điểm cực trị.

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = f(x) = -x^4 + 8x^2 + 3$ . Hàm số  $g(x) = f(|x+2|)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $f'(x) = -4x^3 + 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$ .

Xét hàm số  $h(x) = f(x+2)$ . Ta có  $h'(x) = f'(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 0 \\ x+2 = -2 \\ x+2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -4 \\ x = 0 \end{cases}$

Vì hàm số  $h(x)$  có một điểm cực trị không âm là  $x = 0$  nên hàm số  $g(x)$  có một điểm cực trị.

**Câu 34:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	0	-3	$+\infty$

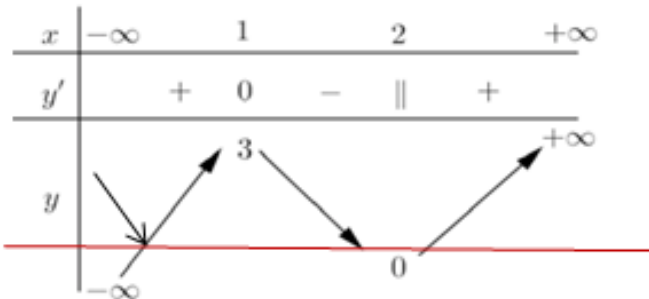
Số điểm cực trị của hàm số  $y = |f(x) + 3|$  là:

- A.** 3.                      **B.** 2.                      **C.** 5.                      **D.** 4.

**Lời giải**

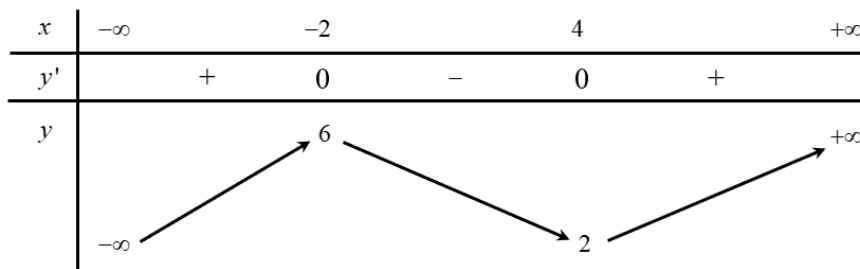
**Chọn A**

Đồ thị của hàm số  $y = |f(x) + 3|$  vẽ bằng cách giữa nguyên phần đồ thị của hàm số  $y = f(x) + 3$  phía trên trục  $Ox$ , sau đó lấy phần phía dưới trục  $Ox$  đối xứng lên trên.



Vậy số điểm cực trị của hàm số  $y = |f(x) + 3|$  là 3.

**Câu 35:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ



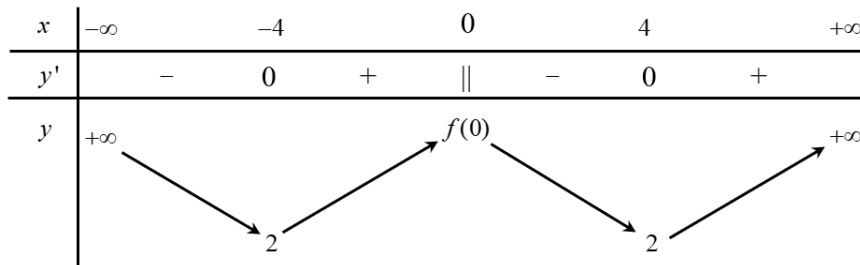
Đồ thị hàm số  $y = f(|x|)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 2.                      **B.** 4.                      **C.** 3.                      **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$  nên ta có bảng biến thiên của hàm số  $y = f(|x|)$  là:



Hàm số có 3 điểm cực trị

**☑ Dạng 09: Tìm tham số để f đạt cực trị tại 1 điểm  $x_0$  cho trước**

**Câu 36:** Cho biết hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 3$ . Khi đó

- A.**  $m \leq -1$ .                      **B.**  $m \in (2; 3)$ .                      **C.**  $m \in (1; 2)$ .                      **D.**  $m \in (0; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x + m$

Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  khi

$$\Delta' = (-3)^2 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$$

Theo định lí Viet ta có 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$$

Theo đề bài ta có  $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3$

$$\Leftrightarrow 2^2 - \frac{2}{3}m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

Vậy  $m = \frac{3}{2}$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 37:** Tìm  $m$  để đồ thị hàm số  $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$  có điểm cực đại và điểm cực tiểu lập thành tam giác đều.

**A.**  $m = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}$

**B.**  $m = 1$

**C.**  $m = \sqrt[3]{3}$

**D.**  $m = \sqrt{3}$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$f'(x) = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị  $\Leftrightarrow m > 0$ .

Khi đó, 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là  $A(0; 2m + m^4)$ ,  $B(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$ ,  $C(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$ .

Tam giác  $ABC$  có  $AB = AC$  nên tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , suy ra tam giác  $ABC$  đều

$$\Leftrightarrow AB = BC \Leftrightarrow \sqrt{m + m^4} = 2\sqrt{m} \Leftrightarrow m^4 + m = 4m \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt[3]{3} \\ m = 0 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện  $m > 0$  ta được  $m = \sqrt[3]{3}$ .

**Câu 38:** Biết  $m_0$  là giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1 + x_2 - 3x_1 x_2 = 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $m_0 \in (-4; -2)$ . **B.**  $m_0 \in (2; 4)$ . **C.**  $m_0 \in (0; 2)$ . **D.**  $m_0 \in (-2; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x + m$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0(*)$ .

Hàm số có hai điểm cực trị  $x_1, x_2 \Leftrightarrow$  phương trình có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 3m > 0$   
 $\Leftrightarrow m < 3$ .

Theo định lý Vi-et ta có 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{3} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 - 3x_1 x_2 = 1 \Leftrightarrow 2 - m = 1 \Leftrightarrow m = 1$$

Vậy  $m_0 = 1 \in (0; 2)$ .

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = \left(\frac{m-1}{3}\right)x^3 + (m^2 - 4)x^2 + (m^2 - 9)x + 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-20; 20]$  để hàm số có hai điểm cực trị trái dấu?

- A. 18.                      B. 19.                      C. 17.                      D. 16.

Lời giải

Chọn A

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = (m-1)x^2 + 2(m^2 - 4)x + m^2 - 9.$$

Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu  $\Leftrightarrow y' = 0$  có hai nghiệm trái dấu.

$$\Leftrightarrow \frac{m^2 - 9}{m-1} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$$

Do  $m$  nguyên và  $m \in [-20; 20]$  nên  $m \in \{-20; -19; \dots; -5; -4; 2\}$ . Vậy có 18 giá trị của  $m$ .

**Câu 40:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+3)x^2 + (12-m)x + 2020$  có hai điểm cực trị nằm về bên phải trục tung?

- A. 9.                      B. 10.                      C. 11.                      D. 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có  $y' = x^2 - 2(m+3)x + 12 - m$ .

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về bên phải trục tung  $\Leftrightarrow$  Phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt  $x_1, x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = [-(m+3)]^2 - (12-m) > 0 \\ S = x_1 + x_2 = 2(m+3) > 0 \\ P = x_1 x_2 = 12 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 7m - 3 > 0 \\ m + 3 > 0 \\ 12 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{-7 + \sqrt{61}}{2} \\ m < \frac{-7 - \sqrt{61}}{2} \\ -3 < m < 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-7 + \sqrt{61}}{2} < m < 12. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{1; 2; \dots; 11\}.$$

Vậy có tất cả 11 giá trị nguyên thỏa mãn.

**Câu 41:** Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên để hàm số  $y = mx^3 + (m-3)x^2 - (2m+1)x - 1$  có hai điểm cực trị đối nhau?

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có  $y' = 3mx^2 + 2(m-3)x - (2m+1)$ .

Hàm số có hai điểm cực trị đối nhau  $\Leftrightarrow y' = 0$  có hai nghiệm đối nhau

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m \neq 0 \\ (m-3)^2 + 3m \cdot (2m+1) > 0 \\ \frac{-2(m-3)}{3m} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$$



Vậy có 1 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta **Chọn B**

**☑ Dạng 05: Cực trị f, f, ... liên quan biểu thức đạo hàm không tham số**

**Câu 42:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3.                      **B. 2.**                      C. 4.                      D. 1.

Lời giải

**Chọn B**

Hàm số  $f'(x)$  có 2 nghiệm  $x=0; x=1$  và đổi dấu qua hai nghiệm này. Do đó hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

**Câu 43:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = x(x+2022)(x^2-4x+4)$ . Hàm số  $f(x)$  có mấy điểm cực tiểu?

- A. 4.                      **B. 2.**                      C. 3.                      **D. 1.**

Lời giải

**Chọn D**

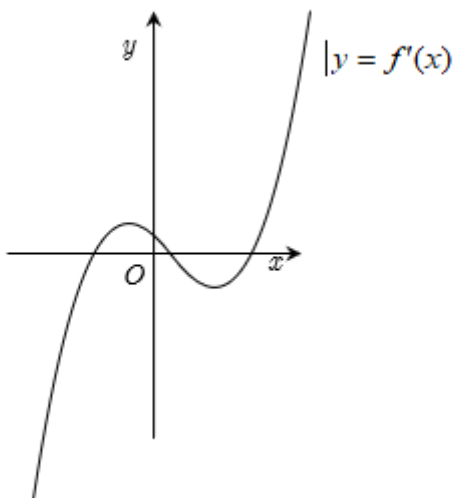
$$\text{Giải } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2022)(x^2-4x+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2022 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

$x$	$-\infty$	$-2022$	$0$	$2$	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$							

Hàm số có 1 điểm cực tiểu.

**Câu 44:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$  là:

- A. 2.                      **B. 3.**                      C. 4.                      D. 1.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt nên số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$  là: 3

**Câu 45:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)(x+2)(x-3)$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5.                      B. 2.                      C. 3                      D. 1

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = (x-1)(x+2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+2=0 \\ x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \\ x=3 \end{cases}$$

$f'(x) = 0$  có 3 nghiệm đơn phân biệt nên hàm số đã cho có 3 cực trị.

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x^2 - 1)(3 - x)^2(4 - 2x)$ . Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.

Lời giải

Chọn A

**Câu 47:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = x^2(2x-1)^2(x+1), \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2                      B. 3                      C. 0                      D. 1

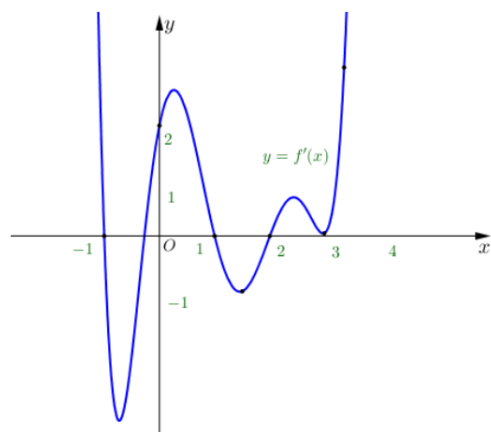
Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f'(x) = x^2(2x-1)^2(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \text{ (kép)} \\ x=\frac{1}{2} \text{ (kép)} \\ x=-1 \end{cases}$$

Vì phương trình  $f'(x) = 0$  có 1 nghiệm bội lẻ nên hàm số đã cho có 1 cực trị.

**Câu 48:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  là đường cong như hình vẽ dưới đây. Hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 2.                      B. 5.                      C. 1.                      D. 4.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  ta suy ra được phương trình  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = x_0 \ (-1 < x_0 < 0) \\ x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$

và bảng xét dấu của hàm số  $y = f'(x)$  như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$x_0$	$1$	$2$	$3$	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$	$+$

Từ bảng xét dấu của hàm  $y = f'(x)$  ta thấy hàm số  $y = f(x)$  có 4 điểm cực trị.

**Câu 49:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.** 2.                      **B.** 3.                      **C.** 4.                      **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-4$	$0$	$1$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$		↘ ↗		↘ ↗				

Vậy số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2.

**Câu 50:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(2x - x^2)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A.**  $x = 3$ .                      **B.**  $x = 1$ .                      **C.**  $x = 0$ .                      **D.**  $x = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

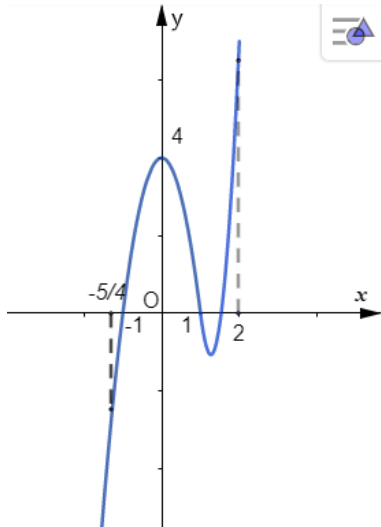
Ta có:  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(2x - x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ .

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$		
$y'$		$+$	$0$	$+$	$0$	$-$
$y$	$-\infty$	↗ ↘		$-\infty$		

Dựa vào bảng biến thiên ta có điểm cực đại của hàm số là  $x = 2$ .

**Câu 51:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị của  $f'(x)$  trên khoảng  $\left(-\frac{5}{4}; 2\right)$  như hình vẽ.



Hàm số đã cho có mấy điểm cực tiểu trên khoảng  $\left(-\frac{5}{4}; 2\right)$ ?

- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

Lời giải

**Chọn C**

Từ đồ thị của  $f'(x)$  ta có bảng xét dấu của  $f'(x)$  như sau:

$x$	$-\frac{5}{4}$		$-1$		$1$		$a$
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$+$

Từ bảng xét dấu của  $f'(x)$  suy ra hàm số  $y = f(x)$  có 2 cực tiểu trên  $\left(-\frac{5}{4}; 2\right)$ .

**Câu 52:** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 2x^2 + 7x + 1$ . Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-1; 0]$  lần lượt là  $M$  và  $m$ . Giá trị của  $M + m$  là

- A.  $-10$ .                      B.  $1$ .                      C.  $-11$ .                      D.  $-9$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $y' = 6x^2 - 4x + 7 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 4x + 7 = 0$ .

Khi đó  $y(-1) = -10$ ,  $y(0) = 1$  do vậy  $M = 1$  và  $m = -10$ .

Vậy  $M + m = -9$ .

**Câu 53:** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x\sqrt{16-x^2}$ . Tính  $M + m$

- A.  $8 - \sqrt{8}$ .                      B.  $\sqrt{8}$ .                      C.  $0$ .                      D.  $8$ .

Lời giải

**Chọn C**

Điều kiện xác định  $-4 \leq x \leq 4$ .

Đạo hàm  $y' = \sqrt{16-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{16-x^2}} = \frac{16-2x^2}{\sqrt{16-x^2}}$ .

Ta có  $y' = 0 \Leftrightarrow 16 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{8}$

Các giá trị  $y(-4) = y(4) = 0$ ;  $y(-\sqrt{8}) = -8$ ;  $y(\sqrt{8}) = 8$  do đó  $M = 8, m = -8$ .

Vậy  $M + m = 0$ .

**Câu 54:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = -x^3 - 3x^2 + m$  trên đoạn  $[-1; 1]$  bằng 0.

**A.**  $m = 0$ .      **B.**  $m = 6$ .      **C.**  $m = 4$ .      **D.**  $m = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$y = -x^3 - 3x^2 + m \Rightarrow y' = -3x^2 - 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & (n) \\ x = -2 & (1) \end{cases}$$

$$f(0) = m, f(-1) = m - 2, f(1) = m - 4 \Rightarrow \min_{[-1;1]} y = f(1) = m - 4.$$

$$\text{Do đó } m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4.$$

**Câu 55:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 8$  trên đoạn  $[-2; 2]$ .

**A.**  $\max_{[-2;2]} y = 3$ .      **B.**  $\max_{[-2;2]} y = 34$ .      **C.**  $\max_{[-2;2]} y = 10$ .      **D.**  $\max_{[-2;2]} y = 30$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (-2; 2) \\ x = -3 \notin (-2; 2) \end{cases}$$

$$\text{Vì } y(-2) = 30; y(1) = 3; y(2) = 10 \text{ nên } \max_{[-2;2]} y = 30.$$

**Câu 56:** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$  trên đoạn  $[1; 3]$

**A.**  $\max_{x \in [1;3]} f(x) = 5$ .      **B.**  $\max_{x \in [1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$ .      **C.**  $\max_{x \in [1;3]} f(x) = -6$ .      **D.**

$$\max_{x \in [1;3]} f(x) = 0.$$

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số đã cho xác định trên đoạn  $[1; 3]$ .

$$\text{Ta có } f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 16x + 16.$$

$$\text{Nên } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \notin [1; 3] \\ x = \frac{4}{3} \in [1; 3] \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } f(1) = 0; f(3) = -6; f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}.$$

$$\text{Vậy } \max_{x \in [1;3]} f(x) = \frac{13}{27}.$$

**Câu 57:** Trên đoạn  $[-4; -1]$ , hàm số  $y = x + \frac{9}{x-1}$  đạt giá trị lớn nhất bằng

**A.**  $-5$ .      **B.**  $-\frac{29}{5}$ .      **C.**  $-\frac{11}{2}$ .      **D.**  $4$ .

### Lời giải

#### Chọn A

TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

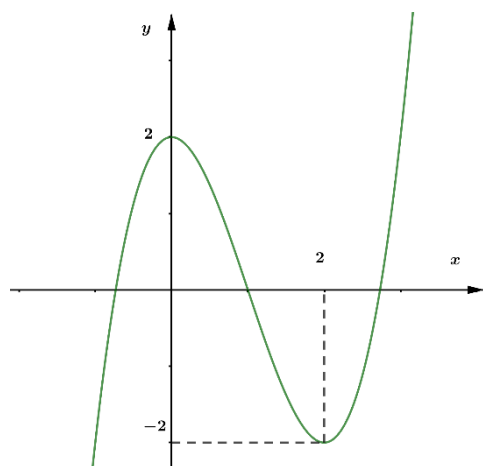
$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{9}{(x-1)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{9}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \notin [-4; -1] \\ x = -2 \in [-4; -1] \end{cases}$$

$$\text{Ta thấy } y(-4) = -\frac{29}{5}; y(-2) = -5; y(-1) = -\frac{11}{2}.$$

$$\text{Vậy } \max_{[-4; -1]} y = y(-2) = -5.$$

#### Dạng 04: GTLN, GTNN của hàm số g biết các BBT, đồ thị

**Câu 58:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Gọi  $m$  và  $M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[0; 2]$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?



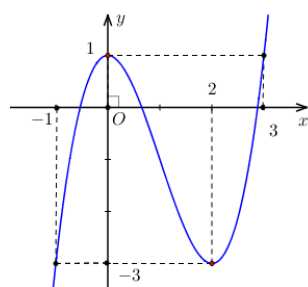
- A.  $m + M = 2$ .    B.  $m + M = -2$ .    C.  $m + M = 0$ .    D.  $m + M = 4$ .

### Lời giải

#### Chọn C

Dựa vào đồ thị,  $m = -2; M = 2; M + m = 0$ .

**Câu 59:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên.



Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[-1; 3]$  bằng

- A. 2.    B. -2.    C. 4.    D. 1.

### Lời giải

#### Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có:  $\max_{[-1; 3]} f(x) = 1; \min_{[-1; 3]} f(x) = -3$ .

$$\text{Vậy } \max_{[-1; 3]} f(x) + \min_{[-1; 3]} f(x) = -2.$$

**Câu 60:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như sau.

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$1$	$-1$	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây sai?

**A.**  $\max_{(-\infty;1)} f(x) = 1.$     **B.**  $\min_{(0;+\infty)} f(x) = -1.$

**C.**  $\max_{(-\infty;1)} f(x) = f(-1).$

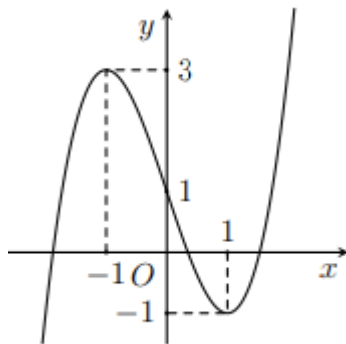
**D.**  $\min_{[2;+\infty)} f(x) = f(2).$

Lời giải

**Chọn C**

Nhìn vào bảng biến thiên suy ra  $\max_{(-\infty;1)} f(x) = f(-1)$  là khẳng định sai

**Câu 61:** Đồ thị của hàm số  $f(x)$  có dạng đường cong trong hình vẽ bên. Gọi  $M$  là giá trị lớn nhất,  $m$  là giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1;1]$ . Tính  $P = M - 2m$ .



**A.**  $P = 3.$

**B.**  $P = 4.$

**C.**  $P = 1.$

**D.**  $P = 5.$

Lời giải

**Chọn D**

Từ đồ thị hàm số ta có:  $M = 3, m = -1$

Vậy  $P = M - 2m = 3 - 2 \cdot (-1) = 5.$

**Câu 62:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-1$	$2$	$+\infty$	
$y'$	$-$	$  $	$+$	$0$	$-$
$y$	$5$	$-2$	$4$	$-1$	

Mệnh đề nào sau đây sai

**A.** Hàm số  $y = f(x)$  không có giá trị lớn nhất.

**B.** Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị nhỏ nhất bằng  $-2$ .

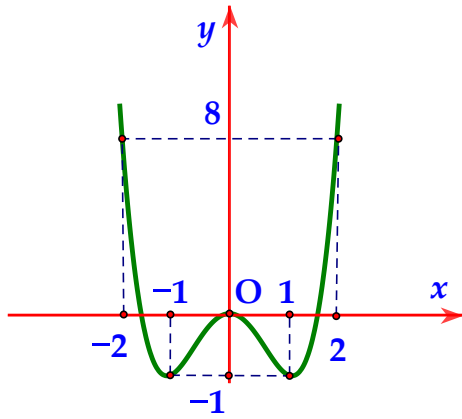
**C.** Hàm số  $y = f(x)$  đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = -1$ .

**D.** Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng  $5$ .

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 63:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.  $\min_{\mathbb{R}} y = 1$ .      B.  $\max_{\mathbb{R}} y = 8$ .      C.  $\min_{\mathbb{R}} y = -1$ .      D.  $\max_{\mathbb{R}} y = 0$ .

Lời giải

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị, ta thấy  $\min_{\mathbb{R}} y = -1$ .

### TIỆM CẬN

**☑ Dạng 02: Tiệm cận của đồ thị hàm số không chứa căn thức, không tham số**

**Câu 64:** Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x-2}$ ?

- A.  $x = 2$ .      B.  $x = -2$ .      C.  $y = 1$ .      D.  $y = -1$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left( \frac{x+2}{x-2} \right) = 1 \Rightarrow y = 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 65:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+1}$  là

- A.  $x = 1$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $y = -1$ .      D.  $y = 2$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty$ .

Nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng  $x = -1$ .

**Câu 66:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x-3}{2-x}$  là đường thẳng có phương trình:

- A.  $y = \frac{5}{2}$ .      B.  $y = -5$ .      C.  $x = -5$ .      D.  $x = 2$ .

Lời giải

**Chọn B**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -5 \Rightarrow y = -5$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.



**Câu 67:** Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x-3}{2x+1}$ ?

- A.**  $y = \frac{1}{2}$ .      **B.**  $y = -\frac{1}{2}$ .      **C.**  $x = -\frac{1}{2}$ .      **D.**  $x = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-3}{2x+1} = \frac{1}{2}$

Suy ra đường thẳng  $y = \frac{1}{2}$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 68:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{3}{x-2}$  bằng

- A.** 2.      **B.** 3.      **C.** 1.      **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{x-2} = +\infty$  nên đồ thị có tiệm cận đứng là  $x = 2$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3}{x-2} = 0$  nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y = 0$ .

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 2.

**Câu 69:** Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{5x-1}{x+2}$ ?

- A.**  $y = 5$ .      **B.**  $x = 5$ .      **C.**  $x = 2$ .      **D.**  $x = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{5x-2}{x+2} = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{5x-2}{x+2} = -\infty$  nên đồ thị có TCD:  $x = -2$ .

**Câu 70:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{mx-8}{x+2}$  có hai đường tiệm cận.

- A.**  $m \neq 4$ .      **B.**  $m \neq -4$ .      **C.**  $m = 4$ .      **D.**  $m = -4$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$

Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận  $\Leftrightarrow m(-2)-8 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$ .

**Câu 71:** Tìm tổng tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x-1}{x-m}$  có hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5.

- A.** 2.      **B.** 4.      **C.** 0.      **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm nhất biến  $y = \frac{x-1}{x-m}$  có tiệm cận đứng  $x = m$  và tiệm cận ngang  $y = 1$ .

Để hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5

khi và chỉ khi:  $|m|.1 = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -5 \end{cases}$ .

Vậy có hai giá trị  $m$  thỏa mãn và tổng chúng bằng 0.

**Câu 72:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+2}$ , tổng số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

- A.** 1.                      **B.** 2.                      **C.** 3.                      **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 2$  nên đường

thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x-1}{x+2} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = +\infty \Rightarrow$  đường thẳng  $x = -2$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

**Câu 73:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{(m+1)x-3}{x-m+3}$  có tiệm cận ngang  $y = -2$  thì có tiệm cận đứng có phương trình:

- A.**  $y = -3$ .                      **B.**  $x = 6$ .                      **C.**  $x = 0$ .                      **D.**  $x = -6$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Do đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang  $y = -2$  nên  $m+1 = -2 \Rightarrow m = -3$ . Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình:  $x = -6$ .

**Câu 74:** Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{1-x}{-x+2}$  có phương trình lần lượt là

- A.**  $x = 1; y = 2$ .                      **B.**  $x = 2; y = \frac{1}{2}$ .                      **C.**  $x = 2; y = -1$ .                      **D.**  $x = 2; y = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

TXĐ:  $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-x}{-x+2} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{-x+2} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1-x}{-x+2} = +\infty$ .

Đồ thị hàm số  $y = \frac{1-x}{-x+2}$  có đường tiệm cận đứng là  $x = 2$  và đường tiệm cận ngang là  $y = 1$ .

**Câu 75:** Cho hàm số  $y = \frac{ax-2}{cx+d}$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$y'$	+		+
$y$	$3$	$+\infty$	$3$

Giá trị nguyên âm lớn nhất mà  $c$  có thể nhận là

- A.  $-3$ .      B.  $-2$ .      C.  $-4$ .      D.  $-1$ .

Lời giải

**Chọn D**

+ Thông tin về tiệm cận ngang cho ta:  $\frac{a}{c} = 3 \Rightarrow a = 3c, (1)$

+ Thông tin về tiệm cận đứng cho ta:  $\frac{-d}{c} = -1 \Rightarrow d = c, (2)$

$$+ y' = \frac{ad + 2c}{(cx + d)^2} > 0 \Rightarrow ad + 2c > 0 \Rightarrow 3c^2 + 2c > 0 \Rightarrow \begin{cases} c < -\frac{2}{3} \\ c > 0 \end{cases}$$

Vậy giá trị nguyên âm lớn nhất mà  $c$  có thể nhận là  $-1$

**☑ Dạng 04: Tiệm cận đồ thị hàm số  $f$  dựa vào BBT không tham số**

**Câu 76:** Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{9-x}}{\sqrt{x-1}}$  là:

- A. 0.      B. 3.      C. 2.      D. 1.

Lời giải

**Chọn A**

Tập xác định:  $D = [2; 9] \Rightarrow$  hàm số không có đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

**Câu 77:** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau có tiệm cận đứng?

- A.  $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$ .    B.  $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ .    C.  $y = \frac{1}{x^4 + 1}$ .    D.  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$  có tập xác định  $D = (0; +\infty)$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$  nên đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là  $x = 0$ .

**Câu 78:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2 + 8x + 15}$  có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3.      B. 2.      C. 4.      D. 0.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \neq -5 \\ x \neq -3 \end{cases}$$

Vì  $x = -3$  và  $x = -5$  không thỏa mãn điều kiện  $4 - x^2 \geq 0$  nên đồ thị hàm số không có tiệm

cận đúng.

Từ điều kiện của hàm số suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2+8x+15}$  không có đường tiệm cận.

**Câu 79:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 2.                      **B.** 1.                      **C.** 0.                      **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tập xác định  $D = (-\infty; 2] \setminus \{1\}$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là  $y = 0$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$  vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = 1$ .

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

**Câu 80:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{(\sqrt{x-1}-1)^2}{x^2+2x-8}$  có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A.** 3.                      **B.** 2.                      **C.** 1.                      **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định:  $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$

$$y = \frac{(\sqrt{x-1}-1)^2}{x^2+2x-8} = \frac{(x-2)^2}{(\sqrt{x-1}+1)^2} = \frac{(x-2)}{(\sqrt{x-1}+1)^2(x+4)}$$

Hàm số có tiệm cận ngang  $y = 0$ , không có tiệm cận đứng.

**Câu 81:** Đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$  có số đường tiệm cận đứng là bao nhiêu?

- A.** 1.                      **B.** 3.                      **C.** 2.                      **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện:  $x \neq 0$ .

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x} = \frac{1}{2}; \lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x} = \frac{1}{2}.$$

Vậy đồ thị hàm số  $y = \frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$  không có tiệm cận đứng.

**Câu 82:** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

- A.**  $y = \frac{1}{x^4+1}$ .                      **B.**  $y = \frac{1}{x^2+1}$ .                      **C.**  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .                      **D.**  $y = \frac{1}{x^2+x+1}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$  có tập xác định là  $D = (0; +\infty)$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$  nên đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$  có tiệm cận đứng là  $x = 0$ .

**Câu 83:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có đúng một đường tiệm cận ngang?

A.  $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$ .    B.  $y = \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x - 3}$ .    C.  $y = \frac{2x - 3}{x^2 - 2x}$ .    D.  $y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x + 3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 3x}{x - 1} = \pm\infty \Rightarrow$  đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$  không có đường tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x - 3} = \frac{1}{2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x - 3} = -\frac{1}{2} \Rightarrow$  đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x - 3}$  có hai đường tiệm cận

ngang.

$y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x + 3}$  có tập xác định  $[-1; 1] \Rightarrow$  đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

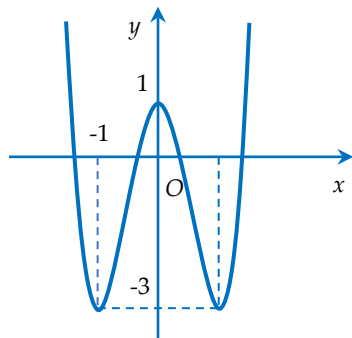
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 3}{x^2 - 2x} = 0 \Rightarrow$  Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang

$y = 0$

## KHẢO SÁT HÀM SỐ

**☑ Dạng 02: Nhận dạng hàm số - BBT**

**Câu 84:** Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên.



Hỏi phương trình  $|f(x)| = 1$  có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.                      B. 7.                      C. 6.                      D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Cách 1.** Phương trình  $|f(x)| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{cases}$ .

Dựa vào đồ thị ta có  $f(x) = 1$  có ba nghiệm và  $f(x) = -1$  có bốn nghiệm.

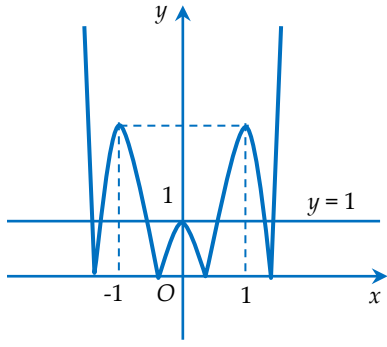
Các nghiệm của phương trình không trùng nhau, do đó phương trình đã cho có 7 nghiệm.

**Cách 2.**

♦**Nhận xét:** Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$(C_1): y = |f(x)|$  và đường thẳng  $d: y = 1$ .

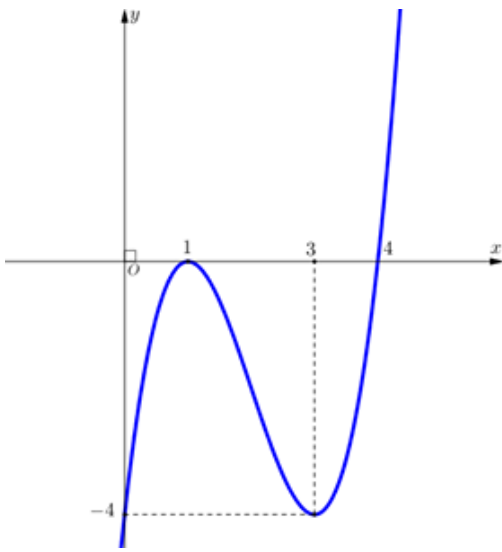
♦ Đồ thị vẽ trên cùng hệ trục như sau:



♦ Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng  $d$  và đồ thị  $(C)$  cắt nhau tại 7 điểm phân biệt.

♦ Vậy phương trình (1) có 7 nghiệm phân biệt.

**Câu 85:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình  $|f(x)| = 2$  trên đoạn  $[0; 3]$  là:

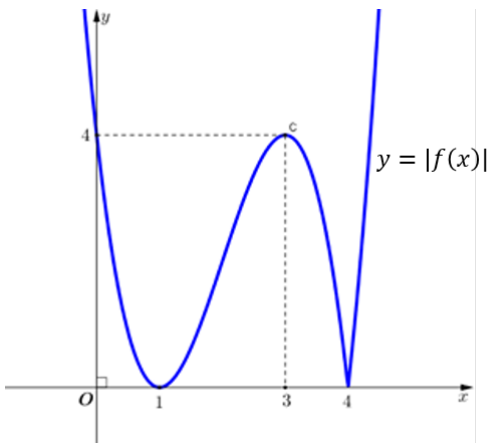
A. 0.                      B. 8.                      C. 4.                      D. 2

Lời giải

**Chọn D**

+) Từ đồ thị hàm số  $y = f(x)$  ta suy ra đồ thị hàm số  $y = |f(x)|$  như sau:

Giữ nguyên phần đồ thị trên trục hoành và phía trên trục hoành của  $(C)$ , lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị phía dưới trục hoành của  $(C)$ . Bỏ phần đồ thị phía dưới trục hoành của  $(C)$ .



+) Dựa vào đồ thị ta suy ra phương trình  $|f(x)| = 2$  có 2 nghiệm trên đoạn  $[0; 3]$ .

**☑ Dạng 07: Bài toán đưa về tìm số nghiệm của phương trình  $f=0$**

**Câu 86:** Với giá trị nào của tham số  $m$  thì phương trình  $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$  có đúng 1 nghiệm?

- A.**  $m < -3 \vee m > 1$ . **B.**  $m > -3$ . **C.**  $-3 < m < 1$ . **D.**  $m < 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 1 = m$ .

Xét  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  có  $f'(x) = 3x^2 - 6x$ .

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

BBT

$x$	$-\infty$	0		2		$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	1		-3		$+\infty$

Dựa vào BBT ta có  $m < -3 \vee m > 1$ .

**Câu 87:** Tìm  $m$  để phương trình  $x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0$  có 3 nghiệm phân biệt:

- A.**  $-3 \leq m \leq 1$ . **B.**  $-3 < m < 1$ . **C.**  $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$ . **D.**  $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$x^3 - 3x^2 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 1 = m$ .

Xét hàm số:  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$f'(x) = 3x^2 - 6x.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	0		2		$+\infty$
$y'$		+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$	1		-3		$+\infty$

Vậy để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì  $-3 < m < 1$ .

**Câu 88:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $-x^4 + 2x^2 = 2m$  có bốn nghiệm thực phân biệt.

- A.**  $0 < m < \frac{1}{2}$ . **B.**  $0 \leq m \leq 1$ . **C.**  $0 < m < 1$ . **D.**  $m < 1$ .

## Lời giải

### Chon A

$$-x^4 + 2x^2 = 2m$$

Phương trình là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $y = -x^4 + 2x^2$  và đường thẳng  $y = 2m$ .

Xét hàm số  $y = -x^4 + 2x^2$

Ta có:  $y' = -4x^3 + 4x$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0. \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

<b>x</b>	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
<b>y'</b>	+	0	-	0	-
<b>y</b>					

Dựa vào bảng biến thiên suy ra để phương trình có 4 nghiệm phân biệt, điều kiện là:

$$0 < 2m < 1 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{2}$$

**Câu 89:** Cho hàm số  $f(x) = -4x^4 + 8x^2 - 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có bốn nghiệm phân biệt?

- A. 0.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 1.

## Lời giải

### Chon C

$$\text{Có } f'(x) = -16x^3 + 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

<b>x</b>	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
<b>y'</b>	+	0	-	0	-
<b>y</b>					

Phương trình  $f(x) = m$  là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  $f(x) = -4x^4 + 8x^2 - 1$  (C) và đường thẳng  $y = m$ .

Phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  Đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt  $\Leftrightarrow -1 < m < 3$ .



Vậy có 3 giá trị nguyên của  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có đúng 4 nghiệm phân biệt.

**Câu 90:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $y = 4m$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^4 - 8x^2 + 3$  tại bốn điểm phân biệt?

- A.  $m \geq -\frac{13}{4}$ .      B.  $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$ .      C.  $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$ .      D.  $m \leq \frac{3}{4}$ .

Lời giải

**Chọn B**

**Chọn B**

$$\text{Có } y' = 4x^3 - 16x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$		$-2$		$0$		$2$		$+\infty$
$y'$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$	
$y$	$+\infty$		$-13$		$3$		$-13$		$+\infty$

Từ bảng biến thiên trên, để đường thẳng  $y = 4m$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^4 - 8x^2 + 3$  tại bốn điểm phân biệt thì  $-13 < 4m < 3 \Leftrightarrow -\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$ . Vậy giá trị cần tìm của  $m$  là  $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$ .

**☑ Dạng 13: Tham số liên quan đến tương giao của các đồ thị thỏa mãn đk về độ dài, góc, diện tích,...**

**Câu 91:** Một vật chuyển động theo quy luật  $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$  với  $t$  là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và  $s$  là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 54 (m/s).      B. 216 (m/s).      C. 400 (m/s).      D. 30 (m/s).

Lời giải

**Chọn A**

**Cách 1:**

Vận tốc của vật được tính bởi công thức:  $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$  với  $0 \leq t \leq 10$ .

Ta có  $v(t) = -\frac{3}{2}(t-6)^2 + 54 \leq 54$ . Dấu đẳng thức xảy ra khi  $t = 6$ .

Vậy trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng 54(m/s) đạt được tại giây thứ 6 sau khi vật bắt đầu chuyển động.

**Cách 2:**

Ta có  $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$  với  $t \in [0; 10]$ .

$$v'(t) = -3t + 18; v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6 \in (0; 10).$$

$$v(0) = 0; v(10) = 30; v(6) = 54.$$

Vậy trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng 54(m/s) đạt được tại giây thứ 6 sau khi vật bắt đầu chuyển động.

## MŨ - LŨY THỪA

### ☑ Dạng 01: Kiểm tra quy tắc biến đổi lũy thừa, tính chất

**Câu 92:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\sqrt{a^3\sqrt{a}}$  bằng:

- A.  $a^{\frac{3}{2}}$ .      B.  $a^{\frac{-2}{3}}$ .      C.  $a^{\frac{2}{3}}$ .      D.  $a^{\frac{4}{3}}$ .

Lời giải

Chọn C

Với  $a > 0$ , ta có  $\sqrt{a^3\sqrt{a}} = \sqrt{a \cdot a^3} = \sqrt{a^4} = a^{\frac{4}{2}} = a^2$ .

**Câu 93:** Cho  $x, y$  là hai số thực dương và  $m, n$  là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.  $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$       B.  $(xy)^n = x^n y^n$       C.  $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$       D.  $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

Lời giải

Chọn A

**Câu 94:** Cho  $a$  là số thực dương. Biểu thức  $a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}$  được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A.  $a^{\frac{11}{3}}$       B.  $a^2$       C.  $a^{\frac{5}{3}}$       D.  $a^{\frac{8}{3}}$

Lời giải

Chọn A

$a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2} = a^3 \cdot a^{\frac{2}{3}} = a^{3+\frac{2}{3}} = a^{\frac{11}{3}}$ .

Tài liệu tài liệu word hơn tại website [Tailieuchuan.vn](http://Tailieuchuan.vn)

**Câu 95:** Giá trị của  $27^{\frac{1}{3}}$  bằng

- A. 6.      B. 81.      C. 9.      D. 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có  $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$ .

**Câu 96:** Cho các số thực  $a, b, m, n$  ( $a, b > 0$ ). Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ .      B.  $(a^m)^n = a^{m+n}$ .  
C.  $(a+b)^m = a^m + b^m$ .      D.  $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$ .

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của lũy thừa ta có:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ .

- Câu 97:** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $a^4 \cdot a^{\frac{1}{2}}$  bằng
- A.  $a^8$ .                      B.  $a^2$ .                      C.  $a^{\frac{7}{2}}$ .                      D.  $a^{\frac{9}{2}}$ .
- Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $a^4 \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{4+\frac{1}{2}} = a^{\frac{9}{2}}$ .

- Câu 98:** Cho số thực dương  $a$  và số nguyên dương  $n$  tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $\sqrt{a^n} = a^{2+n}$ .    B.  $\sqrt{a^n} = a^{2n}$ .    C.  $\sqrt{a^n} = a^{\frac{2}{n}}$ .    D.  $\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$ .
- Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$ .

- Câu 99:** Biểu thức  $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8}$  có giá trị bằng
- A.  $4\sqrt{2}$ .                      B.  $-2$ .                      C.  $2$ .                      D.  $-4\sqrt{2}$ .
- Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{(-32)} = -2$ .

- Câu 100:** Giá trị  $\sqrt[3]{2021} \cdot \sqrt[5]{2021}$  viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là
- A.  $2021^{\frac{2}{5}}$ .                      B.  $2021^{\frac{1}{15}}$ .                      C.  $2021^{\frac{8}{15}}$ .                      D.  $2021^{\frac{1}{10}}$
- Lời giải**

**Chọn C**

$\sqrt[3]{2021} \cdot \sqrt[5]{2021} = 2021^{\frac{1}{3}} \cdot 2021^{\frac{1}{5}} = 2021^{\frac{1+1}{3 \cdot 5}} = 2021^{\frac{8}{15}}$ .

- Câu 101:** Cho  $a = \frac{1}{256}$  và  $b = \frac{1}{27}$ . Tính  $A = a^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{4}{3}}$
- A. 23.                      B. 89.                      C. 145.                      D. 26.
- Lời giải**

**Chọn C**

Thay  $a = \frac{1}{256}$ ,  $b = \frac{1}{27}$  vào  $A = a^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{4}{3}}$  ta được

$A = a^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{4}{3}} = \left(\frac{1}{256}\right)^{\frac{3}{4}} + \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{4}{3}} = (4^{-4})^{\frac{3}{4}} + (3^{-3})^{\frac{4}{3}} = 4^3 + 3^4 = 145$ .

- Câu 102:** Cho số  $x \in \mathbb{N}^*$  và  $x \geq 2$ . Giá trị của  $\sqrt[x]{2021^{x+1}}$  bằng
- A.  $2021^{\frac{x}{x+1}}$ .                      B. 2021.                      C.  $2021^{\frac{x+1}{x}}$ .                      D. Đáp án khác.
- Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\sqrt[x]{2021^{x+1}} = 2021^{\frac{x+1}{x}}$ .

- Câu 103:** Viết biểu thức  $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$ , ( $x > 0$ ) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ

A.  $P = x^{\frac{5}{4}}$ .      B.  $P = x^{\frac{1}{12}}$ .      C.  $P = x^{\frac{1}{7}}$ .      **D.  $P = x^{\frac{5}{12}}$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}} = \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{5}{4}}} = x^{\frac{5}{12}}$ .

**Câu 104:** Cho  $4^x + 4^{-x} = 7$ . Biểu thức  $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}$  có giá trị bằng

A.  $P = \frac{3}{2}$ .      B.  $P = -\frac{5}{2}$ .      C.  $P = 2$ .      **D.  $P = -2$ .**

Lời giải

**Chọn D**

$4^x + 4^{-x} = 7 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 9 \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 3$ .

Suy ra  $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}} = \frac{5 + 3}{8 - 12} = -2$ .

**Câu 105:** Cho hai số thực  $a, b$  tùy ý khác 0 thỏa mãn  $3^a = 4^b$ . Giá trị của  $\frac{a}{b}$  bằng

A.  $\ln 0,75$ .      **B.  $\log_3 4$ .**      C.  $\log_4 3$ .      D.  $\ln 12$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $3^a = 4^b \Leftrightarrow \log 3^a = \log 4^b \Leftrightarrow a \log 3 = b \log 4 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{\log 4}{\log 3} = \log_3 4$ .

**Câu 106:** Biết  $4^x + 4^{-x} = 14$ , tính giá trị của biểu thức  $P = 2^x + 2^{-x}$ .

**A. 4.**      B. 16.      C.  $\sqrt{17}$ .      D.  $\pm 4$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $4^x + 4^{-x} = 14 \Leftrightarrow (2^x)^2 + (2^{-x})^2 + 2 = 16 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x + 2^{-x} = 4 \\ 2^x + 2^{-x} = -4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 4$ .

Vậy  $P = 4$ .

**Câu 107:** Cho  $a$  là một số thực dương, tính giá trị của biểu thức  $P = (\sqrt{2^a})^{\frac{4}{a}}$  bằng

**A. 4.**      B. 2.      C. 8.      D. 1.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $P = (\sqrt{2^a})^{\frac{4}{a}} = \left(2^{\frac{a}{2}}\right)^{\frac{4}{a}} = 2^{\frac{a \cdot 4}{2 \cdot a}} = 2^2 = 4$ .

**Câu 108:** Cho  $9^x + 9^{-x} = 23$ . Khi đó biểu thức  $A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ .

Tích  $a \cdot b$  bằng

**A. -10.**      B. 10.      C. -8.      D. 8.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $9^x + 9^{-x} = 23 \Leftrightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = 25$

$\Leftrightarrow 3^x + 3^{-x} = 5$  vì  $3^x + 3^{-x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{5 + 5}{1 - 5} = \frac{-5}{2}$ .

Vậy  $a.b = -10$ .

**Đang 02: Tính toán, rút gọn các biểu thức chỉ chứa các số cụ thể**

**Câu 109:** Viết biểu thức  $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$  ( $x > 0$ ) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

**A.**  $P = x^{\frac{5}{4}}$ .      **B.**  $P = x^{\frac{1}{12}}$ .      **C.**  $P = x^{\frac{1}{7}}$ .      **D.**  $P = x^{\frac{5}{12}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}} = \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \left(x^{\frac{5}{4}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{12}}$ .

**Câu 110:** Cho  $x$  là số thực dương. Biết  $\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x \sqrt{x \sqrt[3]{x}}}} = x^{\frac{b}{a}}$  với  $a, b$  là các số tự nhiên và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $a + b$ .

**A.** 16.      **B.** 15.      **C.** 14.      **D.** 17.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x \sqrt{x \sqrt[3]{x}}}} = \sqrt{x \sqrt[3]{x \sqrt{x \cdot x^{\frac{1}{3}}}}} = \sqrt{x \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{2}{3}}}} = \sqrt{x \cdot x^{\frac{5}{9}}} = x^{\frac{7}{9}}$ .

Khi đó  $a = 9; b = 7$  nên  $a + b = 16$ .

**Câu 111:** Cho số thực  $x$  và số thực  $y \neq 0$  tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

**A.**  $(2.7)^x = 2^x \cdot 7^x$ .    **B.**  $3^x \cdot 3^y = 3^{x+y}$ .    **C.**  $(5^x)^y = (5^y)^x$ .    **D.**  $4^{\frac{x}{y}} = \frac{4^x}{4^y}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mệnh đề sai là  $4^{\frac{x}{y}} = \frac{4^x}{4^y}$ .

**Câu 112:** Rút gọn biểu thức  $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$  với  $x > 0$ .

**A.**  $P = x^{\frac{1}{8}}$ .      **B.**  $P = x^2$ .      **C.**  $P = x^{\frac{2}{9}}$ .      **D.**  $P = \sqrt{x}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Với  $x > 0$ , ta có  $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1+1}{6}} = x^{\frac{2}{6}} = \sqrt{x}$ .

**Câu 113:** Cho  $x, y$  là các số thự

**C.** Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

**A.**  $x^2 \cdot y^2 = (xy)^2$ .    **B.**  $3^x \cdot 3^y = 3^{x+y}$ .    **C.**  $(2^x)^{2y} = 4^{xy}$ .    **D.**  $2^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^y = xy$ .

**Lời giải**

### Chọn D

Ta có  $x^2 \cdot y^2 = (xy)^2$  và  $3^x \cdot 3^y = 3^{x+y}$  đúng.

$(2^x)^{2y} = 4^{xy}$  đúng, vì  $(2^x)^{2y} = 2^{x \cdot 2y} = (2^2)^{xy} = 4^{xy}$ .

$2^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^y = xy$  sai, vì  $2^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^y = 2^x \cdot 2^{-y} = 2^{x-y}$ .

**Câu 114:** Rút gọn biểu thức  $P = a\sqrt{a^3\sqrt{a}}$ , ( $a > 0$ ) ta được kết quả là

- A.**  $P = a^{\frac{5}{3}}$ .      **B.**  $P = a^6$ .      **C.**  $P = a^{\frac{5}{6}}$ .      **D.**  $P = a^{\frac{10}{3}}$ .

Lời giải

### Chọn A

Ta có  $P = a\sqrt{a^3\sqrt{a}} = a \cdot a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{1}{6}} = a^{1+\frac{3}{2}+\frac{1}{6}} = a^{\frac{5}{3}}$ .

## LOGARIT

### ☑ Dạng 03: Tính toán liên quan đến logarit dùng BĐT

**Câu 115:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.**  $2^{30} < 3^{20}$ .      **B.**  $\log_{a^2+2}(a^2+1) \geq 0$ .  
**C.**  $4^{-\sqrt{3}} < 4^{-\sqrt{2}}$ .      **D.**  $0,99^\pi > 0,99^e$ .

Lời giải

### Chọn D

Vì  $\begin{cases} 0 < 0,99 < 1 \\ \pi > e \end{cases} \Rightarrow 0,99^\pi < 0,99^e$ .

**Câu 116:** Với  $a, b$  là hai số thực thỏa  $0 < a \neq 1, b \neq 0$ , ta có

- A.**  $\log_a b^2 = 2 \log_a b$ .      **B.**  $\log_a b^2 = \log_{a^2} |b|$ .  
**C.**  $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$ .      **D.**  $\log_a b^2 = \log_{\frac{1}{a^2}} b$ .

Lời giải

### Chọn C

Ta có:  $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$ .

**Câu 117:** Cho  $a$  và  $b$  là các số thực dương tùy ý. Nếu  $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$  và  $\log_b \left(\frac{1}{3}\right) < \log_b \left(\frac{1}{4}\right)$  thì

- A.**  $a > 1, 0 < b < 1$ .      **B.**  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ .  
**C.**  $a > 1, b > 1$ .      **D.**  $0 < a < 1, b > 1$ .

Lời giải

### Chọn A

$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$  mà  $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}$  nên  $a > 1$

$\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$  mà  $\log_b \left(\frac{1}{3}\right) < \log_b \left(\frac{1}{4}\right)$  nên  $0 < b < 1$ .

## HÀM SỐ MŨ - LOGARIT

### ☑ Dạng 01: Tập xác định liên quan hàm số mũ, hàm số lô-ga-rít

**Câu 118:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_5 x$  là

- A.  $\mathbb{R}$ .      B.  $[0; +\infty)$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $(0; +\infty) \setminus \{1\}$ .

Lời giải

Chọn C

**Câu 119:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(x^2 - 9)$  là

- A.  $(-3; 3)$ .      B.  $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ .  
C.  $\mathbb{R} \setminus \{-3; 3\}$ .      D.  $(3; +\infty)$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } x^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -3 \end{cases}$$

**Câu 120:** Tập xác định  $D$  hàm số  $y = \log_3(2x+1)$  là

- A.  $D = (0; +\infty)$ .      B.  $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      C.  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      D.  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số  $y = \log_3(2x+1)$  xác định khi  $2x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$ .

**Câu 121:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2 x$  là

- A.  $[0; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; +\infty)$ .      C.  $[2; +\infty)$ .      D.  $(0; +\infty)$ .

Lời giải

Chọn D

**Câu 122:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_3(2-x)$  là

- A.  $[0; +\infty)$ .      B.  $(0; +\infty)$ .      C.  $\mathbb{R}$ .      D.  $(-\infty; 2)$ .

Lời giải

Chọn D

Điều kiện:  $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$ . Vậy tập xác định  $D = (-\infty; 2)$ .

**Câu 123:** Tập xác định của hàm số  $y = x^{\frac{3}{2}}$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $\mathbb{R}$ .      D.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số  $y = x^{\frac{3}{2}}$  là  $(0; +\infty)$ .

**Câu 124:** Tập xác định của hàm số  $\ln(x-1)^2$  là:

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .      B.  $D = (1; +\infty)$ .      C.  $\mathbb{R}$ .      D.  $D = [1; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện hàm số có nghĩa là  $(x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ .

Vậy tập xác định của hàm số là:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

**Câu 125:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = (2-x)^{\frac{5}{9}} + \ln(x+2)$

- A.  $D = [-2; 2]$ .    B.  $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .  
C.  $D = (-2; 2)$ .    D.  $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2-x > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 2.$$

**Câu 126:** Tập xác định của hàm số  $y = \log_2(3-x)$  là

- A.  $(-\infty; +\infty)$ .    B.  $(3; +\infty)$ .    C.  $(-\infty; 3]$ .    D.  $(-\infty; 3)$ .

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 127:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x^2+7x)+3}$  là:

- A.  $(-8; -7) \cup (0; 1)$ .    B.  $[-8; -7) \cup (0; 1]$ .  
C.  $[-8; -7] \cup (0; 1)$ .    D.  $[-8; -7] \cup (0; 1]$ .

Lời giải

**Chọn B**

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x^2+7x > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x^2+7x)+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+7x > 0 \\ x^2+7x \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+7x > 0 \\ x^2+7x-8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -7 \\ -8 \leq x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8 \leq x < -7 \\ 0 < x \leq 1 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = [-8; -7) \cup (0; 1]$ .

**Câu 128:** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\log_{0,2}(x^2-2x+1)}$  là

- A.  $[0; 2]$ .    B.  $[0; 2] \setminus \{1\}$ .  
C.  $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$ .    D.  $(0; 2) \setminus \{1\}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} \log_{0,2}(x^2-2x+1) \geq 0 \\ (x-1)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 \leq 1 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x \neq 1 \end{cases}.$$

Tập xác định của hàm số là  $[0; 2] \setminus \{1\}$ .

**Câu 129:** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = (x-3)^{-5} + \log_3(4-x)$  là

- A.  $D = (3; 4)$ .    B.  $D = (-\infty; 4) \setminus \{3\}$ .  
C.  $D = (4; +\infty)$ .    D.  $D = (-\infty; 4)$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi: } \begin{cases} x-3 \neq 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x < 4 \end{cases}$$



Tập xác định của hàm số đã cho là  $D = (-\infty; 4) \setminus \{3\}$ .

**Đang 02: Đạo hàm liên quan hàm số mũ, hàm số lô-ga-rít**

**Câu 130:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(2x+1)$ ?

- A.  $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$ .      B.  $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$ .  
C.  $y' = \frac{2}{2x+1}$ .      D.  $y' = \frac{1}{2x+1}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Áp dụng công thức tính đạo hàm:  $y' = (\log_2(2x+1))' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2} = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$ .

**Câu 131:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 2022^x$

- A.  $y' = x \cdot 2022^{x-1}$ .      B.  $y' = \frac{2022^x}{\ln 2022}$ .  
C.  $y' = 2022^x \cdot \ln 2022$ .      D.  $2022^x$ .

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 132:** Đạo hàm của hàm số  $y = (2 - \sqrt{3})^x$  trên tập  $\mathbb{R}$  là:

- A.  $y' = (2 + \sqrt{3})^{-x} \ln(2 - \sqrt{3})$ .      B.  $y' = (2 + \sqrt{3})^{-x} \ln(2 + \sqrt{3})$ .  
C.  $y' = (2 + \sqrt{3})^x \ln(2 - \sqrt{3})$ .      D.  $y' = (2 - \sqrt{3})^x \ln(2 + \sqrt{3})$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $y' = (2 - \sqrt{3})^x \ln(2 - \sqrt{3}) = \frac{1}{(2 + \sqrt{3})^x} \ln(2 - \sqrt{3}) = (2 + \sqrt{3})^{-x} \ln(2 - \sqrt{3})$ .

**Câu 133:** Trên tập số thực  $\mathbb{R}$ , đạo hàm của hàm số  $y = 3^{x^2-x}$  là:

- A.  $y' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x}$ .      B.  $y' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$ .  
C.  $y' = (x^2-x) \cdot 3^{x^2+x+1}$ .      D.  $y' = 3^{x^2-x-1}$

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $y = 3^{x^2-x} \Rightarrow y' = (x^2-x)' \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3 = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$ .

**Câu 134:** Hàm số  $y = 3^{x^2+3x}$  có đạo hàm là

- A.  $y' = 3^{x^2+3x} \cdot (2x+3)$ .      B.  $y' = 3^{x^2+3x} \cdot \ln 3$ .  
C.  $y' = 3^{x^2+3x-1} \cdot (2x+3)$ .      D.  $y' = 3^{x^2+3x} \cdot (2x+3) \cdot \ln 3$

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 135:** Hàm số  $y = \ln(2x+1)$  có đạo hàm là

A.  $y' = \frac{2}{x \ln(2x+1)}$ .                      B.  $y' = \frac{1}{2x+1}$ .

C.  $y' = \frac{2}{2x+1}$ .                      D.  $y' = \frac{1}{(2x+1) \ln 2}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Hàm số  $y = \ln(2x+1)$  có đạo hàm là  $y' = \frac{2}{2x+1}$ .

**Câu 136:** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2^{x+1}}{3^x}$  là

A.  $y' = \frac{2^{x+1}}{3^x} (\ln 2 - \ln 3)$ .                      B.  $y' = \frac{(x+1)2^x}{x \cdot 3^{x-1}}$ .

C.  $y' = \frac{2^{x+1} \ln 2}{3^x \ln 3}$ .                      D.  $y' = \frac{2^x \ln 2}{3^x \ln 3}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $y = \frac{2^{x+1}}{3^x} \Leftrightarrow y = 2 \left( \frac{2}{3} \right)^x$

Vậy  $y' = 2 \left( \frac{2}{3} \right)^x \ln \left( \frac{2}{3} \right) = \frac{2^{x+1}}{3^x} (\ln 2 - \ln 3)$ .

**Câu 137:** Cho hàm số  $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 8)$ . Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình  $f'(x) \leq 0$  là số nào sau đây

- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

Lời giải

**Chọn C**

$$f(x) = \ln(x^2 - 4x + 8)$$

$$f'(x) = \frac{2x-4}{x^2-4x+8} \leq 0 \Leftrightarrow 2x-4 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2.$$

Mà  $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{1; 2\}$ .

Vậy có hai số nguyên dương thỏa mãn.

**Câu 138:** Hàm số  $f(x) = 2^{x+4}$  có đạo hàm là

A.  $f'(x) = 2^{x+4} \cdot \ln 2$ .                      B.  $f'(x) = 4 \cdot 2^{x+4} \cdot \ln 2$ .

C.  $f'(x) = \frac{2^{x+4}}{\ln 2}$ .                      D.  $f'(x) = \frac{4 \cdot 2^{x+4}}{\ln 2}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Áp dụng công thức  $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$ .

Ta có  $f'(x) = (2^{x+4})' = 2^{x+4} \cdot \ln 2 \cdot (x+4)' = 2^{x+4} \cdot \ln 2$ .

**Câu 139:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = 2^{x^2 - \sin x + 2}$ .

- A.  $y' = (x^2 - \sin x + 2)2^{x^2 - \sin x + 1}$ .      B.  $y' = (2x - \cos x)2^{x^2 - \sin x + 2} \ln 2$ .  
 C.  $y' = 2^{x^2 - \sin x + 2} \ln 2$ .      D.  $y' = (2x - \cos x)2^{x^2 - \sin x + 2}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $y' = (x^2 - \sin x + 2)' 2^{x^2 - \sin x + 2} \ln 2$   
 $= (2x - \cos x)2^{x^2 - \sin x + 2} \ln 2$ .

**Câu 140:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x + e^x)$ .

- A.  $\frac{1 + e^x}{(x + e^x) \ln 2}$ .      B.  $\frac{1 + e^x}{x + e^x}$ .      C.  $\frac{1}{(x + e^x) \ln 2}$ .      D.  $\frac{1 + e^x}{\ln 2}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $y' = \frac{(x + e^x)'}{(x + e^x) \ln 2} = \frac{1 + e^x}{(x + e^x) \ln 2}$ .

**Câu 141:** Đạo hàm của hàm số  $y = e^{3x}$  là

- A.  $y' = e^{3x}$ .      B.  $y' = e^{3x} \cdot \ln 3$ .      C.  $y' = 3e^{3x}$ .      D.  $y' = \frac{e^{3x}}{3}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$y' = (e^{3x})' = (3x)' \cdot e^{3x} = 3e^{3x}$ .

## HÀM SỐ LŨY THỪA

**☑ Dạng 01: Tập xác định của hàm số chứa hàm lũy thừa**

**Câu 142:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{3}}$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ .      B.  $D = [3; +\infty)$ .      C.  $D = (3; +\infty)$ .      D.  $D = \mathbb{R}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Điều kiện xác định:  $x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x > 3$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = (3; +\infty)$ .

**Câu 143:** Tập xác định của hàm số  $y = (9x^2 - 1)^{\frac{1}{5}}$  là

- A.  $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .      B.  $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .  
 C.  $D = \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{3}\right\}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $y = (9x^2 - 1)^{\frac{1}{5}}$  xác định khi và chỉ khi :  $9x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{3} \\ x > \frac{1}{3} \end{cases}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .

**Câu 144:** Hàm số  $y = (2x+1)^{\frac{1}{2}}$  có tập xác định là:

- A.**  $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .    **B.**  $\mathbb{R}$ .    **C.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ .    **D.**  $\emptyset$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì  $2\frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$  nên  $2x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$ .

**Câu 145:** Tập xác định của hàm số  $y = (x^2 - 12x + 36)^{\frac{1}{2}}$  là

- A.**  $\mathbb{R}$ .    **B.**  $(6; +\infty)$ .    **C.**  $[6; +\infty)$ .    **D.**  $\mathbb{R} \setminus \{6\}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Điều kiện xác định  $\Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 > 0 \Leftrightarrow x \neq 6$

**Câu 146:** Tập xác định của hàm số  $y = (2x-3)^{2022}$  là

- A.**  $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .    **B.**  $\mathbb{R}$ .    **C.**  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$ .    **D.**  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Do 2022 là số nguyên, dương nên hàm số thỏa mãn với mọi  $x$ .

**Câu 147:** Tập xác định của hàm số  $y = (x-2021)^{\frac{2019}{2021}}$  là

- A.**  $(-2021; +\infty)$ .    **B.**  $\mathbb{R} \setminus \{2021\}$ .    **C.**  $(2021; +\infty)$ .    **D.**  $(-\infty; 2021)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì  $\frac{2019}{2021} \notin \mathbb{Z}$  nên hàm số  $y = (x-2021)^{\frac{2019}{2021}}$  xác định khi  $x-2021 > 0 \Leftrightarrow x > 2021$ .

Vậy  $D = (2021; +\infty)$ .

**☑ Dạng 02: Đạo hàm hàm số lũy thừa**

**Câu 148:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (2x^2 - x + 1)^{\frac{3}{2}}$

- A.**  $y' = \frac{3}{2} \cdot (2x^2 - x + 1)^{\frac{5}{2}}$ .    **B.**  $y' = \frac{3}{2} \cdot (4x-1) \sqrt{2x^2 - x + 1}$ .
- C.**  $y' = \frac{2}{5} \cdot (2x^2 - x + 1)^{\frac{5}{2}}$ .    **D.**  $y' = \frac{2}{3} \cdot (4x-1) (2x^2 - x + 1)^{\frac{1}{2}}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $y = (2x^2 - x + 1)^{\frac{3}{2}} \Rightarrow y' = \frac{3}{2} \cdot (2x^2 - x + 1)^{\frac{1}{2}} \cdot (2x^2 - x + 1)' = \frac{3}{2} \cdot (4x - 1) \cdot (2x^2 - x + 1)^{\frac{1}{2}}$ .

**Câu 149:** Hàm số  $y = 5^{1-x}$  có đạo hàm là

**A.**  $y' = -5^{1-x}$ .      **B.**  $y' = -5^{1-x} \ln 5$ . **C.**  $y' = 5^{1-x} \ln 5$ .      **D.**  $y' = 5^{1-x}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $y' = (1-x)' 5^{1-x} \ln 5 = -5^{1-x} \ln 5$

**Câu 150:** Đạo hàm của hàm số  $y = 3^{1-2x}$  là

**A.**  $y' = -2 \cdot 3^{1-2x} \cdot \ln 3$ .      **B.**  $y' = 3^{1-2x} \cdot \ln 3$       **C.**  $y' = 2 \cdot 3^{1-2x} \cdot \ln 2$ .      **D.**  $y' = -2 \cdot 3^{1-2x}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $y' = 3^{1-2x} \cdot \ln 3 \cdot (1-2x)' = -2 \cdot 3^{1-2x} \cdot \ln 3$ .

**Câu 151:** Trên tập  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{-3}$  là

**A.**  $y' = \frac{-3}{x^4}$ .      **B.**  $y' = \frac{-1}{2} x^{-2}$ .      **C.**  $y' = -3x^4$ .      **D.**  $y' = \frac{-1}{3x^4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 152:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{5}{3}}$  là

**A.**  $y' = \frac{3}{8} x^{\frac{8}{3}}$ .      **B.**  $y' = \frac{3}{5} x^{\frac{2}{3}}$ .      **C.**  $y' = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$ .      **D.**  $y' = \frac{5}{3} x^{\frac{-2}{3}}$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức  $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, x > 0$  ta có:  $y = x^{\frac{5}{3}} \Rightarrow y' = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$ .

**Câu 153:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{5}{3}}$  là

**A.**  $y' = \frac{3}{5} x^{\frac{2}{3}}$ .      **B.**  $y' = \frac{3}{8} x^{\frac{8}{3}}$ .      **C.**  $y' = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$ .      **D.**  $y' = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $y' = \left(x^{\frac{5}{3}}\right)' = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$ .

**Câu 154:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = x^{\frac{7}{3}}$  là:

**A.**  $y' = \frac{7}{3} x^{\frac{4}{3}}$ .      **B.**  $y' = \frac{7}{3} x^{\frac{4}{3}}$ .      **C.**  $y' = \frac{3}{7} x^{\frac{4}{3}}$ .      **D.**  $y' = \frac{3}{7} x^{\frac{4}{3}}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 155:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x^3}}, (x > 0)$  bằng

**A.**  $y' = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ .    **B.**  $y' = \frac{7}{6}\sqrt[6]{x}$ .    **C.**  $y' = \frac{6}{7\sqrt[7]{x}}$ .    **D.**  $y' = \sqrt[9]{x}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y = x^{\frac{7}{6}}$

$$y' = \frac{7}{6}x^{\frac{1}{6}} = \frac{7}{6}\sqrt[6]{x}.$$

**Câu 156:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = (x^2 + \pi)^{\frac{5}{2}}$

**A.**  $y' = \frac{5}{2}(x^2 + \pi)^{\frac{3}{2}}$ .                      **B.**  $y' = \frac{5}{2}(x^2 + \pi)^{\frac{7}{2}}$ .

**C.**  $y' = 5x(x^2 + \pi)^{\frac{3}{2}}$ .                      **D.**  $y' = 5x(x^2 + \pi)^{\frac{7}{2}}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y' = \frac{5}{2}(x^2 + \pi)'(x^2 + \pi)^{\frac{3}{2}} = 5x(x^2 + \pi)^{\frac{3}{2}}$ .

**Câu 157:** Trên khoảng  $(0; +\infty)$ , đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt[3]{x^4}$  là :

**A.**  $y' = \frac{1}{3}\sqrt[3]{x}$ .    **B.**  $y' = \frac{4}{3}\sqrt{x}$ .    **C.**  $y' = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$ .    **D.**  $y' = \frac{1}{3}\sqrt{x}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Trên khoảng  $(0; +\infty)$  ta có  $y = \sqrt[3]{x^4} = x^{\frac{4}{3}}$ , do đó ta có:

$$y' = \left(x^{\frac{4}{3}}\right)' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}.$$

**Câu 158:** Phương trình  $5^{x^2-1} = 25^{x+1}$  có tập nghiệm là

**A.**  $\{-1; 3\}$ .    **B.**  $\{1; 3\}$ .    **C.**  $\{-3; 1\}$ .    **D.**  $\{-3; -1\}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $5^{x^2-1} = 25^{x+1} \Leftrightarrow 5^{x^2-1} = 5^{2x+2} \Leftrightarrow x^2 - 1 = 2x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình  $S = \{3; -1\}$ .

**Câu 159:** Tập nghiệm của phương trình  $\log(x-1) - \log(2x+3) = 0$  là

**A.**  $\left\{-4; \frac{2}{3}\right\}$ .    **B.**  $\{2\}$ .    **C.**  $\{-4\}$ .    **D.**  $\emptyset$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có phương trình đã cho  $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2x+3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x > 1 \end{cases}$

Phương trình trên vô nghiệm.

**Câu 160:** Phương trình  $5^{2x+1} = 125$  có nghiệm là

- A.**  $x = 3$ .      **B.**  $x = \frac{5}{2}$ .      **C.**  $x = 1$ .      **D.**  $x = \frac{3}{2}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 2x+1=3 \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất  $x = 1$ .

**Câu 161:** Nghiệm của phương trình  $4^{x-1} = 8^{2-x}$  là:

- A.**  $x = 8$       **B.**  $\frac{1}{8}$       **C.**  $x = 4$       **D.**  $x = \frac{8}{5}$

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } 4^{x-1} = 8^{2-x} \Leftrightarrow 2^{2x-2} = 2^{6-3x} \Leftrightarrow 2x-2 = 6-3x \Leftrightarrow x = \frac{8}{5}.$$

Vậy phương trình có duy nhất một nghiệm  $x = \frac{8}{5}$ .

**Câu 162:** Phương trình  $3^{2x-1} = 3$  có nghiệm là

- A.**  $x = 1$ .      **B.**  $x = 0$ .      **C.**  $x = \frac{1}{2}$ .      **D.**  $x = 2$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có } 3^{2x-1} = 3 \Leftrightarrow 2x-1=1 \Leftrightarrow x=1.$$

**Câu 163:** Nghiệm của phương trình  $5^x = 25$  là

- A.**  $x = \frac{1}{2}$ .      **B.**  $x = -2$ .      **C.**  $x = 5$ .      **D.**  $x = 2$ .

Lời giải

**Chọn D**

$$5^x = 25 \Leftrightarrow 5^x = 5^2 \Leftrightarrow x = 2.$$

**Câu 164:** Số nghiệm dương của phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} = 9$  là

- A.** 2.      **B.** 1.      **C.** 3.      **D.** 0.

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} = 9 \Leftrightarrow x^2 - 4x = -2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{2}.$$

**Câu 165:** Biết rằng phương trình  $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^x = \sqrt[3]{2^{x+1}}$  có một nghiệm thực duy nhất. Nghiệm thực đó thuộc khoảng nào dưới đây

- A.**  $(-6; -5)$ .      **B.**  $(0; 1)$ .      **C.**  $(-2; -1)$ .      **D.**  $(-1; 0)$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^x = \sqrt[3]{2^{x+1}} \Leftrightarrow 2^{-\frac{3x}{2}} = 2^{\frac{x+1}{3}} \Leftrightarrow -\frac{3x}{2} = \frac{x+1}{3} \Leftrightarrow -9x = 2x+2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{11} \in (-1;0)$ .

**Câu 166:** Tích tất cả các nghiệm của phương trình  $2^{2x^2+5x+4} = 4$  bằng

- A.** 1.                      **B.** -2.                      **C.** 2.                      **D.** -1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2^{2x^2+5x+4} = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases}$ .

Vậy tích các nghiệm của phương trình là 1.

**Câu 167:** Nghiệm của phương trình  $3^{x+6} = 27$  là

- A.**  $x = 2$ .                      **B.**  $x = 1$ .                      **C.**  $x = -2$ .                      **D.**  $x = -3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $3^{x+6} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+6} = 3^3 \Leftrightarrow x+6 = 3 \Leftrightarrow x = -3$ .

**Câu 168:** Nghiệm của phương trình  $(2,4)^{3x+1} = \left(\frac{5}{12}\right)^{x-9}$  là

- A.**  $x = -2$                       **B.**  $x = -5$                       **C.**  $x = 5$                       **D.**  $x = 2$

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $(2,4)^{3x+1} = \left(\frac{5}{12}\right)^{x-9} \Leftrightarrow \left(\frac{12}{5}\right)^{3x+1} = \left(\frac{5}{12}\right)^{x-9} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{12}\right)^{-3x-1} = \left(\frac{5}{12}\right)^{x-9}$   
 $\Leftrightarrow -3x-1 = x-9 \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất một nghiệm  $x = 2$ .

**Câu 169:** Tập nghiệm của phương trình  $2^{x^2-x+1} = 2^{2x+1}$  là

- A.**  $\{0;1\}$ .                      **B.**  $\{0\}$ .                      **C.**  $\{0;3\}$ .                      **D.**  $\{1\}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$2^{x^2-x+1} = 2^{2x+1} \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm  $S = \{0;3\}$ .

**☑ Dạng 06: Phương pháp hàm số, đánh giá**

**Câu 170:** Nghiệm của phương trình  $\log_3 x = 2$  là

- A.**  $x = 9$                       **B.**  $x = 5$                       **C.**  $x = 6$                       **D.**  $x = 8$

**Lời giải**

**Chọn A**

$\log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 3^2 \Leftrightarrow x = 9$ .

**Câu 171:** Giải phương trình  $\log_3(x-1) = 2$ .

- A.**  $x = 7$ .                      **B.**  $x = 9$ .                      **C.**  $x = 8$ .                      **D.**  $x = 10$ .

**Lời giải**



**Chọn D**

Điều kiện:  $x > 1$ .

$$\log_3(x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 10.$$

**Câu 172:** Nghiệm của phương trình  $\log_3(x-2) = 4$  là

- A.  $x = 79$ .      B.  $x = 81$ .      C.  $x = 66$ .      **D.  $x = 83$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \log_3(x-2) = 4 \Leftrightarrow x-2 = 3^4 \Leftrightarrow x = 83.$$

**Câu 173:** Nghiệm của phương trình  $\log_3(x-1) = 2$  là

- A.  $x = 9$ .      B.  $x = 7$ .      **C.  $x = 10$ .**      D.  $x = 8$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \log_3(x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 10.$$

**Câu 174:** Phương trình  $\log_2(x-5) = 5$  có nghiệm là:

- A.  $x = 3$ .      B.  $x = 15$ .      **C.  $x = 37$ .**      D.  $x = 30$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \log_2(x-5) = 5 \Leftrightarrow x-5 = 2^5 \Leftrightarrow x-5 = 32 \Leftrightarrow x = 37.$$

Vậy nghiệm của phương trình là  $x = 37$ .

**Câu 175:** Nghiệm của phương trình  $\log_2 x + \log_2 3 = 0$  là

- A.  $x = -3$ .      B.  $x = \frac{1}{8}$ .      **C.  $x = \frac{1}{3}$ .**      D.  $x = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \log_2 x + \log_2 3 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x = -\log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}.$$

**Câu 176:** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $\log_2(x^2 + x + 1) = 3$  khi đó  $x_1 + x_2$  bằng

- A. -1.**      B. -3.      C. -2.      D. 2

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\log_2(x^2 + x + 1) = 3 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 8 \Leftrightarrow x^2 + x - 7 = 0$$

Do  $ac < 0$  nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt nên  $x_1 + x_2 = -1$ .

**Câu 177:** Phương trình  $\ln\left(x - \frac{2}{3}\right) \ln\left(x + \frac{2}{3}\right) \ln\left(x + \frac{1}{3}\right) \ln\left(x + \frac{1}{6}\right) = 0$  có bao nhiêu nghiệm thực.

- A. 3.      B. 4.      **C. 2.**      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Đk:  $x > \frac{2}{3}$ .

Khi đó,  $\ln\left(x - \frac{2}{3}\right)\ln\left(x + \frac{2}{3}\right)\ln\left(x + \frac{1}{3}\right)\ln\left(x + \frac{1}{6}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ln\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \text{ (thỏa)} \\ \ln\left(x + \frac{2}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ (loại)} \\ \ln\left(x + \frac{1}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \text{ (loại)} \\ \ln\left(x + \frac{1}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{6} \text{ (thỏa)} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực.

**Câu 178:** Tập nghiệm của phương trình  $\ln(2x^2 - x + 1) = 0$  là

- A.  $\{0\}$ .      B.  $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$ .      C.  $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ .      D.  $\emptyset$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\ln(2x^2 - x + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x + 1 = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy  $S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$ .

**Câu 179:** Số nghiệm của phương trình  $\log_3(2x - 1) = 2$  là

- A. 2.      B. 5.      C. 0.      D. 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện:  $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$ .

Khi đó  $\log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = 5$  (tmdk).

**Câu 180:** Nghiệm của phương trình  $\log_3(2x + 1) = 2$  là

- A.  $x = 4$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $x = \frac{7}{2}$ .      D.  $x = \frac{5}{2}$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có  $\log_3(2x + 1) = 2 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 4$ .

**Câu 181:** Nghiệm của phương trình  $\log_2(x - 1) = 3$  là

- A.  $x = 7$ .      B.  $x = 4$ .      C.  $x = 9$ .      D.  $x = 3$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có:  $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$ .

**Đang 01: PT, BPT mũ cơ bản, gần cơ bản**

**Câu 182:** Biết  $4^{x_1} = 5$ ,  $5^{x_2} = 6$ ,  $6^{x_3} = 7$ , ...,  $6^{x_{60}} = 64$ , khi đó  $x_1 x_2 \cdot x_2 \dots x_{60}$  bằng

- A. 4.                      B. 3.                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D.  $\frac{5}{2}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có

$$\begin{cases} 4^{x_1} = 5 \\ 5^{x_2} = 6 \\ 6^{x_3} = 7 \\ \dots \\ 6^{x_{60}} = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \log_4 5 \\ x_2 = \log_5 6 \\ x_3 = \log_6 7 \\ \dots \\ x_{60} = \log_{63} 64 \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 \cdot x_3 \dots x_{60} = \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \dots \cdot \log_{63} 64 = \log_4 64 = 3.$$

**Câu 183:** Tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $3^{x^2+1} = m-1$  có nghiệm là

- A.  $m \geq 4$ .                      B.  $m > 4$ .                      C.  $m > 1$ .                      D.  $m \geq 1$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $3^{x^2} \geq 3^0 \Leftrightarrow 3^{x^2+1} \geq 3$ .

Phương trình  $3^{x^2+1} = m-1$  có nghiệm khi và chỉ khi  $m-1 \geq 3 \Leftrightarrow m \geq 4$ .

**Câu 184:** Cho  $a, b, c$  là các số thực khác 0 thỏa mãn  $4^a = 25^b = 10^c$ . Giá trị  $T = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$  là

- A.  $T = \frac{1}{2}$ .                      B.  $T = \frac{1}{10}$ .                      C.  $T = 2$ .                      D.  $T = \sqrt{10}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } 4^a = 25^b = 10^c \Leftrightarrow \begin{cases} 10^c = 4^a \\ 10^c = 25^b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \log 4^a \\ c = \log 25^b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = a \log 4 \\ c = b \log 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{c}{a} = \log 4 \\ \frac{c}{b} = \log 25 \end{cases}.$$

Vậy  $T = \frac{c}{a} + \frac{c}{b} = \log 4 + \log 25 = \log 100 = 2$ .

**Câu 185:** Phương trình  $5^{2x+1} = 125$  có nghiệm là

- A.  $x = 3$ .                      B.  $x = \frac{5}{2}$ .                      C.  $x = \frac{3}{2}$ .                      D.  $x = 1$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta xét

$$5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

**Câu 186:** Nghiệm của phương trình  $3^{x^2-3x+4} = 9$  là

- A.  $x = 1; x = 2$ .                      B.  $x = 1; x = -2$ .                      C.  $x = -1; x = 3$ .                      D.  $x = 1; x = 3$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$3^{x^2-3x+4} = 9 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

**Câu 187:** Phương trình  $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ). Giá trị biểu thức  $A = 2x_1 + 3x_2$  thuộc

- A.**  $[2; +\infty)$ .      **B.**  $[-2; 1]$ .      **C.**  $\left[\frac{1}{4}; 2\right]$ .      **D.**  $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right]$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 2 \\ 3^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Suy ra:  $x_1 = 0; x_2 = \log_3 2$

Vậy  $A = 2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot 0 + 3 \cdot \log_3 2 = 3 \log_3 2$

**PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGA**

**☑ Dạng 02: Phương pháp đưa về cùng cơ số**

**Câu 188:** Tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\frac{1}{2^x} > 8$  là

- A.**  $S = (3; +\infty)$ .      **B.**  $S = (-3; +\infty)$ .      **C.**  $S = (-\infty; -3)$ .      **D.**  $S = (-\infty; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \frac{1}{2^x} > 8 \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^3 \Leftrightarrow -x > 3 \Leftrightarrow x < -3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (-\infty; -3)$ .

**Câu 189:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x \leq 9$  là

- A.**  $[2; +\infty)$ .      **B.**  $(2; +\infty)$ .      **C.**  $(-\infty; 2)$ .      **D.**  $(-\infty; 2]$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } 3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 2$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình  $S = (-\infty; 2]$ .

**Câu 190:** Tập nghiệm của bất phương trình  $4^x \leq 8$  là

- A.**  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$ .      **B.**  $(-\infty; 2]$ .      **C.**  $[2; +\infty)$ .      **D.**  $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } 4^x \leq 8 \Leftrightarrow 2^{2x} \leq 2^3 \Leftrightarrow 2x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{2}$$

**Câu 191:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} < \frac{5}{2}$  là

- A.**  $(0; +\infty)$ .      **B.**  $(-\infty; 0)$ .      **C.**  $(-\infty; 2)$ .      **D.**  $(2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} < \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \Leftrightarrow x-1 > -1 \Leftrightarrow x > 0.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(0; +\infty)$ .

**Câu 192:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{8}$  là

- A.**  $(3; +\infty)$ .      **B.**  $(-\infty; 3)$ .      **C.**  $[3; +\infty)$ .      **D.**  $(-\infty; 3]$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow x > 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (3; +\infty)$ .

**Câu 193:** Bất phương trình  $3^x > 81$  có tập nghiệm là

- A.**  $(-\infty; 4)$ .      **B.**  $\{4\}$ .      **C.**  $(4; +\infty)$ .      **D.**  $(-\infty; 27)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } 3^x > 81 \Leftrightarrow 3^x > 3^4 \Leftrightarrow x > 4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (4; +\infty)$

**Câu 194:** Tìm tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > 2^{x-4}$  bằng

- A.**  $(-2; +\infty)$ .      **B.**  $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .  
**C.**  $(2; +\infty)$ .      **D.**  $(-2; 2)$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > 2^{x-4} \Leftrightarrow 2^{-x^2+x} > 2^{x-4} \Leftrightarrow -x^2+x > x-4 \Leftrightarrow -x^2+4 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$$

**Chọn D**

**Câu 195:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 2^{x+4}$  là:

- A.**  $(-\infty; 4)$ .      **B.**  $(0; 4)$ .      **C.**  $(0; 16)$ .      **D.**  $(4; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } 2^{2x} < 2^{x+4} \Leftrightarrow 2x < x+4 \Leftrightarrow x < 4.$$

**Câu 196:** Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{25-x}} > \frac{1}{16}$  là

- A.** 15.      **B.** 8.      **C.** 16.      **D.** 9.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện:  $25 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 25$ .

Ta có  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{25-x}} > \frac{1}{16} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{25-x}} > \left(\frac{1}{2}\right)^4 \Leftrightarrow \sqrt{25-x} < 4 \Rightarrow 25 - x < 16 \Leftrightarrow x > 9$ .

Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm của bất phương trình đã cho là  $9 < x \leq 25$ .

Suy ra bất phương trình đã cho có 16 nghiệm nguyên dương.

**Câu 197:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2}$  là

- A. 3.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

Bất phương trình  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2} \Leftrightarrow 5^{3x^2} < 5^{5x+2} \Leftrightarrow 3x^2 < 5x+2$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 2 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 2.$$

Vì  $x \in \mathbb{Z}$  nên  $x \in \{0; 1\}$ . Vậy bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

**Câu 198:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^{x+2} < 9^{2x+7}$  là

- A.  $(-\infty; -4)$ .                      B.  $(-4; +\infty)$ .                      C.  $(-\infty; -5)$ .                      D.  $(-5; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$3^{x+2} < 9^{2x+7} \Leftrightarrow 3^{x+2} < 3^{4x+14} \Leftrightarrow x+2 < 4x+14 \Leftrightarrow -3x < 12 \Leftrightarrow x > -4$ .

**Câu 199:** Tập nghiệm của bất phương trình  $e^{x^2-x-1} < \frac{1}{e}$  là

- A.  $(1; +\infty)$ .                      B.  $(1; 2)$ .                      C.  $(0; 1)$ .                      D.  $(-\infty; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $e^{x^2-x-1} < \frac{1}{e} \Leftrightarrow e^{x^2-x-1} < e^{-1} \Leftrightarrow x^2 - x - 1 < -1 \Leftrightarrow x^2 - x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (0; 1)$ .

**☑ Dạng 03: Phương pháp đặt ẩn phụ**

**Câu 200:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình  $4^x - 17 \cdot 2^x + 16 \leq 0$  là

- A. 8.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 5.

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt  $t = 2^x; t > 0$ .

Ta có phương trình  $4^x - 17 \cdot 2^x + 16 \leq 0$  trở thành  $t^2 - 17t + 16 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 16 \Leftrightarrow 1 \leq 2^x \leq 16$   
 $\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4$ .

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là 5.

**Câu 201:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$  có dạng  $S = [a; b]$  trong đó  $a < b$ . Giá trị của biểu thức  $5b - 2a$  bằng

- A.** 7.                      **B.**  $\frac{43}{3}$ .                      **C.**  $\frac{8}{3}$ .                      **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  $3^x = t$  ( $t > 0$ ). Bất phương trình trở thành:  $3t^2 - 10t + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq t \leq 3$ .

Nên  $\frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$ .

Vậy  $S = [-1; 1]$ . Suy ra  $a = 1, b = -1 \Rightarrow 5b - 2a = 7$ .

**Câu 202:** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $(2^x + 2^{4-x} - 17)\sqrt{10 - \log_2 x} \geq 0$ ?

- A.** 1023.                      **B.** 1021.                      **C.** 1022.                      **D.** 1024.

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện  $\begin{cases} \log_2 x \leq 10 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 1024$

Khi đó  $(2^x + 2^{4-x} - 17)\sqrt{10 - \log_2 x} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 10 - \log_2 x = 0(1) \\ 2^x + 2^{4-x} - 17 \geq 0(2) \end{cases}$ .

(1)  $\Leftrightarrow x = 1024(tm)$

(2)  $\Leftrightarrow 2^x + \frac{16}{2^x} - 17 \geq 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 17 \cdot 2^x + 16 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \leq 1 \\ 2^x \geq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 4 \end{cases}$ .

Kết hợp với điều kiện ta được  $4 \leq x \leq 1024$ .

Vậy có 1021 số nguyên  $x$  thỏa mãn bất phương trình đã cho.

**Câu 203:** Tập nghiệm của bất phương trình  $9^x - 3^{x+1} - 4 > 0$  là

- A.**  $(\log_3 4; +\infty)$ .      **B.**  $[\log_3 4; +\infty)$ .      **C.**  $(1; 4)$ .                      **D.**  $(-\infty; \log_3 4)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đặt  $t = 3^x$  ( $t > 0$ ). Khi đó bất phương trình trở thành:

$t^2 - 3t - 4 > 0 \Leftrightarrow (t+1)(t-4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < -1(loai) \\ t > 4 \end{cases}$ .

Khi đó  $3^x > 4 \Leftrightarrow x > \log_3 4$ .

**Câu 204:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x + 2^{5-x} - 12 > 0$  là

- A.**  $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$ .                      **B.**  $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ .  
**C.**  $(-\infty; 4) \cup (8; +\infty)$ .                      **D.**  $(2; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Điều kiện xác định:  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

Ta có:  $2^x + 2^{5-x} - 12 > 0 \Leftrightarrow 2^x + \frac{32}{2^x} - 12 > 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 12 \cdot 2^x + 32 > 0$  (1)

Đặt  $t = 2^x > 0$ , ta có bất phương trình trở thành:  $t^2 - 12t + 32 > 0 \Leftrightarrow t \in (-\infty; 4) \cup (8; +\infty)$ .

Kết hợp điều kiện  $t > 0$  ta có: 
$$\begin{cases} 0 < t < 4 \\ t > 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x < 4 \\ 2^x > 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 3 \end{cases}$$

**Câu 205:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$  có dạng  $S = [a; b]$ ,  $a < b$ , biểu thức  $5b - 2a$  bằng

- A.** 7.                      **B.**  $\frac{43}{3}$ .                      **C.**  $\frac{8}{3}$ .                      **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:

$$3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow 3 \cdot t^2 - 10t + 3 \leq 0 \quad (3^x = t > 0)$$

$$\frac{1}{3} \leq t \leq 3 \Leftrightarrow 3^{-1} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow S = [-1; 1] = [a; b]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 5b - 2a = 5 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) = 5 + 2 = 7.$$

**☑ Dạng 01: PT, BPT loga cơ bản, gần cơ bản**

**Câu 206:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^x \leq 4$  là:

- A.**  $(-\infty; 2]$                       **B.**  $[0; 2]$                       **C.**  $(-\infty; 2)$                       **D.**  $(0; 2)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $2^x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 2 \Rightarrow$  Tập nghiệm của bất phương trình là  $(-\infty; 2]$ .

**Câu 207:** Nghiệm của phương trình  $3^x < 5$  là

- A.**  $x > \log_3 5$ .                      **B.**  $x > \log_3 3$ .                      **C.**  $x < \log_3 5$ .                      **D.**  $x < \log_3 3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $3^x < 5 \Leftrightarrow x < \log_3 5$ .

**Câu 208:** Tập nghiệm của phương trình:  $2^{x+1} \cdot 3^x \leq 72$  là:

- A.**  $(2; +\infty)$ .                      **B.**  $(-\infty; 2)$ .                      **C.**  $(-\infty; 2]$ .                      **D.**  $[2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $2^{x+1} \cdot 3^x \leq 72 \Leftrightarrow 2^x \cdot 3^x \cdot 2 \leq 72 \Leftrightarrow 6^x \leq 36 \Leftrightarrow x \leq 2$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là:  $(-\infty; 2]$ . Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{2x} < 2^{x+4}$  là

- A.**  $(-\infty; 4)$ .                      **B.**  $(0; 4)$ .                      **C.**  $(0; 16)$ .                      **D.**  $(4; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $2^{2x} < 2^{x+4} \Leftrightarrow 2x < x + 4 \Leftrightarrow x < 4$ .

Tập nghiệm của bất phương trình  $S = (-\infty; 4)$ .

**Câu 210:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x > 9$  là



- A.**  $(2; +\infty)$ .      **B.**  $(0; 2)$ .      **C.**  $(0; +\infty)$ .      **D.**  $(-2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chon A**

Ta có  $3^x > 9 \Leftrightarrow 3^x > 3^2 \Leftrightarrow x > 2 \Leftrightarrow x \in (2; +\infty)$ .

Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x > 9$  là  $(2; +\infty)$ .

**Câu 211:** Tập nghiệm của bất phương trình  $3^x \geq 12$  là

- A.**  $[4; +\infty)$ .      **B.**  $(-\infty; 4]$ .      **C.**  $[\log_3 12; +\infty)$ .      **D.**  $(-\infty; \log_3 12]$ .

**Lời giải**

**Chon C**

Ta có  $3^x \geq 12 \Leftrightarrow x \geq \log_3 12$ .

Tập nghiệm của bất phương trình là  $S = [\log_3 12; +\infty)$ .

**Câu 212:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 8$  là

- A.**  $[-3; +\infty)$ .      **B.**  $(-\infty; 3]$ .      **C.**  $(3; +\infty)$ .      **D.**  $(-\infty; -3]$ .

**Lời giải**

**Chon D**

$\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow x \leq -3$ .

**Câu 213:** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình  $3^{16-x^2} \geq 81$ .

- A.** 9.      **B.** 4.      **C.** 7.      **D.** 5.

**Lời giải**

**Chon C**

$3^{16-x^2} \geq 81 \Leftrightarrow 3^{16-x^2} \geq 3^4 \Leftrightarrow 12-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{3} \leq x \leq 2\sqrt{3}$

Các nghiệm nguyên thỏa mãn là  $x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$ .

**Câu 214:** Tập nghiệm của bất phương trình  $5^{2x-1} > 125$  là

- A.**  $(3; +\infty)$ .      **B.**  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .      **C.**  $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ .      **D.**  $(2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chon D**

Ta có  $5^{2x-1} > 125 \Leftrightarrow 5^{2x-1} > 5^3 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2$ .

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(2; +\infty)$ .

**Câu 215:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x-2} > 8$

- A.**  $(5; +\infty)$ .      **B.**  $(-\infty; 5)$ .      **C.**  $(-\infty; 5]$ .      **D.**  $[5; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chon A**

Ta có  $2^{x-2} > 8 \Leftrightarrow 2^{x-2} > 2^3 \Leftrightarrow x-2 > 3 \Leftrightarrow x > 5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $(5; +\infty)$ .

**Câu 216:** Trong năm 2021, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền

trước. Kể từ sau năm 2021, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

- A. Năm 2029.      B. Năm 2049.      C. Năm 2048.      D. Năm 2030.

Lời giải

**Chọn D**

Gọi  $A_n$  là số diện tích rừng mới sau  $n$  năm.

Ta có  $A_n = A_0 \cdot (1+r)^n \Leftrightarrow 1000 \leq 600 \cdot (1+6\%)^n \Rightarrow n \geq 8,7$ . Chọn  $n = 9$ .

Vậy năm đầu tiên tỉnh A đạt trên 1000 ha là năm 2030.

## THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

**☑ Dạng 02: Tính thể tích các khối chóp liên quan cạnh bên vuông góc đáy**

**Câu 217:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Biết  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  là:

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      B.  $a^3\sqrt{3}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $\frac{a^3}{4}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là:  $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB^2 = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 218:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2, SA = 12, SA \perp (ABC)$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ ?

- A. 8.      B. 16.      C. 24.      D. 6.

Lời giải

**Chọn A**

Thể tích khối chóp là  $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 12 = 8$ .

**Câu 219:** Cho khối tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc và  $AB = AC = 2a, AD = 3a$ . Thể tích  $V$  của khối tứ diện đó là:

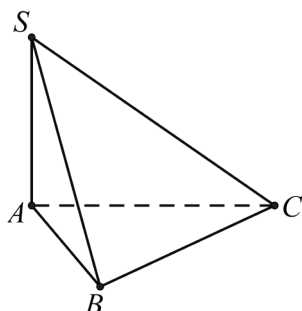
- A.  $V = 4a^3$ .      B.  $V = 2a^3$ .      C.  $V = a^3$ .      D.  $V = 3a^3$ .

Lời giải

**Chọn B**

Do khối tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc nên  $V_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot AD = 2a^3$ .

**Câu 220:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a$ .

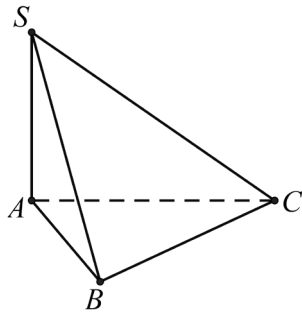


Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ .      C.  $\sqrt{3}a^3$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

Lời giải

Chọn D



Vì  $SA \perp (ABC)$  nên ta có  $SA$  là đường cao của hình chóp hay  $h = SA = a$ .

Do đáy của hình chóp là tam giác đều cạnh  $a$  nên ta có:  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

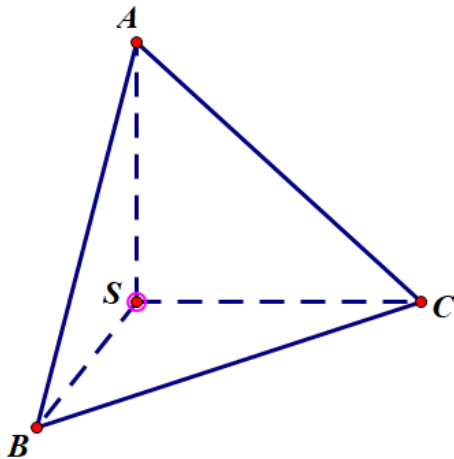
Khi đó thể tích của khối chóp đã cho là:  $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot a = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ .

**Câu 221:** Cho hình chóp  $SABC$  có  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc và  $SA = a; SB = b; SC = c$ . Tính thể tích khối chóp  $SABC$ .

- A.  $\frac{abc}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}abc}{3}$ .      C.  $\frac{abc}{6}$ .      D.  $\frac{abc}{4}$ .

Lời giải

Chọn C



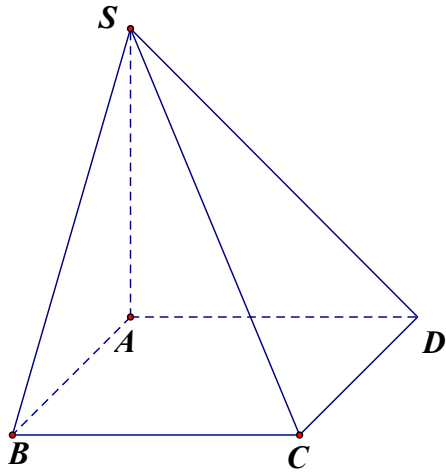
$$V_{SABC} = \frac{1}{3}SA \cdot \frac{1}{2}SB \cdot SC = \frac{abc}{6}.$$

**Câu 222:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $\frac{2a^3}{3}$ .      B.  $\frac{4a^3}{3}$ .      C.  $2a^3$ .      D.  $\frac{a^3}{3}$ .

Lời giải

Chọn A



Diện tích hình vuông  $ABCD$  là:  $S_{ABCD} = a^2$

Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là:  $V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}$

**☑ Dạng 01: Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và câu hỏi liên quan**

**Câu 223:** Thể tích khối lập phương là  $27cm^3$ . Diện tích toàn phần của hình lập phương tương ứng bằng  
**A.**  $54cm^2$ .      **B.**  $36cm^2$ .      **C.**  $16cm^2$ .      **D.**  $9cm^2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$V = 27cm^3$  suy ra cạnh của hình lập phương bằng 3.

Diện tích toàn phần của hình lập phương là  $3^2 \cdot 6 = 54$ .

**Câu 224:** Cho khối chóp có thể tích bằng  $30cm^3$  và chiều cao bằng  $5cm$ . Diện tích đáy của khối chóp đã cho bằng

**A.**  $6cm$ .      **B.**  $18cm$ .      **C.**  $24cm$ .      **D.**  $12cm$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$S = \frac{3V}{h} = \frac{90}{5} = 18cm.$$

**Câu 225:** Cho hình lập phương có cạnh bằng 3. Tổng diện tích các mặt của hình lập phương đã cho bằng

**A.** 54.      **B.** 12.      **C.** 36.      **D.** 24.

**Lời giải**

**Chọn A**

Tổng diện tích các mặt của hình lập phương là:  $S = 6 \cdot 3^2 = 54$ .

**Câu 226:** Tính tổng diện tích các mặt của một hình bát diện đều cạnh  $a$ .

**A.**  $2a^2\sqrt{3}$ .      **B.**  $4a^2$ .      **C.**  $a^2\sqrt{3}$ .      **D.**  $4a^2\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Một hình bát diện đều là hình có 8 mặt đều là tam giác đều có cạnh  $a$ .

$$S = 8 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 2a^2\sqrt{3}.$$

**Câu 227:** Tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều cạnh bằng  $2a$  là

- A.  $2a^2\sqrt{3}$ .      B.  $8a^2\sqrt{3}$ .      C.  $a^2\sqrt{3}$ .      D.  $4a^2\sqrt{3}$

Lời giải

**Chọn B**

Hình bát diện đều có 8 mặt là các tam giác đều cạnh bằng  $2a$ .

Tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều cạnh bằng  $2a$  là:

$$S = 8 \cdot \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = 8a^2 \sqrt{3}.$$

**☑ Dạng 03: Thể tích khối chóp liên quan một mặt bên vuông góc đáy**

**Câu 228:** Cho tứ diện  $SABC$  có các cạnh  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc với nhau. Biết  $SA = 3a, SB = 4a, SC = 5a$ . Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối tứ diện  $SABC$ .

- A.  $V = 10a^3$ .      B.  $V = \frac{5a^3}{2}$ .      C.  $V = 20a^3$ .      D.  $V = 5a^3$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{6} \cdot 3a \cdot 4a \cdot 5a = 10a^3.$$

**Câu 229:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau,  $OA = 1, OB = 2, OC = 3$ . Thể tích khối tứ diện  $OABC$  là

- A. 1.      B. 2.      C. 6.      D.  $\frac{2}{3}$ .

Lời giải

**Chọn A**

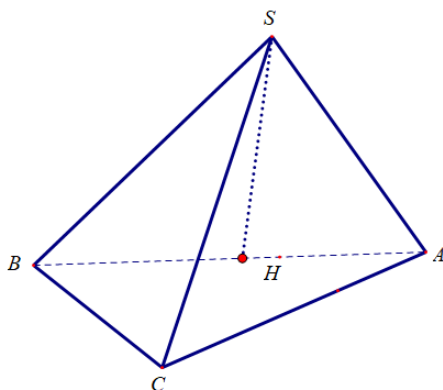
$$\text{Thể tích khối tứ diện } OABC \text{ là } V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1.$$

**Câu 230:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác cân tại  $A, AB = AC = a, \widehat{BAC} = 120^\circ$ . Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$  là

- A.  $V = \frac{a^3}{8}$ .      B.  $V = a^3$ .      C.  $V = \frac{a^3}{2}$ .      D.  $V = 2a^3$ .

Lời giải

**Chọn A**



Vì tam giác  $SAB$  đều nên gọi  $H$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow SH \perp AB$ . Mặt bên  $SAB$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy  $\Rightarrow SH \perp (ABC), SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

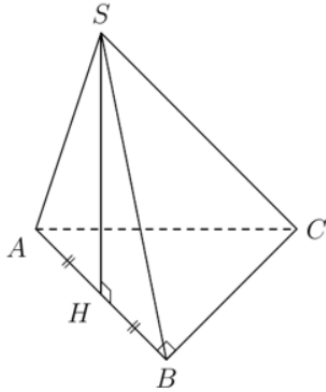
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{a^3}{8} \dots$$

**Câu 231:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ , tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$  theo  $a$ .

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

Lời giải

Chọn A



Vì tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  nên hạ  $SH \perp AB$   
 $\Rightarrow H$  là trung điểm  $AB$ .

$$\text{Vì } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow SH \perp (ABC) \\ SH \perp AB \end{cases}$$

Tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$  nên  $SA = SB = \frac{a}{\sqrt{2}}$

$$SH = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$$

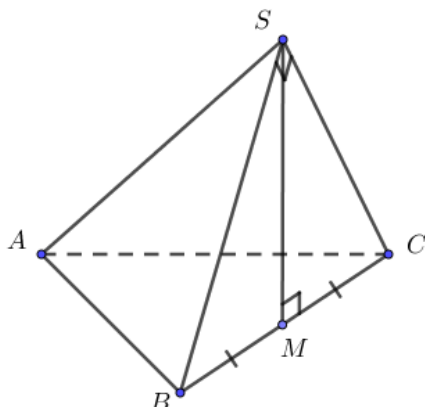
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

**Câu 232:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều cạnh  $2a$ , mặt bên  $SBC$  là tam giác vuông cân tại  $S$  và  $(SBC)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.  $3\sqrt{3}a^3$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$ .      D.  $\sqrt{3}a^3$ .

Lời giải

Chọn B

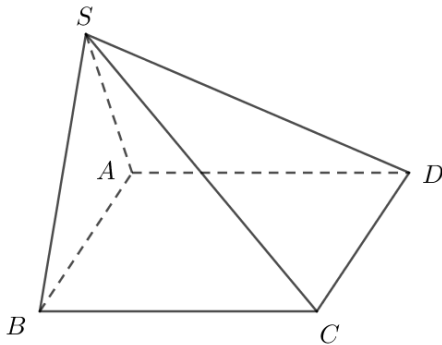


$$\text{Dựng } SM \perp BC, \text{ ta có } \begin{cases} (SBC) \perp (ABC) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SM \perp BC \\ SM \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow SM \perp (ABC).$$

Do  $\Delta SBC$  vuông cân ở  $S$ , suy ra  $SM = \frac{1}{2}.BC = a$ .

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SM.S_{SBC} = \frac{1}{3}.a.\frac{(2a)^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$$

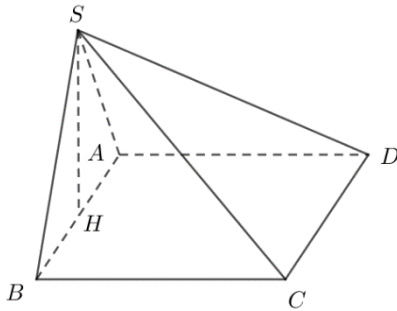
**Câu 233:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = 2a, AD = a$ . Mặt bên  $(SAB)$  là tam giác đều và vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng



- A.  $2\sqrt{3}a^3$ .      B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$ .      C.  $\sqrt{3}a^3$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ .

Lời giải

Chọn D



Vì tam giác  $SAB$  là tam giác đều và vuông góc với mặt phẳng đáy nên  $SH \perp (ABCD)$ .

$$\text{Ta có } SH = SA.\sin 60^\circ = 2a.\frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

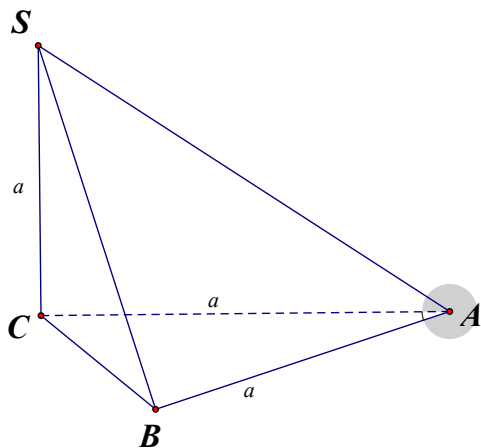
$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.SH.AB.BC = \frac{1}{6}.a\sqrt{3}.2a.a = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3.$$

**Câu 234:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $\Delta ABC$  cân tại  $A$  và  $\widehat{BAC} = 120^\circ, AC = a$ . Cạnh bên  $SC$  vuông góc với mặt đáy và  $SC = a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

- A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

Lời giải

Chọn C



Ta có  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ .

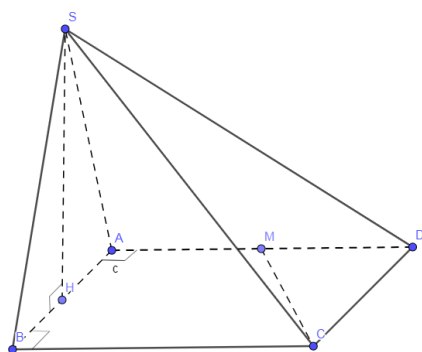
Vậy  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SC = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ .

**Câu 235:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật với  $AD = 3AB = 3a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AD$ . Mặt bên  $(SAB)$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp  $S.AMCB$ :

- A.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$ .      B.  $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{3a^3 \sqrt{3}}{8}$ .      D.  $\frac{5a^3 \sqrt{3}}{24}$ .

Lời giải

Chọn C



Gọi  $H$  là trung điểm  $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Ta có:  $V_{S.AMCB} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{AMCB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{AB(AM+BC)}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{9a^2}{4} = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{8}$ .

**Dạng 00: Câu hỏi dạng lý thuyết**

**Câu 236:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có diện tích đáy bằng  $2a^2$ , đường cao  $SH = 3a$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$

- A.  $\frac{3a^3}{2}$ .      B.  $a^3$ .      C.  $2a^3$ .      D.  $3a^3$ .

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức  $V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 3a = 2a^3$ .

**Câu 237:** Cho khối lăng trụ có thể tích bằng  $V$ , diện tích đáy bằng  $B$  thì khoảng cách giữa hai mặt đáy



bằng

A.  $\frac{V}{3B}$ .

B.  $\frac{V}{2B}$ .

C.  $\frac{V}{B}$ .

D.  $\frac{3V}{B}$ .

Lời giải

Chọn C

**Câu 238:** Cho khối chóp có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$ . Thể tích  $V$  của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A.  $V = \frac{1}{6}Bh$ .

B.  $V = \frac{1}{3}Bh$ .

C.  $V = Bh$ .

D.  $V = \frac{4}{3}Bh$ .

Lời giải

Chọn B

Công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy  $B$  và chiều cao  $h$  là  $V = \frac{1}{3}Bh$ .

**Câu 239:** Cho khối chóp có diện tích đáy bằng  $S$ ; chiều cao bằng  $h$  và thể tích bằng  $V$ . Thể tích khối chóp là

A.  $V = Sh$ .

B.  $V = \frac{1}{3}Sh$ .

C.  $V = \frac{1}{3}S^2h$ .

D.  $v = 3Sh$ .

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp  $V = \frac{1}{3}Sh$ .

**Câu 240:** Một khối chóp có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 4. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A.  $\frac{4}{9}$ .

B.  $\frac{1}{3}$ .

C. 3.

D. 9.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp  $V = \frac{1}{3}Bh \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 12}{4} = 9$ .

**Câu 241:** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy  $S = 2\text{cm}^2$  và chiều cao  $h = 3\text{cm}$ . Thể tích  $V$  của khối lăng trụ đã cho là

A.  $V = 2\text{cm}^3$ .

B.  $V = \frac{2}{3}\text{cm}^3$ .

C.  $V = \frac{1}{3}\text{cm}^3$ .

D.  $V = 6\text{cm}^3$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có:  $V = S \cdot h = 6\text{cm}^3$ .

**Câu 242:** Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng  $a$ , có thể tích  $V = \frac{9}{4}(\text{dm}^3)$ . Tính giá trị của  $a$ .

A.  $a = 3\sqrt{3}(\text{dm})$ .

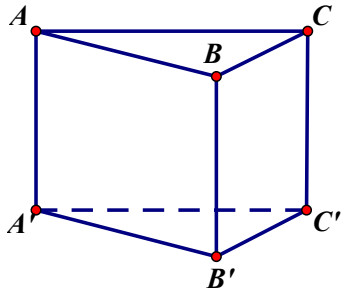
B.  $a = 3(\text{dm})$ .

C.  $\sqrt{3}(\text{dm})$ .

D.  $9(\text{dm})$ .

Lời giải

Chọn C



Lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  là lăng trụ đứng và có đáy  $ABC$  là tam giác đều.

Chiều cao lăng trụ  $h = AA' = a$ .

Diện tích đáy  $ABC : S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

Thể tích khối lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  là:

$$V_{ABC.A'B'C'} = h.S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Ta có } \frac{a^3\sqrt{3}}{4} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow a^3\sqrt{3} = 9 \Leftrightarrow a = \sqrt{3} \text{ (dm)}.$$

**Câu 243:** Cho khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng  $2a$  và thể tích bằng  $a^3$ . Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A.**  $\sqrt{3}a$ .      **B.**  $2\sqrt{3}a$ .      **C.**  $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ .      **D.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h$$

$$\text{Suy ra } h = \frac{3V}{S} = \frac{3a^3}{(2a)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{3}a.$$

**Câu 244:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.** Thể tích khối chóp có đường cao  $h$  và diện tích đáy  $B$  là  $V = \frac{1}{3}Bh$ .  
**B.** Thể tích khối lăng trụ có đường cao  $h$  và diện tích đáy  $B$  là  $V = B.h$ .  
**C.** Thể tích khối tứ diện có đường cao  $h$  và diện tích đáy  $B$  là  $V = \frac{1}{6}Bh$ .  
**D.** Thể tích khối lập phương cạnh  $a$  là  $V = a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

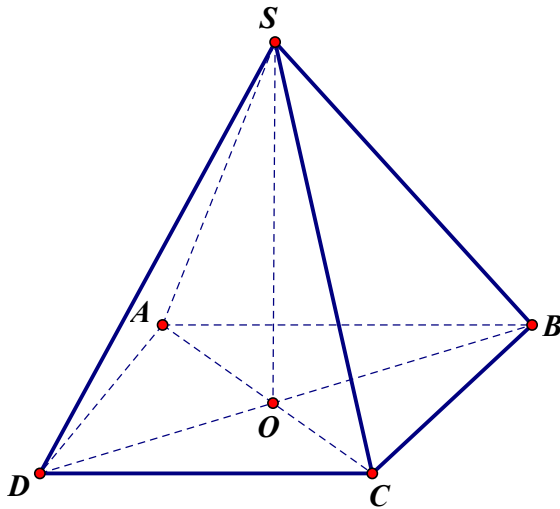
Thể tích khối tứ diện có đường cao  $h$  và diện tích đáy  $B$  là  $V = \frac{1}{3}Bh$ .

**Câu 245:** Khối chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bằng nhau và có thể tích bằng  $\frac{16}{3}$ . Tính cạnh của khối chóp.

- A.**  $2\sqrt{2}$       **B.**  $\sqrt{2}$ .      **C.**  $\sqrt{3}$ .      **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn A**



Đặt độ dài cạnh hình chóp là  $x$ . Ta có:  $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{2}} = \frac{x}{\sqrt{2}}$ .

$$V = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{x^3}{3\sqrt{2}} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}.$$

**Câu 246:** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy  $B = 6a^2$  và chiều cao  $h = 2a$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $8a^3$ .      B.  $\frac{4}{3}a^3$ .      C.  $4a^3$ .      D.  $12a^3$ .

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy  $B = 6a^2$  và chiều cao  $h = 2a$  là:

$$V = B \cdot h = 6a^2 \cdot 2a = 12a^3.$$

**Câu 247:** Thể tích  $V$  của khối cầu bán kính  $r$  được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $V = \frac{1}{3}\pi r^3$ .      B.  $V = 2\pi r^3$ .      C.  $V = 4\pi r^3$ .      D.  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ .

**Câu 248:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r$  và độ dài đường sinh  $l$ . Diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $S_{xq} = 4\pi r l$ .      B.  $S_{xq} = 2\pi r l$ .      C.  $S_{xq} = 3\pi r l$ .      D.  $S_{xq} = \pi r l$ .

**Câu 249:** Cho khối cầu có bán kính  $r = 4$ . Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A.  $64\pi$ .      B.  $\frac{64\pi}{3}$ .      C.  $256\pi$ .      D.  $\frac{256\pi}{3}$ .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Thể tích của khối cầu đã cho bằng } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3}.$$

**Câu 250:** Thể tích khối cầu bán kính  $a$  bằng :

- A.  $\frac{\pi a^3}{3}$       B.  $2\pi a^3$       C.  $\frac{4\pi a^3}{3}$       D.  $4\pi a^3$

Lời giải

Chọn C

**Câu 251:** Thể tích khối cầu có đường kính  $2a$  bằng

- A.**  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .                      **B.**  $4\pi a^3$ .                      **C.**  $\frac{\pi a^3}{3}$ .                      **D.**  $2\pi a^3$ .

Lời giải

Chọn A

Đường kính của khối cầu là  $2a$ , nên bán kính của nó là  $a$ , thể tích khối cầu là  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .

**Câu 252:** Thể tích của khối cầu có diện tích mặt ngoài bằng  $36\pi$ .

- A.**  $9\pi$                       **B.**  $36\pi$                       **C.**  $\frac{\pi}{9}$                       **D.**  $\frac{\pi}{3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\bullet S_c = 4\pi R^2 = 36\pi \Rightarrow R^2 = 9 \Rightarrow R = 3.$$

$$\Rightarrow V_c = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 36\pi.$$

**Câu 253:** Quay một miếng bìa hình tròn có diện tích  $16\pi a^2$  quanh một trong những đường kính, ta được khối tròn xoay có thể tích là

- A.**  $\frac{64}{3}\pi a^3$                       **B.**  $\frac{128}{3}\pi a^3$                       **C.**  $\frac{256}{3}\pi a^3$                       **D.**  $\frac{32}{3}\pi a^3$

Lời giải

Chọn C

Gọi  $R$  là bán kính đường tròn. Theo giả thiết, ta có  $S = \pi R^2 = 16\pi a^2 \Rightarrow R = 4a$ .

Khi quay miếng bìa hình tròn quanh một trong những đường kính của nó thì ta được một hình

cầu. Thể tích hình cầu này là  $V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (4a)^3 = \frac{256}{3}\pi a^3$ .

**Câu 254:** Bán kính  $R$  của khối cầu có thể tích  $V = \frac{32\pi a^3}{3}$  là:

- A.**  $R = 2a$ .                      **B.**  $R = 2\sqrt{2}a$ .                      **C.**  $\sqrt{2}a$ .                      **D.**  $\sqrt[3]{7}a$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Thể tích khối cầu } V = \frac{32\pi a^3}{3} \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi a^3}{3} \Leftrightarrow R = 2a.$$

**Câu 255:** Khối cầu bán kính  $R = 2a$  có thể tích là:

- A.**  $\frac{32\pi a^3}{3}$ .                      **B.**  $6\pi a^3$ .                      **C.**  $\frac{8\pi a^3}{3}$ .                      **D.**  $16\pi a^2$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có thể tích khối cầu là } S = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 8a^3 = \frac{32\pi a^3}{3}.$$

**Câu 256:** Một khối cầu có bán kính  $2R$  thì có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

A.  $V = 4\pi R^2$ .      B.  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$ .      C.  $V = \frac{32\pi R^3}{3}$ .      D.  $V = \frac{24\pi R^3}{3}$ .

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối cầu  $V = \frac{4}{3}\pi(2R)^3 = \frac{32\pi R^3}{3}$ .

**Câu 257:** Cho mặt cầu có bán kính  $R = 2$ . Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A.  $\frac{32\pi}{3}$ .      B.  $8\pi$ .      C.  $16\pi$ .      D.  $4\pi$ .

Lời giải

Chọn C

$S = 4\pi R^2 = 16\pi$

**Câu 258:** Cho mặt cầu có bán kính  $r = 5$ . Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A.  $25\pi$ .      B.  $\frac{500\pi}{3}$ .      C.  $100\pi$ .      D.  $\frac{100\pi}{3}$ .

Lời giải.

Chọn C

Diện tích mặt cầu  $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi$ .

**Câu 259:** Cho mặt cầu có bán kính  $r = 4$ . Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A.  $16\pi$ .      B.  $64\pi$ .      C.  $\frac{64\pi}{3}$ .      D.  $\frac{256\pi}{3}$ .

Lời giải

Chọn B

Diện tích của mặt cầu bằng  $4\pi r^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi$

**Câu 260:** Cho mặt cầu có diện tích bằng  $16\pi a^2$ . Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

A.  $2\sqrt{2}a$       B.  $\sqrt{2}a$       C.  $2a$       D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có:  $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2 \Rightarrow R = 2a$

**Câu 261:** Diện tích mặt cầu bán kính  $2a$  là

A.  $4\pi a^2$ .      B.  $16\pi a^2$ .      C.  $16a^2$ .      D.  $\frac{4\pi a^2}{3}$ .

Lời giải

Ta có:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$ .

**Câu 262:** Diện tích của một mặt cầu bằng  $16\pi(\text{cm}^2)$ . Bán kính của mặt cầu đó là.

A.  $8\text{cm}$ .      B.  $2\text{cm}$ .      C.  $4\text{cm}$ .      D.  $6\text{cm}$ .

Lời giải

Ta có:  $4\pi R^2 = 16\pi \Leftrightarrow R^2 = 4 \Rightarrow R = 2(\text{cm})$ .

**Câu 263:** Tính diện tích mặt cầu ( $S$ ) khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng  $4\pi$

A.  $S = 32\pi$

B.  $S = 16\pi$

C.  $S = 64\pi$

D.  $S = 8\pi$

Lời giải

Chọn B

Nhận xét : Đường tròn lớn của mặt cầu ( $S$ ) là đường tròn đi qua tâm của mặt cầu ( $S$ ) nên bán kính của đường tròn lớn cũng là bán kính của mặt cầu ( $S$ ).

Chu vi đường tròn lớn của mặt cầu ( $S$ ) bằng  $4\pi \Rightarrow 2\pi R = 4\pi \Leftrightarrow R = 2$ .

Vậy diện tích mặt cầu ( $S$ ) là  $S = 4\pi R^2 = 16\pi$ .

**Câu 264:** Diện tích mặt cầu có đường kính bằng  $2a$  là

A.  $16\pi a^2$ .

B.  $\pi a^2$ .

C.  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .

D.  $4\pi a^2$ .

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu là  $R = a \Rightarrow$  Diện tích mặt cầu là  $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$ .

**Câu 265:** Cho mặt cầu ( $S$ ) có diện tích  $4\pi a^2$  ( $\text{cm}^2$ ). Khi đó, thể tích khối cầu ( $S$ ) là

A.  $\frac{4\pi a^3}{3}$  ( $\text{cm}^3$ ).

B.  $\frac{\pi a^3}{3}$  ( $\text{cm}^3$ ).

C.  $\frac{64\pi a^3}{3}$  ( $\text{cm}^3$ ).

D.  $\frac{16\pi a^3}{3}$  ( $\text{cm}^3$ ).

Lời giải

Gọi mặt cầu có bán kính  $R$ . Theo đề ta có  $4\pi R^2 = 4\pi a^2$ . Vậy  $R = a$  ( $\text{cm}$ ).

Khi đó, thể tích khối cầu ( $S$ ) là:  $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3}$  ( $\text{cm}^3$ ).

**Câu 266:** Cho mặt cầu có diện tích bằng  $36\pi a^2$ . Thể tích khối cầu là

A.  $18\pi a^3$ .

B.  $12\pi a^3$ .

C.  $36\pi a^3$ .

D.  $9\pi a^3$ .

Lời giải

Gọi  $R$  là bán kính mặt cầu.

Mặt cầu có diện tích bằng  $36\pi a^2$  nên  $4\pi R^2 = 36\pi a^2 \Leftrightarrow R^2 = 9a^2 \Rightarrow R = 3a$

Thể tích khối cầu là  $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(3a)^3 = 36\pi a^3$

**Câu 267:** Một hình trụ có bán kính đáy  $r = 4\text{cm}$  và độ dài đường sinh  $l = 3\text{cm}$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A.  $12\pi \text{cm}^2$ .

B.  $48\pi \text{cm}^2$ .

C.  $24\pi \text{cm}^2$ .

D.  $36\pi \text{cm}^2$ .

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh hình trụ là  $S = 2\pi rl = 24\pi \text{cm}^2$ .

**Câu 268:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $R = 8$  và độ dài đường sinh  $l = 3$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng:

A.  $24\pi$ .

B.  $192\pi$ .

C.  $48\pi$ .

D.  $64\pi$ .

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ  $S_{xq} = 2\pi rl = 48\pi$

**Câu 269:** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 4$  và độ dài đường sinh  $l = 3$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.  $48\pi$ .                      B.  $12\pi$ .                      C.  $16\pi$ .                      D.  $24\pi$ .

Lời giải

Chọn D

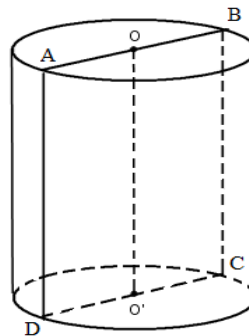
Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là  $S = 2\pi rl = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi$ .

**Câu 270:** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.  $18\pi$ .                      B.  $36\pi$ .                      C.  $54\pi$ .                      D.  $27\pi$ .

Lời giải

Chọn B



Giả sử thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông  $ABCD$ .

Theo giả thiết ta có bán kính đáy của hình trụ  $r = 3 \Rightarrow h = AD = DC = 2r = 6 = l$ .

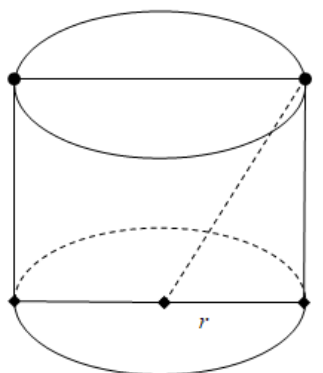
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là:  $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi$ .

**Câu 271:** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $50\pi$  và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính  $r$  của đường tròn đáy.

- A.  $r = 5\sqrt{\pi}$                       B.  $r = 5$                       C.  $r = \frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$                       D.  $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D



Diện tích xung quanh của hình trụ:  $2\pi rl$  ( $l$ : độ dài đường sinh) Có  $l = 2r$

$$S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow 2\pi rl = 50\pi \Leftrightarrow 2\pi r 2r = 50\pi \Leftrightarrow r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

**Câu 272:** Cho khối trụ ( $T$ ) có bán kính đáy  $R = 1$ , thể tích  $V = 5\pi$ . Tính diện tích toàn phần của hình trụ tương ứng

- A.  $S = 12\pi$                       B.  $S = 11\pi$                       C.  $S = 10\pi$                       D.  $S = 7\pi$

Lời giải

Chọn A

Ta có  $V = S.h$  với  $S = \pi r^2 = \pi$  nên  $h = \frac{V}{S} = 5$ .

Diện tích toàn phần của trụ tương ứng là:  $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot 1 \cdot 5 + 2\pi \cdot 1^2 = 12\pi$ .

**Câu 273:** Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy là  $a$  và đường cao là  $a\sqrt{3}$ .

- A.  $2\pi a^2$                       B.  $\pi a^2$                       C.  $\pi a^2 \sqrt{3}$                       D.  $2\pi a^2 \sqrt{3}$

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ là:  $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rh = 2\pi \cdot a \cdot a\sqrt{3} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$ .

**Câu 274:** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng  $4\pi a^2$  và bán kính đáy là  $a$ . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

- A.  $a$ .                      B.  $2a$ .                      C.  $3a$ .                      D.  $4a$ .

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy  $a$  và chiều cao  $h$  là

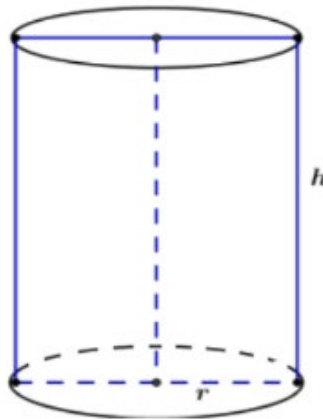
$$S_{xq} = 2\pi ah \Leftrightarrow h = \frac{S_{xq}}{2\pi a} = \frac{4\pi a^2}{2\pi a} = 2a.$$

Vậy độ dài đường cao của hình trụ đó là  $h = 2a$ .

**Câu 275:** Một hình trụ có bán kính đáy bằng  $2cm$  và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A.  $8\pi cm^3$                       B.  $4\pi cm^3$                       C.  $32\pi cm^3$                       D.  $16\pi cm^3$

Lời giải



Công thức tính diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy  $R$ , chiều cao  $h$  là  $S_{xq} = 2\pi rh$

Công thức tính thể tích của khối trụ có bán kính đáy  $R$ , chiều cao  $h$  là  $V = \pi R^2 h$

Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên ta có  $h = 2r = 4cm$ .  $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi cm^3$

**Câu 276:** Cho hình trụ có diện tích xung quang bằng  $8\pi a^2$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Độ dài đường sinh của hình trụ bằng:

- A.  $4a$ .                      B.  $8a$ .                      C.  $2a$ .                      D.  $6a$ .

Lời giải



Ta có:  $S_{xq} = 2\pi Rl \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{2\pi R} = \frac{8\pi a^2}{2\pi a} = 4a$ .

**Câu 277:** Cắt hình trụ ( $T$ ) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của ( $T$ ) bằng

- A.  $\frac{49\pi}{4}$ .                      B.  $\frac{49\pi}{2}$ .                      C.  $49\pi$ .                      D.  $98\pi$ .

Lời giải

Chọn C

Bán kính đáy của hình trụ là  $r = \frac{7}{2}$ .

Đường cao của hình trụ là  $h = 7$ .

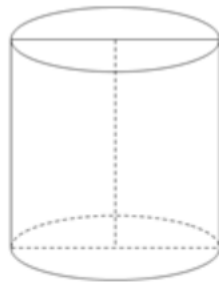
Diện tích xung quanh của hình trụ là  $S = 2\pi r.h = 2\pi \cdot \frac{7}{2} \cdot 7 = 49\pi$ .

**Câu 278:** Cắt hình trụ ( $T$ ) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 5. Diện tích xung quanh của ( $T$ ) bằng

- A.  $\frac{25\pi}{2}$ .                      B.  $25\pi$ .                      C.  $50\pi$ .                      D.  $\frac{25\pi}{4}$ .

Lời giải

Chọn B



Bán kính của hình trụ ( $T$ ) bằng  $\frac{5}{2}$ , độ dài đường sinh  $l = 5$ .

Diện tích xung quanh của ( $T$ ):  $S_{xq} = 2\pi r.l = 2\pi \cdot \frac{5}{2} \cdot 5 = 25\pi$ .

**Câu 279:** Cho khối trụ có bán kính đáy bằng  $r = 5$  và chiều cao  $h = 3$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.  $5\pi$ .                      B.  $30\pi$ .                      C.  $25\pi$ .                      D.  $75\pi$ .

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối trụ là  $V = \pi r^2.h = 75\pi$ .

**Câu 280:** Cho khối trụ có bán kính  $r = 3$  và chiều cao  $h = 4$ . Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A.  $4\pi$ .                      B.  $12\pi$ .                      C.  $36\pi$ .                      D.  $24\pi$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có:  $V = \pi r^2.h = \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 36\pi$

**Câu 281:** Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy  $r$  và chiều cao  $h$  bằng

A.  $\frac{4}{3}\pi r^2 h$

B.  $\pi r^2 h$

C.  $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

D.  $2\pi r h$

Lời giải

Chọn B

$$V_{trụ} = \pi r^2 h.$$

**Câu 282:** Thể tích khối trụ có bán kính đáy  $r = a$  và chiều cao  $h = a\sqrt{2}$  bằng

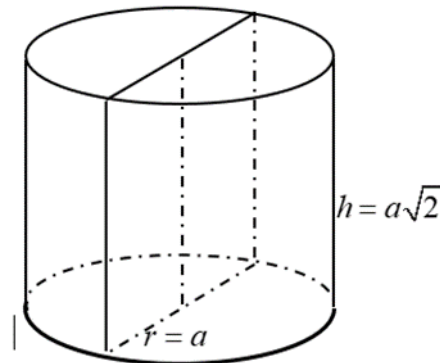
A.  $4\pi a^3\sqrt{2}$ .

B.  $\pi a^3\sqrt{2}$ .

C.  $2\pi a^3$ .

D.  $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$ .

Lời giải



Thể tích khối trụ là:  $V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot a\sqrt{2} = \pi a^3\sqrt{2}$ .

**Câu 283:** Thiết diện qua trục của một hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng  $2a$ . Tính theo  $a$  thể tích khối trụ đó.

A.  $\pi a^3$ .

B.  $2\pi a^3$ .

C.  $4\pi a^3$ .

D.  $\frac{2}{3}\pi a^3$ .

Lời giải

Gọi chiều cao và bán kính đáy của hình trụ lần lượt là  $h, r$ .

Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng  $2a$  nên  $h = 2a, r = a$ .

Thể tích của khối trụ đó là  $V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$ .

**Câu 284:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 2BC = 2a$ . Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng  $ABCD$  quanh trục  $AD$ .

A.  $4\pi a^3$ .

B.  $2\pi a^3$ .

C.  $8\pi a^3$ .

D.  $\pi a^3$ .

Lời giải

Khối tròn xoay tạo thành là khối trụ có bán kính đáy là  $AB = 2a$  và đường cao  $AD = BC = a$  có thể tích bằng  $V = \pi AB^2 AD = 4\pi a^3$

**Câu 285:** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là  $4\pi$  và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A.  $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$

B.  $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$

C.  $\frac{4\pi}{9}$

D.  $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$

Lời giải

Chọn D

Hình trụ có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông suy ra:  $l = h = 2r$

Hình trụ có diện tích toàn phần là  $4\pi$  suy ra:

$$S_p = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 2r^2 + 2\pi \cdot r^2 = 6\pi r^2 = 4\pi$$

$$\text{Nên } r = \frac{\sqrt{6}}{3}, l = h = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Thể tích khối trụ: } V = \pi r^2 \cdot h = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$$

**Câu 286:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ . Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  quanh cạnh  $AB$  bằng

- A.**  $4\pi a^3$ .                      **B.**  $\pi a^3$ .                      **C.**  $2a^3$ .                      **D.**  $a^3$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức tính thể tích khối trụ tròn xoay ta có

$$V = \pi r^2 h = \pi (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3.$$

**Câu 287:** Cho khối trụ có chu vi đáy bằng  $4\pi a$  và độ dài đường cao bằng  $a$ . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A.**  $\pi a^2$ .                      **B.**  $\frac{4}{3}\pi a^3$ .                      **C.**  $4\pi a^3$ .                      **D.**  $16\pi a^3$ .

**Lời giải**

Gọi chu vi đáy là  $P$ . Ta có:  $P = 2\pi R \Leftrightarrow 4\pi a = 2\pi R \Leftrightarrow R = 2a$ .

Khi đó thể tích khối trụ:  $V = \pi R^2 h = \pi (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3$ .

**Câu 288:** Cho hình trụ có diện tích toàn phần là  $4\pi$  và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

- A.**  $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$ .                      **B.**  $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$ .                      **C.**  $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$ .                      **D.**  $\frac{4\pi}{9}$ .

**Lời giải**

Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên khối trụ có chiều cao bằng  $2r$ .

Ta có:  $S_{tp} = 4\pi \Leftrightarrow 2\pi r^2 + 2\pi r l = 4\pi \Leftrightarrow 6\pi r^2 = 4\pi$ .

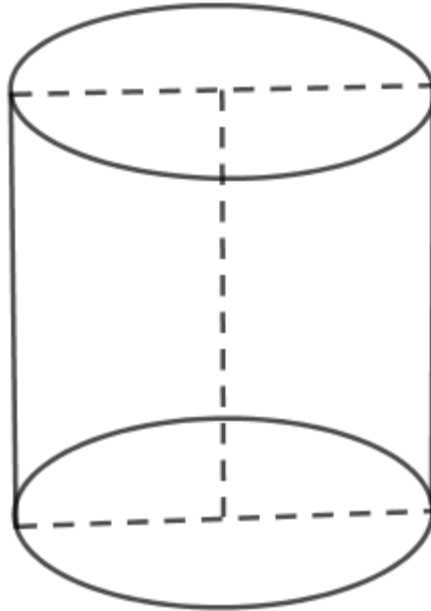
$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Tính thể tích khối trụ là:  $V = \pi r^2 h = 2\pi r^3 = 2\pi \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$ .

**Câu 289:** Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh  $a$ . Thể tích khối trụ đó bằng

- A.**  $\pi a^3$ .                      **B.**  $\frac{\pi a^3}{2}$ .                      **C.**  $\frac{\pi a^3}{3}$ .                      **D.**  $\frac{\pi a^3}{4}$ .

**Lời giải**



Ta có bán kính đáy  $r = \frac{a}{2}$  và chiều cao  $h = a$  nên thể tích khối trụ là

$$V = 2\pi r^2 h = 2\pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot a = \frac{\pi a^3}{2}.$$

**Câu 290:** Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh là  $2a$ . Thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là:

- A.**  $2\pi a^3$ .                      **B.**  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .                      **C.**  $8\pi a^3$ .                      **D.**  $\frac{8\pi a^3}{3}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $R = a$ ,  $h = 2a$  nên thể tích khối trụ được tạo nên bởi hình trụ này là:

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi \cdot a^3.$$

**Câu 291:** Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh  $l$  và bán kính đáy  $r$  bằng

- A.**  $4\pi rl$ .                      **B.**  $2\pi rl$ .                      **C.**  $\pi rl$ .                      **D.**  $\frac{1}{3}\pi rl$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình nón.

**Câu 292:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 2$  và độ dài đường sinh  $l = 7$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.**  $28\pi$ .                      **B.**  $14\pi$ .                      **C.**  $\frac{14\pi}{3}$ .                      **D.**  $\frac{98\pi}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Có } S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 7 \cdot 2 = 14\pi.$$

**Câu 293:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = 2$  và độ dài đường sinh  $l = 5$ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.**  $20\pi$ .                      **B.**  $\frac{20\pi}{3}$ .                      **C.**  $10\pi$ .                      **D.**  $\frac{10\pi}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có diện tích xung quanh của hình nón đã cho là:  $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 2.5 = 10\pi$ .

**Câu 294:** Gọi  $l, h, r$  lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình nón là:

- A.  $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ .      B.  $S_{xq} = \pi rl$ .      C.  $S_{xq} = \pi rh$ .      D.  $S_{xq} = 2\pi rl$ .

Lời giải

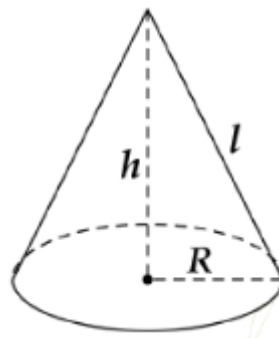
Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón là  $S_{xq} = \pi rl$ .

**Câu 295:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng  $a$ , đường cao là  $2a$ . Tính diện tích xung quanh hình nón?

- A.  $2\sqrt{5}\pi a^2$ .      B.  $\sqrt{5}\pi a^2$ .      C.  $2a^2$ .      D.  $5a^2$ .

Lời giải



Ta có  $S_{xq} = \pi Rl = \pi a\sqrt{a^2 + 4a^2} = \sqrt{5}\pi a^2$ .

**Câu 296:** Cho hình nón có bán kính đáy  $r = \sqrt{3}$  và độ dài đường sinh  $l = 4$ . Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

- A.  $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$       B.  $S_{xq} = 12\pi$       C.  $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$       D.  $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$

Lời giải

Chọn C

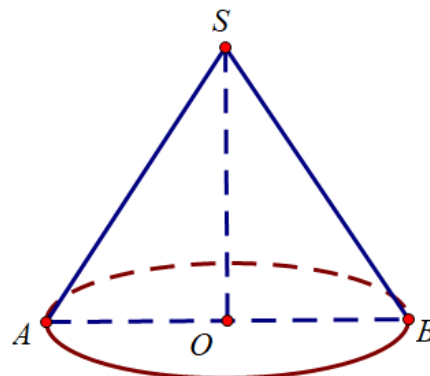
Diện tích xung quanh của hình nón là:  $S_{xq} = \pi rl = 4\sqrt{3}\pi$ .

**Câu 297:** Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng  $a$ . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

- A.  $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$ .      C.  $\pi a^2 \sqrt{2}$ .      D.  $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải

Chọn D



Ta có tam giác  $SAB$  vuông cân tại  $S$  có  $SA = a$ .

Khi đó:  $R = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ ,  $l = SA = a$ . Nên  $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$ .

- Câu 298:** Cho hình nón có đường sinh  $l = 5$ , bán kính đáy  $r = 3$ . Diện tích toàn phần của hình nón đó là:  
**A.**  $S_{tp} = 15\pi$ .      **B.**  $S_{tp} = 20\pi$ .      **C.**  $S_{tp} = 22\pi$ .      **D.**  $S_{tp} = 24\pi$ .

Lời giải

Áp dụng công thức tính diện tích toàn phần của hình nón ta có  $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = 15\pi + 9\pi = 24\pi$ .

- Câu 299:** Cho khối nón có chiều cao  $h = 3$  và bán kính đáy  $r = 4$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng  
**A.**  $16\pi$ .      **B.**  $48\pi$ .      **C.**  $36\pi$ .      **D.**  $4\pi$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có công thức thể tích khối nón  $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 16 \cdot 3 = 16\pi$ .

- Câu 300:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = 5$  và chiều cao  $h = 2$ . Thể tích khối nón đã cho bằng:  
**A.**  $\frac{10\pi}{3}$ .      **B.**  $10\pi$ .      **C.**  $\frac{50\pi}{3}$ .      **D.**  $50\pi$ .

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{50\pi}{3}$

- Câu 301:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = 4$  và chiều cao  $h = 2$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng  
**A.**  $\frac{8\pi}{3}$ .      **B.**  $8\pi$ .      **C.**  $\frac{32\pi}{3}$ .      **D.**  $32\pi$ .

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón đã cho là  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 2 = \frac{32\pi}{3}$ .

- Câu 302:** Cho khối nón có bán kính đáy  $r = \sqrt{3}$  và chiều cao  $h = 4$ . Tính thể tích  $V$  của khối nón đã cho.  
**A.**  $V = 12\pi$       **B.**  $V = 4\pi$       **C.**  $V = 16\pi\sqrt{3}$       **D.**  $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

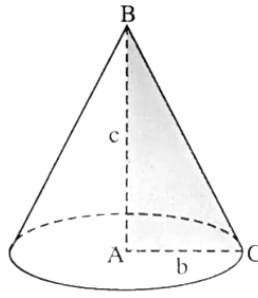
Chọn B

Ta có  $V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi (\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi$ .

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = c$ ,  $AC = b$ . Quay tam giác

- Câu 303:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ ,  $AB = c$ ,  $AC = b$ . Quay tam giác  $ABC$  xung quanh đường thẳng chứa cạnh  $AB$  ta được một hình nón có thể tích bằng  
**A.**  $\frac{1}{3} \pi bc^2$ .      **B.**  $\frac{1}{3} bc^2$ .      **C.**  $\frac{1}{3} b^2 c$ .      **D.**  $\frac{1}{3} \pi b^2 c$ .

Lời giải



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi b^2 c.$$

**Câu 304:** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng  $2a$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$ .      C.  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .      D.  $\frac{\pi a^3}{3}$ .

Lời giải

Chọn A

Chiều cao khối nón đã cho là  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = a\sqrt{3}$

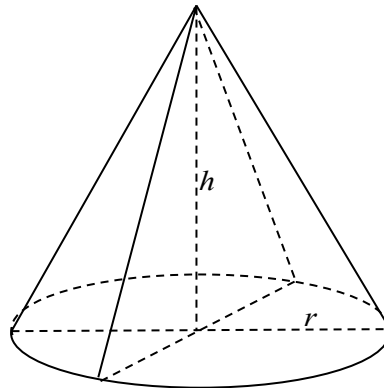
Thể tích khối nón đã cho là:  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ .

**Câu 305:** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng  $2a$  và đường cao bằng  $a\sqrt{3}$ . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A.  $\frac{2\pi a^3}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ .      D.  $\frac{\pi a^3}{3}$ .

Lời giải

Chọn C



Ta có  $l = 2a$ ,  $h = a\sqrt{3}$ .

$$r^2 = l^2 - h^2 = 4a^2 - 3a^2 = a^2 \Rightarrow r = a$$

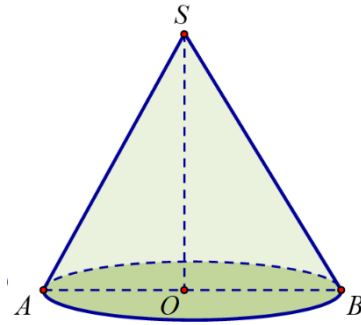
Thể tích khối nón là  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ .

**Câu 306:** Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng  $a$ . Thể tích khối nón là.

- A.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$ .      B.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{48}$ .      C.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$ .      D.  $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$ .

Lời giải

Chọn C



Khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng  $a$ .

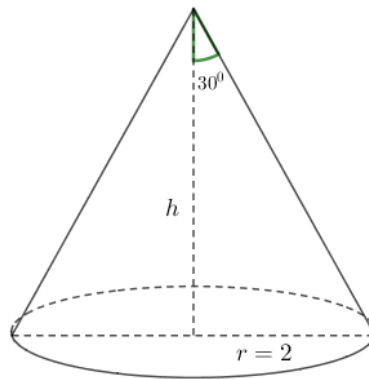
$$\Rightarrow \Delta SAB \text{ đều cạnh } a \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{kn} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_d = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \pi \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}.$$

**Câu 307:** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2, góc ở đỉnh bằng  $60^\circ$ . Thể tích khối nón là

**A.**  $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{9} (\text{cm}^3)$ .    **B.**  $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{2} (\text{cm}^3)$ .    **C.**  $V = 8\pi\sqrt{3} (\text{cm}^3)$ .    **D.**  $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3} (\text{cm}^3)$ .

Lời giải



Ta có bán kính đáy  $r = 2$ , đường cao  $h = \frac{r}{\tan 30^\circ} \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$ .

Vậy thể tích khối nón  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3} (\text{cm}^3)$ .

**Câu 308:** Cho khối nón tròn xoay có đường cao  $h = 15 \text{ cm}$  và đường sinh  $l = 25 \text{ cm}$ . Thể tích  $V$  của khối nón là:

**A.**  $V = 1500\pi (\text{cm}^3)$ .    **B.**  $V = 500\pi (\text{cm}^3)$ .    **C.**  $V = 240\pi (\text{cm}^3)$ .    **D.**  $V = 2000\pi (\text{cm}^3)$ .

Lời giải

Ta có:  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \pi \cdot (l^2 - h^2) \cdot h = 2000\pi$ .

Vậy:  $V = 2000\pi (\text{cm}^3)$ .

## NGUYỄN HÀM

### ☑ Dạng 01: Định nghĩa, tính chất của nguyên hàm

**Câu 300:** Cho hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  cùng liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khẳng định nào đúng?

**A.**  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .



$$\text{B. } \int \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}.$$

$$\text{C. } \int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}.$$

$$\text{D. } \int [f(x) \cdot g(x)] dx = \left( \int f(x) dx \right) \cdot \left( \int g(x) dx \right)$$

Lời giải

Chọn A

Nhận định đúng là  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .

**Câu 301:** Cho  $f(x), g(x)$  là các hàm số xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

$$\text{A. } \int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$$

$$\text{B. } \int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$$

$$\text{C. } \int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx.$$

$$\text{D. } \int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$$

Lời giải

Chọn B

$\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$  sai vì không đúng tính chất.

**Câu 302:** Cho  $f(x); g(x)$  là các hàm số xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

$$\text{A. } \int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx.$$

$$\text{B. } \int f(x) g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx.$$

$$\text{C. } \int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx.$$

$$\text{D. } \int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx.$$

Lời giải

Chọn B

**Câu 303:** Mệnh đề nào sau đây **sai**?

$$\text{A. } \int kf(x) dx = k \int f(x) dx, (k \text{ là hằng số và } k \neq 0).$$

**B.** Nếu  $F(x)$  và  $G(x)$  đều là nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  thì  $F(x) = G(x)$ .

**C.** Nếu  $\int f(x) dx = F(x) + C$  thì  $\int f(u) du = F(u) + C$ .

$$\text{D. } \int [f_1(x) + f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx.$$

Lời giải

Chọn B

Chọn  $f(x) = x$  ta thấy:

$$+ \int f(x) dx = \int x dx = \frac{x^2}{2} + C_1 = F(x).$$

$$+ \int f(x) dx = \int x dx = \frac{x^2}{2} + C_2 = G(x).$$

Khi  $C_1 \neq C_2$  thì  $F(x) \neq G(x)$ .

**Câu 304:** Hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $(a; b)$  nếu

- A.  $F'(x) = -f(x), \forall x \in (a; b)$ .      B.  $f'(x) = -F(x), \forall x \in (a; b)$ .  
 C.  $f'(x) = F(x), \forall x \in (a; b)$ .      D.  $F'(x) = f(x), \forall x \in (a; b)$ .

Lời giải

**Chọn D**

Hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $(a; b)$  nếu  $F'(x) = f(x), \forall x \in (a; b)$ .

**Câu 305:** Cho  $f(x), g(x)$  là các hàm số xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\int 2f(x) dx = 2 \int f(x) dx$ .  
 B.  $\int |f(x) - g(x)| dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$ .  
 C.  $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ .  
 D.  $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ .

Lời giải

**Chọn D**

Mệnh đề sai là  $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$ .

**☑ Dạng 02: Nguyên hàm của hs cơ bản, gần cơ bản**

**Câu 306:** Tìm công thức sai:

- A.  $\int \cos x dx = \sin x + C$ .      B.  $\int \sin x dx = \cos x + C$ .  
 C.  $\int e^x dx = e^x + C$ .      D.  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \ (0 < a \neq 1)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\int \sin x dx = -\cos x + C$  nên B sai.

**Câu 307:** Tìm họ các nguyên hàm của hàm số  $y = \cos 4x$

- A.  $\int \cos 4x dx = 4 \sin 4x + C$ .      B.  $\int \cos 4x dx = \frac{1}{4} \sin 4x + C$ .  
 C.  $\int \cos 4x dx = \sin 4x + C$ .      D.  $\int \cos 4x dx = -\frac{1}{4} \sin 4x + C$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\int \cos 4x dx = \frac{1}{4} \sin 4x + C$ .

**Câu 308:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^{2021}$ .

- A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2020} \cdot x^{2020} + C$ .      B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2022} \cdot x^{2022} + C$ .  
 C.  $\int f(x) dx = 2021 \cdot x^{2000} + C$ .      D.  $\int f(x) dx = x^{2022} + C$ .

Lời giải

**Chọn B**

**Câu 309:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x}$  trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{x^2} + C.$

B.  $\int f(x) dx = \ln x + C.$

C.  $\int f(x) dx = \frac{-1}{x^2} + C.$

D.  $\int f(x) dx = \ln|x| + C.$

Lời giải

**Chọn D**

$\int f(x) dx = \ln|x| + C.$

**Câu 310:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x - 1$

A.  $\int f(x) dx = e^x + x + C.$

B.  $\int f(x) dx = xe^x + C.$

C.  $\int f(x) dx = e^x - x + C.$

D.  $\int f(x) dx = e^{x-1} + C.$

Lời giải

**Chọn C**

Ta có họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x - 1$  là:  $\int f(x) dx = e^x - x + C.$

**Câu 311:** Trên các khoảng  $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right)$  và  $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ , họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{5}{3x-2}$  là

A.  $\int f(x) dx = 5 \ln|3x-2| + C.$

B.  $\int f(x) dx = \frac{5}{3} \ln\left|x - \frac{2}{3}\right| + C.$

C.  $\int f(x) dx = \frac{5}{3} \ln(3x-2) + C.$

D.  $\int f(x) dx = -\frac{5}{3} \ln|3x-2| + C.$

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\int f(x) dx = \int \frac{5}{3x-2} dx = \frac{5}{3} \ln|3x-2| + C_1 = \frac{5}{3} \ln\left|3\left(x - \frac{2}{3}\right)\right| + C_1 = \frac{5}{3} \left(\ln 3 + \ln\left|x - \frac{2}{3}\right|\right) + C_1.$

Đặt  $C = \frac{5}{3} \ln 3 + C_1$ , Suy ra  $\int f(x) dx = \frac{5}{3} \ln\left|x - \frac{2}{3}\right| + C.$

**Câu 312:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2^x (1 + 2^{-x} \cdot \sin x)$  là

A.  $\frac{2^{x+1}}{x+1} - \cos x + C$

B.  $\frac{2^x}{\ln 2} - \cos x + C.$

C.  $\frac{2^x}{\ln 2} + \cos x + C.$

D.  $\frac{2^{x-1}}{x+1} + \cos x + C.$

Lời giải

**Chọn B**

$\int f(x) dx = \int 2^x (1 + 2^{-x} \cdot \sin x) dx = \int (2^x + \sin x) dx = \frac{2^x}{\ln 2} - \cos x + C$

**Câu 313:** Cho hàm số  $f(x) = 2 \cos[2(x + \pi)] - 3x^2$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $\int f(x) dx = 2 \sin[2(x + \pi)] - x^3 + C.$

B.  $\int f(x) dx = \sin 2x - x^3 + C.$

C.  $\int f(x) dx = -\sin[2(x + \pi)] - x^3 + C.$

D.

$\int f(x) dx = -4 \sin[2(x + \pi)] - 6x + C.$

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\int f(x) dx = \int [2 \cos(2x + 2\pi) - 3x^2] dx = \int [2 \cos 2x - 3x^2] dx = \sin 2x - x^3 + C$

**Câu 314:** Tính  $\int \sin^2 2x dx$

- A.  $\frac{\sin 4x}{8} + C$ .    B.  $\frac{x}{2} + \frac{\sin 4x}{8} + C$ .    C.  $-\frac{\cos^3 2x}{3} + C$ .    D.  $\frac{x}{2} - \frac{\sin 4x}{8} + C$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $\int \sin^2 2x dx = \int \frac{1 - \cos 4x}{2} dx = \int \frac{1}{2} dx - \frac{1}{8} \int \cos 4x d(4x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 4x}{8} + C$

**Câu 315:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{3x+1} - 2x^2$  là

- A.  $\frac{e^{3x+1} - 2x^3}{3}$ .    B.  $\frac{e^{3x+1}}{3} - x^3$ .    C.  $\frac{e^{3x+1}}{3} - 2x^3$ .    D.  $\frac{e^{3x+1} - x^3}{3}$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\int f(x) dx = \int (e^{3x+1} - 2x^2) dx = \frac{1}{3} \int e^{3x+1} d(3x+1) - \frac{2}{3} x^3$$

$$= \frac{e^{3x+1} - 2x^3}{3}$$

**Câu 316:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3 \cos x + \frac{1}{x^2}$  trên  $(0; +\infty)$  là

- A.  $-3 \sin x + \frac{1}{x} + C$ .    B.  $3 \cos x + \frac{1}{x} + C$ .  
 C.  $3 \cos x + \ln x + C$ .    D.  $3 \sin x - \frac{1}{x} + C$ .

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $\int f(x) dx = \int \left( 3 \cos x + \frac{1}{x^2} \right) dx = \int 3 \cos x dx + \int \frac{1}{x^2} dx = 3 \sin x - \frac{1}{x} + C$ .

**Câu 317:** Một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2$  là

- A.  $H(x) = 6x$ .    B.  $G(x) = x^3 + 1$ .    C.  $F(x) = x^3 + x$ .    D.  $K(x) = 3x^3$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\int f(x) dx = \int 3x^2 dx = x^3 + C$

Do đó một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2$  là  $G(x) = x^3 + 1$

**☑ Dạng 05: PP nguyên hàm từng phần**

**Câu 318:** Họ nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \frac{\cos x}{1 - \cos^2 x}$  là:

- A.  $F(x) = -\frac{\cos x}{\sin x} + C$ .    B.  $F(x) = \frac{1}{\sin x} + C$ .  
 C.  $F(x) = -\frac{1}{\sin x} + C$ .    D.  $F(x) = \frac{1}{\sin^2 x} + C$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $F(x) = \int \frac{\cos x}{1 - \cos^2 x} dx = \int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} d(\sin x) = -\frac{1}{\sin x} + C.$

**Câu 319:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$  là

**A.**  $2\sqrt{x^2 + 1} + C.$    **B.**  $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} + C.$    **C.**  $\frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 1} + C.$    **D.**  $\sqrt{x^2 + 1} + C.$

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $\int f(x) dx = \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = \int d(\sqrt{x^2 + 1}) = \sqrt{x^2 + 1} + C.$

**Câu 320:** Cho hàm số  $f(x) = x \cdot (x^2 + 1)^{2016}$ . Khi đó:

**A.**  $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2017}}{2017} + C.$    **B.**  $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2016}}{2016} + C.$   
**C.**  $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2017}}{4034} + C.$    **D.**  $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2016}}{4032} + C.$

Lời giải

**Chọn C**

$\int f(x) dx = \int x \cdot (x^2 + 1)^{2016} dx = \frac{1}{2} \int (x^2 + 1)^{2016} \cdot d(x^2 + 1) = \frac{(x^2 + 1)^{2017}}{4034} + C.$

**Câu 321:** Nếu đặt  $t = 1 + \ln x$  thì  $I = \int \frac{\ln x}{x(1 + \ln x)} dx$  trở thành

**A.**  $I = \int \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) e^t dt.$    **B.**  $I = \int \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) dt.$   
**C.**  $I = \int \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt.$    **D.**  $I = \int \left(1 - \frac{1}{t}\right) e^t dt.$

Lời giải

**Chọn C**

Đặt  $t = 1 + \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx; \ln x = t - 1.$

Khi đó ta có:  $I = \int \frac{t-1}{t} dt = \int \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt.$

**Câu 322:** Biết  $\int f(3x) dx = \cos^2 x + \ln x + C$ . Khi đó  $\int f(x) dx$  bằng

**A.**  $\cos^2 \frac{x}{3} + \ln \frac{x}{3} + C.$    **B.**  $\frac{1}{3} \cos^2 x + \frac{1}{3} \ln x + C.$   
**C.**  $3 \cos^2 \frac{x}{3} + 3 \ln x + C.$    **D.**  $\cos^2 3x + \ln 3x + C.$

Lời giải

**Chọn C**

Đặt  $t = 3x \Rightarrow dt = 3 dx; x = \frac{t}{3}.$

Ta có:  $\int f(3x)dx = \cos^2 x + \ln x + C \Rightarrow \int f(t)dt = 3\cos^2 \frac{t}{3} + 3\ln \frac{t}{3} + C$   
 $\Rightarrow \int f(t)dt = 3\cos^2 \frac{t}{3} + 3\ln t + C$  hay  $\int f(x)dx = 3\cos^2 \frac{x}{3} + 3\ln x + C$ .

**Câu 323:** Họ các nguyên hàm  $\int xe^{x^2+1}dx$  là:

- A.  $x.e^{x^2+1} + C$     B.  $e^{x^2+1} + C$     C.  $\frac{e^{x^2+1}}{2} + C$     D.  $\frac{x.e^{x^2+1}}{2} + C$

Lời giải

Chọn C

Đặt  $t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2xdx \Leftrightarrow \frac{dt}{2} = xdx$

Khi đó  $\int xe^{x^2+1}dx = \int e^t \frac{dt}{2} = \frac{1}{2}e^t + C = \frac{1}{2}e^{x^2+1} + C$ .

Đang 04: PP đổi biến số  $x = u$  hàm xác định

**Câu 324:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  và  $F(2) = 1$ . Tính  $F(3)$

- A.  $F(3) = \ln 2 - 1$ .    B.  $F(3) = \frac{1}{2}$ .    C.  $F(3) = \ln 2 + 1$ .    D.  $F(3) = \frac{7}{4}$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có:  $\int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C = \begin{cases} \ln(x-1) + C_1 & (x > 1) \\ \ln(1-x) + C_2 & (x < 1) \end{cases}$

Theo giả thiết  $F(2) = 1 \Rightarrow \ln 1 + C_1 = 1 \Leftrightarrow C_1 = 1$ .

Do đó  $F(3) = \ln 2 + 1$ .

**Câu 325:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ ;  $f(0) = 1$  và  $f(1) = 2$

Tính  $P = f(-1) + f(3)$

- A.  $P = 3 + \ln 3$ .    B.  $P = 3 + \ln 5$ .    C.  $P = 3 + \ln 15$ .    D.  $P = 3 - \ln 15$ .

Lời giải

Chọn C

Có  $f(x) = \int f'(x)dx = \int \frac{2}{2x-1} dx = \ln|2x-1| + C = \begin{cases} \ln(2x-1) + C_1 & \text{khi } x > \frac{1}{2} \\ \ln(1-2x) + C_2 & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}$

Để  $\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_2 = 1 \\ C_1 = 2 \end{cases}$ . Suy ra:  $f(x) = \begin{cases} \ln(2x-1) + 2 & \text{khi } x > \frac{1}{2} \\ \ln(1-2x) + 1 & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}$

Do đó  $P = f(-1) + f(3) = 3 + \ln 3 + \ln 5 = 3 + \ln 15$ .

**Câu 326:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^{2x}$  và  $F(0) = 0$ . Giá trị của  $F(\ln 3)$  bằng

- A. 2.                      B. 6.                      C.  $\frac{17}{2}$ .                      D. 4.

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } F(x) = \int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C.$$

$$\text{Do } F(0) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}e^0 + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}.$$

$$\text{Nên } F(\ln 3) = \frac{1}{2}e^{2 \cdot \ln 3} - \frac{1}{2} = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4.$$

**Câu 327:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = e^{2x} + 1, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = \frac{3}{2}$ . Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  thỏa mãn  $F(0) = \frac{5}{4}$ , khi đó  $F(1)$  bằng

- A.  $\frac{e^2 + 2}{4}$ .                      B.  $\frac{e^2 + 10}{4}$ .                      C.  $\frac{e + 1}{2}$ .                      D.  $\frac{e + 5}{2}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } f(x) = \int (e^{2x} + 1) dx = \frac{e^{2x}}{2} + x + C \text{ mà } f(0) = \frac{3}{2} \Rightarrow C = 1 \text{ nên } f(x) = \frac{e^{2x}}{2} + x + 1.$$

$$F(x) = \int \left( \frac{e^{2x}}{2} + x + 1 \right) dx = \frac{e^{2x}}{4} + \frac{x^2}{2} + x + C_1 \text{ mà } F(0) = \frac{5}{4} \text{ nên } F(0) = \frac{1}{4} + C_1 = \frac{5}{4} \Rightarrow C_1 = 1.$$

$$\text{Khi đó } F(x) = \frac{e^{2x}}{4} + \frac{x^2}{2} + x + 1. \text{ Vậy } F(1) = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 1 = \frac{e^2 + 10}{4}.$$

**Câu 328:** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + \sin x + 1$ , biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  và  $F(0) = 1$ . Khi đó  $F(x)$  bằng

- A.  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + 2$ .                      B.  $F(x) = x^3 - \cos x + x + 2$ .  
C.  $F(x) = \frac{x^3}{3} + \cos x + x$ .                      D.  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 2$ .

Lời giải

**Chọn D**

$$\int f(x) dx = \int (x^2 + \sin x + 1) dx = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C \Rightarrow F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C.$$

$$F(0) = 1 \Rightarrow C = 2. \text{ Vậy } F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 2.$$

**Câu 329:** Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{x+2}$  và  $F(-1) = 1$ . Tính  $F(3)$ .

- A.  $F(3) = \ln 5 - 1$ .                      B.  $F(3) = \ln 5 + 2$ .                      C.  $F(3) = \ln 5 + 1$ .                      D.  $F(3) = \frac{1}{5}$ .

Lời giải

Chọn C

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{x+2} dx = \ln|x+2| + C.$$

$$F(-1) = 1 \Rightarrow C = 1. \text{ Vậy } F(3) = \ln 5 + 1.$$

**Câu 330:** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ . Giá trị của  $F(1)$  bằng

- A.  $e-2$ .                      B.  $e+2$ .                      C.  $2$ .                      D.  $e+1$ .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } F(x) = \int f(x) dx = \int e^x dx = e^x + C.$$

$$\text{Do } F(0) = 2 \text{ nên } e^0 + C = 2 \Leftrightarrow C = 1.$$

$$\text{Suy ra: } F(x) = e^x + 1.$$

$$\text{Vậy } F(1) = e + 1.$$

**☑ Dạng 03: PP đổi biến số  $t = u$  hàm xác định**

**Câu 331:** Họ các nguyên hàm  $\int \frac{1}{2x+1} dx$  là

- A.  $\ln(2x+1) + C$ .    B.  $\ln|2x+1| + C$ .    C.  $\frac{\ln|2x+1|}{2} + C$ .    D.  $\frac{\ln|x|}{2} + C$ .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C.$$

**Câu 332:** Cho biết  $\int \frac{2x+7}{x^2+5x+6} dx = a \ln|x+2| + b \ln|x+3| + C (a, b \in \mathbb{R})$ . Tính  $P = a^2 + ab + b^2$ .

- A.  $P = 3$ .                      B.  $P = 12$ .                      C.  $P = 7$ .                      D.  $P = 13$ .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int \frac{2x+7}{x^2+5x+6} dx = \int \frac{2x+7}{(x+2)(x+3)} dx = \int \left( \frac{3}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) dx = 3 \ln|x+2| - \ln|x+3| + C.$$

$$\text{Nên } \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow P = a^2 + ab + b^2 = 7.$$

**Câu 333:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$  là:

- A.  $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$ .                      B.  $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C$ .  
C.  $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$ .                      D.  $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C$ .

Lời giải

Chọn C



Ta có:  $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \int \frac{x-(x-1)}{x(x-1)} dx = \int \frac{dx}{x-1} - \int \frac{dx}{x} = \ln|x-1| - \ln|x| + C = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C$

**Câu 334:** Họ các nguyên hàm  $\int \frac{1}{(2x-1)^2} dx$  là

- A.**  $\frac{-1}{4x-2} + C$ .    **B.**  $\frac{1}{2x-1} + C$ .    **C.**  $\frac{-1}{2x-1} + C$ .    **D.**  $\frac{1}{4x-2} + C$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\int \frac{1}{(2x-1)^2} dx = \frac{-1}{2(2x-1)} + C = \frac{-1}{4x-2} + C$ .

**Câu 335:** Cho biết  $\int_1^3 \frac{x+4}{x} dx = a + b \ln c$ ,  $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$ . Tổng  $S = a + b + c$  bằng

- A.**  $S = 5$ .    **B.**  $S = 7$ .    **C.**  $S = 3$ .    **D.**  $S = 9$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\int_1^3 \frac{x+4}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{4}{x}\right) dx = \int_1^3 dx + \int_1^3 \frac{4}{x} dx = 2 + 4 \ln|x| \Big|_1^3 = 2 + 4 \ln 3$ .

Do đó  $a = 2, b = 4, c = 3 \Rightarrow S = 9$ .

**Câu 336:** Họ các nguyên hàm  $\int \frac{x^2 - x + 1}{x-1} dx$  bằng

- A.**  $x + \frac{1}{x-1} + C$ .    **B.**  $x^2 + \ln|x-1| + C$ .  
**C.**  $1 - \frac{1}{(x-1)^2} + C$ .    **D.**  $\frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\int \frac{x^2 - x + 1}{x-1} dx$   
 $= \int \left(x + \frac{1}{x-1}\right) dx$   
 $= \frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C$

**Câu 337:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{5x+4}$  là:

- A.**  $\frac{1}{5} \ln(5x+4) + C$ .    **B.**  $\ln|5x+4| + C$ .  
**C.**  $\frac{1}{\ln 5} \ln|5x+4| + C$ .    **D.**  $\frac{1}{5} \ln|5x+4| + C$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Áp dụng công thức  $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$ .

Ta có  $\int \frac{1}{5x+4} dx = \frac{1}{5} \ln|5x+4| + C.$

**TÍCH PHÂN**

**☑ Dạng 01: Kiểm tra định nghĩa, tính chất của tích phân**

**Câu 338:** Nếu  $\int_0^4 f(x) dx = 37$  thì  $\int_0^4 [2f(x) - 3x^2] dx$  bằng

**A.** 12.                      **B.** 18.                      **C.** -27.                      **D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\int_0^4 [2f(x) - 3x^2] dx = 2 \int_0^4 f(x) dx - 3 \int_0^4 x^2 dx = 2.37 - x^3 \Big|_0^4 = 74 - 64 = 10.$

**Câu 339:** Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = 3$  và  $\int_3^2 f(x) dx = 1$  thì  $\int_1^3 f(x) dx$  bằng

**A.** 4.                      **B.** -2.                      **C.** 2.                      **D.** -4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\int_3^2 f(x) dx = 1 \Rightarrow \int_2^3 f(x) dx = -1$  khi đó  $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = 3 - 1 = 2.$

**Câu 340:** Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = 3$  và  $\int_2^1 g(x) dx = 1$  thì  $\int_1^2 [f(x) + 2g(x)] dx$  bằng

**A.** -1.                      **B.** 5.                      **C.** 0.                      **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\int_2^1 g(x) dx = 1$  thì  $\int_1^2 g(x) dx = -1$  nên

$\int_1^2 [f(x) + 2g(x)] dx = \int_1^2 f(x) dx + 2 \int_1^2 g(x) dx = 3 + 2.(-1) = 1.$

**Câu 341:** Cho  $I = \int_{-1}^2 f(x) dx = 3$ . Khi đó  $J = \int_{-1}^2 [3f(x) - 4] dx$  bằng:

**A.** 2.                      **B.** -1.                      **C.** 5.                      **D.** -3.

**Lời giải**

Ta có:  $J = \int_{-1}^2 [3f(x) - 4] dx = \int_{-1}^2 3f(x) dx - 4 \int_{-1}^2 dx = 3 \times 3 - 12 = -3.$

**Câu 342:** Tìm hàm số  $y = f(x)$  biết rằng hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  là  $f'(x) = 3e^{3x} + 2$  và

$$f(0) = 2.$$

**A.**  $f(x) = e^{3x} + 2x + 1.$

**B.**  $f(x) = e^{3x} + 2.$

**C.**  $f(x) = 3e^{3x} + 2x - 1.$

**D.**  $f(x) = 3e^{3x} - 3.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $f(x) = \int f'(x)dx = \int (3e^{3x} + 2)dx = e^{3x} + 2x + C.$

Do  $f(0) = 2 \Rightarrow e^{3 \cdot 0} + 2 \cdot 0 + C = 2 \Rightarrow C = 1.$

Vậy:  $f(x) = e^{3x} + 2x + 1.$

**Câu 343:** Cho  $\int_{-2}^5 f(x)dx = 8$  và  $\int_{-2}^5 g(x)dx = -3$ . Tính  $\int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1]dx$

**A.**  $I = -11.$

**B.**  $I = 13.$

**C.**  $I = 27.$

**D.**  $I = 3.$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có

$$\int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1]dx = \int_{-2}^5 f(x)dx - 4 \int_{-2}^5 g(x)dx - \int_{-2}^5 dx = 8 + 12 - 7 = 13.$$

**☑ Dạng 03: Tích phân của hs chứa dấu GTTĐ-hàm xd**

**Câu 344:** Tính  $\int_0^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1}dx$

**A.**  $\frac{1}{2}.$

**B.**  $2.$

**C.**  $\frac{5}{2}.$

**D.**  $1.$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\begin{aligned} \int_0^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1}dx &= \int_0^2 |x - 1|dx = \int_0^1 (1 - x)dx + \int_1^2 (x - 1)dx \\ &= \left(x - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1 + \left(\frac{x^2}{2} - x\right)\Big|_1^2 = 1 \end{aligned}$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin x|dx = a - \sqrt{b} \quad (a, b \in \mathbb{Q})$$

**Câu 345:** Biết  $\frac{\pi}{2}$ . Khi đó  $a + 4b$  bằng

**A.**  $5.$

**B.**  $8.$

**C.**  $10.$

**D.**  $7.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} |\sin x|dx = -\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin xdx + \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin xdx = (\cos x)\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^0 - (\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 - \frac{\sqrt{3}}{4}$

Suy ra:  $a = 2, b = \frac{3}{4}$  nên  $a + 4b = 5.$

**☑ Dạng 05: PP đổi biến  $x = u$ - hàm công thức xd**

**Câu 346:** Cho  $I = \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$ . Đặt  $x = 4 \sin t$ , với  $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $I = -16 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$ .

**B.**  $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2t) dt$ .

**C.**  $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$ .

**D.**  $I = 8 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt  $x = 4 \sin t$ , với  $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  ta có:  $dx = 4 \cos t dt$ ;  $x = 0 \Rightarrow t = 0$ ;  $x = 4 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$ .

Vậy  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{16 \cos^2 t} \cdot 4 \cos t dt = 16 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = 8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$ .

**Câu 347:** Cho tích phân  $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$  đặt  $x = 2 \sin t$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$ .

**B.**  $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$ .

**C.**  $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt$ .

**D.**  $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$ . Đổi cận:  $x = 0 \Rightarrow t = 0$ ;  $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos t}{\sqrt{4 - 4 \sin^2 t}} dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$

**Câu 348:** Tính tích phân  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$  bằng

**A.**  $-\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$ .

**B.**  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt$ .

**C.**  $\int_0^1 \cos^2 t dt$ .

**D.**  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Đặt  $x = \sin t$ ,  $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $dx = \cos t dt$ .

Đổi cận:

$x$	0	1
$t$	0	$\frac{\pi}{2}$

Do đó:  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$ .

- Câu 349:** Nếu  $\int_0^1 f(3x+1)dx = 10$  thì  $\int_1^4 [f(x)-4x]dx$  bằng
- A. -20.                      B. -4.                      C.  $-\frac{80}{3}$ .                      D. 0.

Lời giải

**Chọn D**

Đặt  $t = 3x + 1 \Rightarrow dt = 3dx$ . Với  $x = 0 \Rightarrow t = 1$ ;  $x = 1 \Rightarrow t = 4$ .

Khi đó  $10 = \frac{1}{3} \int_1^4 f(t)dt \Rightarrow \int_1^4 f(x)dx = 30$ .

Ta có  $I = \int_1^4 [f(x) - 4x]dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 4x dx = 30 - 30 = 0$ .

**☑ Dạng 04: PP đổi biến  $t = u$ -hàm công thức xd**

- Câu 350:** Tích phân  $I = \int_1^{2025} e^{\sqrt{x}} dx$  được tính bằng phương pháp đổi biến  $t = \sqrt{x}$ . Khi đó tích phân  $I$  được viết dưới dạng nào sau đây

- A.  $I = 2 \int_1^{2025} t \cdot e^t dt$ . B.  $I = \frac{1}{2} \int_1^{45} e^t dx$ .  
 C.  $I = 2 \int_1^{45} t \cdot e^t dt$ . D.  $I = \int_1^{2025} t \cdot e^t dt$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$I = \int_1^{2025} e^{\sqrt{x}} dx$$

$$t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2t dt = dx.$$

Đổi cận:  $x = 1 \Rightarrow t = 1$ ;  $x = 2025 \Rightarrow t = 45$ .

$$\text{Suy ra: } I = \int_1^{2025} e^{\sqrt{x}} dx = \int_1^{45} e^t 2dt.$$

- Câu 351:** Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin x dx$  bằng
- A.  $e - 1$ .                      B.  $e + 1$ .                      C.  $1 - e$ .                      D.  $e$ .

Lời giải

**Chọn A**

Đặt  $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \sin x dx = \int_1^0 e^t (-dt) = e^t \Big|_0^1 = e - 1.$$

- Câu 352:** Cho  $\int_1^3 f(x)dx = 2$ , giá trị của  $\int_0^1 f(2x+1)dx$  bằng
- A. 1.                      B. 4.                      C. 2.                      D. 3.

Lời giải

**Chọn A**

Xét tích phân  $\int_0^1 f(2x+1)dx$

$$\text{Đặt } t = 2x + 1 \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = 3$$

$$\text{Khi đó } \int_0^1 f(2x+1) dx = \int_1^3 f(t) \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1.$$

**Câu 353:** Nếu  $\int_0^4 f(x) dx = 2$  thì  $\int_0^2 f(2x) dx$  bằng

**A.** 1                      **B.** 2                      **C.** 3                      **D.** 4

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt. \text{ Vậy } \int_0^4 f(t) \frac{dt}{2} = 1$$

**Câu 354:** Nếu  $\int_0^6 f(x) dx = 18$  thì  $\int_0^2 f(3x) dx$  bằng

**A.** 6.                      **B.** 12.                      **C.** 36.                      **D.** 54.

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Xét tích phân } I = \int_0^2 f(3x) dx$$

$$\text{Đặt } t = 3x. \text{ Khi đó } dt = 3dx \Leftrightarrow \frac{dt}{3} = dx.$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 2 \Rightarrow t = 6.$$

$$\text{Khi đó } I = \int_0^6 f(t) \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \int_0^6 f(t) dt = \frac{1}{3} \cdot 18 = 6.$$

**Câu 355:** Cho  $\int_5^{12} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = \frac{1}{a} \ln \frac{b}{c}$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.**  $c = a - b.$               **B.**  $b = 2c.$               **C.**  $a = b - c.$               **D.**  $b = c - a.$

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+4} \Rightarrow t^2 = x+4 \Rightarrow 2t dt = dx. \text{ Đổi cận: } x = 5 \Rightarrow t = 3; x = 12 \Rightarrow t = 4.$$

$$\int_5^{12} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = \int_3^4 \frac{2t dt}{t(t^2-4)} = 2 \int_3^4 \frac{dt}{t^2-4} = \frac{1}{2} \int_3^4 \left( \frac{1}{t-2} - \frac{1}{t+2} \right) dt = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{t-2}{t+2} \right| \Big|_3^4 = \frac{1}{2} \ln \frac{5}{3}.$$

$$\Rightarrow a = 2; b = 5; c = 3. \text{ Vậy } a = b - c.$$

**Câu 356:** Cho  $\int_0^4 f(x) dx = 1$ . Tính  $\int_0^2 f(2x) dx$ .

**A.**  $\frac{1}{2}.$                       **B.** 2.                      **C.**  $\frac{1}{4}.$                       **D.** 4.

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Đặt } t = 2x. \text{ Suy ra } dt = 2dx. \text{ Khi đó } \int_0^2 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^4 f(t) dt = \frac{1}{2}.$$

**Câu 357:** Xét  $I = \int_0^1 2x(x^2 + 2)^{2022} dx$ , nếu đặt  $u = x^2 + 2$  thì  $I$  bằng

- A.**  $\int_2^3 u^{2022} du$ .      **B.**  $\int_0^1 u^{2022} du$ .      **C.**  $2 \int_2^3 u^{2022} du$ .      **D.**  $\frac{1}{2} \int_2^3 u^{2022} du$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Xét } I = \int_0^1 2x(x^2 + 2)^{2022} dx = \int_0^1 (x^2 + 2)^{2022} d(x^2 + 2)$$

Đặt  $u = x^2 + 2$ . Đổi cận:  $x = 0 \Rightarrow u = 2$ ;  $x = 1 \Rightarrow u = 3$ . Khi đó  $I = \int_2^3 u^{2022} du$

**Câu 358:** Cho  $\int_0^6 f(x) dx = 12$ . Tính  $I = \int_0^2 f(3x) dx$ .

- A.**  $I = 6$ .      **B.**  $I = 36$ .      **C.**  $I = 4$ .      **D.**  $I = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt  $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx$ .

Đổi biến:  $x = 0 \Rightarrow t = 0$  và  $x = 2 \Rightarrow t = 6$ .

$$\text{Ta có: } I = \int_0^2 f(3x) dx = \int_0^6 f(t) \frac{1}{3} dt = \frac{1}{3} \int_0^6 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^6 f(x) dx = \frac{1}{3} \cdot 12 = 4.$$

**Câu 359:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa  $\int_3^7 f(x) dx = 10$ . Tính  $I = \int_0^2 xf(x^2 + 3) dx$ .

- A.**  $I = 20$ .      **B.**  $I = \frac{5}{2}$ .      **C.**  $I = 10$ .      **D.**  $I = 5$ .

**Lời giải**

Đặt  $t = x^2 + 3 \Rightarrow dt = 2x dx \Rightarrow x dx = \frac{dt}{2}$ .

Đổi cận:

$x$	0	2
$t$	3	7

$$\Rightarrow I = \int_0^2 xf(x^2 + 3) dx = \frac{1}{2} \int_3^7 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_3^7 f(x) dx = 5.$$

**☑ Dạng 06: PP tích phân từng phần-hàm xđ**

**Câu 360:** Phát biểu nào sau đây **đúng**?

- A.**  $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 1 dx$ .      **B.**  $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx$ .
- C.**  $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x - \int_1^2 1 dx$ .      **D.**  $\int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x + \int_1^2 1 dx$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases} \Rightarrow \int_1^2 \ln x dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx.$$

**Câu 361:** Phát biểu nào sau đây đúng?

**A.**  $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x + \int_1^2 1 dx.$

**B.**  $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x - \int_1^2 1 dx.$

**C.**  $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx.$

**D.**  $\int_1^2 \ln x dx = x \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 1 dx.$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $I = \int_1^2 \ln x dx$

Đặt  $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x \end{cases}$

$\Rightarrow I = x \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 dx.$

**Câu 362:** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên  $[0;2]$ . Biết  $f(0)=1$  và  $f(x)f(2-x) = e^{2x^2-4x}$  với mọi  $x \in [0;2]$ . Tính tích phân  $I = \int_0^2 \frac{(x^3 - 3x^2)f'(x)}{f(x)} dx$

**A.**  $I = -\frac{14}{3}.$

**B.**  $I = -\frac{32}{5}.$

**C.**  $I = -\frac{16}{5}.$

**D.**  $I = -\frac{16}{3}.$

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên  $[0;2]$  và  $f(x)f(2-x) = e^{2x^2-4x}$  nên thay  $x=0$ , ta có:  $f(0) \cdot f(2) = 1$  mà  $f(0) = 1 \Rightarrow f(2) = 1$ .

Đặt:

$$\begin{cases} u = x^3 - 3x^2 \\ dv = \frac{f'(x)}{f(x)} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (3x^2 - 6x) dx \\ v = \ln |f(x)| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = (3x^2 - 6x) dx \\ v = \ln f(x) \end{cases}$$

Suy ra:  $I = (x^3 - 3x^2) \ln f(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 (3x^2 - 6x) \ln f(x) dx = -\int_0^2 (3x^2 - 6x) \ln f(x) dx$  (1)

Đặt  $x = 2 - t \Rightarrow dx = -dt$ .

Khi  $x = 0 \rightarrow t = 2$  và  $x = 2 \rightarrow t = 0$ .

Khi đó,  $J = -\int_2^0 (3t^2 - 6t) \ln f(2-t) (-dt) = -\int_0^2 (3t^2 - 6t) \ln f(2-t) dt$ .

Vì tích phân không phụ thuộc vào biến nên  $I = -\int_0^2 (3x^2 - 6x) \ln f(2-x) dx$  (2)

Từ (1) và (2), ta cộng vế theo vế, ta được:  $2I = -\int_0^2 (3x^2 - 6x) [\ln f(x) + \ln f(2-x)] dx$ .



$$\text{Hay } I = -\frac{1}{2} \int_0^2 (3x^2 - 6x)(2x^2 - 4x) dx = -\frac{16}{5}$$

**☑ Dạng 02: Tích phân cơ bản, kết hợp tính chất**

**Câu 363:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\int 5^x dx = x \cdot 5^{x-1} + C$ .                      B.  $\int 5^x dx = \frac{1}{\ln 5} \cdot 5^x + C$ .  
 C.  $\int 5^x dx = 5^x + C$ . D.  $\int 5^x dx = 5^x \cdot \ln 5 + C$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 364:** Tích phân  $\int_1^2 (x+3)^2 dx$  bằng

- A.  $\frac{61}{3}$ .                      B. 61.                      C. 4.                      D.  $\frac{61}{9}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\int_1^2 (x+3)^2 dx = \left( \frac{(x+3)^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \frac{61}{3}.$$

**Câu 365:** Nếu  $\int_{-1}^2 f(x) dx = -8$  và  $\int_{-1}^2 g(x) dx = 3$  thì  $I = \int_{-1}^2 [f(x) + g(x)] dx$  bằng

- A.  $I = 11$ .                      B.  $I = -5$ .                      C.  $I = 5$ .                      D.  $I = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } I = \int_{-1}^2 [f(x) + g(x)] dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_{-1}^2 g(x) dx = -8 + 3 = -5.$$

Vậy  $I = -5$ .

**Câu 366:** Giá trị của  $\int_0^1 5 dx$  bằng

- A. 5.                      B. 10.                      C. 15.                      D. 20.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \int_0^1 5 dx = 5x \Big|_0^1 = 5.$$

**Câu 367:** Nếu  $\int_1^3 f(x) dx = 5$ ,  $\int_3^5 f(x) dx = -2$  thì  $\int_1^5 [f(x) + 1] dx$  bằng

- A. 6.                      B. -1.                      C. 8.                      D. 7.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \int_1^5 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = 5 + (-2) = 3$$

Vậy  $\int_1^5 [f(x)+1] dx = \int_1^5 f(x) dx + \int_1^5 dx = 3 + x \Big|_1^5 = 3 + 5 - 1 = 7$

- Câu 368:** Nếu  $\int_1^2 f(x) dx = 3$  thì  $\int_1^2 [f(x)+4x^3] dx$  bằng
- A.** 18.                      **B.** 12.                      **C.** 20.                      **D.** 10.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\int_1^2 [f(x)+4x^3] dx = \int_1^2 f(x) dx + 4 \int_1^2 x^3 dx = 3 + x^4 \Big|_1^2 = 3 + 15 = 18.$

- Câu 369:** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$ . Tính  $P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [3f(x) - 2 \sin x] dx$ .
- A.**  $P = 13$ .                      **B.**  $P = 17$ .                      **C.**  $P = 7$ .                      **D.**  $P = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [3f(x) - 2 \sin x] dx = 3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = 3.5 + 2. \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 15 - 2 = 13$

- Câu 370:** Nếu  $\int_0^{\pi} f(x) dx = 3$  thì  $\int_0^{\pi} [f(x) + \sin \frac{x}{2}] dx$  bằng:
- A.** 10.                      **B.** 6.                      **C.** 12.                      **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\int_0^{\pi} [f(x) + \sin \frac{x}{2}] dx = \int_0^{\pi} f(x) dx + \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = 3 - 2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^{\pi} = 3 - 2(0 - 1) = 5.$

- Câu 371:** Tích phân  $\int_0^1 e^{3x} dx$  bằng
- A.**  $e^3 + \frac{1}{2}$ .                      **B.**  $e - 1$ .                      **C.**  $\frac{e^3 - 1}{3}$ .                      **D.**  $e^3 - 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\int_0^1 e^{3x} dx = \frac{1}{3} \int_0^1 e^{3x} d(3x) = \frac{1}{3} e^{3x} \Big|_0^1 = \frac{e^3 - 1}{3}.$

- Câu 372:** Cho  $\int_2^5 f(x) dx = 10$ . Khi đó  $\int_2^5 [2 - 4f(x)] dx$  bằng
- A.** -36.                      **B.** 34.                      **C.** 36.                      **D.** -34.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\int_2^5 [2 - 4f(x)] dx = \int_2^5 2 dx - 4 \int_2^5 f(x) dx = 6 - 4.10 = -34.$

- Câu 373:** Nếu  $\int_1^3 f(x) dx = 2$  thì  $\int_1^3 [f(x) + 2x] dx$  bằng
- A. 20.                      B. 10.                      C. 18.                      D. 12.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \int_1^3 [f(x) + 2x] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 2x dx = 2 + x^2 \Big|_1^3 = 2 + 9 - 1 = 10.$$

- Câu 374:** Cho  $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x+a}}$ , với  $a > 0$ . Tìm  $a$  nguyên để  $I \geq 1$ .

- A. Không có giá trị nào của  $a$ .                      B.  $a = 0$ .  
C. Vô số giá trị của  $a$ .                                      D.  $a = 1$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x+a}} = \sqrt{2x+a} \Big|_0^1 = \sqrt{2+a} - \sqrt{a}.$$

$$\text{Ta có: } I \geq 1 \Leftrightarrow \sqrt{2+a} \geq 1 + \sqrt{a} \Leftrightarrow 2+a \geq a+1+2\sqrt{a} \Leftrightarrow \sqrt{a} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \leq a \leq \frac{1}{4}.$$

Với  $a > 0$ ,  $a$  nguyên thì không có giá trị nào của  $a$  thoả mãn.

- Câu 375:** Tính diện tích  $S$  hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x^2$ ,  $y = -1$ ,  $x = 0$  và  $x = 1$ .

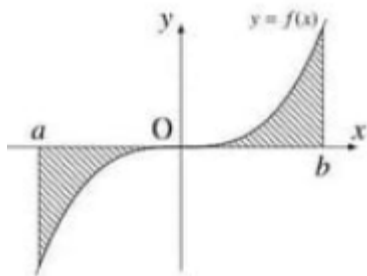
- A.  $S = \frac{1}{3}$ .                      B.  $S = \frac{47}{15}$ .                      C.  $S = \frac{5}{3}$ .                      D.  $S = \frac{5\pi}{3}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } S = \int_0^1 |2x^2 - (-1)| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx = \frac{5}{3}.$$

- Câu 376:** Diện tích phần gạch chéo trong hình bên được tính theo công thức



- A.  $\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$ .                      B.  $-\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$ .  
C.  $-\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$ .                      D.  $\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có: diện tích phần gạch chéo là  $S = \int_a^b |f(x)| dx = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$ .

**Câu 377:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng  $y = x^2$ ,  $y = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  được tính bởi công thức nào sau đây?

**A.**  $S = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$ .

**B.**  $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx$ .

**C.**  $S = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$ .

**D.**  $S = \pi \int_0^1 |x^2 - 1| dx$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng  $y = x^2$ ,  $y = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  được tính bởi công thức  $S = \int_0^1 |x^2 - (-1)| dx = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$ .

**Câu 378:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = 3x^2 + 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  là

**A.**  $S = 10$ .

**B.**  $S = 12$ .

**C.**  $S = 8$ .

**D.**  $S = 9$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Diện tích  $S$  của hình phẳng cần tính là  $S = \int_0^2 |3x^2 + 1| dx = 10$ .

**Câu 379:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - 4x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0; x = 3$  bằng

**A.**  $\pi \int_0^3 |x^3 - 4x| dx$ . **B.**  $\int_0^3 |x^3 - 4x| dx$ . **C.**  $\pi \int_0^3 (x^3 - 4x)^2 dx$ . **D.**  $\int_0^3 (x^3 - 4x) dx$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a; x = b$  bằng  $S = \int_a^b |f(x)| dx$

$\Rightarrow$  Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - 4x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0; x = 3$  bằng  $S = \int_0^3 |x^3 - 4x| dx$

**Câu 380:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2$ , trục  $Ox$  và các đường thẳng  $x = 1, x = 2$  được tính bằng công thức nào sau đây?

**A.**  $\pi \int_1^2 (x^2 - 2)^2 dx$ . **B.**  $\left| \int_1^2 (x^2 - 2) dx \right|$ . **C.**  $\int_1^2 (x^2 - 2) dx$ . **D.**  $\int_1^2 |x^2 - 2| dx$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 2$ , trục  $Ox$  và các đường thẳng  $x = 1$

$$, x=2 \text{ là: } \int_1^2 |x^2 - 2| dx$$

**Câu 381:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2$  và  $y = x$  bằng

- A.**  $\frac{1}{6}$ .      **B.**  $\frac{125\pi}{6}$ .      **C.**  $\frac{\pi}{6}$ .      **D.**  $\frac{125}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số  $y = x^2$  và  $y = x$  là:

$$x = x^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Diện tích hình phẳng } S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}.$$

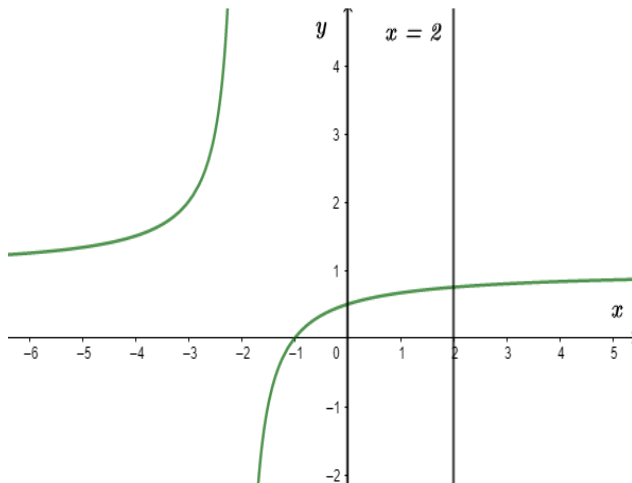
**Câu 382:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x+2}$ , trục hoành và đường thẳng  $x = 2$

là

- A.**  $3 - 2 \ln 2$ .      **B.**  $3 - \ln 2$ .      **C.**  $3 + 2 \ln 2$ .      **D.**  $3 + \ln 2$ .

**Lời giải**

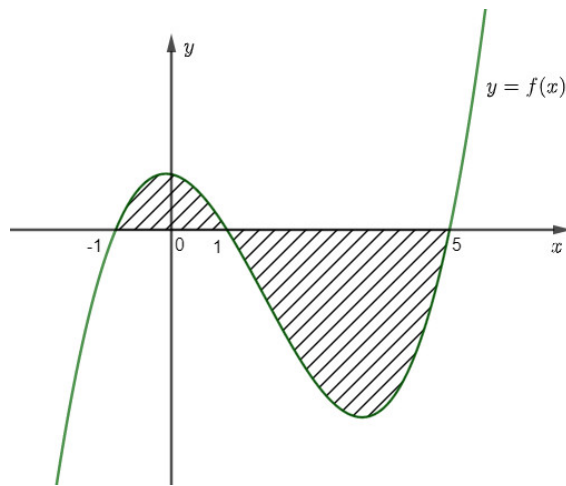
**Chọn A**



Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_{-1}^2 \frac{x+1}{x+2} dx = \int_{-1}^2 \frac{(x+2)-1}{x+2} dx = \int_{-1}^2 \left(1 - \frac{1}{x+2}\right) dx = 3 - 2 \ln 2.$$

**Câu 383:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$  và  $x = 5$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



**A.**  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

**B.**  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$

**C.**  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$

**D.**  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

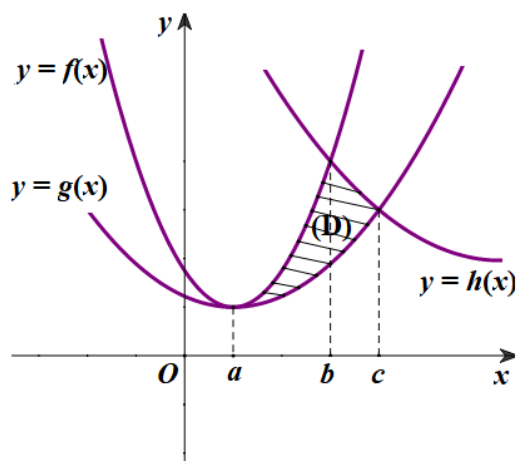
**Lời giải**

**Chọn A**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi:  $\begin{cases} x = a \\ x = b \\ y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$  là  $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Ta có:  $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^5 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

**Câu 384:** Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị của ba hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $y = h(x)$  như hình bên dưới. Diện tích hình phẳng (D) là  $S$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?



**A.**  $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

**B.**

$S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

**C.**  $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx.$

**D.**  $S = \int_a^b [f(x) - h(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

**Lời giải**

**Chọn A**

Dựa vào hình trên, ta thấy

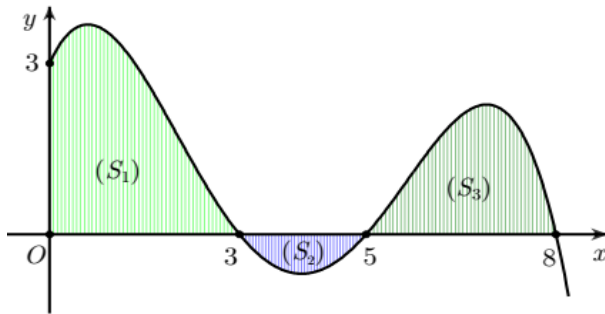
$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx + \int_b^c |g(x) - h(x)| dx$$

Trên đoạn  $[a; b]$ ,  $f(x) > g(x)$  nên  $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ .

Trên đoạn  $[b; c]$ ,  $g(x) < h(x)$  nên  $\int_b^c |g(x) - h(x)| dx = -\int_b^c [g(x) - h(x)] dx$ .

$$\text{Vậy } S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$$

**Câu 385:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 8]$  và có đồ thị như hình vẽ.



Trong các giá trị sau, giá trị nào lớn nhất?

- A.  $\int_0^3 f(x) dx$ .    B.  $\int_3^8 f(x) dx$ .    C.  $\int_0^8 f(x) dx$ .    D.  $\int_0^5 f(x) dx$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \int_0^8 f(x) dx = S_1 - S_2 + S_3.$$

$$S_3 > S_2 \Leftrightarrow -S_2 + S_3 > 0 \Rightarrow \int_0^8 f(x) dx = S_1 - S_2 + S_3 > S_1 \Leftrightarrow \int_0^8 f(x) dx > \int_0^3 f(x) dx$$

$$S_1 > S_2 \Leftrightarrow -S_2 + S_1 > 0 \Rightarrow \int_0^8 f(x) dx = S_1 - S_2 + S_3 > S_3 \Leftrightarrow \int_0^8 f(x) dx > \int_5^8 f(x) dx$$

$$\text{Ta có } \int_0^5 f(x) dx = S_1 - S_2 < S_1 \Rightarrow \int_0^8 f(x) dx > \int_0^5 f(x) dx$$

Từ, và suy ra trong các giá trị trên, giá trị nào lớn nhất là  $\int_0^8 f(x) dx$ .

**☑ Dạng 03: Thể tích giới hạn bởi các đồ thị hàm xác định**

**Câu 386:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ ,  $y=0$ ,  $x=0$ ,  $x=2$ . Quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A.  $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$ .    B.  $\pi \ln \sqrt{3}$ .    C.  $\frac{8\pi}{9}$ .    D.  $\pi \ln 3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Thể tích khối tròn xoay bằng  $V = \pi \int_0^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right]^2 dx = \pi \int_0^2 \frac{1}{x+1} dx = \pi \ln(x+1) \Big|_0^2 = \pi \ln 3$ .

**Câu 387:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường thẳng  $y = 3^{2x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.**  $V = \int_1^2 3^{4x} dx$ .    **B.**  $V = \pi \int_1^2 3^{4x} dx$ .    **C.**  $V = \pi \int_1^2 3^{2x} dx$ .    **D.**  $V = \pi \int_1^2 6^{2x} dx$ .

Lời giải

Chọn B

**Câu 388:** Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$  và trục hoành bằng?

**A.**  $\frac{2\pi}{3}$ .    **B.**  $\frac{1}{3}$ .    **C.**  $\frac{2}{3}$ .    **D.**  $\frac{\pi}{3}$ .

Lời giải

Chọn A

Có  $V = \pi \int_{-1}^1 x^2 dx = \pi \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 = \pi \left[ \frac{1}{3} - \frac{(-1)^3}{3} \right] = \frac{2\pi}{3}$

**Câu 389:** Công thức tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi xoay hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ , trục hoành,  $x = a$ ,  $x = b$  quay quanh trục hoành là:

**A.**  $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .    **B.**  $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .  
**C.**  $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$ .    **D.**  $V = \int_a^b |f(x)| dx$ .

Lời giải

Chọn B

**Câu 390:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và có đồ thị là  $(C)$ . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  trục hoành, đường thẳng  $x = a$  và  $x = b$  bằng

**A.**  $\pi \int_a^b f(x) dx$ .    **B.**  $\int_a^b f^2(x) dx$ .    **C.**  $\pi \int_a^b f^2(x) dx$ .    **D.**  $\int_a^b |f(x)| dx$ .

Lời giải

Chọn C

**Câu 391:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đường cong  $(C): y = e^x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = \ln 2$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $(H)$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng

**A.**  $\frac{3}{2}$ .    **B.**  $\frac{3\pi}{2}$ .    **C.** 1.    **D.**  $\pi$ .

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối tròn xoay tạo thành là:



$$V = \pi \int_0^{\ln 2} e^{2x} dx = \frac{\pi}{2} e^{2x} \Big|_0^{\ln 2} = \frac{\pi}{2} (e^{2 \ln 2} - e^0) = \frac{3\pi}{2}.$$

**Câu 392:** Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{2 + \cos x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ . Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành là

- A.**  $V = \pi - 1$ .      **B.**  $V = \pi + 1$ .      **C.**  $V = \pi(\pi + 1)$ .      **D.**  $V = \pi(\pi - 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Hình phẳng  $D$  giới hạn bởi  $\begin{cases} y = \sqrt{2 + \cos x} \\ y = 0 \\ x = 0, x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay

$D$  quanh trục hoành được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{2 + \cos x})^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) dx = \pi (2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1).$$

**Câu 393:** Gọi  $D$  là phần hình phẳng giới hạn bởi các đường  $x = -1; y = 0; y = x^3$ . Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng

- A.**  $\frac{\pi}{7}$ .      **B.**  $\frac{2\pi}{7}$ .      **C.**  $\frac{\pi}{6}$ .      **D.**  $\frac{\pi}{8}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số  $y = x^3$  và  $y = 0$  là nghiệm của phương trình

$$x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay  $D$  quanh trục  $Ox$  bằng

$$V = \pi \int_{-1}^0 (x^3)^2 dx = \frac{\pi}{7}.$$

**Câu 394:** Cho hình phẳng ( $D$ ) được giới hạn bởi các đường  $x = 0, x = 1, y = 0$  và  $y = \sqrt{2x + 1}$ . Thể tích  $V$  của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng ( $D$ ) xung quanh trục  $Ox$  được tính theo công thức nào sau đây?

- A.**  $V = \int_0^1 \sqrt{2x + 1} dx$ .      **B.**  $V = \int_0^1 (2x + 1) dx$ .  
**C.**  $V = \pi \int_0^1 (2x + 1) dx$ .      **D.**  $V = \pi \int_0^1 \sqrt{2x + 1} dx$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Công thức tính thể tích là  $V = \pi \int_0^1 (\sqrt{2x + 1})^2 dx = \pi \int_0^1 (2x + 1) dx$ .

**Câu 395:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x - x^2$  và trục hoành. Tính thể tích  $V$  của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho ( $H$ ) quay quanh trục  $Ox$ .

**A.**  $V = \frac{81}{10}\pi$ .      **B.**  $V = \frac{81}{10}$ .      **C.**  $V = \frac{9}{2}$ .      **D.**  $V = \frac{9}{2}\pi$ .

Lời giải

**Chọn A**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$ .

$$V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left( 3x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3$$

$$= \pi \left( 3 \cdot 3^3 - \frac{3}{2} \cdot 3^4 + \frac{3^5}{5} \right) = \frac{81}{10}\pi.$$

**Câu 396:** Cho  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 1$ ,  $x = 4$ . Khi  $(H)$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

**A.**  $24\pi$ .      **B.**  $24$ .      **C.**  $8,15$ .      **D.**  $8,15\pi$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$V = \pi \int_1^4 (\sqrt{x^2 + 1})^2 dx = 24\pi.$$

## KHÁI NIỆM SỐ PHỨC

**☑ Dạng 01: Các yếu tố và thuộc tính cơ bản của số phức**

**Câu 397:** Trong các số phức sau, số phức nào là số thuần ảo?

**A.**  $-1 - i$ .      **B.**  $-3i$ .      **C.**  $2$ .      **D.**  $-5$ .

Lời giải

**Chọn B**

Số phức  $-3i$  là số phức thuần ảo.

**Câu 398:** Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.** Số  $2021i$  là số thuần ảo.
- B.** Số  $0$  là số phức có môđun nhỏ nhất.
- C.** Số phức  $z$  và số phức  $\bar{z}$  là hai số đối nhau.
- D.** Số phức  $z$  và số phức  $\bar{z}$  có môđun bằng nhau.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $z$  và  $\bar{z}$  được gọi là 2 số phức liên hợp do đó C sai.

**Câu 399:** Môđun của số phức  $z = a + bi$  với  $a, b \in \mathbb{R}$  là

**A.**  $\sqrt{a^2 + b^2}$ .      **B.**  $b$ .      **C.**  $\sqrt{a^2 - b^2}$ .      **D.**  $a$ .

Lời giải

**Chọn A**

Câu hỏi lý thuyết:

Môđun của số phức  $z = a + bi$  với  $a, b \in \mathbb{R}$  là  $\sqrt{a^2 + b^2}$ .

**Câu 400:** Số nào dưới đây là một căn bậc hai của  $-25$ ?

- A.  $5 - i$ .      B.  $-5$       C.  $-5i$ .      D.  $5 + i$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $(-5i)^2 = -25$ .

**Câu 401:** Trong các phát biểu sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- a) Một số phức là biểu thức có dạng  $a + bi$ , với  $a, b \in \mathbb{R}$ .  
b) Đơn vị ảo  $i$  là số thỏa mãn:  $i = (-1)^2$ .  
c) Tồn tại một số thực không thuộc tập số phức.  
d) Hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$  gọi là bằng nhau nếu  $a = a'$  và  $b = b'$

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

Lời giải

**Chọn B**

Các mệnh đề đúng là a và d

Mệnh đề b sai, sửa thành  $i^2 = -1$

Mệnh đề c sai, mọi số thực đều thuộc tập số phức hay  $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

**Câu 402:** Tích của hai số phức  $z = a + bi$  và  $z' = a' + b'i$  là

- A.  $zz' = aa' - bb'$ .    B.  $zz' = ab' + a'bi$ .  
C.  $zz' = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2}$ .    D.  $zz' = aa' - bb' + (ab' + a'b)i$ .

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 403:** Cho 2 số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $2a + (b + 18i)i = a + 2 + 19i$  với  $i$  là đơn vị ảo. Tính giá trị biểu thức  $P = a + b$ ?

- A. 19.      B. 17.      C. 39.      D. 37.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $2a + (b + 18i)i = a + 2 + 19i \Leftrightarrow 2a - 18 + bi = a + 2 + 19i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 18 = a + 2 \\ b = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 20 \\ b = 19 \end{cases}$

Vậy  $P = a + b = 20 + 19 = 39$ .

**Câu 404:** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $|z| = \sqrt{a^2 - b^2}$ .    B.  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ .    C.  $|z| = a^3 + b^3$ .    D.  $|z| = a^2 + b^2$ .

**Chọn B**

Lời giải

**☑ Dạng 02: Hai số phức bằng nhau và ứng dụng hai số phức bằng nhau**

**Câu 405:** Số phức  $z = 6 + 21i$  có số phức liên hợp  $\bar{z}$  là

- A.  $\bar{z} = 21 - 6i$ .    B.  $\bar{z} = -6 - 21i$ .    C.  $\bar{z} = -6 + 21i$ .    D.  $\bar{z} = 6 - 21i$ .

Lời giải

**Chọn D**

Số phức liên hợp của  $z = 6 + 21i$  là  $\bar{z} = 6 - 21i$

- Câu 406:** Số phức  $z = 6 + 9i$  có phần ảo là  
A.  $-9$ .                      B.  $9i$ .                      C.  $9$ .                      D.  $6$ .

Lời giải

Chọn C

- Câu 407:** Môđun của số phức  $z = 6 - 8i$  bằng  
A.  $10$ .                      B.  $8$ .                      C.  $14$ .                      D.  $6$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z = 6 - 8i \Rightarrow |z| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10$$

- Câu 408:** Modun của số phức  $z = 5 - 2i$  bằng:  
A.  $\sqrt{21}$ .                      B.  $\sqrt{29}$ .                      C.  $29$ .                      D.  $3$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } |z| = \sqrt{5^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}.$$

- Câu 409:** Phần ảo của số phức  $z = -7 + 6i$  bằng:  
A.  $-6i$ .                      B.  $-6$ .                      C.  $6$ .                      D.  $6i$ .

Lời giải

Chọn C

Phần ảo của số phức  $z = -7 + 6i$  là  $b = 6$ .

- Câu 410:** Môđun của số phức  $2 + 3i$  bằng  
A.  $5$ .                      B.  $2$ .                      C.  $\sqrt{13}$ .                      D.  $\sqrt{5}$ .

Lời giải

Chọn C

$$|2 + 3i| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}.$$

- Câu 411:** Cho số phức  $z$  thoả mãn  $\overline{2 - i} \cdot (z + 1) = 1 + 3i$ . Phần thực của  $z$  bằng  
A.  $-2$ .                      B.  $0$ .                      C.  $2$ .                      D.  $1$ .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \overline{2 - i} \cdot (z + 1) = 1 + 3i \Leftrightarrow z + 1 = \frac{1 + 3i}{2 - i} = 1 + i \Leftrightarrow z = i.$$

- Câu 412:** Tìm các số thực  $x, y$  biết  $x + 2y + 3i = 4x - 5y + (6 - y)i$ .  
A.  $x = 3; y = 7$ .                      B.  $x = 1; y = -2$ .                      C.  $x = 7; y = 3$ .                      D.  $x = -2; y = 1$ .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } x + 2y + 3i = 4x - 5y + (6 - y)i.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 4x - 5y \\ 6 - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 7y = 0 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}.$$

- Câu 413:** Cho số phức  $z_1 = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) và  $z_2 = -2 + 5i$ . Biết  $z_1 = z_2$ , Khi đó tổng  $a + b$  bằng  
A.  $-7$ .                      B.  $-3$ .                      C.  $3$ .                      D.  $5$ .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3.$$

**Câu 414:** Giá trị các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $2a + (b+1+i)i = 1+2i$  là

**A.**  $a = 0; b = 1.$     **B.**  $a = \frac{1}{2}; b = 0.$     **C.**  $a = 1; b = 1.$     **D.**  $a = \frac{1}{2}; b = 1.$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} 2a + (b+1+i)i &= 1+2i \\ \Leftrightarrow (2a-1) + (b+1)i &= 1+2i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-1=1 \\ b+1=2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}. \end{aligned}$$

**Câu 415:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 3\bar{z} = 12 + 4i$ . Môđun của số phức  $z$  là

**A.** 5.                    **B.**  $\sqrt{5}.$                     **C.** 13.                    **D.**  $\sqrt{13}.$

Lời giải

Chọn D

Gọi  $z = a + bi$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có } z + 3\bar{z} = 12 + 4i \Leftrightarrow a + bi + 3(a - bi) = 12 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 12 \\ -2b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow z = 3 - 2i.$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{13}.$$

**Câu 416:** Môđun của số phức  $z = 2 - i$  là

**A.**  $|z| = 2.$                     **B.**  $|z| = 1.$                     **C.**  $|z| = 5.$                     **D.**  $|z| = \sqrt{5}.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}.$$

**Câu 417:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z = 2i(4 + 3i)$ . Phần ảo của số phức  $\bar{z}$  bằng

**A.** 6.                    **B.** 8.                    **C.** -8.                    **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } z = 2i(4 + 3i) = -6 + 8i \Rightarrow \bar{z} = -6 - 8i.$$

Vậy phần ảo của số phức  $\bar{z}$  bằng -8.

**Câu 418:** Môđun của số phức  $z = 3 - i$  bằng

**A.** 8.                    **B.**  $\sqrt{10}.$                     **C.** 10.                    **D.**  $2\sqrt{2}.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}.$$

## CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC

### Dạng 02: Thực hiện các phép toán cơ bản về số phức

**Câu 419:** Cho hai số phức  $z_1 = 3 - 7i$  và  $z_2 = 2 + 3i$ . Tìm số phức  $z = z_1 + z_2$ .

- A.  $z = 3 - 10i$ .    B.  $z = 1 - 10i$ .    C.  $z = 3 + 3i$ .    D.  $z = 5 - 4i$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có:  $z = z_1 + z_2 = 3 - 7i + 2 + 3i = 5 - 4i$ .

**Câu 420:** Cho hai số phức  $z_1 = 1 - 2i$ ,  $z_2 = 2 + 6i$ . Tích  $z_1 \cdot z_2$  bằng

- A.  $-10 + 2i$ .    B.  $2 - 12i$ .    C.  $14 - 10i$ .    D.  $14 + 2i$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có  $z_1 \cdot z_2 = (1 - 2i)(2 + 6i) = 14 + 2i$ .

**Câu 421:** Cho hai số phức  $z_1 = 4 - 3i$  và  $z_2 = 7 + 3i$ . Số phức  $z = z_1 - z_2$  bằng

- A.  $z = 3 + 6i$ .    B.  $z = -3 - 6i$ .    C.  $z = 11$ .    D.  $z = -1 - 10i$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có  $z_1 - z_2 = (4 - 3i) - (7 + 3i) = -3 - 6i \Rightarrow z = -3 - 6i$ .

**Câu 422:** Cho số phức  $z = -3 + 4i$ , khi đó  $3z$  bằng

- A.  $z = -9 + 12i$ .    B.  $z = -3 + 12i$ .    C.  $z = 9 - 12i$ .    D.  $z = -9 + 4i$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có:  $3z = 3(-3 + 4i) = -9 + 12i$ .

**Câu 423:** Cho hai số phức  $z_1 = 4 - 3i$  và  $z_2 = 7 + 3i$ . Tìm số phức  $z = z_1 - z_2$ .

- A.  $z = 3 + 6i$ .    B.  $z = -3 - 6i$ .    C.  $z = 11$ .    D.  $z = -1 - 10i$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có  $z = z_1 - z_2 = (4 - 3i) - (7 + 3i) = -3 - 6i$ .

**Câu 424:** Cho số phức  $z = 3 - 2i$ , khi đó  $2z$  bằng

- A.  $6 - 2i$ .    B.  $6 - 4i$ .    C.  $3 - 4i$ .    D.  $-6 + 4i$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có  $2z = 2(3 - 2i) = 6 - 4i$ .

**Câu 425:** Cho  $z_1 = 3 + 6i, z_2 = 9 - 7i$ . Số phức  $z_1 + z_2$  có phần thực là

- A. 27.    B. 12.    C. -1.    D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có:  $z_1 + z_2 = (3 + 6i) + (9 - 7i) = 12 - i$

Vậy phần thực của  $z_1 + z_2$  là 12.

**Câu 426:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 + 2i)z + \bar{z} = i$ . Tìm số phức  $z$ .

**A.**  $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ .      **B.**  $z = 1 + 2i$ .      **C.**  $z = 2 - i$ .      **D.**  $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi số phức  $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ .

Ta có:  $(1 + 2i)z + \bar{z} = i \Leftrightarrow (1 + 2i)(a + bi) + (a - bi) = i$

$\Leftrightarrow a - 2b + (2a + b)i + a - bi = i$

$\Leftrightarrow 2a - 2b + (2a - 1)i = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b = 0 \\ 2a - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy  $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ .

**Câu 427:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $(1 - i)\bar{z} = 2 + i$ . Mô-đun của số phức  $z$  bằng

**A.**  $\frac{\sqrt{10}}{2}$ .      **B.** 3.      **C.** 2.      **D.**  $\sqrt{10}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $(1 - i)\bar{z} = 2 + i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{2 + i}{1 - i} \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \Rightarrow z = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ .

Vậy  $|z| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ .

**Câu 428:** Cho hai số thực  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i$  với  $i$  là đơn vị ảo. Giá trị của biểu thức  $T = 2x + y$  bằng

**A.** 2.      **B.** 8.      **C.** -6.      **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:

$(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i \Leftrightarrow (3x + 4) + (y - 2)i = 5x + 2i$ .

$\begin{cases} 3x + 4 = 5x \\ y - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ .

Khi đó:  $T = 2x + y = 2 \cdot 2 + 4 = 8$ .

**Câu 429:** Cho số phức  $z = -3 + 2i$ , số phức  $(1 - i)\bar{z}$  bằng

**A.**  $-1 - 5i$ .      **B.**  $5 - i$ .      **C.**  $1 - 5i$ .      **D.**  $-5 + i$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $(1-i)\bar{z} = (1-i)(-3-2i) = -3-2i+3i-2 = -5+i$

- Câu 430:** Cho hai số phức  $z_1 = 2+3i$  và  $\bar{z}_2 = 4i+2$ . Số phức  $z_1 + 2z_2$  bằng  
A.  $-2-5i$ .      B.  $6+11i$ .      C.  $-2+11i$ .      D.  $6-5i$ .

Lời giải

Chọn D

$$z_2 = -4i+2$$

$$z_1 + 2z_2 = (2+3i) + 2(-4i+2) = 6-5i.$$

**Đạng 03: Xác định các yếu tố của số phức qua các phép toán**

- Câu 431:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , số phức  $z = -2+3i$  được biểu diễn bởi điểm  
A.  $P(2;3)$ .      B.  $N(-3;2)$ .      C.  $Q(-2;3)$ .      D.  $M(3;-2)$ .

Lời giải

Chọn C

Số phức  $z = -2+3i$  có điểm biểu diễn là  $Q$  có tọa độ  $(-2;3)$ .

- Câu 432:** Trên mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho  $M(-3;5)$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$ . Tổng phần thực và phần ảo của  $\bar{z}$  bằng  
A. 8.      B. -8.      C. 2.      D. -2.

Lời giải

Chọn B

Từ đề bài ta suy ra  $z = -3+5i \Rightarrow \bar{z} = -3-5i$ . Vậy tổng phần thực và phần ảo của  $\bar{z}$  bằng  $(-3)+(-5) = -8$ .

- Câu 433:** Cho hai số phức thỏa  $z_1 = 3+2i$ ,  $z_2 = 1+i$ . Giá trị của biểu thức  $|z_1 + 3z_2|$  bằng  
A. 5.      B.  $\sqrt{55}$ .      C.  $\sqrt{61}$ .      D. 6.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } |z_1 + 3z_2| = |3+2i + 3(1+i)| = |6+5i| = \sqrt{6^2+5^2} = \sqrt{61}.$$

- Câu 434:** Cho hai số phức  $z = 1+2i$  và  $w = 3-4i$ . Tính  $|z.w|$   
A. 125.      B.  $\sqrt{5}$ .      C. 5.      D.  $5\sqrt{5}$ .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } |z.w| = |(1+2i).(3-4i)| = |11+2i| = \sqrt{11^2+2^2} = 5\sqrt{5}.$$

- Câu 435:** Số phức liên hợp của số phức  $z = \frac{4}{1+i}$  là  
A.  $2-2i$ .      B.  $-2-2i$ .      C.  $2+2i$ .      D.  $-2+2i$ .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = \frac{4}{1+i} = \frac{4(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{4(1-i)}{2} = 2-2i \Rightarrow \bar{z} = 2+2i.$$



Vậy số phức liên hợp của số phức  $z = \frac{4}{1+i}$  là  $\bar{z} = 2 + 2i$ .

**Câu 436:** Cho số phức  $z = (1-i)^5$ . Tìm phần ảo của số phức  $w = iz$ .

- A.**  $-4$ .      **B.**  $4$ .      **C.**  $4i$ .      **D.**  $-4i$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $w = iz = i(1-i)^5 = i(-2i)^2(1-i) = -4 - 4i$ . Như vậy phần ảo của số phức  $w$  là  $-4$ .

### BIỂU DIỄN HÌNH HỌC CỦA SỐ PHỨC

**☑ Dạng 01: Biểu diễn số phức qua các phép toán**

**Câu 437:** Điểm biểu diễn của số phức  $z = \frac{1}{2-3i}$  là

- A.**  $(-2; 3)$ .      **B.**  $(3; -2)$ .      **C.**  $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$ .      **D.**  $(4; -1)$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$z = \frac{1}{2-3i} = \frac{2+3i}{13} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$$

Vậy điểm biểu diễn số phức là  $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$ .

**Câu 438:** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , điểm biểu diễn số phức  $z = (1+i)^3$  là

- A.**  $(-2; 2)$ .      **B.**  $(2; -2)$ .      **C.**  $(2; 2)$ .      **D.**  $(-2; 4)$ .

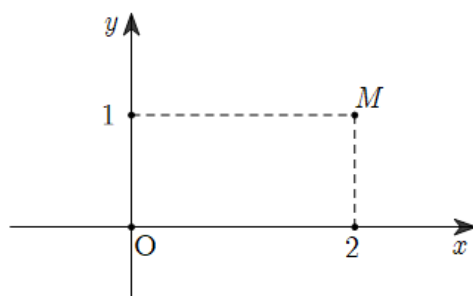
Lời giải

**Chọn A**

$$z = (1+i)^3 = 1 + 3i + 3i^2 + i^3 = 1 + 3i - 3 - i = -2 + 2i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức  $z$  là  $(-2; 2)$ .

**Câu 439:** Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là điểm  $M$  trong hình vẽ sau?



- A.**  $z_1 = 2 - i$ .      **B.**  $z_2 = 1 + 2i$ .      **C.**  $z_3 = 2 + i$ .      **D.**  $z_4 = 1 - 2i$ .

Lời giải

**Chọn C**

Do điểm  $M(2; 1)$  nên nó là điểm biểu diễn của số phức  $z_3 = 2 + i$ .

**Câu 440:** Cho số phức  $z = 3 + 2i$ . Điểm biểu diễn số phức  $\bar{z}$  là điểm nào sau đây?

- A.**  $Q(-3; -2)$ .      **B.**  $M(3; 2)$ .      **C.**  $N(-3; 2)$ .      **D.**  $P(3; -2)$ .

Lời giải

**Chọn D**

Giả thiết  $z = 3 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 2i$

Suy ra điểm biểu diễn số phức  $\bar{z} = 3 - 2i$  có tọa độ  $(3; -2)$

**Câu 441:** Cho hai số phức  $z_1 = 2 - 5i$  và  $z_2 = 3 + 2i$ . Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $w = \bar{z}_1 \cdot z_2$  có tọa độ là

- A.  $(4; 19)$ .      B.  $(-4; 19)$ .      C.  $(19; -4)$ .      D.  $(4; -19)$ .

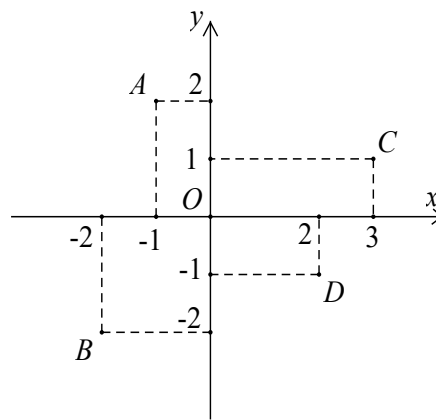
Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $w = \bar{z}_1 \cdot z_2 = (2 + 5i) \cdot (3 + 2i) = -4 + 19i$ .

Vậy, trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $w = \bar{z}_1 \cdot z_2$  có tọa độ là  $(-4; 19)$

**Câu 442:** Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn của số phức  $z = \frac{i-3}{1+i}$ ?



- A. Điểm B.      B. Điểm D.      C. Điểm C.      D. Điểm A.

Lời giải

**Chọn D**

$z = \frac{i-3}{1+i} = \frac{(i-3)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = -1 + 2i \Rightarrow z$  có điểm biểu diễn là điểm A.

**Câu 443:** Cho số phức  $z = 2 - 3i$ . Điểm biểu diễn số phức  $w = 2z + (1+i)\bar{z}$  trên mặt phẳng phức là

- A.  $M(3; 1)$ .      B.  $N(1; 3)$ .      C.  $P(3; -1)$ .      D.  $Q(-3; -1)$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $w = 4 - 6i + (1+i)(2+3i) = 3 - i$ .

Điểm biểu diễn số phức  $w$  trên mặt phẳng phức là  $P(3; -1)$ .

**Câu 444:** Cho số phức  $z = 1 - 2i$  và  $w = -3 + i$ . Điểm biểu diễn số phức  $z - w$  là

- A.  $N(-2; -1)$ .      B.  $Q(-3; 4)$ .      C.  $P(4; -3)$ .      D.  $M(4; -1)$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $z - w = (1 - 2i) - (-3 + i) = 4 - 3i$ .

Do đó điểm biểu diễn của  $z - w$  là  $P(4; -3)$ .

**Câu 445:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn phương trình  $i\bar{z} + (1+i)z = 2 + 3i$ . Điểm biểu diễn số phức  $\bar{z}$  là

- A.  $P(3;-4)$ .      B.  $Q(2;-1)$ .      C.  $N(2;1)$ .      D.  $M(3;4)$ .

Lời giải

**Chọn C**

Đặt  $z = a + bi$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Ta có  $i\bar{z} + (1+i)z = 2 + 3i$

$$\Leftrightarrow i(a - bi) + (1+i)(a + bi) = 2 + 3i$$

$$\Leftrightarrow ai + b + a + bi + ai - b = 2 + 3i$$

$$\Leftrightarrow a + (b + 2a)i = 2 + 3i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b + 2a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow z = 2 - i \Rightarrow \bar{z} = 2 + i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức  $\bar{z}$  là  $N(2;1)$ .

**Câu 446:** Cho số phức  $z = 1 + 2i$ . Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức  $w = z + i\bar{z}$  trên mặt phẳng tọa độ?

- A.  $P(-3;3)$ .      B.  $Q(3;2)$ .      C.  $N(2;3)$ .      D.  $M(3;3)$ .

Lời giải

Điểm biểu diễn của số phức  $w = z + i\bar{z} = 1 + 2i + i(1 - 2i) = 3 + 3i$  trên mặt phẳng tọa độ là  $M(3;3)$ .

**Câu 447:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(3 + 2i)z = 1 + 5i$ . Tìm tọa độ của điểm  $M$  biểu diễn số phức  $\bar{z}$ .

- A.  $M(1;1)$ .      B.  $M(1;-1)$ .      C.  $M(-1;1)$ .      D.  $M(-1;-1)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $(3 + 2i)z = 1 + 5i \Leftrightarrow z = \frac{1 + 5i}{3 + 2i} = 1 + i$ . Suy ra  $\bar{z} = 1 - i$ .

Vậy điểm biểu diễn  $M$  của số phức  $\bar{z}$  là  $M(1;-1)$ .

**Câu 448:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn:  $z(1 - i) - 12i = 3$ . Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $\bar{z}$  có tọa độ là:

- A.  $\left(\frac{9}{2}; \frac{15}{2}\right)$ .      B.  $\left(\frac{9}{2}; -\frac{15}{2}\right)$       C.  $\left(-\frac{9}{2}; -\frac{15}{2}\right)$ .      D.  $\left(-\frac{9}{2}; \frac{15}{2}\right)$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $z(1 - i) - 12i = 3 \Leftrightarrow z(1 - i) = 3 + 12i \Leftrightarrow z = \frac{3 + 12i}{1 - i} \Leftrightarrow z = \frac{(3 + 12i)(1 + i)}{(1 - i)(1 + i)}$

$$\Leftrightarrow z = -\frac{9}{2} + \frac{15}{2}i \Rightarrow \bar{z} = -\frac{9}{2} - \frac{15}{2}i$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức  $\bar{z}$  có tọa độ là:  $\left(-\frac{9}{2}; -\frac{15}{2}\right)$ .

**☑ Dạng 03: Tìm tâm, bán kính của đường tròn biểu diễn số phức  $z$  độc lập**

**Câu 449:** Cho các số phức  $z$  thỏa mãn  $|iz - 1| = |1 + \sqrt{2}i|$ . Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức  $z$  là đường tròn  $(C)$ . Tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của đường tròn  $(C)$  lần lượt là

A.  $I(0;1); R = 3.$

B.  $I(0;1); R = \sqrt{3}.$

C.  $I(0;-1); R = \sqrt{3}.$

D.  $I(0;-1); R = 3.$

Lời giải

**Chọn C**

Gọi  $z = x + yi$  ( $x; y \in \mathbb{R}$ ).

Theo bài ra:  $|iz - 1| = |1 + \sqrt{2}i| \Leftrightarrow |i(x + yi) - 1| = |1 + \sqrt{2}i|.$

$\Leftrightarrow |-1 - y + xi| = \sqrt{3}.$

$\Leftrightarrow x^2 + (y+1)^2 = 3.$

Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức  $z$  là đường tròn ( $C$ ) có tâm  $I(0;-1)$ , bán kính  $R = \sqrt{3}.$

**Câu 450:** Cho số phức  $z$  thoả mãn  $|z + 6 - 2i| = 4$ . Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng toạ độ biểu diễn các số phức  $z$  là một đường tròn. Tìm toạ độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của đường tròn đó.

A.  $I(-6;2), R = 16.$

B.  $I(6;-2), R = 4.$

C.  $I(6;-2), R = 16.$

D.  $I(-6;2), R = 4.$

Lời giải

**Chọn D**

Đặt  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ).

Theo đề bài ta có:  $|x + yi + 6 - 2i| = 4 \Leftrightarrow |(x+6) + (y-2)i| = 4$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+6)^2 + (y-2)^2} = 4 \Leftrightarrow (x+6)^2 + (y-2)^2 = 16.$

Vậy tập điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường tròn tâm  $I(-6;2)$ , bán kính  $R = 4.$

## PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VỚI HỆ SỐ THỰC

**☑ Dạng 03: Định lí Viet và ứng dụng**

**Câu 451:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 6z + 10 = 0$ . Giá trị  $z_1^2 + z_2^2$  bằng:

A. 36.

B. 56.

C. 16.

D. 20.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $S = -\frac{b}{a} = 6; P = \frac{c}{a} = 10$

Vậy  $z_1^2 + z_2^2 = S^2 - 2P = 16.$

**Câu 452:** Cho  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $3z^2 - 7z + 27 = 0$ . Giá trị của  $z_1|z_2| + z_2|z_1|$  bằng

A. 3.

B. 7.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

**Chọn B**

**Cách 1:**

Ta có  $z_1|z_2| + z_2|z_1| = z_1|z_1| + z_2|z_1| = |z_1|(z_1 + z_2).$

Vì  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $3z^2 - 7z + 27 = 0.$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{7}{3} \\ z_1 \cdot z_2 = 9 \\ |z_1| = |z_2| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{|z_1 \cdot z_2|} = |z_1| = |z_2| = 3 \\ z_1 + z_2 = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow |z_1|(z_1 + z_2) = 3 \cdot \frac{7}{3} = 7.$$

**Cách 2:**

$$3z^2 - 7z + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{7 - 5\sqrt{11}i}{6} \\ z_2 = \frac{7 + 5\sqrt{11}i}{6} \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} z_1|z_2| + z_2|z_1| &= \frac{7 - 5\sqrt{11}i}{6} \sqrt{\frac{49}{36} + \frac{275}{36}} + \frac{7 + 5\sqrt{11}i}{6} \sqrt{\frac{49}{36} + \frac{275}{36}} \\ &= 2 \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{\sqrt{324}}{6} = 2 \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{18}{6} = 7. \end{aligned}$$

**Câu 453:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 2z + 5 = 0$ . Giá trị của biểu thức  $z_1^2 + z_2^2$  bằng:

- A.** -6.                      **B.** 4.                      **C.** 6.                      **D.** 5.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 2i \\ z = -1 - 2i \end{cases}. \text{ Khi đó, } z_1^2 + z_2^2 = (-1 + 2i)^2 + (-1 - 2i)^2 = -6.$$

**Câu 454:** Với giá trị nào của tham số  $m$  thì phương trình  $z^2 + z + m = 0$  nhận  $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$  làm nghiệm?

- A.**  $m = -1$ .                      **B.**  $m = 1$ .                      **C.**  $m = 2$ .                      **D.**  $m = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có phương trình  $z^2 + z + m = 0$  nhận  $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$  làm nghiệm nên

$$\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + m = 0 \Leftrightarrow -m = \frac{1}{4} - i\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow m = 1.$$

**Câu 455:** Biết  $z = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$  là một nghiệm của phương trình  $az^2 + 2z + b = 0$  với  $a, b \in \mathbb{R}$ . Tính tổng  $a + b$

- A.** 10.                      **B.** 7.                      **C.** 5.                      **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình  $az^2 + 2z + b = 0$  với  $a, b \in \mathbb{R}$  có một nghiệm là  $z = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$  thì nghiệm còn lại

$$\text{sẽ là } z = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i.$$

Theo định lý Viet, ta có: 
$$\begin{cases} S = -1 = \frac{-2}{a} \\ P = \frac{5}{2} = \frac{b}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}.$$

Vậy  $a + b = 7$ .

**Câu 456:** Trên tập số phức, phương trình  $z^2 - 6z + 2021^{2022} + 9 = 0$  có một nghiệm là:

**A.**  $z = 3 - 2021^{2022}i$ .

**B.**  $z = -3 - 2021^{1011}i$ .

**C.**  $z = 3 + 2021^{1011}i$ .

**D.**  $z = 3 + 2021^{2022}i$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình đã cho. Đặt  $z_1 = a + bi \Rightarrow z_2 = a - bi$ .

Áp dụng định lý Vi-et ta có:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 6 \\ z_1 \cdot z_2 = 2021^{2022} + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 6 \\ a^2 + b^2 = 2021^{2022} + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \pm 2021^{1011} \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là  $z = 3 \pm 2021^{1011}i$ .

**Câu 457:** Cho số phức  $w$  và hai số thực  $a, b$ . Biết rằng  $w + i$  và  $3 - 2w$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 + az + b = 0$ . Tổng  $S = a + b$  bằng

**A.**  $-3$ .

**B.**  $3$ .

**C.**  $9$ .

**D.**  $7$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đặt  $w = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ ). Vì  $a, b \in \mathbb{R}$  và phương trình  $z^2 + az + b = 0$  có hai nghiệm là

$$z_1 = w + i, z_2 = 3 - 2w \text{ nên } z_1 = \overline{z_2} \Leftrightarrow w + i = \overline{3 - 2w} \Leftrightarrow x + yi + i = \overline{3 - 2(x + yi)}$$

$$\Leftrightarrow x + (y + 1)i = (3 - 2x) + 2yi \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - 2x \\ y + 1 = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow w = 1 + i \Rightarrow \begin{cases} z_1 = w + i = 1 + 2i \\ z_2 = 3 - 2w = 1 - 2i \end{cases}.$$

$$\text{Theo định lý Viet: } \begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = -a \\ 1 + 4 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}.$$

Vậy  $S = a + b = 3$ .

**☑ Dạng 02: Tính toán biểu thức nghiệm**

**Câu 458:** Gọi  $z_0$  là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình  $z^2 - 8z + 25 = 0$ . Số phức liên hợp của  $z_1 = 2 - z_0$  là

**A.**  $-2 - 3i$ .

**B.**  $2 + 3i$ .

**C.**  $4 - 3i$ .

**D.**  $-2 + 3i$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } z^2 - 8z + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 4 + 3i \\ z = 4 - 3i \end{cases}.$$

Vậy  $z_0 = 4 - 3i \Rightarrow z_1 = 2 - z_0 = -2 + 3i$ .

**Câu 459:** Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $2z^2 + 6z + 5 = 0$  trong đó  $z_2$  có phần ảo âm. Điểm nào dưới đây có điểm biểu diễn của số phức  $z_1 + 3z_2$ ?

- A.  $Q(6;1)$ .      B.  $M(-6;1)$ .      C.  $N(-1;-6)$ .      D.  $P(-6;-1)$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } 2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \end{cases}.$$

Nên  $z_1 + 3z_2 = -6 - i$ . Vậy điểm cần tìm là  $P(-6;-1)$ .

**Câu 460:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + bz + c = 0$ , ( $c \neq 0$ ). Tính  $P = \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2}$  theo  $b, c$ .

- A.  $P = \frac{b^2 - 2c}{c^2}$ .      B.  $P = \frac{b^2 - 2c}{c}$ .      C.  $P = \frac{b^2 + 2c}{c^2}$ .      D.  $P = \frac{b^2 + 2c}{c}$ .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Theo Viét ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = -b \\ z_1 z_2 = c \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } P = \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2} = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1^2 z_2^2} = \frac{(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2}{(z_1 z_2)^2} = \frac{b^2 - 2c}{c^2}.$$

**Câu 461:** Gọi  $z_1, z_2$  là các nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 2z + 17 = 0$ . Giá trị của biểu thức

$3(z_1 + z_2) - z_1 \cdot z_2$  bằng

- A. -11.      B. -8.      C. 16.      D. 23.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Theo định lí Viet ta có: } \begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1 \cdot z_2 = 17 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } 3(z_1 + z_2) - z_1 \cdot z_2 = 3 \cdot 2 - 17 = -11.$$

**Câu 462:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 6z + 13 = 0$ , trong đó  $z_1$  có phần ảo âm.

Giá trị của  $3z_1 + z_2$  bằng

- A.  $4 + 12i$ .      B.  $-12 - 4i$ .      C.  $4 - 12i$ .      D.  $-12 + 4i$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \Delta' = 3^2 - 13 = -4 < 0.$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phức  $z_1 = -3 - 2i$ ,  $z_2 = -3 + 2i$  ( $z_1$  có phần ảo âm).

$$\text{Khi đó } 3z_1 + z_2 = 3(-3 - 2i) + (-3 + 2i) = -12 - 4i.$$

**Câu 463:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 6z + 10 = 0$ . Biểu thức  $|z_1 - z_2|$  có giá trị bằng

- A. 6.      B. 2.      C.  $6i$ .      D.  $2i$ .

Lời giải

Chọn B

$$z^2 - 6z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 + i \\ z = 3 - i \end{cases}.$$

Khi đó  $|z_1 - z_2| = 2$

## TỌA ĐỘ ĐIỂM – VECTO

### ☑ Dạng 01: Liên quan tọa độ điểm, véc-tơ trong hệ trục Oxyz

**Câu 464:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{u}(2; 4; -1)$ . Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

- A.**  $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ .    **B.**  $\vec{u} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ .    **C.**  $|\vec{u}| = 2 + 4 - 1$ .    **D.**  $|\vec{u}| = 2^2 + 4^2 - 1^2$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có  $\vec{u} = (2; 4; -1) \Leftrightarrow \vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ .

**Câu 465:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; -3), B(3; -5; 2)$ . Tìm tọa độ vectơ  $\overline{AB}$ .

- A.**  $\overline{AB} = (2; -7; -5)$ .    **B.**  $\overline{AB} = (-2; -7; 5)$ .  
**C.**  $\overline{AB} = (-2; 7; -5)$ .    **D.**  $\overline{AB} = (2; -7; 5)$ .

Lời giải

Chọn D

$\overline{AB} = (3 - 1; (-5) - 2; 2 - (-3)) = (2; -7; 5)$ .

**Câu 466:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (-1; 1; 3)$  và vt  $\vec{v} = (-2; 1; -3)$ . Tính độ dài  $|2\vec{u} - 3\vec{v}|$

- A.**  $\sqrt{242}$ .    **B.**  $\sqrt{216}$ .    **C.**  $\sqrt{152}$ .    **D.**  $\sqrt{322}$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có:  $2\vec{u} - 3\vec{v} = (4; -1; 15)$ . Suy ra  $|2\vec{u} - 3\vec{v}| = \sqrt{242}$

**Câu 467:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$ . Tọa độ của  $\vec{a}$  là

- A.**  $(-2; 1; 3)$     **B.**  $(2; -3; 1)$     **C.**  $(2; 1; 3)$ .    **D.**  $(2; 1; -3)$

Lời giải

Chọn B

$\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (2; -3; 1)$

**Câu 468:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $A(1; 2; 3)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là

- A.**  $M(0; 2; 3)$ .    **B.**  $N(1; 0; 3)$ .    **C.**  $P(1; 0; 0)$ .    **D.**  $Q(0; 2; 0)$ .

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu của điểm  $M(x; y; z)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$  là  $M'(0; y; z)$

Nên  $M(0; 2; 3)$  là hình chiếu của điểm  $A(1; 2; 3)$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$ .

**Câu 469:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -3)$  và  $B(-3; 4; 5)$ . Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$ .

- A.**  $I(-1; 3; 1)$ .    **B.**  $I(-1; -3; 1)$ .    **C.**  $I(-2; 1; 4)$ .    **D.**  $I(2; -1; -4)$ .



### Lời giải

#### Chọn A

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \text{ của đoạn thẳng } AB \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 3 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 1 \end{cases}$$

- Câu 470:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ . Tính độ dài của  $\vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b}$
- A.  $\sqrt{74}$ .      B.  $3\sqrt{6}$ .      C.  $5\sqrt{2}$ .      D.  $\sqrt{42}$ .

### Lời giải

#### Chọn A

$$\vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b} = 2(2\vec{j} - 3\vec{k}) - (4\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}) = 4\vec{j} - 6\vec{k} - 4\vec{i} - \vec{j} - \vec{k} = -4\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = (-4; 3; -7) \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2 + (-7)^2} = \sqrt{74}.$$

- Câu 471:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u} = (2; 1; -3)$  và  $\vec{v} = (4; 5; -2)$ . Tìm tọa độ của điểm  $M$ , biết  $\overrightarrow{OM} = -3\vec{u} + 2\vec{v}$ ?
- A.  $(-2; -7; -5)$ .      B.  $(2; 7; 5)$ .      C.  $(2; -7; 5)$ .      D.  $(-2; -7; 5)$ .

### Lời giải

#### Chọn B

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OM} = -3\vec{u} + 2\vec{v} = (2; 7; 5)$$

Suy ra tọa độ điểm  $M$  là  $(2; 7; 5)$ .

- Câu 472:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có  $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3), D(1; 2; 3)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tứ diện  $ABCD$
- A.  $G(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; \frac{3}{4})$ .      B.  $G(\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2})$ .      C.  $G(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; 2)$ .      D.  $G(2; 4; 6)$ .

### Lời giải

#### Chọn B

Trọng tâm  $G$  của tứ diện  $ABCD$  là trung điểm của trung đoạn của tứ diện  $ABCD$ .

Ta có tọa độ trung điểm của  $AB$  là  $I(\frac{1}{2}; 1; 0)$ , tọa độ trung điểm của  $CD$  là  $J(\frac{1}{2}; 1; 3)$ .

Vậy trọng tâm  $G$  của tứ diện  $ABCD$  có tọa độ là  $(\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2})$ .

- Câu 473:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; -1; 5)$ ,  $B(5; -5; 7)$ ,  $M(x; y; 1)$ . Khi  $A, B, M$  thẳng hàng thì giá trị của  $x; y$  là
- A.  $x = 4; y = -7$ .      B.  $x = -4; y = 7$ .  
C.  $x = 4; y = 7$ .      D.  $x = -4; y = -7$ .

### Lời giải

#### Chọn B

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (3; -4; 2); \overrightarrow{AM} = (x-2; y+1; -4)$$

Để ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng thì  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{-4}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \end{cases}$ .

**Câu 474:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2; -5; 4)$ . Tọa độ của điểm  $M'$  đối xứng với  $M$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  là

- A.  $(2; 5; 4)$ .      B.  $(2; -5; -4)$ .      C.  $(2; 5; -4)$ .      D.  $(-2; -5; 4)$ .

Lời giải

**Chọn D**

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $M(2; -5; 4)$  lên mặt phẳng  $(Oyz)$ , ta có  $H(0; -5; 4)$ .

Vì  $M'$  đối xứng với  $M$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  nên  $H$  là trung điểm  $MM'$ . Khi đó

$$\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = -2 \\ y_{M'} = 2y_H - y_M = -5 \\ z_{M'} = 2z_H - z_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M'(-2; -5; 4)$$

**☑ Dạng 06: Viết phương trình mặt cầu**

**Câu 475:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; -3; 5), B(0; 1; -1)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

- A.  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 14$ .  
 B.  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 14$ .  
 C.  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 56$ .  
 D.  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 14$ .

Lời giải

**Chọn C**

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow I(1; -1; 2)$  là tâm của mặt cầu.

Mà  $AB$  là đường kính  $\Rightarrow R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(-2)^2 + 4^2 + (-6)^2}}{2} = \frac{\sqrt{56}}{2}$ .

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là  $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 14$ .

**Câu 476:** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , cho điểm  $I(3; 4; 2)$ . Phương trình mặt cầu tâm  $I$  và tiếp xúc với trục  $Oz$  là:

- A.  $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 16$ .  
 B.  $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 4$ .  
 C.  $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5$ .  
 D.  $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$ .

Lời giải

Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  lên trục  $Oz$ , suy ra  $H(0; 0; 2)$ .

Ta có:  $\overline{HI} = (3; 4; 0)$ .

Mặt cầu tâm  $I$  và tiếp xúc trục  $Oz$  có bán kính:

$$R = d(I, Oz) = HI = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2} = 5.$$

Suy ra phương trình mặt cầu:  $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$ .

**Câu 477:** Trong mặt phẳng  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0;0;-3)$  và đi qua điểm  $M(4;0;0)$ .

Phương trình của  $(S)$  là

**A.**  $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$ .

**B.**  $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$ .

**C.**  $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$ .

**D.**  $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0;0;-3)$  và đi qua điểm  $M(4;0;0)$  có bán kính

$$R = IM = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

Phương trình của  $(S)$  là  $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$ .

**Câu 478:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu đi qua hai điểm  $A(-1;2;4)$ ,  $B(2;-2;1)$  và tâm thuộc trục  $Oy$  có đường kính bằng

**A.**  $\frac{\sqrt{43}}{2}$ .

**B.**  $\sqrt{69}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{69}}{2}$ .

**D.**  $\sqrt{43}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $I$  là tâm mặt cầu. Vì  $I \in Oy$  nên  $I(0; y; 0)$ .

Mặt cầu đi qua hai điểm  $A(-1;2;4)$  và  $B(2;-2;1)$  suy ra

$$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow 1^2 + (y-2)^2 + 4^2 = 2^2 + (y+2)^2 + 1^2 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}.$$

Do đó mặt cầu có tâm  $I\left(0; \frac{3}{2}; 0\right)$ .

Vậy đường kính mặt cầu bằng  $d = 2IA = 2 \cdot \frac{\sqrt{69}}{2} = \sqrt{69}$ .

**Câu 479:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3;-2;-2)$ ;  $B(3;2;0)$ . Phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là

**A.**  $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 20$ .

**B.**  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$ .

**C.**  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 20$ .

**D.**  $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ . Suy ra tọa độ  $I(3;0;-1)$ .

Ta có  $\overline{AB} = (0;4;2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$ .

Mặt cầu có bán kính  $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{5}$ .

Vậy phương trình mặt cầu đường kính  $AB$  là  $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$ .

**☑ Dạng 03: Tích vô hướng và ứng dụng**

**Câu 480:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (x_0, y_0, z_0)$ ,  $\vec{b} = (x_1, y_1, z_1)$ . Tọa độ  $[\vec{a}, \vec{b}]$  là

- A.  $(y_0z_1 - y_1z_0; x_0z_1 - x_1z_0; x_0y_1 - x_1y_0)$ .  
 B.  $(y_0z_1 - y_1z_0; -x_0z_1 + x_1z_0; x_0y_1 - x_1y_0)$ .  
 C.  $(y_0z_1 + y_1z_0; x_0z_1 + x_1z_0; x_0y_1 + x_1y_0)$ .  
 D.  $(y_0z_1 - y_1z_0; -x_0z_1 - x_1z_0; x_0y_1 - x_1y_0)$ .

Lời giải

Chọn B

Toạ độ  $[\vec{a}, \vec{b}]$  là  $(y_0z_1 - y_1z_0; -x_0z_1 + x_1z_0; x_0y_1 - x_1y_0)$ .

**Câu 481:** Cho  $\vec{a} = (1, 2, -1)$ ,  $\vec{b} = (-2, -1, 3)$ . Tính  $\vec{a} \wedge \vec{b}$

- A.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5, 1, -3)$ .                      B.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5, 1, 3)$ .  
 C.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5, -1, -3)$ .                      D.  $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5, -1, 3)$ .

Lời giải

Chọn D

$\vec{a} = (1, 2, -1)$ ,  $\vec{b} = (-2, -1, 3)$ .

$\vec{a} \wedge \vec{b} = (5, -1, 3)$ .

**Câu 482:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (1; 2; 3)$ ,  $\vec{v} = (0; -1; 1)$ . Tích có hướng của hai véc-tơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có tọa độ là

- A.  $(5; 1; -1)$               B.  $(5; -1; -1)$               C.  $(-1; -1; 5)$               D.  $(-1; -1; -1)$

Lời giải

Chọn B

Ta có  $\vec{u} = (1; 2; 3)$ ,  $\vec{v} = (0; -1; 1) \Rightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = (5; -1; -1)$ .

**Câu 483:** Cho  $\vec{a} = (-2; 0; 1)$ ,  $\vec{b} = (1; 3; -2)$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -1; 2)$ .                      B.  $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; 3; -6)$ .  
 C.  $[\vec{a}, \vec{b}] = (1; 1; -2)$ .                      D.  $[\vec{a}, \vec{b}] = (-3; -3; -6)$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có  $[\vec{a}; \vec{b}] = \left( \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \right) = (-3; -3; -6)$ .

**Câu 484:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai véc-tơ  $\vec{m} = (4; 3; 1)$  và  $\vec{n} = (0; 0; 1)$ . Gọi  $\vec{p}$  là véc-tơ cùng hướng với  $[\vec{m}, \vec{n}]$  và  $|\vec{p}| = 15$ . Tọa độ của véc-tơ  $\vec{p}$  là

- A.  $(0; 9; -12)$ .              B.  $(-9; 12; 0)$ .              C.  $(0; -9; 12)$ .              D.  $(9; -12; 0)$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có  $[\vec{m}, \vec{n}] = (3; -4; 0)$ .

Vì  $\vec{p}$  là véc-tơ cùng hướng với  $[\vec{m}, \vec{n}]$  nên  $\vec{p} = k(3; -4; 0)$ .

Hơn nữa  $|\vec{p}| = 15 \Leftrightarrow k\sqrt{3^2 + 4^2} = 15 \Leftrightarrow k = 3$ .

Vậy  $\vec{p} = (9; -12; 0)$ .

**Câu 485:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có thể tích bằng 5. Biết  $A(2; -1; 0), B(3; 0; 0), C(1; -9; 0), D \in Oz$ . Tính tổng cao độ của các vị trí điểm  $D$  tìm được

C.

A. 4.                      B. 2.                      C. -4.                      D. 0.

Lời giải

**Chọn D**

Gọi  $D(0; 0; z)$ .

Ta có  $\overline{AB} = (1; 1; 0), \overline{AC} = (-1; -8; 0) \Rightarrow [\overline{AB}; \overline{AC}] = (0; 0; -7)$ .

Lại có  $\overline{AD} = (-2; 1; z) \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\overline{AB}; \overline{AC}] \cdot \overline{AD}| = \frac{7}{6} |z|$ .

Suy ra  $\frac{7}{6} |z| = 5 \Leftrightarrow z = \pm \frac{30}{7}$ .

Vậy tổng cao độ của các vị trí điểm  $D$  tìm được bằng 0.

**Câu 486:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; 1), B(3; -1; 1)$  và  $C(1; 1; 1)$ . Tính diện tích tam giác  $ABC$ .

A.  $S = \frac{1}{2}$ .                      B.  $S = \sqrt{3}$ .                      C.  $S = 1$ .                      D.  $\sqrt{2}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$\overline{AB} = (2; -3; 0); \overline{AC} = (0; -1; 0) \Rightarrow [\overline{AB}; \overline{AC}] = (0; 0; 2)$ .

$\Rightarrow |[\overline{AB}; \overline{AC}]| = 2 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overline{AB}; \overline{AC}]| = 1$ .

**Câu 487:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(-1; 2; 2), B(2; -1; -2)$ . Diện tích tam giác  $OAB$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{15}}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{17}}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{19}}{2}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\overline{OA} = (-1; 2; 2); \overline{OB} = (2; -1; -2)$  suy ra  $[\overline{OA}; \overline{OB}] = (-2; 2; 3)$

Diện tích  $\Delta OAB$  bằng  $S = \frac{1}{2} |[\overline{OA}; \overline{OB}]| = \frac{\sqrt{17}}{2}$

**Câu 488:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(-1; 2; 2), B(2; -1; -2)$ . Diện tích tam giác  $OAB$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{15}}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{17}}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{19}}{2}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $\overline{OA} = (-1; 2; 2), \overline{OB} = (2; -1; -2) \Rightarrow [\overline{OA}; \overline{OB}] = (-2; 2; -3)$ .

Suy ra  $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} |[\overline{OA}; \overline{OB}]| = \frac{\sqrt{17}}{2}$ .

**☑ Dạng 05: Xác định tâm, bán kính, diện tích, thể tích của cầu**

**Câu 489:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt cầu  $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$  và  $(S'): (x+2)^2 + y^2 + z^2 = 4$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hai mặt cầu tiếp xúc ngoài.
- B. Hai mặt cầu tiếp xúc trong.
- C. Hai mặt cầu không có điểm chung.
- D. Hai mặt cầu có nhiều hơn một điểm chung.

Lời giải

Chọn A

$(S)$  có tâm  $I(3;0;0), R=3$

$(S')$  có tâm  $I'(-2;0;0), R'=2$

Do  $II' = 5 = R + R'$  nên hai mặt cầu tiếp xúc ngoài.

**Câu 490:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M$  thuộc mặt cầu  $(S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$  và ba điểm  $A(1;0;0), B(2;1;3), C(0;2;-3)$ . Biết rằng tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $MA^2 + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 8$  là đường tròn cố định, bán kính  $r$  của đường tròn này là.

- A.  $r = \sqrt{6}$ .
- B.  $r = 3$ .
- C.  $r = 6$ .
- D.  $r = \sqrt{3}$ .

Lời giải

Chọn A

Gọi  $M(x; y; z)$ .

$$MA^2 + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 8 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + z^2 + 2[(2-x)(-x) + (1-y)(2-y) + (3-z)(-3-z)] = 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 7 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9 \Rightarrow M \in (S_1).$$

Mặt cầu  $(S): I(3;3;2), R=3$ . Mặt cầu  $(S_1): I_1(1;1;0), R_1=3$ .

Ta có  $II_1 = 2\sqrt{3} < R + R_1 \Rightarrow (S)$  cắt cầu  $(S_1)$  theo giao tuyến là một đường tròn.

Đường tròn này nằm trên mặt phẳng

$$(P): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 - [(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2] = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 5 = 0.$$

$$d(I; (P)) = \sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - d^2(I; (P))} = \sqrt{6}.$$

**Câu 491:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A. Điểm  $Q(-2; -1; -1)$ .
- B. Điểm  $N(-2; -1; 3)$ .
- C. Điểm  $M(2; 1; -3)$ .
- D. Điểm  $P(2; 1; 1)$ .

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm  $P(2; 1; 1)$  vào phương trình mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$ .

Ta có mặt cầu  $(S)$  đi qua điểm  $P$ .

**Đạng 02: Tọa độ điểm liên quan tính chất đa giác**

**Câu 492:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai véc tơ  $\vec{a} = (2; 1; -3), \vec{b} = (-4; -2; 6)$ . Phát biểu nào sau đây **sai**?

A.  $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$ .      B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

C.  $\vec{a}$  ngược hướng với  $\vec{b}$ .

D.  $\vec{b} = -2\vec{a}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$\vec{b} = -2\vec{a}$ .

**Câu 493:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{u} = (x; 0; 1)$ ,  $\vec{v} = (\sqrt{2}; \sqrt{2}; 0)$ . Tìm  $x$  để góc giữa  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  bằng  $60^\circ$ .

A.  $x = 1$ .

B.  $x = 0$ .

C.  $x = \pm 1$ .

D.  $x = -1$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ \Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}x}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}x = \sqrt{x^2 + 1} \Leftrightarrow x = 1$ .

**Câu 494:** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai vectơ  $\vec{j}$  và vectơ  $\vec{u} = (0; -\sqrt{3}; 1)$  là

A.  $150^\circ$ .

B.  $30^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $120^\circ$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $\cos(\vec{j}, \vec{u}) = \frac{\vec{j} \cdot \vec{u}}{|\vec{j}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\vec{j}, \vec{u}) = 150^\circ$ .

**Câu 495:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 1; 0)$ ,  $B(1; 2; -1)$ ,  $C(0; 1; 1)$ . Tính góc giữa hai vectơ  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$ .

A.  $60^\circ$ .

B.  $120^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $150^\circ$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $\vec{AB} = (0; 1; -1)$ ,  $\vec{AC} = (-1; 0; 1)$ .

Nên  $\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{0 + 0 - 1}{\sqrt{1+1} \cdot \sqrt{1+1}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{AB}, \vec{AC}) = 120^\circ$ .

**Câu 496:** Cho  $\vec{a} = (-2; 2; -3)$ ,  $\vec{b} = (1; m; 2)$ . Vectơ  $\vec{a}$  vuông góc với  $\vec{b}$  khi

A.  $m = -8$ .

B.  $m = -4$ .

C.  $m = 4$ .

D.  $m = 2$ .

Lời giải

**Chọn C**

Vecto  $\vec{a}$  vuông góc với  $\vec{b}$  khi  $-2 \cdot 1 + 2 \cdot m - 3 \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow m = 4$ .

## PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

**Dạng 01: Xác định VTPT**

**Câu 497:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng nào dưới đây nhận  $\vec{n} = (3; 1; -7)$  là một vectơ pháp tuyến?

A.  $3x + z + 7 = 0$ .      B.  $3x - y - 7z + 1 = 0$ .

C.  $3x + y - 7 = 0$ .      D.  $3x + y - 7z - 3 = 0$ .

Lời giải

**Chọn D**

Phương trình mặt phẳng  $3x + y - 7z - 3 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (3; 1; -7)$ .

**Câu 498:** Trong không gian  $Oxyz$  mặt phẳng  $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$ , có một véc-to pháp tuyến là?

- A.  $\vec{n}_3 = (2; 2; -1)$ . B.  $\vec{n}_4 = (1; 1; -2)$ . C.  $\vec{n}_1 = (2; -2; -1)$ . D.  $\vec{n}_2 = (-2; -2; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1 \Leftrightarrow x + y - 2z = -2 \Leftrightarrow x + y - 2z + 2 = 0$

Vậy một véc-to pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n}_4 = (1; 1; -2)$ .

**Câu 499:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x + 2y - z + 2 = 0$ . Véc-to nào dưới đây là một véc-to pháp tuyến của  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n}_2 = (2; -1; 2)$ . B.  $\vec{n}_4 = (3; 2; 1)$ . C.  $\vec{n}_3 = (3; 2; 2)$ . D.  $\vec{n}_1 = (3; 2; -1)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Véc-to pháp tuyến của  $(P)$  là  $\vec{n}_1 = (3; 2; -1)$ .

**Câu 500:** Phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(-1; 2; 0)$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (4; 0; -5)$  là

- A.  $4x - 5y - 4 = 0$ . B.  $4x - 5z + 4 = 0$ . C.  $4x - 5z - 4 = 0$ . D.  $4x - 5y + 4 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có phương trình mặt phẳng  $(P): 4(x+1) - 5z = 0 \Leftrightarrow 4x - 5z + 4 = 0$ .

**Câu 501:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x + y - 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là

- A.  $\vec{n}_3 = (1; 2; 0)$ . B.  $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$ . C.  $\vec{n}_1 = (-2; -1; 1)$ . D.  $\vec{n}_4 = (2; 1; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt phẳng  $(P): 2x + y - 1 = 0$  có một vectơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (2; 1; 0)$ .

**Câu 502:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$ ?

- A.  $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$ . B.  $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$ . C.  $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$ . D.  $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$  nên vectơ pháp tuyến của  $(\alpha)$  là  $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$ .

**Câu 503:** Trong mặt phẳng  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$ . B.  $\vec{n}_2 = (1; 2; -3)$ . C.  $\vec{n}_3 = (-2; 3; -4)$ . D.  $\vec{n}_4 = (1; -2; 3)$ .

**Lời giải**



### Chọn D

Mặt phẳng  $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$  nhận  $\vec{n} = (1; -2; 3)$  là một vectơ pháp tuyến.

- Câu 504:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; -2; 1)$ ,  $B(-1; 3; 3)$ ,  $C(2; -4; 2)$ . Một vectơ pháp tuyến  $\vec{n}$  của mặt phẳng  $(ABC)$  là
- A.**  $\vec{n} = (-1; 9; 4)$ .   **B.**  $\vec{n} = (9; 4; 1)$ .   **C.**  $\vec{n} = (4; 9; -1)$ .   **D.**  $\vec{n} = (9; 4; -1)$ .

Lời giải

### Chọn D

$\vec{AB}(-2; 5; 2)$ ,  $\vec{AC}(1; -2; 1)$ ;  $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = (9, 4, -1)$ .

Mặt phẳng  $(ABC)$  nhận  $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = (9, 4, -1)$  làm một vectơ pháp tuyến.

- Câu 505:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với đường thẳng  $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?
- A.**  $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$ .   **B.**  $\vec{n}_2 = (-3; -1; -2)$ .  
**C.**  $\vec{n}_3 = (3; 1; -2)$ .   **D.**  $\vec{n}_4 = (3; -1; 2)$ .

Lời giải

### Chọn C

Do mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với đường thẳng  $d$  nên VTCP của đường thẳng  $d$  cũng là VTPT của mặt phẳng  $(P)$ . Vậy một VTPT của mặt phẳng  $(P)$  là  $\vec{n}_3 = (3; 1; -2)$ .

- Câu 506:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x + y - z + 1 = 0$ . Vectơ nào sau đây không là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $\alpha$ ?
- A.**  $\vec{n}_4(4; 2; -2)$    **B.**  $\vec{n}_2(-2; -1; 1)$    **C.**  $\vec{n}_3(2; 1; 1)$    **D.**  $\vec{n}_1(2; 1; -1)$

Lời giải

### Chọn C

Mặt phẳng  $(\alpha): 2x + y - z + 1 = 0$  có vectơ pháp tuyến là  $\vec{n}_1(2; 1; -1)$ , mà  $\vec{n}_2(-2; -1; 1) = -\vec{n}_1$ ,  $\vec{n}_4(4; 2; -2) = 2\vec{n}_1$  nên  $\vec{n}_2$  và  $\vec{n}_4$  cũng là các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $\alpha$ .

- Câu 507:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1$  có một vectơ pháp tuyến là
- A.**  $\vec{n}_1 = (2; 3; -1)$ .   **B.**  $\vec{n}_2 = (2; 3; 1)$ .   **C.**  $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; 1\right)$ .   **D.**  $\vec{n}_4 = (3; 2; -6)$ .

Lời giải

### Chọn D

Mặt phẳng  $(\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-1} - 1 = 0 \Rightarrow$  vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; -1\right)$ .

Ta chọn vectơ  $\vec{n}_4 = 6\vec{n} = (3; 2; -6)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(\alpha)$ .

### ☑ Dạng 03: Vị trí tương đối liên quan mặt phẳng – điểm

- Câu 508:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 7y - z - 1 = 0$ . Mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng  $(\alpha)$ ?
- A.**  $(P): 2x + 7y - z + 10 = 0$ .   **B.**  $(Q): x + y + 9z - 2 = 0$ .

C. (R):  $2x - 7y - z + 1 = 0$ .

D. (S):  $2x + 7y + z + 1 = 0$ .

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(\alpha)$  là mặt phẳng  $(P): 2x + 7y - z + 10 = 0$ .

**Câu 509:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 3x + 2y - z + 1 = 0$  và

$(\alpha'): 3x + 2y - z - 1 = 0$ . Vị trí tương đối của hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\alpha')$  là

A. Vuông góc với nhau.

B. Song song với nhau.

C. Trùng nhau. D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn B

Hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\alpha')$  có cùng véc tơ pháp tuyến  $\vec{n}(3; 2; -1)$  nên  $(\alpha) // (\alpha')$  hoặc  $(\alpha) \equiv (\alpha')$ .

Lấy  $M(0; 0; 1) \in (\alpha) \Rightarrow M \notin (\alpha')$  do đó  $(\alpha) // (\alpha')$ .

**Câu 510:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + 4z + 20 = 0$  và

$(Q): 4x - 13y - 6z + 40 = 0$ . Vị trí tương đối của  $(P)$  và  $(Q)$  là

A. song song với nhau.

B. trùng nhau.

C. cắt nhau. D. vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn C

Ta có  $\vec{n}_{(P)}(2; -3; 4); \vec{n}_{(Q)}(4; -13; -6)$  là VTPT của  $(P)$  và  $(Q)$ .

Ta có  $\frac{2}{4} \neq \frac{-3}{-13} \neq \frac{4}{-6}$  nên hai mặt phẳng cắt nhau.

**Câu 511:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + z + 10 = 0$  và

$(Q): 4x - 6y + 2z + 5 = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $(P)$  cắt và vuông góc với  $(Q)$ . B.  $(P)$  cắt và không vuông góc với  $(Q)$ .

C.  $(P) \equiv (Q)$ . D.  $(P) // (Q)$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có  $\frac{2}{4} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2} \neq \frac{10}{5}$ , suy ra mặt phẳng  $(P) // (Q)$ .

**Câu 512:** Tìm giá trị của tham số  $m$  để hai mặt phẳng  $(P): mx + (2m + 3)y - 2z + 5 = 0$  và

$(Q): x - y + 2z - 1 = 0$  song song với nhau?

A.  $m > -1$ .

B.  $m \neq -1$ .

C.  $m = 1$ .

D.  $m = -1$ .

Lời giải

Chọn D

$(P) // (Q) \Leftrightarrow \frac{m}{1} = \frac{2m+3}{-1} = \frac{-2}{2} \neq \frac{5}{-1} \Leftrightarrow m = -1$ .

**Câu 513:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x - 3y + z - 3 = 0$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng  $(\alpha)$ ?

A.  $(Q): 2x + 3y + z + 3 = 0.$

B.  $(\beta): x - 3y + z - 3 = 0.$

C.  $(\gamma): 2x - 3y + z + 2 = 0.$

D.  $(P): 2x - 3y + z - 3 = 0.$

Lời giải

Chọn C

$$(\alpha) // (\gamma) \text{ vì } \frac{2}{2} = \frac{-3}{-3} = \frac{1}{1} \neq \frac{-3}{2}.$$

**Câu 514:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + 2y - z + 3 = 0$  và  $(Q): x - 4y + (m - 1)z + 1 = 0$  với  $m$  là tham số. Tìm giá trị của tham số thực  $m$  để mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng  $(Q)$ .

A.  $m = -6.$

B.  $m = -3.$

C.  $m = 1.$

D.  $m = 2.$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng  $(P)$  nhận  $\vec{n}_1 = (1; 2; -1)$  làm một véc tơ pháp tuyến.

Mặt phẳng  $(Q)$  nhận  $\vec{n}_2 = (1; -4; m - 1)$  làm một véc tơ pháp tuyến.

Theo giả thiết ta có

$$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 1 - 8 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = -6.$$

**Câu 515:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): 3x + (m - 1)y + 4z - 2 = 0$ ,  $(\beta): nx + (m + 2)y + 2z + 4 = 0$ . Với giá trị thực của  $m, n$  bằng bao nhiêu để  $(\alpha)$  song song  $(\beta)$ ?

A.  $m = -5; n = \frac{3}{2}.$

B.  $m = 3; n = 6.$

C.  $m = -3; n = 6.$

D.  $m = -3; n = -6.$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng  $(\alpha)$  nhận  $\vec{n}_1 = (3; m - 1; 4)$  làm một véc tơ pháp tuyến.

Mặt phẳng  $(\beta)$  nhận  $\vec{n}_2 = (n; m + 2; 2)$  làm một véc tơ pháp tuyến.

Theo giả thiết ta có

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow \frac{3}{n} = \frac{m-1}{m+2} = \frac{4}{2} \neq \frac{-2}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ n = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

**Câu 516:** Biết rằng hai mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z + 1 = 0$  và  $(Q): (m + 1)x + (m + 3)y + 6z + 1 = 0$  song song với nhau. Giá trị của  $m$  bằng

A. 0.

B. -1.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng  $(P)$  nhận  $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$  làm một véc tơ pháp tuyến.

Mặt phẳng  $(Q)$  nhận  $\vec{n}_2 = (m + 1; m + 3; 6)$  làm một véc tơ pháp tuyến.

Theo giả thiết ta có

$$(P) // (Q) \Leftrightarrow \frac{m+1}{1} = \frac{m+3}{2} = \frac{6}{3} \neq \frac{1}{1} \Leftrightarrow m = 1.$$

**☑ Dạng 04: Tìm tọa độ điểm liên quan đến mặt phẳng, điểm thuộc MP.**

**Câu 517:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x + y - z + 3 = 0$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $Q(-1;1;1)$ .    B.  $P(1;1;1)$ .    C.  $M(1;1;-1)$ .    D.  $N(-1;-1;1)$ .

Lời giải

Chọn D

Lần lượt thay tọa độ các điểm ở các phương án vào phương trình mặt phẳng  $(P)$

Ta chọn phương án

D.

**Câu 518:** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x - 2y + z - 10 = 0$ . Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$ ?

- A.  $P(0;5;20)$ .    B.  $M(2;-3;2)$ .    C.  $N(4;-1;1)$ .    D.  $Q(-2;3;18)$ .

Lời giải

Chọn C

Điểm  $N(4;-1;1)$  không thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$  do  $4 - 2 \cdot (-1) + 1 - 10 = -3 \neq 0$ .

**Câu 519:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x - y + z - 2 = 0$ . Điểm nào sau đây thuộc  $(\alpha)$ ?

- A.  $Q(1;-2;2)$ .    B.  $N(1;-1;-1)$ .    C.  $P(2;-1;-1)$ .    D.  $M(1;1;-1)$ .

Lời giải

Chọn B

**Câu 520:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ .

- A.  $Q(1;-2;2)$ .    B.  $N(1;-1;-1)$ .    C.  $M(1;1;-1)$ .    D.  $P(2;-1;-1)$ .

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm  $Q, N, M, P$  vào phương trình mặt phẳng  $(P)$ , thấy tọa độ điểm  $N$  thỏa mãn.

**Câu 521:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(a;b;1)$  thuộc mặt phẳng  $(P): 2x + y - z + 3 = 0$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $2a + b = -4$ .    B.  $2a + b = 2$ .    C.  $2a + b = -2$ .    D.  $2a + b = 4$ .

Lời giải

Chọn C

Vì  $A \in (P)$  nên  $2a + b - 1 + 3 = 0 \Leftrightarrow 2a + b = -2$ .

**Câu 522:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0$ . Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $Q\left(-1;3;\frac{9}{2}\right)$ .    B.  $M\left(1;1;\frac{5}{2}\right)$ .    C.  $N(-4;1;0)$ .    D.  $P(-2;1;2)$ .

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng  $(P)$  ta thấy tọa độ điểm  $P(-2;1;2)$  không thỏa mãn. Nên điểm  $P(-2;1;2)$  không thuộc mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 523:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x - 2y - 3z + 2 = 0$  đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm  $M(1;1;2)$ . B. Điểm  $N(-1;0;1)$ .

C. Điểm  $Q(3;1;1)$ . D. Điểm  $P(-2;1;-1)$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có  $3 - 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + 2 = 0$  nên mặt phẳng  $(P): x - 2y - 3z + 2 = 0$  đi qua điểm  $Q(3;1;1)$ .

**Câu 524:** Mặt phẳng  $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$  cắt trục  $Oz$  tại điểm có tọa độ.

A.  $(3;5;0)$ . B.  $(0;0;2)$ . C.  $(0;0;-2)$ . D.  $(3;5;-1)$

Lời giải

Chọn C

Điểm  $M(0;0;c) \in Oz$ . Mà  $M \in (P) \Rightarrow -c - 2 = 0 \Leftrightarrow c = -2 \Rightarrow M(0;0;-2)$ .

**Câu 525:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm  $A(0;0;2)$ ?

A.  $(\alpha_4): 2x - 3y - z - 3 = 0$ . B.  $(\alpha_3): 2x - 3y - z + 2 = 0$ .

C.  $(\alpha_1): x + 2y - 3z - 1 = 0$ . D.  $(\alpha_2): x - 2y - 3z + 9 = 0$ .

Lời giải

Chọn C

Thế  $A(0;0;2)$  vào phương trình mặt phẳng  $(\alpha_3)$ .  $2 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 2 + 2 = 0$ .

Suy ra  $A \in (\alpha_3)$ .

**Câu 526:** Cho 4 điểm  $A(-2;-1;3)$ ,  $B(2;3;1)$ ,  $C(1;2;3)$ ,  $D(-4;1;3)$ . Hỏi có bao nhiêu điểm trong bốn điểm đã cho thuộc mặt phẳng  $(\alpha): x + y + 3z - 6 = 0$ ?

A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Thay lần lượt 4 điểm vào phương trình mặt phẳng ta thấy:

$A(-2;-1;3): -2 - 1 + 3 \cdot 3 - 6 = 0 \Rightarrow A$  thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$ .

$B(2;3;1): 2 + 3 + 3 \cdot 1 - 6 = 2 \Rightarrow B$  không thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$ .

$C(1;2;3): 1 + 2 + 3 \cdot 3 - 6 = 6 \Rightarrow C$  không thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$ .

$D(-4;1;3): -4 + 1 + 3 \cdot 3 - 6 = 0 \Rightarrow D$  thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$ .

Vậy có 2 điểm trong 4 điểm trên thuộc mặt phẳng  $(\alpha)$ .

**Câu 527:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(2;3;4)$  và mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $2x + 3y + z - 17 = 0$ . Tìm tọa độ của điểm  $M$  thuộc trục  $Oz$  cách đều điểm  $A$  và mặt phẳng  $(P)$

A.  $(0;0;2)$ . B.  $(0;0;-3)$ . C.  $(0;0;3)$ . D.  $(3;0;0)$ .

Lời giải

Chọn A

Gọi  $M(0;0;a) \in Oz$

Ta có  $\overrightarrow{AM} = (-2; -3; a - 4)$

Theo đề:

$$MA = d(M; (P)) \Leftrightarrow \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 + (a-4)^2} = \frac{|0+0+a-17|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}} \Leftrightarrow \sqrt{14[13+(a-4)^2]} = |a-17|$$

$$\Leftrightarrow 14[13+(a-4)^2] = (a-17)^2 \Leftrightarrow 182 + 14a^2 - 112a + 224 = a^2 - 34a + 289 \Leftrightarrow a = 2.$$

Vậy  $M(0;0;2)$ .

**Đang 02: Viết phương trình mặt phẳng không dùng PT đường thẳng**

**Câu 528:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $A(2;1;1)$  và vuông góc với trục tung là

- A.  $x = 2$ .                      B.  $2x + y + z - 4 = 0$ .  
C.  $z = 1$ .                        D.  $y = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $A(2;1;1)$  và vuông góc với trục tung nhận vectơ  $\vec{j} = (0;1;0)$  là vectơ pháp tuyến nên mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình:  $y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = 1$ .

**Câu 529:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = t \end{cases}$  và điểm  $A(2;3;1)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi

qua điểm  $A$  vuông góc với đường thẳng  $d$  có phương trình là:

- A.  $2x + 3y + z + 6 = 0$ .                      B.  $x - 3y + z + 6 = 0$ .  
C.  $x - 3y + z - 6 = 0$ .                        D.  $-x + 3y - z + 5 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$d$  có VTCP  $\vec{u} = (1; -3; 1)$ .

Vì  $d \perp (P)$  suy ra  $(P)$  nhận  $\vec{u} = (1; -3; 1)$  làm VTPT

$$\Rightarrow (P): 1(x-2) - 3(y-3) + 1(z-1) = 0 \\ \Leftrightarrow x - 3y + z + 6 = 0$$

**Câu 530:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{3}$  vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ . Vec tơ nào dưới đây là vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n}_3 = (3; -1; 2)$ .    B.  $\vec{n}_2 = (4; 1; 3)$ .    C.  $\vec{n}_4 = (4; -1; 3)$ .    D.  $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có vec tơ chỉ phương của đường thẳng  $(d)$  là  $\vec{u} = (4; -1; 3)$ .

Do  $d \perp (P)$  suy ra  $\vec{u} = (4; -1; 3)$  là một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .

**Câu 531:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2;3;2)$  và  $B(2;1;0)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là

- A.  $2x - y - z + 3 = 0$ .                      B.  $2x + y + z - 3 = 0$ .  
C.  $4x - 2y - 2z + 3 = 0$ .                      D.  $4x - 2y + 2z - 6 = 0$ .

**Lời giải**

### Chọn A

+ Trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là  $I(0;2;1)$

$$+ \overline{AB} = (4; -2; -2)$$

+ Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  đi qua điểm  $I(0;2;1)$  và nhận  $\overline{AB} = (4; -2; -2)$  làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình xác định bởi:

$$4(x-0) - 2(y-2) - 2(z-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - y - z + 3 = 0$$

**Câu 532:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $O$  và vuông góc với

$$\text{đường thẳng } d : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -5 + t \end{cases} \text{ có dạng là}$$

**A.**  $x + 2y + z = 0$ . **B.**  $x + y + z = 0$ . **C.**  $x + 2y - z = 0$ . **D.**  $x + y - z = 0$ .

Lời giải

### Chọn A

Đường thẳng  $d$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_d = (1; 2; 1)$ .

Mặt phẳng  $(\alpha)$  vuông góc với đường thẳng  $d$  nên  $(\alpha)$  có một vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{u}_d = (1; 2; 1).$$

Khi đó phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $O$  và có vectơ pháp tuyến  $\vec{n}_{(\alpha)}$  là:  $x + 2y + z = 0$ .

**Câu 533:** Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2;5;1)$ . Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A$  và vuông góc với trục  $Ox$ .

**A.**  $x - 2 = 0$ . **B.**  $y - 5 = 0$ . **C.**  $z - 1 = 0$ . **D.**  $x + y + z = 0$ .

Lời giải

### Chọn A

Trục  $Ox$  có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}_{Ox} = (1; 0; 0)$ .

Do mặt phẳng  $(\alpha)$  vuông góc với trục  $Ox$  nên mặt phẳng  $(\alpha)$  có vectơ pháp tuyến

$$\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{u}_{Ox} = (1; 0; 0).$$

Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  cần tìm là:  $x - 2 = 0$ .

## PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

### Dạng 03: Viết phương trình đường thẳng liên quan đến tương giao

**Câu 534:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{2}$  đi qua điểm nào dưới đây?

**A.**  $M(3; -1; 0)$ . **B.**  $M(3; -1; 2)$ . **C.**  $M(-1; 3; 0)$ . **D.**  $M(1; -3; 0)$ .

Lời giải

### Chọn C

Ta có:  $\frac{-1+1}{3} = \frac{3-3}{-1} = \frac{0}{2}$  Suy ra điểm  $M(-1; 3; 0)$  thuộc đường thẳng  $\Delta$

**Câu 535:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $A(2; -1; 3)$ .    B.  $C(-1; 2; 0)$ .    C.  $D(1; -2; 0)$ .    D.  $B(0; 2; -1)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Lần lượt thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng  $d$ .

**Chọn B**  $\frac{2+1}{2} = \frac{-1-2}{-1} = \frac{3}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{2} = 1 \Rightarrow A \notin d$ .

**Chọn B**  $\frac{-1+1}{2} = \frac{2-2}{-1} = \frac{0}{3} \Leftrightarrow 0 = 0 \Rightarrow C \in d$ .

**Câu 536:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-3}$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A. Điểm  $N(1; -3; 2)$ .                      B. Điểm  $Q(1; -3; -2)$ .  
 C. Điểm  $P(1; 3; 2)$ .                         D. Điểm  $M(-1; 3; 2)$ .

Lời giải

**Chọn A**

Tọa độ điểm  $N$  thỏa mãn phương trình đường thẳng  $\Delta$ .

**Câu 537:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3-t \end{cases}$  đi qua điểm nào dưới đây

- A. Điểm  $N(0; 0; 3)$ .    B. Điểm  $M(2; 4; 2)$ .                      C. Điểm  $P(1; 2; -3)$ .                      D. Điểm  $Q(2; 2; 3)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Thay tọa độ điểm  $N(0; 0; 3)$  vào phương trình đường thẳng  $d$ , ta có:  $\begin{cases} 0 = 1+t \\ 0 = 2+2t \\ 3 = 3-t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = 0 \end{cases}$  nên

điểm  $N(0; 0; 3)$  không thuộc đường thẳng  $d$ .

Thay tọa độ điểm  $M(2; 4; 2)$  vào phương trình đường thẳng  $d$ , ta có:

$$\begin{cases} 2 = 1+t \\ 4 = 2+2t \\ 2 = 3-t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \\ t = 1 \end{cases} \text{ nên điểm } M(2; 4; 2) \text{ thuộc đường thẳng } d.$$

Thay tọa độ điểm  $P(1; 2; -3)$  vào phương trình đường thẳng  $d$ , ta có:  $\begin{cases} 1 = 1+t \\ 2 = 2+2t \\ -3 = 3-t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \\ t = 6 \end{cases}$  nên

điểm  $P(1; 2; -3)$  không thuộc đường thẳng  $d$ .

Thay tọa độ điểm  $Q(2; 2; 3)$  vào phương trình đường thẳng  $d$ , ta có:  $\begin{cases} 2 = 1+t \\ 2 = 2+2t \\ 3 = 3-t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 0 \\ t = 0 \end{cases}$  nên

điểm  $Q(2; 2; 3)$  không thuộc đường thẳng  $d$ .

**Câu 538:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$  đi qua điểm nào sau đây?



- A.**  $(1; -2; 3)$ .      **B.**  $(-1; 2; -3)$ .      **C.**  $(3; -4; -5)$ .      **D.**  $(-3; 4; 5)$ .

Lời giải

**Chọn A**

**Câu 539:** Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{4}$ ?

- A.**  $M(1; 2; 5)$ .      **B.**  $N(1; -2; 5)$ .      **C.**  $Q(-1; 2; -5)$ .      **D.**  $P(2; 3; 4)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Đường thẳng  $d$  qua  $N(1; -2; 5)$  và có vtcp  $\vec{u} = (2; 3; 4)$

**Câu 540:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ . Gọi  $M$  là giao điểm của  $\Delta$  với mặt phẳng  $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$ . Tọa độ điểm  $M$  là

- A.**  $M(2; 0; -1)$ .      **B.**  $M(5; -1; -3)$ .      **C.**  $M(1; 0; 1)$ .      **D.**  $M(-1; 1; 1)$ .

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Tọa độ của điểm } M \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} \\ \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2} \\ x+2y-3z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=2 \\ 2y-z=1 \\ x+2y-3z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$$

Vậy  $M(-1; 1; 1)$ .

**Câu 541:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$  và hai điểm  $A(5; 3; -1)$ ,  $B(3; 1; -2)$ . Tọa độ điểm  $C$  thuộc  $d$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông ở  $B$  là

- A.**  $(4; 1; 0)$ .      **B.**  $(3; 2; -2)$ .      **C.**  $(2; 3; -4)$ .      **D.**  $(5; 0; 2)$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Vì } C \in d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2} \Rightarrow C(3+t; 2-t; -2+2t).$$

Tam giác  $ABC$  vuông ở  $B \Rightarrow \vec{BA} \cdot \vec{BC} = 0$ .

$$\vec{BA} = (2; 2; 1), \vec{BC} = (t; 1-t; 2t)$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow 2t + 2 - 2t + 2t = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -1.$$

$$\Rightarrow C(2; 3; -4)$$

**Câu 542:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $B(1; 1; -2)$ ,  $C(1; 0; -1)$  và đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+1}{-1}$ .

Tìm tọa độ  $A$  thuộc đường thẳng  $d$  sao cho  $A$  cách đều  $B, C$ .

- A.**  $A(0; 1; -1)$ .      **B.**  $A(-1; -3; -1)$ .      **C.**  $A(3; 3; -3)$ .      **D.**  $A(1; 0; -2)$ .

Lời giải

### Chọn D

Vì  $A$  thuộc đường thẳng  $d$  nên  $A(-1+2t; -3+3t; -1-t)$ .

Do  $A$  cách đều  $B, C$  nên ta có :

$$AB = AC \Leftrightarrow AB^2 = AC^2 \Leftrightarrow (2t-2)^2 + (3t-4)^2 + (1-t)^2 = (2t-2)^2 + (3t-3)^2 + (-t)^2 \Leftrightarrow t = 1$$

Khi đó  $A(1; 0; -2)$ .

**Câu 543:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1, -1, -2)$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y - 3z + 4 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$  đi qua điểm nào dưới đây?

**A.**  $M(2; -3; 5)$ .    **B.**  $P(-2; 3; 5)$ .    **C.**  $N(2; -3; -5)$ .    **D.**  $Q(2; 3; -5)$ .

**Lời giải**

### Chọn C

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng cần lập.

Vì  $\Delta$  vuông góc với  $(P)$  nên  $\Delta$  nhận  $\vec{u} = (1; -2; -3)$  là vectơ chỉ phương.

$$\text{Khi đó phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = -2 - 3t \end{cases}$$

Nhận thấy  $\Delta$  đi qua điểm  $N(2; -3; -5)$ .

**Câu 544:** Trong không gian với hệ trục  $Oxyz$ , cho điểm  $A(-3; 2; 3)$  và đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ .

Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$ , vuông góc và cắt đường thẳng  $d$ .

**A.**  $(2; 1; -1)$ .    **B.**  $(-3; 2; 3)$ .    **C.**  $(-8; 3; 5)$ .    **D.**  $(2; 1; 1)$ .

**Lời giải**

### Chọn A

Ta có:  $\vec{u}_d = (1; 1; 2)$ . Gọi  $H(1+t; t; -1+2t) \in d$  là giao điểm của  $d$  và  $\Delta$ .

Suy ra  $\vec{AH} = (t+4; t-2; 2t-4)$ .

$$\vec{AH} \perp \vec{u}_d \Rightarrow \vec{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t+4+t-2+4t-8=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow \vec{AH} = (5; -1; -2).$$

$$\text{Do đó } \Delta: \frac{x+3}{5} = \frac{2-y}{1} = \frac{3-z}{2}.$$

Nên  $(2; 1; -1) \notin \Delta$ .

**Câu 545:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  tìm tâm mặt cầu  $(S)$  đi qua 2 điểm  $A(1; 3; 1); B(3; 2; 2)$  và có tâm nằm trên đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $N(1; -1; 2)$  đồng thời vuông góc với cả hai đường

$$\text{thẳng } d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5} \text{ có phương trình}$$

**A.**  $I(-\frac{9}{2}; \frac{13}{4}; \frac{17}{4})$ .    **B.**  $I(\frac{9}{2}; \frac{13}{2}; \frac{17}{2})$ .    **C.**  $I(\frac{9}{2}; \frac{13}{4}; \frac{17}{4})$ .    **D.**  $I(\frac{9}{2}; \frac{13}{4}; -\frac{17}{4})$ .

**Lời giải**

### Chọn C

VTCP của  $d_1; d_2$  lần lượt là  $\vec{u}_1 = (1; -4; 6); \vec{u}_2 = (2; 1; -5)$

Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $N(1; -1; 2)$  và có một VTCP là  $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (14; 7; 9)$  nên có phương

$$\text{trình } \begin{cases} x = 1 + 14t \\ y = -1 + 17t \\ z = 2 + 9t \end{cases}$$

Do  $I \in d \Rightarrow I(1 + 14t; -1 + 17t; 2 + 9t)$

Do mặt cầu đi qua 2 điểm  $A; B$  nên

$$IA = IB \Rightarrow IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (-1 + t)^2 + (2 - 2t)^2 + (4 - t)^2 = (1 + t)^2 + (1 - 2t)^2 + (5 - t)^2$$

$$\Leftrightarrow 72t = 4 \Leftrightarrow t = \frac{1}{4} \Rightarrow I\left(\frac{9}{2}; \frac{13}{4}; \frac{17}{4}\right)$$

Vậy tâm mặt cầu  $(S)$  là  $I\left(\frac{9}{2}; \frac{13}{4}; \frac{17}{4}\right)$ .

### Dạng 01: Câu hỏi liên quan đến VTCP của đường thẳng

**Câu 546:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 \\ z = 2 + 3t \end{cases}$  có một vectơ chỉ phương là

- A.**  $(2; 0; -3)$ .    **B.**  $(1; -3; 2)$ .    **C.**  $(-2; 0; -3)$ .    **D.**  $(-2; -3; 3)$ .

Lời giải

### Chọn A

Đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 \\ z = 2 + 3t \end{cases}$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; 0; -3)$ .

**Câu 547:** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ  $\vec{u} = (1; -1; 2)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây?

**A.**  $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$ .    **B.**  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ .

**C.**  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ .    **D.**  $\frac{x-1}{1} = \frac{1-y}{-1} = \frac{z-2}{-2}$ .

Lời giải

### Chọn A

Nhận thấy  $\vec{u} = (1; -1; 2)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$ .

**Câu 548:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ ?

- A.**  $\vec{u}_4 = (-1; 3; -2)$ .    **B.**  $\vec{u}_1 = (1; 3; 2)$ .    **C.**  $\vec{u}_2 = (1; -3; -2)$ .    **D.**  $\vec{u}_2 = (-1; -3; 2)$ .

Lời giải

### Chọn D

Đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (1; 3; -2)$ .

Vecto  $\vec{u} = (1; 3; -2)$  cùng phương với vectơ  $\vec{u}_3 = (-1; -3; 2)$  nên vectơ  $\vec{u}_3$  cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ .

**Câu 549:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của  $d$

A.  $\vec{u}_4 = (-1; 3; -2)$ . B.  $\vec{u}_1 = (1; 3; 2)$ . C.  $\vec{u}_2 = (1; -3; -2)$ . D.  $\vec{u}_3 = (-1; -3; 2)$ .

Lời giải

Chọn D

$$\vec{u}_3 = (1; 3; -2) \Rightarrow \vec{u}_3 = (-1; -3; 2)$$

**Câu 550:** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$

A.  $\vec{u} = (1; -3; 2)$ . B.  $\vec{u} = (-2; 3; -1)$ . C.  $\vec{u} = (2; -3; -1)$ . D.  $\vec{u} = (2; 3; -1)$ .

Lời giải

Chọn B

Ta có  $\vec{u}_1 = (2; -3; 1)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ . Suy ra:  $\vec{u} = -\vec{u}_1 = (-2; 3; -1)$  cũng là vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ .

**Câu 551:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{4}$  có một vectơ chỉ phương là

A.  $\vec{p}(3; 0; -1)$ . B.  $\vec{m}(-2; 5; 4)$ . C.  $\vec{n}(2; -5; 4)$ . D.  $\vec{q}(2; -5; -4)$ .

Lời giải

Chọn C

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{4}$  là  $\vec{n}(2; -5; 4)$ .

**Câu 552:** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm  $M(2; 3; -1)$  và  $N(4; 5; 3)$ ?

A.  $\vec{u}_1 = (3; 4; 1)$ . B.  $\vec{u}_4 = (1; 1; 1)$ . C.  $\vec{u}_3 = (1; 1; 2)$ . D.  $\vec{u}_2 = (3; 4; 2)$ .

Lời giải

Chọn C

$$\vec{MN} = (2; 2; 4)$$

$\Rightarrow \vec{u}_3 = (1; 1; 2)$  là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm  $M$  và  $N$ .

**Câu 553:** Trong không gian  $Oxyz$ , tìm vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$  biết  $d$  vuông góc với 2

$$\text{đường thẳng } d_1: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+3}{3}.$$

A.  $(-7; 13; -17)$ . B.  $(-7; -13; 17)$ . C.  $(-2; 1; -5)$ . D.  $(-2; 1; 7)$ .

Lời giải

**Chon A**

Ta có VTCP của  $d_1$  là  $\vec{u}_1 = (-3; 1; 2)$ ; của  $d_2$  là  $\vec{u}_2 = (2; 5; 3)$ .

Vì  $d \perp d_1$  và  $d \perp d_2$  nên VTCP của  $d$  là  $\vec{u} = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (-7; 13; -17)$ .

**Câu 554:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ ;  $\vec{OB} = -2\vec{j} - 4\vec{k}$ . Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $AB$ .

**A.**  $\vec{u} = (2; 5; -1)$ .    **B.**  $\vec{u} = (2; 3; -5)$ .    **C.**  $\vec{u} = (-2; -5; -1)$ .    **D.**  $\vec{u} = (2; 5; -9)$ .

**Lời giải**

**Chon A**

Ta có:  $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k} \Rightarrow A(2; 3; -5)$ ;

$\vec{OB} = -2\vec{j} - 4\vec{k} \Rightarrow B(0; -2; -4)$ .

Suy ra  $\vec{AB} = (-2; -5; 1)$ .

Suy ra đường thẳng  $AB$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u} = (2; 5; -1)$ .

**Câu 555:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho đường thẳng  $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$ . Hình chiếu vuông góc của  $d$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là một đường thẳng có vectơ chỉ phương là

**A.**  $\vec{u} = (0; 1; 3)$ .    **B.**  $\vec{u} = (0; 1; -3)$ .    **C.**  $\vec{u} = (2; 1; -3)$ .    **D.**  $\vec{u} = (2; 0; 0)$ .

**Lời giải**

**Chon B**

Ta có  $d$  cắt mặt phẳng  $(Oyz)$  tại  $M \Rightarrow M\left(0; \frac{5}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ , chọn  $A(-3; 1; 1) \in d$  và gọi  $B$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(Oyz) \Rightarrow B(0; 1; 1)$ .

Lại có  $\vec{BM} = \left(0; \frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$ . Khi đó, vectơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm sẽ cùng phương

với vectơ  $\vec{BM}$  nên **Chon B**

**Câu 556:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ , mặt phẳng  $(P): x + y - 2z + 5 = 0$  và điểm  $A(1; -1; 2)$ . Đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$  cắt đường thẳng  $d$  và mặt phẳng lần lượt tại  $M, N$  sao cho  $A$  là trung điểm của  $MN$ , biết rằng  $\Delta$  có một vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (a; b; 4)$ . Khi đó, tổng  $T = a + b$  bằng:

**A.**  $T = 5$ .    **B.**  $T = 10$ .    **C.**  $T = -5$ .    **D.**  $T = 0$ .

**Lời giải**

**Chon A**

Chọn  $M \in d, M(-1+t; 2t; 2+t)$ , gọi  $N$  là điểm đối xứng của  $M$  qua  $A$ .

Khi đó  $N(3-t; -2-2t; 2-t)$

Vì  $N \in (P)$  nên ta có:  $3-t-2-2t-4+2t+5=0 \Leftrightarrow t=2$

Suy ra  $M(1; 4; 4)$ . Do đó  $\vec{AM} = (0; 5; 2)$

Vậy vectơ chỉ phương của  $d$  là  $\vec{u} = (0; 5; 2)$

Do đó,  $a = 0; b = 10$

$$\Rightarrow T = a + b = 10$$

**☑ Dạng 02: Viết phương trình đường thẳng biết yếu tố điểm, vector, song song hay vuông góc**

**Câu 557:** Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $A(2;1;-3)$ ,  $B(3;0;1)$ .

A.  $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$     B.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$     C.  $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$     D.  $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $A, B$  thì  $\Delta$  nhận  $\overline{AB} = (1; -1; 4)$  làm vector chỉ phương. Do đó loại **Chọn D** và

**C.**

Phương trình chính tắc của  $\Delta$  là:  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{4}$ .

Ta thấy  $M(4; -1; 5) \in \Delta$  nên  $\Delta$  có phương trình tham số là:  $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$

**Câu 558:** Viết phương trình đường thẳng đi qua  $A(1;-2;0)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ .

A.  $x - 2y + 2z + 3 = 0$ .    B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{2}$ .  
C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{2}$ .    D.  $x - 2y + 2z - 3 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đường thẳng  $d$  đi qua  $A(1;-2;0)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$  nên  $d$  có véc tơ chỉ phương là  $\vec{u} = (1; -2; 2)$ . Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$  là:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{2}$$

**Câu 559:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $A(1;4;-7)$  và vuông góc với mặt phẳng  $x + 2y - 2z - 3 = 0$  có phương trình là

A.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-7}{-7}$ .    B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{-2}$ .  
C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{-2}$ .    D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vecto chỉ phương của đường thẳng là vecto pháp tuyến của mặt phẳng  $x + 2y - 2z - 3 = 0$ :  $\vec{u} = (1; 2; -2)$ , mà đường thẳng đi qua điểm  $A(1;4;-7)$  nên phương trình đường thẳng là:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$$

**Câu 560:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-1;3;2)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + z + 5 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$  . B.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$  . C.  $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$  . D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$

Lời giải

**Chọn B**

Gọi  $d$  là đường thẳng cần tìm.

Mặt phẳng  $(P)$  có véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; -1; 1)$ .

Vì  $d \perp (P) \Rightarrow \vec{n}$  là véc tơ chỉ phương của  $d$ .

Mà  $d$  đi qua  $M(-1;3;2) \Rightarrow d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$

**Câu 561:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $M(1; -2; 3)$  và nhận véc tơ  $\vec{u} = (2; 4; -3)$  làm véc tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-3}$  . B.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+3}{3}$  .  
C.  $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-3}{3}$  . D.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+3}{-3}$  .

Lời giải

**Chọn A**

Đường thẳng đi qua điểm  $M(1; -2; 3)$  và nhận véc tơ  $\vec{u} = (2; 4; -3)$  làm véc tơ chỉ phương có

phương trình chính tắc là  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-3}$ .

**Câu 562:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng đi qua điểm  $A(1; -2; 3)$  và có véc-tơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -1; -2)$  có phương trình là

A.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$  . B.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$  .  
C.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$  . D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$  .

Lời giải

**Chọn B**

Đường thẳng đi qua điểm  $A(1; -2; 3)$  và có véc-tơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -1; -2)$  có phương trình

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$

## HAI MẶT PHẪNG VUÔNG

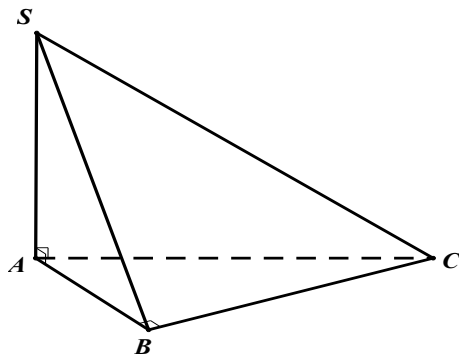
**Dạng 03: Xác định góc giữa hai mặt phẳng**

**Câu 563:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với đáy. Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là

- A.  $\widehat{SBC}$ .      B.  $\widehat{SCA}$ .      C.  $\widehat{SAB}$ .      D.  $\widehat{SBA}$ .

Lời giải

Chọn D



$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

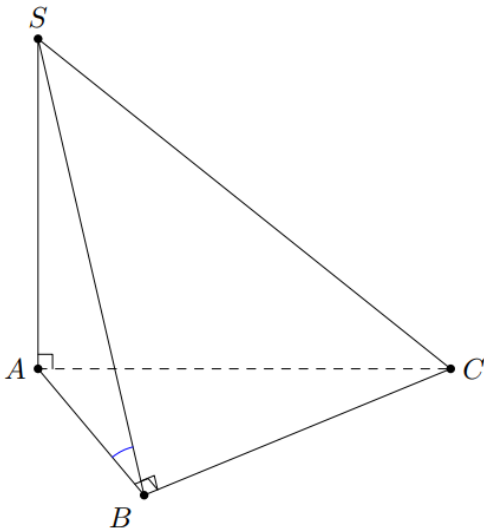
$$\Rightarrow \widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{SBA}.$$

**Câu 564:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $SA$  vuông góc với đáy. Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABC)$  là

- A.  $\widehat{SBC}$ .      B.  $\widehat{SCA}$ .      C.  $\widehat{SAB}$ .      D.  $\widehat{SBA}$ .

Lời giải

Chọn D



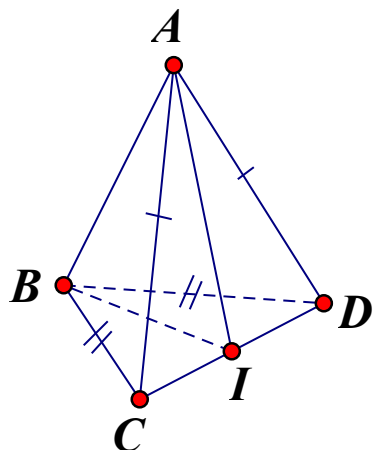
$$\text{Có } \widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{SBA}.$$

**Câu 565:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = AD$  và  $BC = BD$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CD$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  là  $\widehat{CBD}$ .  
 B. Góc giữa hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$  là góc giữa hai đường thẳng  $AI$  và  $BI$ .  
 C.  $(BCD) \perp (AIB)$ .  
 D.  $(ACD) \perp (AIB)$ .



Chọn A



- Ta có:  $(ABC) \cap (ABD) = AB$

Nhưng  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BD \perp AB \end{cases}$  do đó góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ABD)$  không thể là  $\widehat{CBD}$ .

- Ta có:  $\begin{cases} (ACD) \cap (BCD) = CD \\ AI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \\ BI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \end{cases}$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng  $(ACD)$  và  $(BCD)$  là góc giữa hai đường thẳng  $AI$  và  $BI$ .

Nên **B** đúng.

- Ta có:  $\begin{cases} AI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \\ BI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \end{cases}$  nên  $CD \perp (AIB)$ . Do đó  $(BCD) \perp (AIB)$ .

Vậy **C** đúng.

- Ta có:  $\begin{cases} AI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \\ BI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \end{cases}$  nên  $CD \perp (AIB)$ . Do đó  $(ACD) \perp (AIB)$ .

Vậy **D** đúng.

**Câu 566:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ .

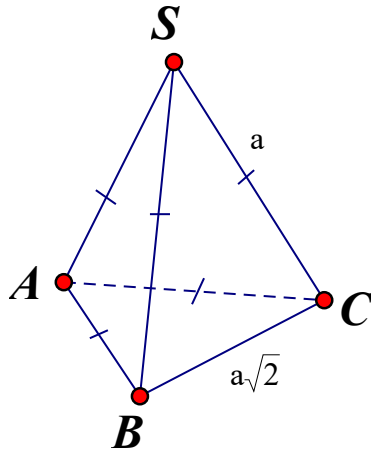
**A.**  $(\widehat{AB, SC}) = 30^\circ$ .

**B.**  $(\widehat{AB, SC}) = 90^\circ$ . **C.**  $(\widehat{AB, SC}) = 60^\circ$ . **D.**

$(\widehat{AB, SC}) = 45^\circ$ .

Lời giải

Chọn C



Ta có:  $\overline{AB} \cdot \overline{SC} = AB \cdot SC \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{SC})$

$$\Rightarrow \cos(\overline{AB}, \overline{SC}) = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{SC}}{AB \cdot SC} = \frac{(\overline{SB} - \overline{SA}) \cdot \overline{SC}}{AB \cdot SC} = \frac{\overline{SB} \cdot \overline{SC} - \overline{SA} \cdot \overline{SC}}{AB \cdot SC}$$

Mặt khác  $SB = SC = a; BC = a\sqrt{2} \Rightarrow BC^2 = SB^2 + SC^2 \Rightarrow \Delta SBC$  vuông tại  $S$ , tức  $\overline{SB} \cdot \overline{SC} = 0$ .

Lại có  $SA = SC = AC = a \Rightarrow \Delta SAC$  đều, do đó

$$\overline{SA} \cdot \overline{SC} = SA \cdot SC \cdot \cos(\overline{SA}, \overline{SC}) = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

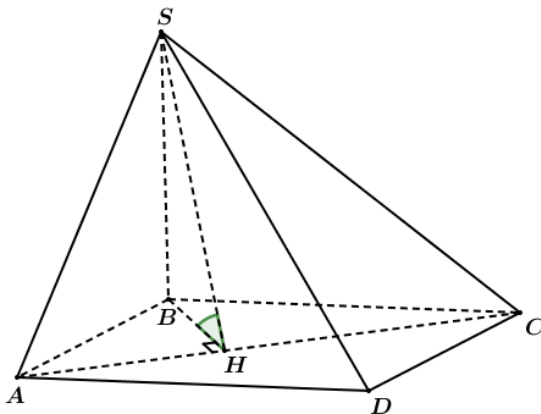
$$\text{Vậy } \cos(\overline{AB}, \overline{SC}) = \frac{0 - \frac{a^2}{2}}{a \cdot a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{(\overline{AB}, \overline{SC})} = 120^\circ. \text{ Do đó } \widehat{(\overline{AB}, \overline{SC})} = 60^\circ.$$

**Câu 567:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có cạnh bên  $SB \perp (ABCD)$  và  $ABCD$  là hình chữ nhật. Biết  $SB = 2a, AB = 3a, BC = 4a$  và góc  $\alpha$  là góc giữa mặt phẳng  $(SAC)$  và mặt phẳng đáy. Giá trị của  $\tan \alpha$  bằng

- A.  $\frac{3}{4}$ .      B.  $\frac{4}{3}$ .      C.  $\frac{5}{6}$ .      D.  $\frac{6}{5}$ .

Lời giải

Chọn C



Kẻ  $BH \perp AC \Rightarrow \alpha = \widehat{SHB}$ .

$$\text{Ta có } HB = \frac{BA \cdot BC}{\sqrt{BA^2 + BC^2}} = \frac{3a \cdot 4a}{5a} = \frac{12a}{5} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{SB}{BH} = \frac{2a}{\frac{12a}{5}} = \frac{5}{6}.$$

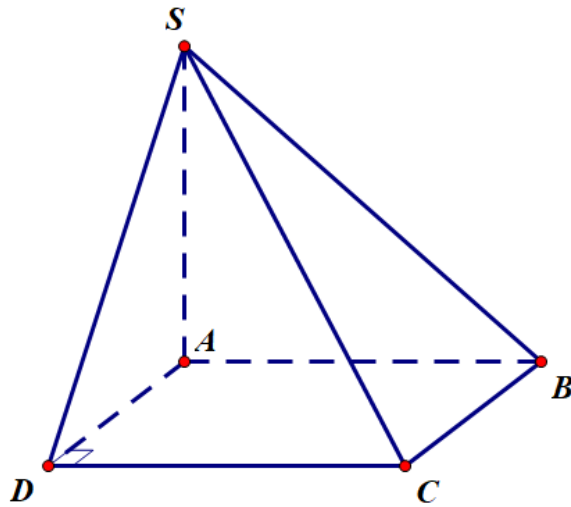
**Câu 568:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = 2a$  và  $SA$  vuông góc với

đáy. Tính  $\cos \alpha$  với  $\alpha$  là góc tạo bởi hai mặt phẳng  $(SCD)$  và  $(ABCD)$ .

- A.  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ .      B.  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .      C.  $\frac{2}{3}$ .      D.  $\frac{1}{3}$ .

Lời giải

Chọn A



Ta có  $SA \perp (ABCD)$  suy ra  $SA \perp CD$ , cùng với  $CD \perp AD$  ta được  $CD \perp (SAD)$ .

Xét hai mặt phẳng  $(SCD)$  và  $(ABCD)$  ta có  $CD = (SCD) \cap (ABCD)$ , đồng thời  $CD \perp (SAD)$

do vậy góc tạo bởi hai mặt phẳng trên là  $\alpha = \widehat{SDA}$ . Độ dài  $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$

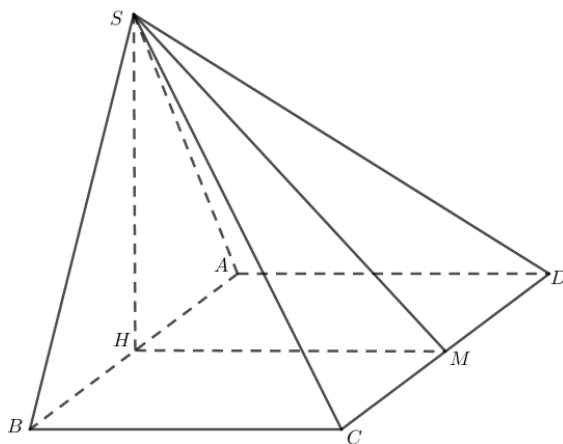
Ta có  $\cos \alpha = \frac{AD}{SD} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

**Câu 569:** Trong không gian cho tam giác đều  $SAB$  và hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$  nằm trong hai mặt phẳng vuông góc. Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .      C.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

Lời giải

Chọn D



Gọi  $H, M$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ .

Ta có:  $SH \perp AB$ ,  $(SAB) \perp (ABCD)$ ,  $(SAB) \cap (ABCD) = AB$ . Suy ra  $SH \perp (ABCD)$ .

Do đó:  $AB \perp SH, MN$ . Suy ra  $AB \perp (SHM)$ , mà  $AB \parallel CD$  nên  $(SHM) \perp (SAB), (SCD)$ .

Vậy  $\alpha = \widehat{MSH}$ .

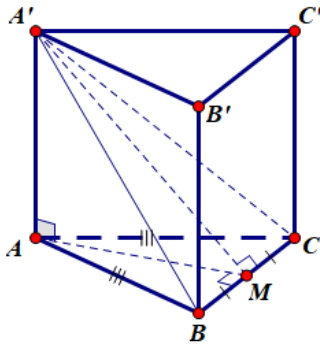
Xét tam giác  $SMH$  vuông tại  $H$  có:  $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $HM = a$ . Suy ra  $\tan \alpha = \frac{HM}{HS} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 570:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $BC = 2a$  và  $AA' = a\sqrt{3}$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$  bằng

- A.**  $60^\circ$ .      **B.**  $30^\circ$ .      **C.**  $45^\circ$ .      **D.**  $90^\circ$ .

Lời giải

Chọn A



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow AM \perp BC$ .

Có  $\left. \begin{array}{l} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (A'AM) \Rightarrow BC \perp A'M$ .

Do đó  $\widehat{(A'BC), (ABC)} = \widehat{AMA'}$ .

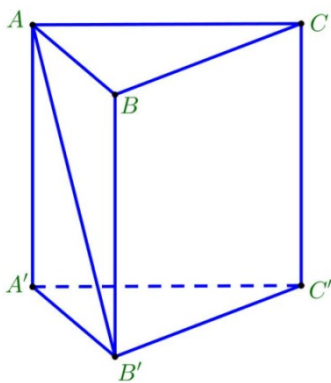
Lại có  $\Delta ABC$  vuông cân tại  $A \Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = a$ .

Xét  $\Delta A'AM$  vuông tại  $A$  có  $\tan \widehat{AMA'} = \frac{AA'}{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{AMA'} = 60^\circ$ .

### ĐƯỜNG THẺ VUÔNG GÓC MẶT PHẺNG

**☑ Dạng 03: Xác định góc giữa mặt phẳng và đường thẳng, đường thẳng và đường thẳng, vecto-vecto**

**Câu 571:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng nhau



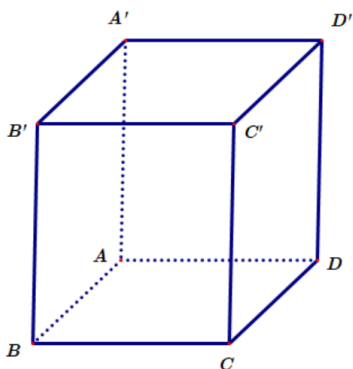
Góc giữa đường thẳng  $AB'$  và mặt phẳng  $(A'B'C')$  bằng

- A.**  $30^\circ$ .      **B.**  $90^\circ$ .      **C.**  $60^\circ$ .      **D.**  $45^\circ$ .

Lời giải

Chọn D

**Câu 572:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $AD = a\sqrt{2}$ ,  $AA' = 3a$

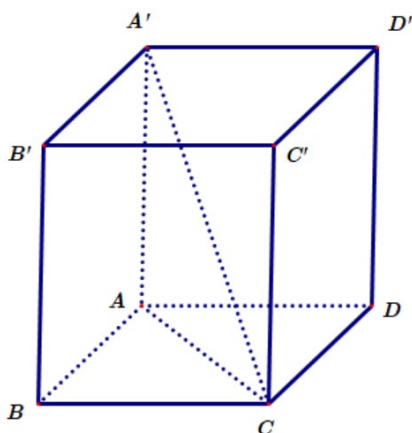


Góc giữa đường thẳng  $A'C$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

- A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      **D.  $60^\circ$ .**

Lời giải

**Chọn D**

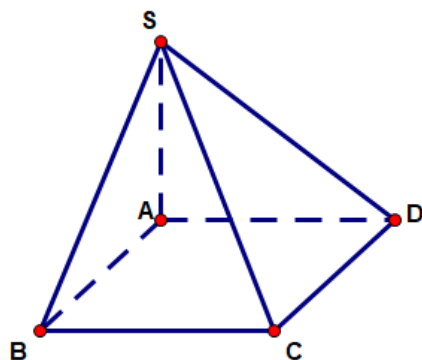


Ta có:  $(\widehat{A'C, (ABCD)}) = (\widehat{A'C, AC}) = \widehat{A'CA}$ .

Mà:  $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$ .

$\tan \widehat{A'CA} = \frac{AA'}{AC} = \frac{3a}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{A'CA} = 60^\circ$ . Vậy  $(\widehat{A'C, (ABCD)}) = \widehat{A'CA} = 60^\circ$ .

**Câu 573:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ .



Góc giữa đường thẳng  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là

- A.  $\widehat{ASD}$ .      B.  $\widehat{DAS}$ .      **C.  $\widehat{SDA}$ .**      D.  $\widehat{SDC}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Hình chiếu của  $SD$  lên mp  $(ABCD)$  là  $AD$  nên góc giữa  $SD$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là góc  $\widehat{SDA}$ .

## KHOẢNG CÁCH

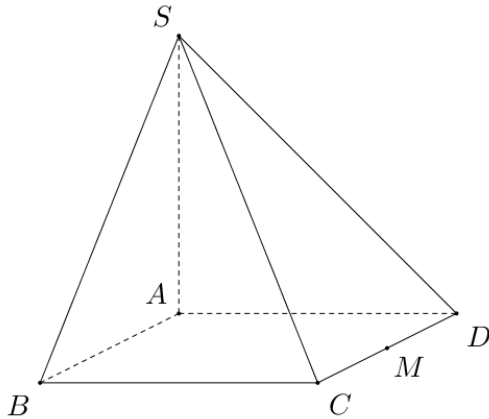
### ☑ Dạng 03: Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

**Câu 574:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $SA = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Khoảng cách từ  $M$  đến  $(SAB)$  nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $2a$ .      C.  $a\sqrt{2}$ .      D.  $a$ .

Lời giải

Chọn D



Ta có  $CD \parallel AB$ , mà  $AB \subset (SAB)$  nên  $CD \parallel (SAB)$ .

Từ đó suy ra  $d(M; (SAB)) = d(D; (SAB))$

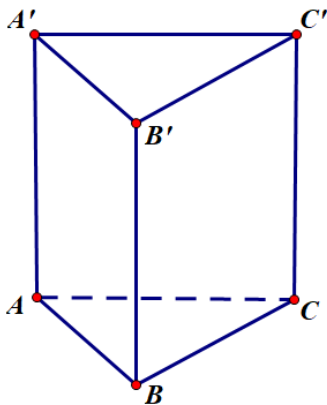
Ta có  $AD \perp AB$ ,  $AD \perp SA$  suy ra  $AD \perp (SAB)$

Suy ra  $d(D; (SAB)) = AD = a$ . Vậy  $d(M; (SAB)) = a$ .

**Câu 575:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $2a$ . Khoảng cách từ  $B$  đến mặt phẳng  $(ACC'A')$  bằng

- A.  $2a$ .      B.  $2\sqrt{2}a$ .      C.  $\sqrt{2}a$ .      D.  $\sqrt{3}a$ .

Lời giải



Chọn D

Kẻ  $BH \perp AC \Rightarrow d[B, (ACC'A')] = BH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ .

CẤP SỐ NHÂN

**☑ Dạng 03: Tìm các yếu tố cụ thể trong cấp số nhân**

**Câu 576:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = -2$ . Giá trị của  $u_4$  bằng?

- A. 12.                      B. 24.                      C. -24.                      D. -12.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 3 \cdot (-2)^3 = -24$ .

**Câu 577:** Một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2; u_2 = 8$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân là

- A.  $q = 2$ .                      B.  $q = 6$ .                      C.  $q = 3$ .                      D.  $q = 4$ .

Lời giải

**Chọn D**

Công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho là  $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{8}{2} = 4$ .

**Câu 578:** Cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_4 = 9, u_5 = 81$  có công bội là

- A. 3.                      B. 72.                      C. 18.                      D. 9.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $\begin{cases} u_4 = 9 \\ u_5 = 81 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^3 = 9 \\ u_1 \cdot q^4 = 81 \end{cases} \Rightarrow q = 9$ .

**Câu 579:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 8$  và  $u_2 = 4$ . Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C. -2.                      D. 2.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 580:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 5$  và công bội  $q = -2$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A. 7.                      B. -10.                      C. 3.                      D.  $-\frac{5}{2}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $u_2 = u_1 \cdot q = 5 \cdot (-2) = -10$ .

**Câu 581:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2, u_4 = -54$ . Tìm công bội  $q$ .

- A. -9.                      B. 3.                      C. -3.                      D. -27.

Lời giải

**Chọn C**

Với cấp số nhân  $(u_n)$  ta có:

$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_4 = -54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_1 \cdot q^3 = -54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q^3 = -27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q = -3 \end{cases}$ .

**Câu 582:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 4$ . Số hạng  $u_5$  có giá trị bằng

A. 3072.      B. 768.      C. 972.      D. 324.

Lời giải

Chọn B

Ta có  $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 4^4 = 768$ .

**Câu 583:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và số hạng thứ hai  $u_2 = -6$ . Giá trị của  $u_4$  bằng

A. 24.      B. -12.      C. -24.      D. 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có  $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = -2 \Rightarrow u_4 = u_1 q^3 = -24$ .

**Câu 584:** Cho cấp số nhân có số hạng thứ 2 là  $u_2 = 4$ , công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Giá trị của  $u_{20}$  bằng

A.  $u_{20} = \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ .      B.  $u_{20} = \left(\frac{1}{2}\right)^{17}$ .      C.  $u_{20} = \left(\frac{1}{2}\right)^{19}$ .      D.  $u_{20} = \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$ .

Lời giải

Chọn A

Ta có  $u_1 = \frac{u_2}{q} = 8$ .

Ta có  $u_{20} = u_1 \cdot q^{19} = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{19} = \left(\frac{1}{2}\right)^{16}$ .

**Câu 585:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $u_2 = -8$ ;  $u_5 = 64$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

A. -16.      B. 32.      C. -32.      D. 16.

Lời giải

Chọn D

Ta có  $u_5 = u_2 \cdot q^3 \Rightarrow q = -2$ .

Vậy  $u_3 = u_2 \cdot q = 16$

**Câu 586:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công bội  $q = -2$ . Tính số hạng  $u_2$  của cấp số đó.

A. 6.      B. 1.      C. 5.      D. -6.

Lời giải

Chọn D

Ta có:  $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot (-2) = -6$ .

**Câu 587:** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng 1 bằng nửa diện tích bề mặt đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là  $12288m^2$ , diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng

A.  $6m^2$ .      B.  $12m^2$ .      C.  $24m^2$ .      D.  $3m^2$ .

Lời giải

Chọn B

Gọi  $S$  là diện tích mặt đáy. Khi đó



$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot S;$$

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot S;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot T_1 = \frac{1}{2^2} \cdot S;$$

...

$$T_{10} = \frac{1}{2^{10}} \cdot S = \frac{1}{2^{10}} \cdot 12288 = 12$$

Vậy diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng  $12m^2$ .

### CẤP SỐ CỘNG

#### Dạng 03: Tìm các yếu tố cụ thể trong cấp số cộng

**Câu 588:** Cho dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = 3; u_8 = 24$  thì  $u_{11}$  bằng

- A.** 33.                      **B.** 30.                      **C.** 32.                      **D.** 28.

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } u_8 = 24 \Leftrightarrow u_1 + 7d = 24 \Leftrightarrow 3 + 7d = 24 \Leftrightarrow d = 3.$$

$$\text{Ta có } u_{11} = u_1 + 10d = 3 + 3 \cdot 10 = 33$$

**Câu 589:** Cho cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 10$  và số hạng thứ hai  $u_2 = 13$ . Tính số hạng thứ tư  $u_4$  của cấp số cộng đã cho.

- A.**  $u_4 = 18$ .                      **B.**  $u_4 = 19$ .                      **C.**  $u_4 = 16$ .                      **D.**  $u_4 = 20$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } d = u_2 - u_1 = 13 - 10 = 3, u_4 = u_1 + 3d = 10 + 3 \cdot 3 = 19.$$

**Câu 590:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 7$  và công sai  $d = 4$ . Giá trị của  $u_2$  bằng

- A.** 11.                      **B.** 3.                      **C.**  $\frac{7}{4}$ .                      **D.** 28.

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } u_2 = u_1 + d = 7 + 4 = 11.$$

**Câu 591:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -2$  và công sai  $d = 3$ . Số hạng thứ 10 của dãy

- A.**  $u_{10} = 28$ .                      **B.**  $u_{10} = 25$ .                      **C.**  $u_{10} = -2 \cdot 3^9$ .                      **D.**  $u_{10} = -29$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } u_{10} = u_1 + 9d = (-2) + 9 \cdot 3 = 25.$$

**Câu 592:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 5$ . Giá trị của  $u_4$  bằng

- A.** 12.                      **B.** 17.                      **C.** 22.                      **D.** 250.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Công thức tổng quát của cấp số cộng là: } u_n = u_1 + (n-1)d, \text{ với } n \geq 2.$$

Theo bài, ta có:  $u_1 = 2$ ,  $d = 5$  và  $n = 4$  nên thay vào công thức ta được:  $u_4 = 2 + (4-1).5 = 17$ .

**Câu 593:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123$  và  $u_3 - u_{15} = 84$ . Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

- A.** 17.                      **B.** 16.                      **C.** 18.                      **D.** 19.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:  $u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - (u_1 + 14d) = 84 \Leftrightarrow d = -7$ .

Số hạng tổng quát:  $u_n = -7n + 130$ .

Ta có:  $u_n = 11 \Leftrightarrow n = 17$ .

## PHÉP ĐẾM

**Dạng 01: Quy tắc cộng**

**Câu 594:** Lớp 10A có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh của lớp 10A để làm lớp trưởng?

- A.** 300.                      **B.** 15.                      **C.** 35.                      **D.** 20.

Lời giải

**Chọn C**

Lớp có  $20 + 15 = 35$  học sinh.

Suy ra số cách chọn một học sinh của lớp 10A để làm lớp trưởng là  $C_{35}^1 = 35$ .

**Câu 595:** Có 3 cây bút đỏ, 4 cây bút xanh trong một hộp bút. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra một cây bút từ hộp bút?

- A.** 7.                      **B.** 4.                      **C.** 12.                      **D.** 3.

Lời giải

**Chọn A**

Chọn 1 cây bút từ 7 cây bút nên có 7 cách chọn.

**Câu 596:** Một tổ có 6 học sinh nữ và 8 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật?

- A.** 28.                      **B.** 48.                      **C.** 14.                      **D.** 8.

Lời giải

**Chọn C**

Số cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đi trực nhật là  $6 + 8 = 14$ .

**Câu 597:** Có 3 cuốn sách Toán khác nhau và 4 cuốn sách Vật lý khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một cuốn sách trong số các cuốn sách đó?

- A.** 12.                      **B.** 7.                      **C.** 3.                      **D.** 4.

Lời giải

**Chọn B**

Chọn 1 cuốn sách trong 7 cuốn sách (3 cuốn sách Toán và 4 cuốn sách Vật lý) có 7 cách chọn.

**Câu 598:** Trường THPT A, khối 12 có 11 lớp, khối 11 có 10 lớp và khối 10 có 12 lớp. Thầy Tổ trưởng tổ Toán muốn chọn một lớp để dự giờ. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách chọn?

- A.** 3.                      **B.** 33.                      **C.** 11.                      **D.** 10.

Lời giải

**Chọn B**

TH 1: Chọn 1 lớp trong 11 lớp của khối 12 có 11 cách.  
TH 2: Chọn 1 lớp trong 10 lớp của khối 11 có 10 cách.  
TH 3: Chọn 1 lớp trong 12 lớp của khối 10 có 12 cách.  
Theo quy tắc cộng ta được:  $11+10+12 = 33$  cách.

- Câu 599:** Trên kệ sách nhà bạn Lan có 7 quyển sách Toán khác nhau, 8 quyển sách Vật lý khác nhau và 9 quyển sách Lịch sử khác nhau. Hỏi bạn Lan có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc  
**A.** 9.                      **B.** 8.                      **C.** 24.                      **D.** 7.

Lời giải

Chon C

Tổng số quyển sách:  $7+8+9 = 24$  quyển. Số cách chọn 1 quyển sách để đọc: 24 cách.

- Câu 600:** Một trường trung học phổ thông có 26 học sinh giỏi khối 12 và 43 học sinh giỏi khối 11, 59 học sinh giỏi khối 10. Vậy nhà trường có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh giỏi để đi dự trại hè?  
**A.** 23                      **B.** 128                      **C.** 43                      **D.** 69

Lời giải

Chon B

Trường hợp 1: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 12 có 26 cách chọn.  
Trường hợp 2: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 11 có 43 cách chọn.  
Trường hợp 3: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 10 có 59 cách chọn.  
Theo quy tắc cộng có  $26+43+59 = 128$  cách chọn.

- Câu 601:** Tổ I có 6 học sinh nam, 4 học sinh nữ; tổ II có 5 nam, 5 nữ. Có bao nhiêu cách chọn mỗi tổ một học sinh lên bảng?  
**A.** 100.                      **B.** 600.                      **C.** 20.                      **D.** 72.

Lời giải

Chon A

Số lượng học sinh tổ I là:  $6+4 = 10$ .  
Số lượng học sinh tổ II là:  $5+5 = 10$ .  
Số cách chọn mỗi tổ một học sinh là  $10.10 = 100$  cách.

- Câu 602:** Một hộp có chứa 12 bi đỏ, 9 bi xanh và 8 bi vàng. Số cách chọn được một bi trong hộp đó là:  
**A.** 96.                      **B.** 864.                      **C.** 108.                      **D.** 29.

Lời giải

Chon A

Để chọn được 1 bi trong hộp:  
TH1: Chọn được bi đỏ có 12 cách.  
TH2: Chọn được bi xanh có 9 cách.  
TH3: Chọn được bi vàng có 8 cách.  
Theo quy tắc cộng ta có:  $12+9+8 = 29$

- Câu 603:** Một bó hoa có 6 hoa hồng trắng, 7 hoa hồng đỏ và 8 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy một bông hoa.  
**A.** 336.                      **B.** 48.                      **C.** 42.                      **D.** 21.

Lời giải

Chon D

Chọn một bông hoa hồng trắng có 6 cách.  
Chọn một bông hoa hồng đỏ có 7 cách.  
Chọn một bông hoa hồng vàng có 8 cách.

Theo quy tắc cộng có  $6 + 7 + 8 = 21$  cách.

**☑ Dạng 02: Quy tắc nhân**

**Câu 604:** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số?

- A.  $C_{10}^2$ .                      B. 81.                      C. 100.                      D. 90.

Lời giải

**Chọn D**

Số tự nhiên có hai chữ số có  $9 \cdot 10 = 90$ .

**Câu 605:** Tập  $A$  gồm 8 phần tử. Hỏi  $A$  có bao nhiêu tập con?

- A.  $A_8^2$ .                      B.  $8!$ .                      C.  $2^8$ .                      D.  $C_8^2$ .

Lời giải

**Chọn C**

Số tập con của  $n$  phần tử là  $2^n$  nên  $A$  có  $2^8$  tập con.

**Câu 606:** Trong tủ quần áo của bạn Ngọc có 10 cái áo sơ mi đôi một khác nhau và 5 cái chân váy với hoa văn khác nhau. Bạn Ngọc muốn chọn ra một bộ quần áo để đi dự tiệc sinh nhật. Hỏi bạn Ngọc có bao nhiêu cách chọn?

- A. 10.                      B. 50.                      C. 5.                      D. 15.

Lời giải

**Chọn B**

Chọn 1 cái áo sơ mi trong 10 cái áo sơ mi có: 10 cách.

Chọn 1 cái chân váy trong 5 cái chân váy có: 5 cách.

Theo quy tắc nhân có:  $10 \cdot 5 = 50$  cách.

**Câu 607:** Một hộp đồ bảo hộ có 10 chiếc khẩu trang và 3 mặt nạ chống giọt bắn. Có bao nhiêu cách chọn một chiếc khẩu trang và một mặt nạ chống giọt bắn từ hộp đồ bảo hộ trên.

- A. 10.                      B. 30.                      C. 13.                      D. 3.

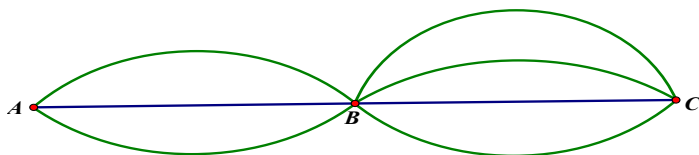
Lời giải

**Chọn B**

Áp dụng quy tắc nhân, số cách chọn một chiếc khẩu trang và một mặt nạ chống giọt bắn từ hộp đồ bảo hộ trên là  $10 \cdot 3 = 30$  cách.

**Câu 608:** Đi từ A đến B có 3 con đường, đi từ B đến C có 4 con đường. Hỏi đi từ A đến C có bao cách đi?

- A. 7.                      B. 8.                      C. 10.                      D. 12.



Lời giải

**Chọn D**

Theo quy tắc nhân ta có số cách đi từ A đến C là:  $3 \cdot 4 = 12$ . Vậy **Chọn D**

**Câu 609:** Bình có 5 cái áo khác nhau, 4 chiếc quần khác nhau, 3 đôi giày khác nhau và 2 chiếc mũ khác nhau. Số cách chọn một bộ gồm quần, áo, giày và mũ của Bình là

- A. 120.                      B. 60.                      C. 5.                      D. 14.

Lời giải

**Chọn A**

Để chọn được bộ quần áo theo yêu cầu bài toán phải thực hiện liên tiếp các hành động:

+ Hành động 1: **Chọn A**hiếc áo: Có 5 cách chọn.

- + Hành động 2: **Chọn** Ahiec quàn: Có 4 cách chọn.
  - + Hành động 3: Chọn đôi giầy: Có 3 cách chọn.
  - + Hành động 4: **Chọn** Ahiec mũ: Có 2 cách chọn.
- Vậy theo qui tắc nhân, có  $5.4.3.2 = 120$  cách chọn.

**Câu 610:** Cho tập  $A = \{2; 3; 4; 5\}$ . Từ tập  $A$ , có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau?

- A.** 12.                      **B.** 18.                      **C.** 8.                      **D.** 24.

**Lời giải**

**Chọn A**

Số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau lập từ tập  $A$  là  $2.3.2 = 12$ .

**Câu 611:** Từ các số 0,1,2,3,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm 4 chữ số khác nhau?

- A.** 120.                      **B.** 72.                      **C.** 69.                      **D.** 54.

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi số cần tìm có dạng  $\overline{abcd}$ .

$d$  có 3 cách chọn,  $d \notin \{0, 5\}$ .

$a$  có 3 cách chọn,  $a \neq 0, a \neq d$ .

$b$  có 3 cách chọn,  $b \neq a, b \neq d$ .

$c$  có 2 cách chọn,  $c \neq a, c \neq d, c \neq b$ .

$\Rightarrow$  có  $3.3.3.2 = 54$  số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ các số 0,1,2,3,5 không chia hết cho 5.

**Câu 612:** Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

- A.** 240.                      **B.** 120.                      **C.** 180.                      **D.** 160.

**Lời giải**

**Chọn C**

Phân tích số  $253125000 = 253125.1000 = (3^4.5^5).(2^3.5^3) = 2^3.3^4.5^8$ .

Vì 253125000 có các ước nguyên tố là 2;3;5 nên mọi ước của 253125000 sẽ có dạng  $2^x.3^y.5^z$  ( $x \leq 3; y \leq 4; z \leq 8; x, y, z \in \mathbb{N}$ ).

Có 4 cách chọn số mũ  $x$  ( $x \in \{0; 1; 2; 3\}$ ).

Có 5 cách chọn số mũ  $y$ .

Có 9 cách chọn số mũ  $z$ .

$\Rightarrow$  Số ước số tự nhiên của 253125000 là:  $4.5.9 = 180$ .

**Câu 613:** Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

- A.** 952.                      **B.** 1008.                      **C.** 1620.                      **D.** 1800.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ .

Gọi số thỏa mãn bài toán là số có dạng  $\overline{abcd}$ . Vì  $\overline{abcd} \square 5$  nên  $d = 0$  hoặc  $d = 5$ .

Trường hợp 1:  $d = 0$ : có 1 cách chọn.

$\overline{abc}$ : có 9.8.7 cách chọn.

Do đó trường hợp này có:  $1.9.8.7 = 504$  số.

Trường hợp 2:  $d = 5$ : có 1 cách chọn.

$a \in A \setminus \{0; 5\}$ : có 8 cách chọn.

$\overline{bc}$ : có 8.7 cách chọn.

Do đó trường hợp này có:  $1.8.8.7 = 448$  số.

Vậy có tất cả:  $504 + 448 = 952$  số.

**Câu 614:** Cần xếp 3 nam, 3 nữ vào 1 hàng có 6 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam nữ ngồi xen kẽ.

- A. 36.                      B. 720.                      C. 78.                      D. 72.

Lời giải

Chọn D

Có 6 cách chọn một người tùy ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.

Vậy có:  $6.3.2.2.1.1 = 72$  cách.

**Câu 615:** Từ các số 0, 1, 2, 7, 8, 9 tạo được bao nhiêu số lẻ có 5 chữ số khác nhau?

- A. 288.                      B. 360.                      C. 312.                      D. 600.

Lời giải

Chọn A

Gọi  $\overline{abcde}$  là số cần tìm.

Chọn  $e$  có 3 cách.

Chọn  $a \neq 0$  và  $a \neq e$  có 4 cách.

Chọn 3 trong 4 số còn lại sắp vào  $b, c, d$  có  $A_4^3$  cách.

Vậy có  $3.4.A_4^3 = 288$  số.

## HOÁN VỊ - CHÍNH HỢP – TỔ HỢP

Dạng 02: Bài toán đếm sử dụng P, A, C

**Câu 616:** Có bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5?

- A.  $A_5^3$ .                      B.  $P_5$ .                      C.  $C_5^3$ .                      D.  $P_3$ .

Lời giải

Chọn A

Mỗi số có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ năm chữ số khác 0 đã cho là một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử. Số các số được lập thành từ ba chữ số khác nhau từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là  $A_5^3$  số.

**Câu 617:** Có bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau được lập từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?

- A.  $C_7^5$ .                      B.  $7!$ .                      C.  $A_7^5$ .                      D.  $5!$ .

Lời giải

Chọn C

Mỗi số có 5 chữ số khác nhau được lập từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 là một chỉnh hợp chập 5 của 7 số. Do đó, số các số tự nhiên cần tìm là  $A_7^5$ .

**Câu 618:** Có bao nhiêu số có 5 chữ số khác nhau được lập từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?

- A.  $C_7^5$ .                      B.  $7!$ .                      C.  $A_7^5$ .                      D.  $5!$ .

Lời giải

Chọn C

Ta lập được  $A_7^5$  số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 619:** Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập  $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

- A.  $C_5^4$ .                      B.  $C_6^4$ .                      C.  $A_5^4$ .                      D.  $A_6^4$ .

Lời giải

Chọn C

Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ  $A$  là  $A_5^4$ .

**Câu 620:** Với  $k; n$  là các số nguyên thỏa mãn  $0 \leq k \leq n$ , công thức nào dưới đây đúng?

- A.  $A_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$ .                      B.  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .  
C.  $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .                      D.  $A_n^k = \frac{n!}{(n+k)!}$ .

Lời giải

Chọn C

Với  $k; n$  là các số nguyên thỏa mãn  $0 \leq k \leq n$ , ta có  $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .

**Câu 621:** Cho 6 điểm phân biệt trên mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu vectơ mà điểm đầu và điểm cuối là 6 điểm đã cho?

- A. 30.                      B. 15.                      C. 21.                      D. 36.

Lời giải

Chọn D

Số vectơ khác vectơ-không mà điểm đầu và điểm cuối là 6 điểm đã cho là số chỉnh hợp chập 2 của 6 phần tử:  $A_6^2 = 30$ .

Ngoài ra, còn có thêm 6 vectơ-không có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau, là 6 điểm đã cho. Vậy số vectơ là  $30 + 6 = 36$ .

**Câu 622:** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và không có chữ số nào lớn hơn 5

- A. 75.                      B. 90.                      C. 52.                      D. 60.

Lời giải

Chọn C

Số có ba chữ số thỏa mãn bài toán có dạng  $M = \overline{abc}$  với  $0 \leq a, b, c \leq 5, a, b, c$  là số tự nhiên.

Do  $M$  chẵn nên  $c \in \{0; 2; 4\}$ .

Nếu  $c = 0 \Rightarrow$  có  $A_5^2 = 20$  số  $M$ .

Nếu  $c \neq 0 \Rightarrow$  có 2 cách chọn  $c$ . Khi đó số số hạng  $M$  được lập là  $2.4.4 = 32$ .

Vậy có tất cả  $20 + 32 = 52$  số thỏa mãn bài toán.

**Câu 623:** Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5?

- A.  $A_5^4$ .                      B.  $P_5$ .                      C.  $C_5^4$ .                      D.  $P_4$ .

Lời giải

### Chọn A

Số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5 là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử. Vậy có  $A_5^4$  số thỏa yêu cầu đề bài.

**Câu 624:** Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

- A.  $2^7$ .                      B.  $7^2$ .                      C.  $A_7^2$ .                      D.  $C_7^2$ .

Lời giải

### Chọn C

Mỗi một số tự nhiên gồm 2 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7 ứng với một chỉnh hợp chập 2 của 7 phần tử. Suy ra có  $A_7^2$  số thỏa mãn.

**Câu 625:** Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang sao cho mỗi học sinh ngồi một ghế là

- A.  $C_{10}^6$ .                      B.  $6!$ .                      C.  $A_{10}^6$ .                      D.  $6^{10}$ .

Lời giải

### Chọn C

Mỗi cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang sao cho mỗi học sinh ngồi một ghế là một chỉnh hợp chập 6 của 10.

Vậy số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang sao cho mỗi học sinh ngồi một ghế là  $A_{10}^6$ .

**Câu 626:** Lớp  $12A_8$  có 32 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm muốn lập một ban cán sự của lớp gồm một lớp trưởng, một bí thư, một lớp phó học tập và một lớp phó văn thể. Số cách lập nhóm ban cán sự là

- A.  $A_{28}^4$ .                      B.  $4!$ .                      C.  $A_{32}^4$ .                      D.  $C_{32}^4$ .

Lời giải

### Chọn C

Mỗi cách chọn 4 học sinh từ 32 học sinh của lớp  $12A_8$  và phân 4 nhiệm vụ: Lớp trưởng, bí thư, lớp phó học tập và lớp phó văn thể là một chỉnh hợp chập 4 của 32 phần tử.

Số cách chọn 4 học sinh từ 32 học sinh của lớp  $12A_8$  và phân 4 nhiệm vụ: Lớp trưởng, bí thư, lớp phó học tập và lớp phó văn thể là số chỉnh hợp chập 4 của 32 phần tử.

Vậy số cách lập nhóm ban cán sự là  $A_{32}^4$ .

**Câu 627:** Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt và không có 3 điểm nào thẳng hàng. Gọi  $m$  là số đoạn thẳng có các điểm đầu mút là các điểm đã cho, gọi  $n$  là số vectơ có điểm đầu, điểm cuối là các điểm đã cho. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.  $m > n$ .                      B.  $m = n - 100$ .                      C.  $m = n$ .                      D.  $n = 2m$ .

Lời giải

### Chọn D

Mỗi cách chọn 2 điểm trong 15 điểm và sắp xếp theo thứ tự ta được 1 vectơ.

Vậy số vectơ tạo thành là  $n = A_{15}^2 = 210$ .

Mỗi cách chọn 2 điểm trong 15 điểm ta được 1 đoạn thẳng.

Vậy số đoạn thẳng tạo thành là  $m = C_{15}^2 = 105$ .

Khi đó  $n = 2m$ .

**Dạng 01: Câu hỏi lý thuyết về công thức, tính chất P,A,C**



**Câu 628:** Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế?

- A. 4 cách.      B. 8 cách.      C. 12 cách.      D. 24 cách.

Lời giải

Chọn D

Xếp chỗ ngồi cho 4 học sinh vào dãy có 4 ghế có:  $4! = 24$  cách xếp.

**Câu 629:** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau lập ra từ các chữ số 2, 4, 6, 8?

- A. 4.      B. 4!.      C.  $C_4^4$ .      D.  $4! - 3!$ .

Lời giải

Chọn B

Số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau lập ra từ các chữ số 2, 4, 6, 8 là:  $P_4 = 4!$ .

**Câu 630:** Với  $n$  là số nguyên dương, công thức nào dưới đây đúng?

- A.  $P_n = n!$ .      B.  $P_n = n - 1$ .      C.  $P_n = (n - 1)!$ .      D.  $P_n = n$ .

Lời giải

Chọn A

Công thức đúng là  $P_n = n!$ .

**Câu 631:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 5!.      B.  $5^5$ .      C. 5.      D. 4!

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của 5 phần tử.

Vậy có  $P_5 = 5!$  cách sắp xếp.

**Câu 632:** Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 7.      B. 1.      C. 7!.      D. 49.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của 7 phần tử

Số cách xếp là:  $7!$

**Câu 633:** Hoán vị của 5 phần tử bằng

- A. 24.      B. 60.      C. 12.      D. 120.

Lời giải

Chọn D

Hoán vị của 5 phần tử  $P_5 = 5! = 120$ .

**Câu 634:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ?

- A. 144.      B. 720.      C. 6.      D. 72.

Lời giải

Chọn D

**Câu 635:** Có 4 bạn nam và 4 bạn nữ xếp vào 8 ghế được kê thành hàng ngang. Có bao nhiêu cách xếp mà nam và nữ được xếp xen kẽ nhau?

- A.  $2 \cdot (4!)$ .      B.  $2 \cdot (4!)^2$ .      C.  $2 \cdot (8!)^2$ .      D.  $8!$ .

Lời giải

Chọn B

Để xác định, các ghế được đánh số từ 1 đến 8 như hình vẽ sau:

1	2	3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---

TH1: Các bạn nam ngồi ở các ghế ghi số lẻ, các bạn nữ ngồi ở các ghế ghi số chẵn.

Có  $4!$  cách xếp bạn nam,  $4!$  cách xếp bạn nữ. Tất cả có  $(4!).(4!)$  cách xếp.

TH2: Các bạn nam ngồi ở các ghế ghi số chẵn, các bạn nữ ngồi ở các ghế ghi số lẻ.

Có  $4!$  cách xếp bạn nam,  $4!$  cách xếp bạn nữ. Tất cả có  $(4!).(4!)$  cách xếp.

Vậy có tất cả  $2.(4!)^2$  cách xếp nam nữ ngồi xen kẽ nhau.

**Câu 636:** Có 5 bạn học sinh trong đó có hai bạn Lan và Hồng. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh trên thành một hàng dọc sao cho hai bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau?

**A.** 48.                      **B.** 24.                      **C.** 6.                      **D.** 120.

**Lời giải**

**Chọn A**

Hai bạn Lan và Hồng đứng cạnh nhau ta có thể xem như một phần tử ta gọi là X. Khi đó trong X có  $2!$  cách xếp chỗ cho hai bạn Lan, Hồng.

Xếp X và ba bạn còn lại thành một hàng dọc: có  $4!$  cách.

Vậy số cách sắp xếp cần tìm là:  $2!.4! = 48$ .

**Câu 637:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 9 học sinh thành một hàng dọc?

**A.**  $9^9$ .                      **B.**  $9!$ .                      **C.**  $8!$ .                      **D.**  $90$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Số cách sắp xếp 9 học sinh thành một hàng dọc là số hoán vị của 9 phần tử.

Vậy có  $9!$  cách sắp xếp.

**Câu 638:** Từ các số 0;1;2;3;4;5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau?

**A.** 300.                      **B.** 144.                      **C.** 60.                      **D.** 180.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau là:  $\overline{abcd}$ ; ( $a \neq 0$ ).

Gọi  $A = \{0;1;2;3;4;5\}$ .

$d \in \{1;3;5\} \Rightarrow d$  có 3 cách chọn.

$a \in A \setminus \{0;d\} \Rightarrow a$  có 4 cách chọn.

$b;c \in A \setminus \{a;d\} \Rightarrow b;c$  có  $A_4^2 = 12$  cách chọn.

Vậy có:  $3.4.12 = 144$  số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau.

**Câu 639:** Sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho các nữ sinh luôn ngồi cạnh nhau?

**A.** 207360.                      **B.** 17280.                      **C.** 120960.                      **D.** 34560.

**Lời giải**

**Chọn C**

Gom 4 nữ sinh ngồi cạnh nhau thành một nhóm X.

Xếp X và 6 nam sinh: có  $7!$  cách.

Trong  $X$ , có  $4!$  cách xếp nữ.  
Vậy có tất cả:  $7!4! = 102960$  cách.

**Câu 640:** Một người gọi điện thoại nên quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần

- A.**  $\frac{1}{10}$       **B.**  $\frac{19}{90}$       **C.**  $\frac{2}{9}$       **D.**  $\frac{1}{5}$

Lời giải

**Chọn A**

+) Số phần tử không gian mẫu là  $|\Omega| = 10$ .

+) Vì người đó gọi không quá hai lần nên kết quả thuận lợi để gọi đúng số điện thoại là  $|\Omega_A| = 1$ .

Vậy xác suất  $P(A) = \frac{1}{10}$ .

**Câu 641:** Trong một lớp có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cùng giới tính.

- A.**  $\frac{90}{119}$       **B.**  $\frac{29}{119}$       **C.**  $\frac{80}{119}$       **D.**  $\frac{39}{119}$

Lời giải

**Chọn B**

Ta có số phần tử của không gian mẫu là:  $n(\Omega) = C_{35}^3$  cách chọn

Số phần tử của biến cố  $A$  "Ba học sinh được chọn có cùng giới tính" là:  $n(A) = C_{20}^3 + C_{15}^3$

Xác suất của biến cố  $A$  là:  $P(A) = \frac{29}{119}$ .

**Câu 642:** Một nhóm học sinh gồm có 4 nam và 5 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 bạn. Tính xác suất để hai bạn được chọn có 1 nam và 1 nữ.

- A.**  $\frac{5}{9}$       **B.**  $\frac{5}{18}$       **C.**  $\frac{4}{9}$       **D.**  $\frac{7}{9}$

Lời giải

**Chọn A**

Chọn 2 bạn trong tổng số 9 bạn:  $n(\Omega) = C_9^2$ .

Gọi  $A$ : "Hai bạn được Chọn có 1 nam và 1 nữ".

$\Rightarrow n(A) = C_4^1 \cdot C_5^1$ .

$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^1 \cdot C_5^1}{C_9^2} = \frac{5}{9}$ .

**Câu 643:** Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất một lần. Xác suất xuất hiện mặt hai chấm là

- A.**  $\frac{1}{2}$       **B.**  $\frac{1}{3}$       **C.**  $\frac{1}{6}$       **D.**  $\frac{1}{4}$

Lời giải

**Chọn C**

Gọi  $A$  là biến cố xuất hiện mặt hai chấm.

Ta có  $n(\Omega) = 6$ ,  $n(A) = 1$ .

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}.$$

**Câu 644:** Một lớp có 35 học sinh, trong đó có 5 học sinh tên Linh. Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên một học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để học sinh tên Linh lên bảng bằng

A.  $\frac{1}{175}$ .      B.  $\frac{1}{7}$ .      C.  $\frac{1}{35}$ .      D.  $\frac{1}{5}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Số cách chọn một bạn học sinh trong lớp là 35 cách.

Số cách chọn một bạn tên Linh trong 5 bạn là 5 cách.

Vậy xác suất để học sinh tên Linh lên bảng là  $\frac{5}{35} = \frac{1}{7}$ .

**Câu 645:** Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số lẻ là:

A.  $\frac{1}{7}$ .      B.  $\frac{8}{15}$ .      C.  $\frac{4}{15}$ .      D.  $\frac{1}{14}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Không gian mẫu  $C_{15}^2 = 105$ .

Để tổng hai số là một số lẻ ta chọn 1 số lẻ và 1 số chẵn nên ta có  $8 \cdot 7 = 56$ .

Xác suất cần tìm là  $\frac{56}{105} = \frac{8}{15}$ .

**Câu 646:** Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 12 học sinh đó đi lao động. Xác suất để trong ba học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ là:

A.  $\frac{15}{22}$ .      B.  $\frac{7}{44}$ .      C.  $\frac{35}{44}$ .      D.  $\frac{37}{44}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Số cách **Chọn D**a học sinh bất kì là  $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$

Số cách **Chọn D**a học sinh nam là  $C_7^3 = 35$

Số cách chọn ra ba học sinh mà có ít nhất một học sinh nữ là  $C_{12}^3 - C_7^3 = 185$

Xác suất để chọn được ba học sinh có ít nhất một học sinh nữ là  $P = \frac{185}{220} = \frac{37}{44}$

**Câu 647:** Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp để phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được **Chọn C** cả 3 loại là

A.  $\frac{3}{11}$ .      B.  $\frac{1}{110}$ .      C.  $\frac{3}{55}$ .      D.  $\frac{1}{22}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Tổng số hộp sữa được gửi đến để kiểm nghiệm là 12 hộp sữa.

Chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa từ 12 hộp sữa thì mỗi một cách chọn là một tổ hợp chập 3 của 12 phần tử. Các trường hợp đồng khả năng xảy ra.

Số phần tử của không gian mẫu là:  $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$ .

Biến cố  $A$ : "3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại".

Như vậy sẽ chọn 1 hộp sữa cam, 1 hộp sữa dâu và 1 hộp sữa nho.

Số phần tử của biến cố  $A$  là:  $n(A) = 3.4.5 = 60$ .

Xác suất của biến cố  $A$  là:  $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$ .

**Câu 648:** Một lớp học có 15 học sinh nữ và 25 học sinh nam. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn một ban cán sự lớp gồm 3 học sinh. Tính xác suất để ban cán sự lớp có cả nam và nữ.

- A.  $\frac{251}{1976}$ .      B.  $\frac{2625}{9880}$ .      C.  $\frac{1425}{1976}$ .      D.  $\frac{450}{988}$ .

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu có số phần tử:  $n(\Omega) = C_{40}^3 = 9880$ .

Gọi biến cố  $A$ : "Ban cán sự lớp gồm 3 học sinh có cả nam và nữ"

Trường hợp 1: Ban cán sự có 1 nữ và 2 nam:  $C_{15}^1 \cdot C_{25}^2$

Trường hợp 2: Ban cán sự có 2 nữ và 1 nam:  $C_{15}^2 \cdot C_{25}^1$

$\Rightarrow n(A) = C_{15}^1 \cdot C_{25}^2 + C_{15}^2 \cdot C_{25}^1 = 7125$ .

$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7125}{9880} = \frac{1425}{1976}$ .

**Câu 649:** Một em bé có bộ 7 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 2 thẻ chữ T giống nhau, một thẻ chữ H, một thẻ chữ P, một thẻ chữ C, một thẻ chữ L và một thẻ chữ S. Em bé xếp theo hàng ngang ngẫu nhiên 7 thẻ đó. Xác suất em bé xếp được dãy theo thứ tự THPTCLS là

- A.  $\frac{1}{7}$ .      B.  $\frac{1}{2 \times 6!}$ .      C.  $\frac{2}{7!}$ .      D.  $\frac{1}{7!}$ .

Lời giải

Chọn C

Hoán vị 7 chữ cái này ta được 1 dãy 7 chữ cái, tuy nhiên trong đó có 2 chữ T giống nhau nên khi hoán vị 2 chữ T này cho nhau không tạo dãy mới.

Vì vậy sẽ có:  $|\Omega| = \frac{7!}{2!}$  dãy khác nhau.

Xác suất để tạo thành dãy THPTCLS là  $P = \frac{1}{\frac{7!}{2!}} = \frac{2}{7!}$ .