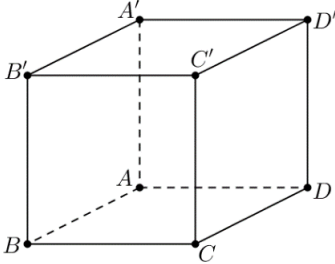
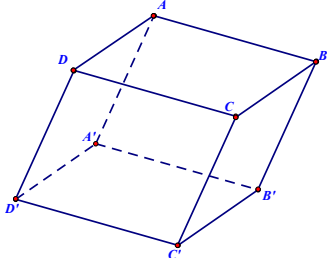


ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

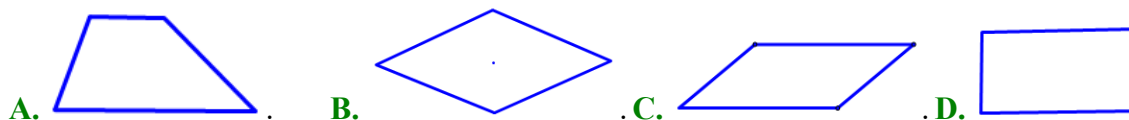
Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 01

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x+1)(x-1)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?  
**A.**  $x = 0$ .                      **B.**  $x = 1$ .                      **C.**  $x = -1$ .                      **D.**  $x = 2$ .
- Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{x-2}$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.  
**A.** Hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .                      **B.** Hàm số  $f$  liên tục trên  $(1;3)$ .  
**C.** Hàm số  $f$  gián đoạn tại  $x = 1$ .                      **D.** Hàm số  $f$  gián đoạn tại  $x = 2$ .
- Câu 3:** Cho ba dãy số  $(u_n), (v_n), (w_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2, \lim v_n = -6, \lim w_n = 4$ . Giá trị của  $\lim \frac{u_n \cdot v_n}{w_n}$  bằng  
**A.** 7.                      **B.** -7.                      **C.** -3.                      **D.** 3.
- Câu 4:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hãy phân tích vector  $\overrightarrow{AC'}$  theo các  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$  và  $\overrightarrow{AA'}$   
**A.**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .  
**B.**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA'}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA'}$ .  
**D.**  $\overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .
- 
- Câu 5:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{2x-1}$  bằng  
**A.** 10.                      **B.** 0.                      **C.** 3.                      **D.** 9.
- Câu 6:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2020}$  bằng  
**A.**  $+\infty$ .                      **B.** 0.                      **C.**  $-\infty$ .                      **D.** 1.
- Câu 7:** Cho ba dãy số  $(u_n), (v_n), (w_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2, \lim v_n = -6$  và  $\lim w_n = 4$ . Giá trị của  $\lim(u_n + v_n - w_n)$  bằng  
**A.** 0.                      **B.** -4.                      **C.** -8.                      **D.** -12.
- Câu 8:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Các vector nào dưới đây đồng phẳng?  
**A.**  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$  và  $\overrightarrow{AC'}$ .                      **B.**  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{A'B'}$  và  $\overrightarrow{A'D}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{A'D'}$ .                      **D.**  $\overrightarrow{AA'}, \overrightarrow{AD}$  và  $\overrightarrow{A'C'}$ .
- 
- Câu 9:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng  
**A.** 3.                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.** -3.
- Câu 10:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+1}$  bằng  
**A.**  $-\infty$ .                      **B.** -1.                      **C.** 1.                      **D.** 0.
- Câu 11:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 3$ . Giá trị của  $\lim(-3u_n + 4)$  bằng  
**A.** -8.                      **B.** 3.                      **C.** 0.                      **D.** -5.

**Câu 12:** Trong không gian, hình chiếu song song của hình chữ nhật **không thể** là hình nào trong các hình sau?



**Câu 13:** Trong không gian cho hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  vuông góc với nhau. Gọi hai vectơ  $\vec{u}_1$  và  $\vec{u}_2$  lần lượt là hai vectơ chỉ phương của  $d_1$  và  $d_2$ . Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

- A.  $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$
- B. Góc giữa hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  bằng  $90^\circ$
- C. Hai đường thẳng  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhau và trong các góc tạo thành có một góc vuông.
- D.  $(\vec{u}_1; \vec{u}_2) = 90^\circ$

**Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n + 5) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng

- A. 1
- B. 5
- C. -5
- D. 0

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \frac{1}{4}$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng:

- A.  $\frac{1}{8}$
- B.  $\frac{1}{2}$
- C. 2
- D. 1

**Câu 16:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 - a (a \in \mathbb{R})$ . Tìm giá trị của  $a$  để  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  tồn tại.

- A. 5
- B. -1
- C. 1
- D. 3

**Câu 17:**  $\lim \left( n^2 - 2 + \frac{5}{n} \right)$  bằng:

- A. 2.
- B.  $-\infty$ .
- C. -3.
- D.  $+\infty$ .

**Câu 18:**  $\lim(-2^n)$  bằng

- A. -2.
- B.  $+\infty$ .
- C. 0.
- D.  $-\infty$ .

**Câu 19:** Cho  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- A.  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ .
- B.  $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}$ , với  $M$  là trung điểm của  $BC$ .
- C.  $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$ .
- D.  $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$ , với  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .

**Câu 20:**  $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - 5x)$  bằng

- A. -7.
- B. -3.
- C. 7.
- D. 3.

**Câu 21:** Giới hạn  $\lim \frac{n^2 + 2n - 1}{-n^2 - 5n + 6}$  bằng

- A.  $-\frac{1}{2}$ .
- B. 1.
- C. -1.
- D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 22:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $B'C$  bằng

- A.  $45^\circ$ .
- B.  $60^\circ$ .
- C.  $90^\circ$ .
- D.  $30^\circ$ .

**Câu 23:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $y = \frac{1}{x}$ .
- B.  $y = \sin x + \cos x$ .
- C.  $y = \tan x$ .
- D.  $y = \sqrt{2x + 1}$ .



**Câu 35:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

**A.**  $y = \sqrt{2x+1}$ .

**B.**  $y = \tan x$ .

**C.**  $y = \frac{1}{x}$ .

**D.**  $y = \sin x + \cos x$ .

**II. PHẦN TỰ LUẬN:**

**Câu 36:** (1,0 điểm) Tính  $\lim(2n - \sqrt{4n^2 + 3n - 1})$ .

**Câu 37:** (1,0 điểm) Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Lấy điểm  $M$  thỏa mãn  $\overline{A'M} = \frac{1}{3}\overline{A'D'}$ . Trên  $B'D'$  lấy điểm  $N$  và đặt  $\overline{B'N} = k\overline{B'D'}$ . Xác định  $k$  để  $MN \parallel AC'$ .

**Câu 38:** (1,0 điểm)

a) Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + ax + b} = \frac{1}{3}$

b) Chứng minh rằng phương trình  $x^5 + (m^2 + 2)x^2 - x - 1 = 0$  luôn có ít nhất 3 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số  $m$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x+1)(x-1)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 0$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = -1$ .                      **D.  $x = 2$ .**

Lời giải

**Chọn D**

$y = \frac{1}{x(x+1)(x-1)}$  là hàm số phân thức hữu tỉ có tập xác định là  $(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; +\infty)$ .

Do đó hàm số liên tục trên  $(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; +\infty)$ . Suy ra  $y$  liên tục tại  $x = 2$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{x-2}$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .                      B. Hàm số  $f$  liên tục trên  $(1; 3)$ .  
C. Hàm số  $f$  gián đoạn tại  $x = 1$ .                      **D. Hàm số  $f$  gián đoạn tại  $x = 2$ .**

Lời giải

**Chọn D**

$y = f(x) = \frac{1}{x-2}$  là hàm số phân thức hữu tỉ có tập xác định là  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ .

Do đó hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .

**Câu 3:** Cho ba dãy số  $(u_n), (v_n), (w_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2, \lim v_n = -6, \lim w_n = 4$ . Giá trị của

$\lim \frac{u_n \cdot v_n}{w_n}$  bằng

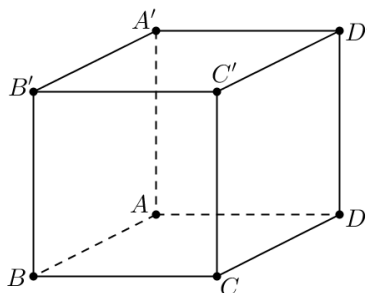
- A. 7.                      B. -7.                      **C. -3.**                      D. 3.

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 4:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hãy phân tích vectơ  $\overrightarrow{AC'}$  theo các  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$  và  $\overrightarrow{AA'}$

- A.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .**                      B.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA'}$ .  
C.  $\overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AA'}$ .                      D.  $\overrightarrow{AC'} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ .



Lời giải

**Chọn A**

Quy tắc hình hộp









**Chọn C**

Ta có:  $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{CB}$  nên đáp án C sai.

**Câu 20:**  $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - 5x)$  bằng

A. -7.

**B. -3.**

C. 7.

D. 3.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - 5x) = -3$ .

**Câu 21:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - 1}{-n^2 - 5n + 6}$  bằng

A.  $-\frac{1}{2}$ .

B. 1.

**C. -1.**

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - 1}{-n^2 - 5n + 6} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left( 1 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2} \right)}{n^2 \left( -1 - \frac{5}{n} + \frac{6}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}}{-1 - \frac{5}{n} + \frac{6}{n^2}} = \frac{1 + 0 - 0}{-1 - 0 + 0} = -1.$$

**Câu 22:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $B'C$  bằng

A.  $45^\circ$ .

**B.  $60^\circ$ .**

C.  $90^\circ$ .

D.  $30^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $(AB', B'C) = \widehat{AB'C} = 60^\circ$ .

( $\triangle AB'C$  đều vì đường chéo của các hình vuông  $A'B'BA$ ,  $B'C'CB$ ,  $ABCD$  bằng nhau).

**Câu 23:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

A.  $y = \frac{1}{x}$ .

**B.  $y = \sin x + \cos x$ .**

C.  $y = \tan x$ .

D.  $y = \sqrt{2x+1}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $y = \sin x + \cos x$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

Do hàm số  $y = \sin x + \cos x$  là tổng của các hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 24:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1}$ .

A. 1.

**B.  $-\infty$ .**

C.  $+\infty$ .

D. -2.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x+2) = 3 > 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 0 \text{ và } x \rightarrow 1^- \Rightarrow x-1 < 0.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1} = -\infty.$$

**Câu 25:** Hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A.  $\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right)$ .      B.  $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .      **C.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .**      D.  $\left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{ĐK: } x^2 - 5x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2 \vee x \geq 3. \text{ TXĐ: } D = (-\infty; 2] \cup [3; +\infty).$$

Vì hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$  liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2)$ ,  $(3; +\infty)$  nên  $f(x)$  liên tục trên  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 26:** Tìm giá trị của tham số  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \neq 1 \\ 2a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$ .

- A.  $a = 2$ .      **B.  $a = \frac{3}{2}$ .**      C.  $a = -2$ .      D.  $a = \frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}.$$

$$\text{Hàm số } f(x) \text{ liên tục tại } x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (2x+1) = 2a \Leftrightarrow 3 = 2a \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}.$$

**Câu 27:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  có  $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ ,  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ . Độ dài của vectơ  $\vec{a} - \vec{b}$  bằng

- A.  $2\sqrt{2}$ .      B.  $\sqrt{13}$ .      C. 2.      **D.  $\sqrt{7}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 3$$

$$\Rightarrow (\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 4 - 2 \cdot 3 + 9 = 7$$

$$\text{Vì } |\vec{a} - \vec{b}|^2 = (\vec{a} - \vec{b})^2 = 7 \text{ nên } |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{7}.$$

**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6}$ . Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

- A.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1$ .      **C.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$ .**      D.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x + 6} = \frac{(x+1)(x-2)}{(x-2)(x-3)} = \frac{x+1}{x-3}$ , với  $x \neq 2$ .  $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1}{x-3} = \frac{2+1}{2-3} = -3$

**Câu 29:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 3x^2 + 1)$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B. 2.                      **C.  $-\infty$ .**                      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 3x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left( 2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right)$

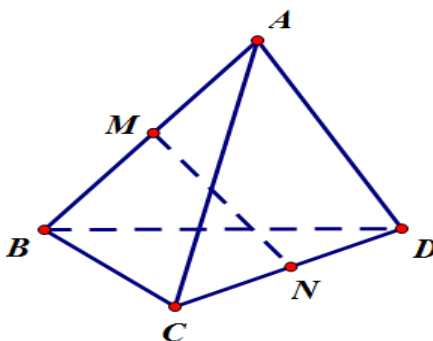
Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = 2 > 0$  nên  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - 3x^2 + 1) = -\infty$ .

**Câu 30:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  theo thứ tự là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A.  $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} = 4\overrightarrow{MN}$ .                      **B.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$ .**  
 C.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MN}$ .                      D.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{MN}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Vì  $M$  là trung điểm của  $AB$  nên  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$

Vì  $N$  là trung điểm của  $CD$  nên  $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DN} = \vec{0}$

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$ ;  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN}$

$\Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{DN}) \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = 1; OB = 2; OC = 3$ . Cosin của góc giữa hai đường thẳng  $AB, AC$  là

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{10}$ .**                      B.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .                      C.  $\frac{4\sqrt{65}}{65}$ .                      D.  $\frac{9\sqrt{130}}{130}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Vậy, chọn đáp án **C**.

**Câu 35:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

**A.**  $y = \sqrt{2x+1}$ .

**B.**  $y = \tan x$ .

**C.**  $y = \frac{1}{x}$ .

**D.**  $y = \sin x + \cos x$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Hàm số  $y = \sqrt{2x+1}$  (1) có tập xác định là  $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

Hàm số  $y = \tan x$  (2) có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

Hàm số  $y = \frac{1}{x}$  (3) có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Suy ra các hàm số (1), (2), (3) không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Hàm số  $y = \sin x + \cos x$  (4) có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và hàm chứa các hàm số lượng giác nên hàm số (4) liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Vậy, chọn đáp án **D**.

**II. PHÂN TỰ LUẬN:**

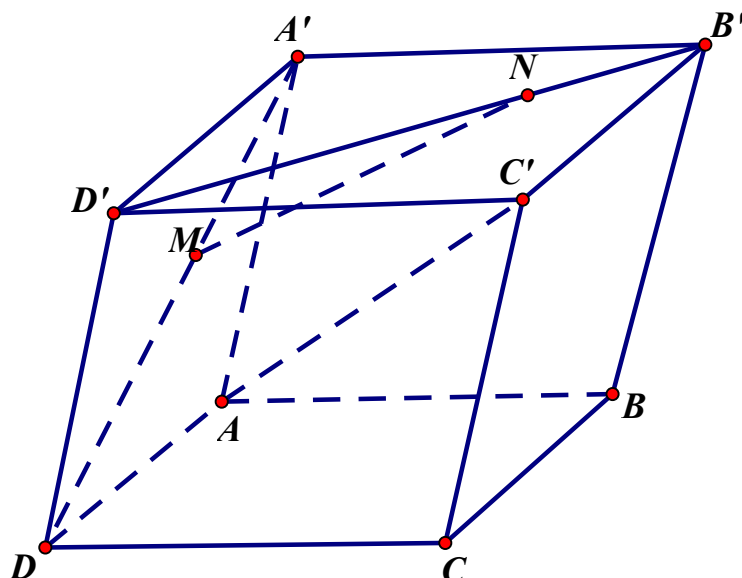
**Câu 36:** (1,0 điểm) Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 + 3n - 1})$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } l = \lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 + 3n - 1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n + 1}{2n + \sqrt{4n^2 + 3n - 1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3 + \frac{1}{n}}{2 + \sqrt{4 + \frac{3}{n} - \frac{1}{n^2}}} = \frac{-3}{4}.$$

**Câu 37:** (1,0 điểm) Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Lấy điểm  $M$  thỏa mãn  $\overrightarrow{A'M} = \frac{1}{3}\overrightarrow{A'D'}$ . Trên  $B'D'$  lấy điểm  $N$  và đặt  $\overrightarrow{B'N} = k\overrightarrow{B'D'}$ . Xác định  $k$  để  $MN \parallel AC'$ .

**Lời giải**



Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ;  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ;  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ .

Ta có  $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  (1).

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{A'N} - \overrightarrow{A'M} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'N} - \frac{1}{3}\overrightarrow{A'D}$$

$$\overrightarrow{MN} = \vec{a} + k\overrightarrow{B'D'} - \frac{1}{3}(\overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{A'A}) = \vec{a} + k(\vec{b} - \vec{a}) - \frac{1}{3}(\vec{b} - \vec{c}) = (1-k)\vec{a} + \left(k - \frac{1}{3}\right)\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có  $MN \parallel AC'$  khi và chỉ khi:  $\frac{1-k}{1} = \frac{k - \frac{1}{3}}{1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow k = \frac{2}{3}$ .

**Câu 38:** (1,0 điểm)

c) Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + ax + b} = \frac{1}{3}$

d) Chứng minh rằng phương trình  $x^5 + (m^2 + 2)x^2 - x - 1 = 0$  luôn có ít nhất 3 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số  $m$

**Lời giải**

a) Dạng vô định  $\frac{0}{0}$  nên ta có  $(-1)^2 + a(-1) + b = 0 \Leftrightarrow b = a - 1$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + ax + b} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + ax + a - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{(x+1)(x+a-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - x + 1)}{(x+a-1)} = \frac{3}{a-2} \\ \Rightarrow \frac{3}{a-2} &= \frac{1}{3} \Rightarrow a = 11 \Rightarrow b = 11 - 1 = 10. \end{aligned}$$

b) Đặt  $f(x) = x^5 + (m^2 + 2)x^2 - x - 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

- $\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow \exists a < -1$  sao cho  $f(a) < 0$

- $f(-1) = m^2 + 1 > 0$

- $f(0) = -1 < 0$

- $f(1) = m^2 + 1 > 0$

$\Rightarrow f(x) = 0$  có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng  $(a; -1)$ ; có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 0)$  và có ít nhất 1 nghiệm thuộc khoảng  $(0; 1)$ . Vậy phương trình có ít nhất ba nghiệm.

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 02

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{2x}{x-1}$ .                      B.  $y = \frac{x}{x^2+1}$ .                      C.  $y = 3x$ .                      D.  $y = \cos x$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$  ( $m$  là tham số). Tìm các giá trị thực của tham số  $m$  để

hàm số liên tục tại  $x = 3$ .

- A.  $m = -4$ .                      B.  $m = 8$ .                      C.  $m = 4$ .                      D.  $m = 6$ .

**Câu 3:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+7+\dots+(2n+1)}{3n^2+5n}$ .

- A. 0.                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 4:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b; \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)]$ .

- A.  $b - a$                       B.  $+\infty$                       C.  $a - b$                       D.  $x_0$

**Câu 5:** Trong không gian cho  $AB \perp CD$  và  $CD \parallel EF$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $AB \perp EF$                       B.  $AB$  và  $EF$  chéo nhau  
C.  $AB$  cắt  $EF$                       D.  $AB \parallel EF$

**Câu 6:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+5}{x-2}$

- A. 0                      B.  $-\infty$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D.  $+\infty$

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -3$ . Khẳng định nào sau đây

**ĐÚNG?**

- A.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 3$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$  không tồn tại.  
C.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = +\infty$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = -3$ .

**Câu 8:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+1}{n+2n^2}$ .

- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B. 3.                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D. 1.

**Câu 9:** Cho  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG?**

- A.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .                      B.  $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ .                      C.  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .                      D.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .

**Câu 10:** Tính:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x^2-4}$ .

- A. 0.                      B.  $\frac{1}{7}$ .                      C.  $\frac{1}{6}$ .                      D. 0.

**Câu 11:** Tính  $\lim 5^n$

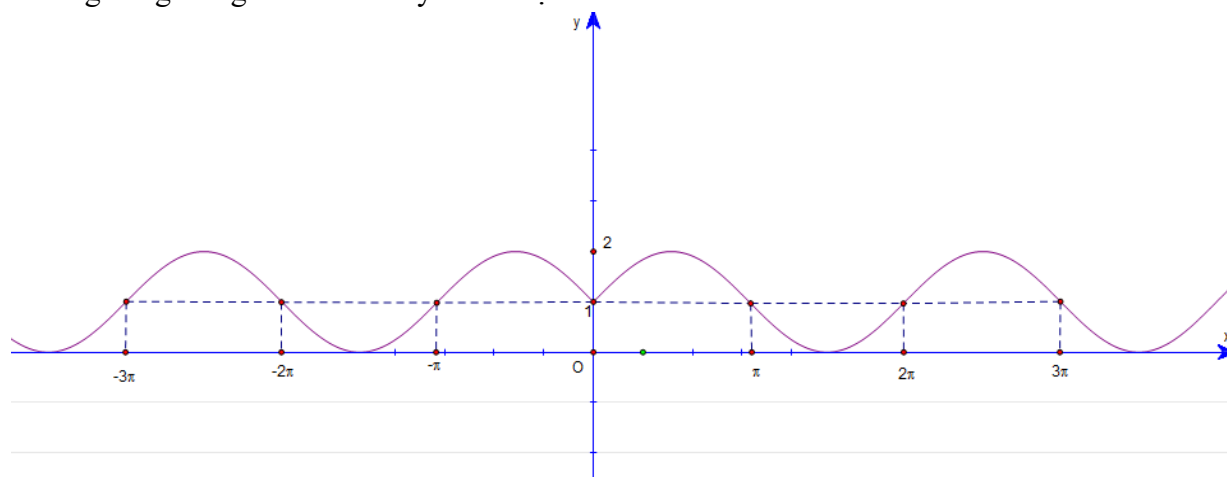
- A. 0.                      B. 5.                      C.  $-\infty$ .                      D.  $+\infty$ .



- Câu 12:** Tính  $\lim \frac{5^{n+1} + 3 \cdot 4^n}{2^{n+3} - 2 \cdot 5^n}$
- A.  $-\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $-\frac{5}{2}$ .                      D. 0.
- Câu 13:** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Trên các cạnh  $AD$  và  $BC$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MD}; \overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NC}$ . Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?
- A. Các vec-tơ  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{MN}$  đồng phẳng.                      B. Các vec-tơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$  đồng phẳng.  
 C. Các vec-tơ  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$  đồng phẳng.                      D. Các vec-tơ  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{MN}$  đồng phẳng.
- Câu 14:** Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?
- (I).  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 10$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 (II).  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$  liên tục trên khoảng  $(-2; 2)$ .
- A. Chỉ (I) đúng.                      B. Chỉ (II) đúng.  
 C. Cả (I) và (II) đúng.                      D. Cả (I) và (II) sai.
- Câu 15:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Vectơ nào sau đây bằng vectơ  $\overrightarrow{AB}$  ?
- A.  $\overrightarrow{AA'}$ .                      B.  $\overrightarrow{A'B'}$ .                      C.  $\overrightarrow{AC}$ .                      D.  $\overrightarrow{A'C'}$ .
- Câu 16:** Cho  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \neq 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ . Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?
- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x) = +\infty$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{f(x)} = +\infty$ .                      C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{f(x)} = -\infty$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ .
- Câu 17:** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau khi và chỉ khi nào?
- A.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -1$ .                      B.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \cdot CD$ .                      C.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ .                      D.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 1$ .
- Câu 18:** Khẳng định nào sau đây **SAI**?
- A.  $\lim n = +\infty$                       B.  $\lim c = c$  ( $c$  là hằng số)  
 C.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  ( $k \in \mathbb{Z}^*$ )                      D.  $\lim q^n = +\infty$  ( $|q| > 1$ )
- Câu 19:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$                       B. Hàm số liên tục tại  $x = 2$   
 C. Hàm số liên tục trên khoảng  $(1; 5)$                       D. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$
- Câu 20:** Biết  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ . Khi đó  $a$  là một nghiệm của phương trình nào sau đây?
- A.  $x^2 - 5x + 6 = 0$                       B.  $x^3 - 8x + 15 = 0$   
 C.  $x^2 - 11x + 10 = 0$                       D.  $x^2 + 9x - 10 = 0$
- Câu 21:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $|\vec{u}| = 2; |\vec{v}| = 3; (\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$ . Tính tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .
- A.  $-3\sqrt{3}$ .                      B.  $-3$ .                      C.  $3\sqrt{3}$ .                      D. 3.
- Câu 22:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$  và hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$ . Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?
- A.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  không hữu hạn.                      B.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ .
- Câu 23:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7)$ .
- A. 0.                      B. 9.                      C. 5.                      D. 7.

- Câu 24:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|-1}{2x+3}$ .
- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $-\frac{1}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 25:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ x^2+1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?
- A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .                      B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 0$ .  
 C. Hàm số liên tục trên  $(-1; +\infty)$ .                      D. Hàm số liên tục tại  $x = 0$ .
- Câu 26:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Vector  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'}$  bằng vector nào sau đây?
- A.  $\overline{AC'}$ .                      B.  $\overline{AC}$ .                      C.  $\overline{AB'}$ .                      D.  $\overline{AD'}$ .
- Câu 27:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = CD$ . Gọi  $I, J, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AC, BC, BD, AD$ . Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng  $IE$  và  $JF$ .
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 28:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2021}$ .
- A.  $-2021$ .                      B.  $2021$ .                      C.  $+\infty$ .                      D.  $-\infty$ .
- Câu 29:** Tính  $\lim(3n^2 - 2n + 4)$ .
- A.  $3$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $-2$ .                      D.  $+\infty$ .
- Câu 30:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng nào song song với mặt phẳng  $(ABCD)$ ?
- A.  $(ABB'A')$ .                      B.  $(A'B'C'D')$ .                      C.  $(ACC'A')$ .                      D.  $(ABC'D')$ .
- Câu 31:** Trong không gian cho hai vector  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $|\vec{u}| = |\vec{v}| = |\vec{u} - \vec{v}| = 1$ . Tính  $|\vec{u} + \vec{v}|$ .
- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $1$ .                      D.  $\sqrt{3}$ .
- Câu 32:** Cho dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -3, \lim v_n = 6$ . Tính  $\lim(2u_n - 3v_n)$ .
- A.  $24$ .                      B.  $3$ .                      C.  $-24$ .                      D.  $-3$ .
- Câu 33:** Trong các dãy số sau, có bao nhiêu dãy số có giới hạn bằng 0?
- I.  $u_n = \left(\frac{-3}{2}\right)^n$       II.  $u_n = \left(\frac{-1}{2}\right)^n$       III.  $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$       IV.  $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$
- A.  $3$ .                      B.  $1$ .                      C.  $2$ .                      D.  $0$ .
- Câu 34:** Tính tổng  $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots (n \in \mathbb{N}^*)$
- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $1$ .

**Câu 35:** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A.  $y = |\sin x|$ .      B.  $y = 1 + |\cos x|$ .      C.  $y = 1 + |\sin x|$ .      D.  $y = 1 + \sin |x|$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** (1,5 điểm)

a) Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 + 3n - 1})$ .

b) Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{a+1}{2x^2 - 11x + 15} + \frac{b-2}{-x^2 + 5x - 6} \right) = 6$ .

**Câu 37:** (1,0 điểm) Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $CD$  và  $A'D'$ . Đặt  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$ .

a) Hãy biểu thị  $\overrightarrow{B'M}$  theo các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

b) Chứng minh hai đường thẳng  $B'M$  và  $C'N$  vuông góc.

**Câu 38:** Cho hai số  $a$  và  $b$  dương,  $c \neq 0$ ,  $m, n$  là hai số thực tùy ý. Chứng minh phương trình

$$\frac{a}{x-m} + \frac{b}{x-n} = c$$

luôn có nghiệm thực.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

**A.**  $y = \frac{2x}{x-1}$ .

**B.**  $y = \frac{x}{x^2+1}$ .

**C.**  $y = 3x$ .

**D.**  $y = \cos x$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & \text{khi } x \neq 3 \\ m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$  ( $m$  là tham số). Tìm các giá trị thực của tham số  $m$  để

hàm số liên tục tại  $x = 3$ .

**A.**  $m = -4$ .

**B.**  $m = 8$ .

**C.**  $m = 4$ .

**D.**  $m = 6$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3) = 6; f(3) = m$ .

Để hàm số liên tục tại  $x = 3$  thì  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 6 = m$ .

**Câu 3:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+7+\dots+(2n+1)}{3n^2+5n}$ .

**A.** 0.

**B.**  $\frac{1}{3}$ .

**C.**  $\frac{2}{3}$ .

**D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $1+3+5+7+\dots+(2n+1) = n^2$

Do đó:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+7+\dots+(2n+1)}{3n^2+5n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2}{3n^2+5n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+2n+1}{3n^2+5n} = \frac{1}{3}$ .

**Câu 4:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b; \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)]$ .

**A.**  $b - a$

**B.**  $+\infty$

**C.**  $a - b$

**D.**  $x_0$

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = a - b$ .

**Câu 5:** Trong không gian cho  $AB \perp CD$  và  $CD \parallel EF$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.**  $AB \perp EF$

**B.**  $AB$  và  $EF$  chéo nhau

**C.**  $AB$  cắt  $EF$

**D.**  $AB \parallel EF$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\begin{cases} a \perp c \\ b \parallel c \end{cases} \Rightarrow a \perp b$

**Câu 6:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+5}{x-2}$

**A.** 0

**B.**  $-\infty$

**C.**  $\frac{3}{2}$

**D.**  $+\infty$

Lời giải

Chọn B

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (3x + 5) = 11 > 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 2) = 0$  và  $x - 2 < 0, x \rightarrow 2^-$

Nên  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x + 5}{x - 2} = -\infty$

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -3$ . Khẳng định nào sau đây

**ĐÚNG?**

- A.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 3$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$  không tồn tại.  
 C.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = +\infty$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = -3$ .

Lời giải

Chọn B

Vì  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$  nên không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ .

**Câu 8:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 1}{n + 2n^2}$ .

- A.  $\frac{2}{3}$ .      B. 3.      C.  $\frac{3}{2}$ .      D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 1}{n + 2n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n} + 2} = \frac{3}{2}$ .

**Câu 9:** Cho  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG?**

- A.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .      B.  $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ .      C.  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .      D.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .

Lời giải

Chọn A

**Câu 10:** Tính:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 4}$ .

- A. 0.      B.  $\frac{1}{7}$ .      C.  $\frac{1}{6}$ .      D. 0.

Lời giải

Chọn C

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 8}{(x - 2)(x + 2)(\sqrt{4x+1} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4}{(x + 2)(\sqrt{4x+1} + 3)} = \frac{1}{6}$

**Câu 11:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} 5^n$

- A. 0.      B. 5.      C.  $-\infty$ .      D.  $+\infty$ .

Lời giải

Chọn D

**Câu 12:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 3 \cdot 4^n}{2^{n+3} - 2 \cdot 5^n}$

A.  $-\frac{1}{2}$ .

B.  $-\infty$ .

C.  $-\frac{5}{2}$ .

D. 0.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} + 3 \cdot 4^n}{2^{n+3} - 2 \cdot 5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 5^n + 3 \cdot 4^n}{8 \cdot 2^n - 2 \cdot 5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 + 3 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^n}{8 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^n - 2} = -\frac{5}{2}$$

**Câu 13:** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Trên các cạnh  $AD$  và  $BC$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $\overline{AM} = 2\overline{MD}; \overline{NB} = -2\overline{NC}$ . Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?

A. Các vec-tơ  $\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{MN}$  đồng phẳng.

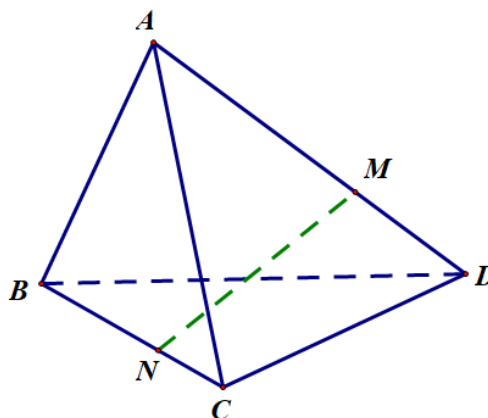
B. Các vec-tơ  $\overline{AB}, \overline{DC}, \overline{MN}$  đồng phẳng.

C. Các vec-tơ  $\overline{AD}, \overline{DC}, \overline{MN}$  đồng phẳng.

D. Các vec-tơ  $\overline{BD}, \overline{AC}, \overline{MN}$  đồng phẳng.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thuyết có  $\overline{AM} = 2\overline{MD}$  và  $\overline{NB} = -2\overline{NC}$

Mặt khác  $\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AB} + \overline{BN}$  (1).

Và  $\overline{MN} = \overline{MD} + \overline{DC} + \overline{CN} \Rightarrow 2\overline{MN} = 2\overline{MD} + 2\overline{DC} + 2\overline{CN}$  (2).

Cộng đẳng thức (1) và (2) vế theo vế ta có:

$$3\overline{MN} = \underbrace{\overline{MA} + 2\overline{MD}}_0 + \overline{AB} + 2\overline{DC} + \underbrace{\overline{BN} + 2\overline{CN}}_0 \Rightarrow \overline{MN} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{DC}.$$

Từ hệ thức này chứng tỏ ba vec-tơ  $\overline{AB}, \overline{DC}, \overline{MN}$  đồng phẳng.

**Câu 14:** Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?

(I).  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 10$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

(II).  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$  liên tục trên khoảng  $(-2; 2)$ .

A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng.

C. Cả (I) và (II) đúng. D. Cả (I) và (II) sai.

Lời giải

Chọn A

(I).  $f(x) = x^4 - 3x^2 + 10$  đây là hàm đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

(II).  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$  Đkxđ:  $x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow x^2 > 4 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

Do đó hàm số liên tục trên  $(-\infty; -2); (2; +\infty)$ .

Vậy Chi (I) đúng.

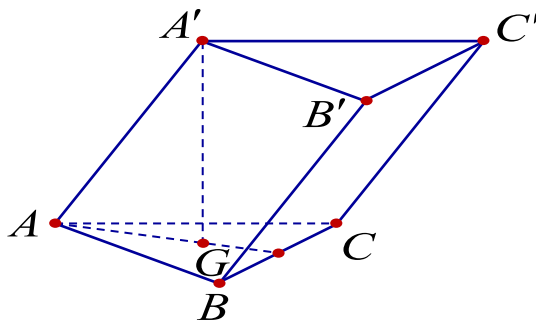
**Câu 15:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Vecto nào sau đây bằng vecto  $\overline{AB}$  ?

- A.  $\overline{AA'}$ .                      B.  $\overline{A'B'}$ .                      C.  $\overline{AC}$ .                      D.  $\overline{A'C'}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Vecto bằng vecto  $\overline{AB}$  là  $\overline{A'B'}$ .



**Câu 16:** Cho  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \neq 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ . Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)g(x) = +\infty$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{f(x)} = +\infty$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{f(x)} = -\infty$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ .

Lời giải

**Chọn D**

Khẳng định đúng là:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ .

**Câu 17:** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau khi và chỉ khi nào?

- A.  $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = -1$ .                      B.  $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = AB \cdot CD$ .                      C.  $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = 0$ .                      D.  $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = 1$ .

Lời giải

**Chọn C**

Hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  vuông góc với nhau khi và chỉ khi  $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = 0$ .

**Câu 18:** Khẳng định nào sau đây SAI?

- A.  $\lim n = +\infty$                       B.  $\lim c = c$  ( $c$  là hằng số)  
 C.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  ( $k \in \mathbb{Z}^*$ )                      D.  $\lim q^n = +\infty$  ( $|q| > 1$ )

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 19:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$                       B. Hàm số liên tục tại  $x = 2$   
 C. Hàm số liên tục trên khoảng  $(1; 5)$                       D. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$

Lời giải

**Chọn A**

Hàm số không xác định tại điểm  $x = 2$  nên gián đoạn tại điểm  $x = 2$ .

**Câu 20:** Biết  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ . Khi đó  $a$  là một nghiệm của phương trình nào sau đây?

A.  $x^2 - 5x + 6 = 0$       B.  $x^3 - 8x + 15 = 0$

C.  $x^2 - 11x + 10 = 0$       **D.  $x^2 + 9x - 10 = 0$**

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left( a + \frac{5}{x} \right)}{-x \left( \sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} + 1 \right)} = \frac{a}{-2} = 5$$

Suy ra  $a = -10$  là một nghiệm của pt  $x^2 + 9x - 10 = 0$ .

**Câu 21:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $|\vec{u}| = 2; |\vec{v}| = 3; (\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$ . Tính tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .

A.  $-3\sqrt{3}$ .

B.  $-3$ .

C.  $3\sqrt{3}$ .

**D. 3.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) = 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 3$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$  và hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$ . Khẳng định nào sau đây **ĐÚNG**?

A.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  không hữu hạn.

**B.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .**

C.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$  và hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$  thì

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a).$$

**Câu 23:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7)$ .

A. 0.

**B. 9.**

C. 5.

D. 7.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 7) = (-1)^2 - (-1) + 7 = 9$ .

**Câu 24:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| - 1}{2x + 3}$ .

A.  $\frac{1}{3}$ .

**B.  $-\frac{1}{2}$ .**

C.  $\frac{-1}{3}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| - 1}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x - 1}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1 - \frac{1}{x}}{2 + \frac{3}{x}} = \frac{-1}{2}$$



**Câu 25:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \leq 0 \\ x^2 + 1 & \text{khi } x > 0 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

- A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 0$ .  
 C. Hàm số liên tục trên  $(-1; +\infty)$ .  
 D. Hàm số liên tục tại  $x = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

Nên hàm số gián đoạn tại  $x = 0$ .

**Câu 26:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Vector  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$  bằng vector nào sau đây?

- A.  $\overrightarrow{AC'}$ .  
 B.  $\overrightarrow{AC}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AB'}$ .  
 D.  $\overrightarrow{AD'}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

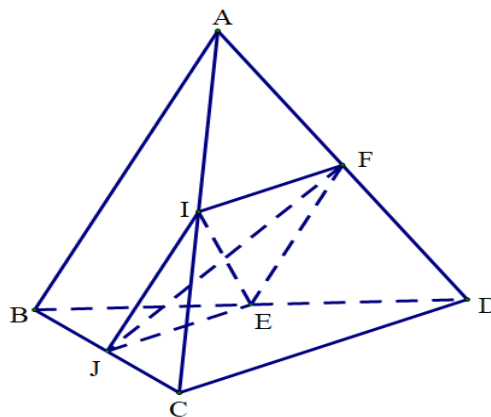
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$$

**Câu 27:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = CD$ . Gọi  $I, J, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AC, BC, BD, AD$ . Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng  $IE$  và  $JF$ .

- A.  $90^\circ$ .  
 B.  $60^\circ$ .  
 C.  $30^\circ$ .  
 D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có :  $IJ = FE = \frac{1}{2} AB$  và  $IJ \parallel FE \parallel AB$  nên tứ giác  $IJEF$  là hình bình hành.

Mặt khác :  $IJ = \frac{1}{2} AB, JE = \frac{1}{2} CD$  mà  $AB = CD$  nên  $IJ = JE \Rightarrow$  tứ giác  $IJEF$  là hình thoi.

Vậy  $(IE, JF) = 90^\circ$ .

**Câu 28:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2021}$ .

- A.  $-2021$ .  
 B.  $2021$ .  
 C.  $+\infty$ .  
 D.  $-\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2021} = -\infty$ .

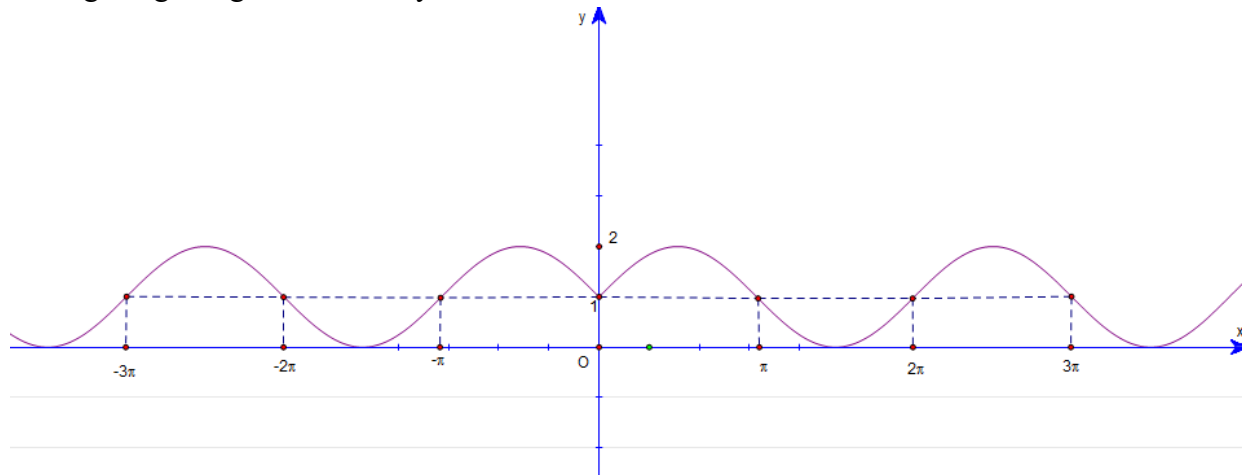
**Câu 29:** Tính  $\lim (3n^2 - 2n + 4)$ .



Các số hạng của tổng lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = \frac{1}{3}; q = \frac{1}{3}$

$$\text{Vậy: } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

**Câu 35:** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A.  $y = |\sin x|$ .      B.  $y = 1 + |\cos x|$ .      C.  $y = 1 + |\sin x|$ .      D.  $y = 1 + \sin |x|$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị hàm số ta có đồ thị hàm số đi qua một số điểm

$$(\pi; 1); (-\pi; 1); \left(\frac{3\pi}{2}; 0\right); \left(-\frac{3\pi}{2}; 0\right)$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** (1,5 điểm)

a) Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 + 3n - 1})$ .

b) Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{a+1}{2x^2 - 11x + 15} + \frac{b-2}{-x^2 + 5x - 6} \right) = 6$ .

**Lời giải**

a) Ta có  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} (2n - \sqrt{4n^2 + 3n - 1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n + 1}{2n + \sqrt{4n^2 + 3n - 1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3 + \frac{1}{n}}{2 + \sqrt{4 + \frac{3}{n} - \frac{1}{n^2}}} = \frac{-3}{4}$ .

b)  $l = \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{a+1}{2x^2 - 11x + 15} + \frac{b-2}{-x^2 + 5x - 6} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{a+1}{(x-3)(2x-5)} - \frac{b-2}{(x-3)(x-2)} \right)$

$$l = \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{(a+1)(x-2) - (b-2)(2x-5)}{(x-3)(2x-5)(x-2)} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{(a-2b+5)x - 2a + 5b - 12}{(x-3)(x-2)(2x-5)} \right)$$

Vì  $l$  hữu hạn nên:  $(a-2b+5) \cdot 3 - 2a + 5b - 12 = 0 \Leftrightarrow b = a + 3$  (1).

Từ đó  $l = \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{(-a-1)x + 3a + 3}{(x-3)(x-2)(2x-5)} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{-(a+1)}{(x-2)(2x-5)} \right) = -a - 1$

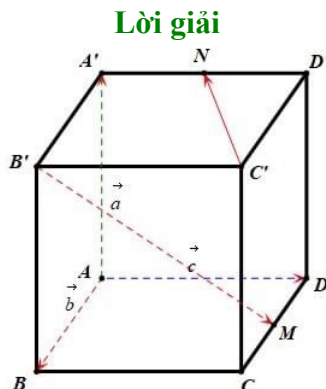
Suy ra  $l = -a - 1 = 6 \Leftrightarrow a = -7$ , thay vào (1) ta được  $b = -4$ .

Vậy  $a = -7, b = -4$ .

**Câu 37:** (1,0 điểm) Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $CD$  và  $A'D'$ . Đặt  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$ .

a) Hãy biểu thị  $\overrightarrow{B'M}$  theo các vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

b) Chứng minh hai đường thẳng  $B'M$  và  $C'N$  vuông góc.



a) Ta có:

$$\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} - (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}) = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA'} = \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a} - \vec{b} = -\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}.$$

b) Ta có:  $\overrightarrow{C'N} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{C'A'} + \overrightarrow{C'D'}) = \frac{1}{2}(-\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(-\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(-2\vec{b} - \vec{c}) = -\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}.$

$$\overrightarrow{B'M} \cdot \overrightarrow{C'N} = \left(-\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}\right) \cdot \left(-\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}\right) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}^2 + \frac{1}{4}\vec{b} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{c}^2 = \frac{1}{2}\vec{b}^2 - \frac{1}{2}\vec{c}^2 = 0.$$

Vậy hai đường thẳng  $B'M$  và  $C'N$  vuông góc.

**Câu 38:** Cho hai số  $a$  và  $b$  dương,  $c \neq 0$ ,  $m, n$  là hai số thực tùy ý. Chứng minh phương trình

$$\frac{a}{x-m} + \frac{b}{x-n} = c \text{ luôn có nghiệm thực.}$$

**Lời giải**

Điều kiện xác định của phương trình:  $\begin{cases} x \neq m \\ x \neq n \end{cases}$ .

Khi  $m = n$ :

Ta có:  $\frac{a}{x-m} + \frac{b}{x-n} = c \Leftrightarrow \frac{a}{x-m} + \frac{b}{x-m} = c \Leftrightarrow a+b = c(x-m) \Leftrightarrow x = m + \frac{a+b}{c}$ : Phương

trình có nghiệm.

Khi  $m \neq n$ :

Ta có:  $\frac{a}{x-m} + \frac{b}{x-n} = c \Leftrightarrow a(x-n) + b(x-m) - c(x-m)(x-n) = 0.$

Xét hàm số  $f(x) = a(x-n) + b(x-m) - c(x-m)(x-n).$

Ta có hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

$f(m) = a(m-n), f(n) = b(n-m) = -b(m-n)$

Do đó:  $f(m) \cdot f(n) = -ab(m-n)^2 < 0, \forall a > 0, b > 0, m \neq n.$

Do đó phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm thuộc  $(m; n)$  nếu  $m < n$ , hoặc một nghiệm thuộc  $(n; m)$  nếu  $m > n$ .

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm thực.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

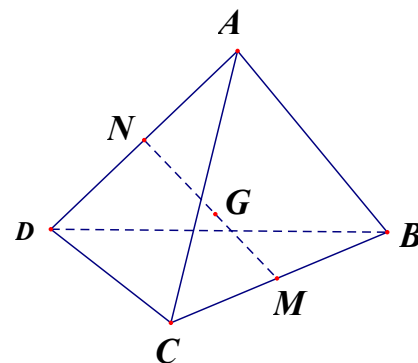
Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 03

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2, (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ . Tính  $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ .
- A.  $\sqrt{37}$ .                      B. 5.                      C.  $\sqrt{13}$ .                      D.  $\sqrt{19}$ .
- Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$  và các cạnh bên đều bằng  $a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là các trung điểm của  $AD$  và  $SD$  (tham khảo hình vẽ). Tính góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $SC$ .
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \neq 1 \\ -5 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .
- A. -5.                      B. 2.                      C. 0.                      D. -1.
- Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + m & \text{khi } x > 2 \\ 2x - 3 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = 2$ .
- A.  $m = -3$ .                      B.  $m = 5$ .                      C.  $m = 3$ .                      D.  $m = -11$ .
- Câu 5:** Tính  $\lim_{x \rightarrow a^+} \left(\frac{3}{4}\right)^x$ .
- A. 1.                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. 0.
- Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên khoảng  $(a; b)$ . Hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên nửa khoảng  $[a; b)$  nếu điều kiện nào sau đây xảy ra?
- A.  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .    B.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ .    C.  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .    D.  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ .
- Câu 7:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là sai?
- A. Phép chiếu song song biến tia thành tia.  
 B. Phép chiếu song song biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.  
 C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành 3 điểm thẳng hàng.  
 D. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
- Câu 8:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$  được kết quả bằng
- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{8}$ .                      C.  $\frac{1}{12}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .
- Câu 9:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  có công bội  $q$ . Đặt  $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
- A.  $S = \frac{u_1}{1-q}$ .                      B.  $S = \frac{u_1}{1-q^n}$ .                      C.  $S = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$ .                      D.  $S = \frac{u_1}{1+q}$ .

**Câu 10:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, AD$  và  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$  (tham khảo hình vẽ). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

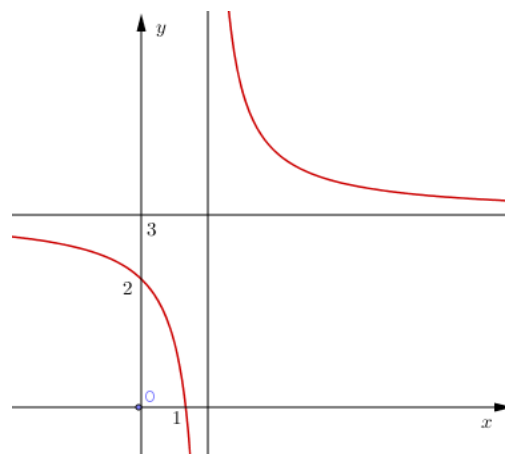


- A.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 4\vec{MG}$ .
- B.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{MN}$ .
- C.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{MN}$ .
- D.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .

**Câu 11:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c$  ( $c$  là hằng số).
- B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = -\infty$ .
- C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = -\infty$ .
- D.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = +\infty$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  có đồ thị như hình vẽ. Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$



- A.  $-\infty$ .
- B. 1.
- C.  $+\infty$ .
- D. 3.

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$  và

$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = +\infty$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$

- A.  $+\infty$ .
- B. 1.
- C. 0.
- D.  $-\infty$ .

**Câu 14:** Cho  $a$  là số thực thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 3}{an^3 - 5n} = \frac{1}{2}$ . Tính  $a - a^2$ .

- A. -4.
- B. -12.
- C.  $\frac{3}{16}$ .
- D. -42.

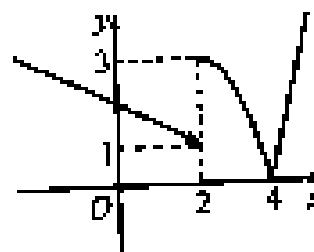
**Câu 15:** Trong không gian, với ba vec tơ  $\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}$  bất kì, khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ .
- B.  $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ .
- C.  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c}$ .
- D.  $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b}$ .

**Câu 16:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3n - 2}$

- A. 0.
- B.  $+\infty$ .
- C.  $\frac{1}{3}$ .
- D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?



- A.  $x_0 = 1$ .
- B.  $x_0 = 3$ .
- C.  $x = 4$ .
- D.  $x_0 = 2$ .

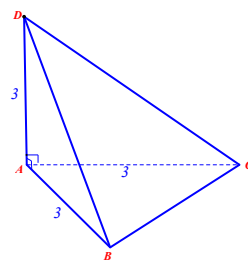
**Câu 18:** Cho dãy số thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2u_n + 1) = -1$ . Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

- A. 0.
- B. -4.
- C. -1.
- D. 1.

**Câu 19:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 5$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)]$ .

- A. 13.                                      B. 8.                                      C. 11.                                      D. 2.

**Câu 20:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc và  $AB = AC = AD = 3$  (tham khảo hình vẽ). Tính diện tích tam giác  $BCD$ .



- A.  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ .                                      B.  $9\sqrt{3}$ .  
C.  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ .                                      D.  $9\sqrt{2}$ .

**Câu 21:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{C'A}$       B.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AC} = \vec{0}$ .  
C.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{A'C}$ .                                      D.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$ .

**Câu 22:** Tính  $\lim(1 - 2n)$

- A.  $+\infty$ .                                      B.  $-\infty$ .                                      C. 0.                                      D. 3.

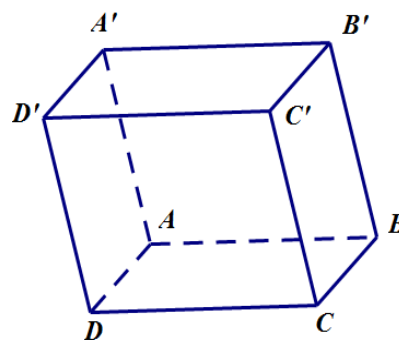
**Câu 23:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.  
B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.  
C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

**Câu 24:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây gián đoạn tại điểm  $x_0 = 1$ ?

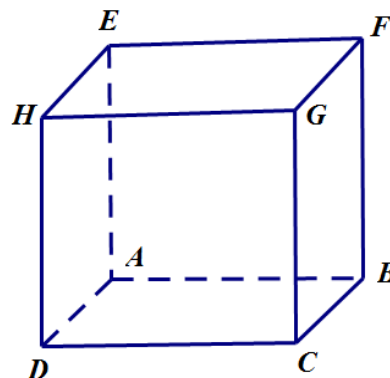
- A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .                                      B.  $y = x^3 + 3x - 4$ .                                      C.  $y = \sin x$ .                                      D.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

**Câu 25:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



- A. Ba vectơ  $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AA'}$  đồng phẳng.  
B. Ba vectơ  $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AC'}$  đồng phẳng.  
C. Ba vectơ  $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{B'D'}$  đồng phẳng.  
D. Ba vectơ  $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{BD'}$  đồng phẳng.

**Câu 26:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$  (tham khảo hình vẽ bên).



Tính  $\overline{AB} \cdot \overline{EF}$ .

- A.  $a^2\sqrt{2}$ .                                      B.  $a^2$ .  
C.  $a^2\sqrt{3}$ .                                      D.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ .





----- **HẾT** -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn  $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2, (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ . Tính  $|\vec{a} - 2\vec{b}|$ .

- A.  $\sqrt{37}$ .                      B. 5.                      C.  $\sqrt{13}$ .                      D.  $\sqrt{19}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\left(|\vec{a} - 2\vec{b}|\right)^2 = (\vec{a} - 2\vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 - 4\vec{a}\vec{b} + 4|\vec{b}|^2 = 9 - 4 \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) + 16 = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 13$$

$$\Rightarrow |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{13}.$$

**Câu 2:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh bằng  $a$  và các cạnh bên đều bằng  $a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là các trung điểm của  $AD$  và  $SD$  (tham khảo hình vẽ). Tính góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $SC$ .

- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

Lời giải

**Chọn D**

Vì  $MN // SA$  nên  $(\widehat{MN, SC}) = (\widehat{SA, SC})$

$\Delta SAC$  có  $SA^2 + SC^2 = AC^2 = 2a^2$  nên  $\Delta SAC$  vuông tại  $S$ .

$$(\widehat{MN, SC}) = (\widehat{SA, SC}) = \widehat{ASC} = 90^\circ.$$

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{khi } x \neq 1 \\ -5 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .

- A. -5.                      B. 2.                      C. 0.                      D. -1.

Lời giải

**Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 0.$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + m & \text{khi } x > 2 \\ 2x - 3 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x = 2$ .

- A.  $m = -3$ .                      B.  $m = 5$ .                      C.  $m = 3$ .                      D.  $m = -11$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + m) = 4 + m$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x - 3) = 4 - 3 = 1$ ,  $f(2) = 1$ .

Để hàm số liên tục tại  $x = 2$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 4 + m = 1 \Leftrightarrow m = -3$ .

**Câu 5:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n$ .

- A. 1.                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. 0.

Lời giải

**Chọn D**

Ta có :  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$  với  $|q| < 1$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên khoảng  $(a;b)$ . Hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên nửa khoảng  $[a;b)$  nếu điều kiện nào sau đây xảy ra ?

- A.**  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .    **B.**  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ .    **C.**  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .    **D.**  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Theo định nghĩa của hàm số liên tục trên đoạn và trên khoảng.

**Câu 7:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

- A.** Phép chiếu song song biến tia thành tia.  
**B.** Phép chiếu song song biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.  
**C.** Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành 3 điểm thẳng hàng.  
**D.** Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

**Lời giải**

**Chọn D**

Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

**Câu 8:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}$  được kết quả bằng

- A.**  $\frac{1}{2}$ .    **B.**  $\frac{1}{8}$ .    **C.**  $\frac{1}{12}$ .    **D.**  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Áp dụng định lý ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{8}$$

**Câu 9:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  có công bội  $q$ . Đặt  $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A.**  $S = \frac{u_1}{1-q}$ .    **B.**  $S = \frac{u_1}{1-q^n}$ .    **C.**  $S = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$ .    **D.**  $S = \frac{u_1}{1+q}$ .

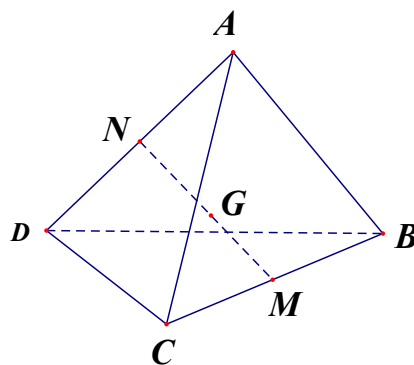
**Lời giải**

**Chọn B**

Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn, ta có:

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots = \frac{u_1}{1-q}$$

**Câu 10:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, AD$  và  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$  (tham khảo hình vẽ). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?



- A.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 4\vec{MG}$ .                      B.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{MN}$ .  
 C.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{MN}$ .                      D.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = (\vec{GA} + \vec{GD}) + (\vec{GB} + \vec{GC}) = 2\vec{GN} + 2\vec{GM} = 2(\vec{GN} + \vec{GM}) = 2\vec{0} = \vec{0}.$$

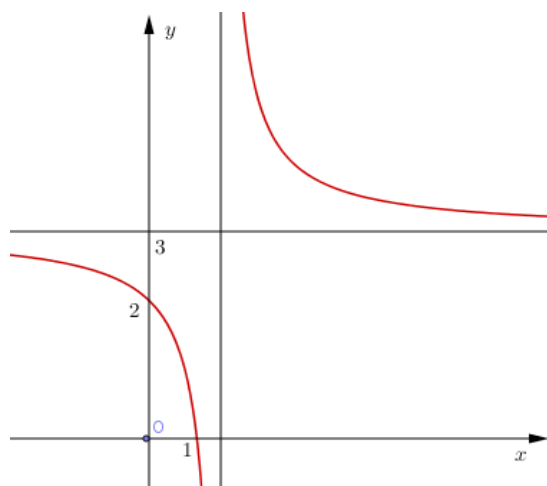
**Câu 11:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} c = c$  ( $c$  là hằng số).                      B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = -\infty$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = -\infty$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = +\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  có đồ thị như hình vẽ. Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$



- A.  $-\infty$ .                      B. 1.                      C.  $+\infty$ .                      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ .

**Câu 13:** Cho hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = +\infty$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$

- A.  $+\infty$ .                      B. 1.                      C. 0.                      D.  $-\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)} = 0.$$

**Câu 14:** Cho  $a$  là số thực thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 3}{an^3 - 5n} = \frac{1}{2}$ . Tính  $a - a^2$ .

- A.  $-4$ .                      B.  $-12$ .                      C.  $\frac{3}{16}$ .                      D.  $-42$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n^2 - 3}{an^3 - 5n} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 4. \text{ Vậy } 4 - 4^2 = 4 - 16 = -12.$$

**Câu 15:** Trong không gian, với ba vec tơ  $\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}$  bất kì, khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ .    B.  $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ .  
C.  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c}$ .    D.  $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$

**Câu 16:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3n-2}$

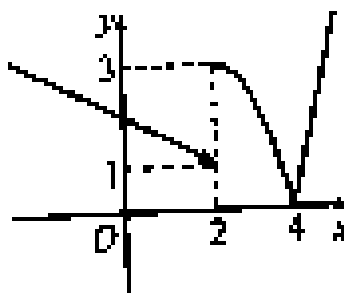
- A.  $0$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $-\frac{1}{2}$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3n-2} = 0.$$

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?



- A.  $x_0 = 1$ .                      B.  $x_0 = 3$ .                      C.  $x = 4$ .                      D.  $x_0 = 2$ .

Lời giải

**Chọn D**

Dựa vào đồ thị, hàm số gián đoạn tại  $x_0 = 2$ .

**Câu 18:** Cho dãy số thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2u_n + 1) = -1$ . Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

- A.  $0$ .                      B.  $-4$ .                      C.  $-1$ .                      D.  $1$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $\lim(2u_n + 1) = -1 \Rightarrow \lim u_n = -1$

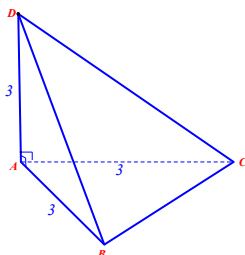
- Câu 19:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 5$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)]$ .
- A. 13.                                  B. 8.    C. 11.    D. 2.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)] = 2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2.3 + 5 = 11$ .

- Câu 20:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc và  $AB = AC = AD = 3$  (tham khảo hình vẽ). Tính diện tích tam giác  $BCD$ .



- A.  $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ .                                  B.  $9\sqrt{3}$ .    C.  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ .    D.  $9\sqrt{2}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $AB \perp AC$  nên áp dụng định lý Pytago trong tam giác  $ABC$  vuông tại A, ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \Rightarrow BC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

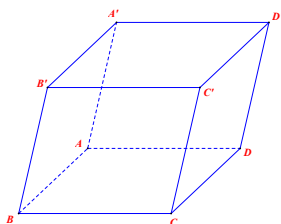
Do  $\triangle ABC = \triangle ADB = \triangle ADC$  ( $c - g - c$ ) nên  $BC = BD = DC = 3\sqrt{2}$ .

Suy ra tam giác  $BCD$  đều nên diện tích tam giác  $BCD$  là

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} DB \cdot DC \cdot \sin \widehat{BDC} = \frac{1}{2} 3\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$$

- Câu 21:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{C'A}$  B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{A'C}$ .    D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .



Lời giải

**Chọn D**

Theo quy tắc hình hộp.

- Câu 22:** Tính  $\lim(1 - 2n)$
- A.  $+\infty$ .    B.  $-\infty$ .    C. 0.    D. 3.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $\lim(1 - 2n) = -\infty$

**Câu 23:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.
- B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.
- C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- D.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 24:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây gián đoạn tại điểm  $x_0 = 1$ ?

- A.**  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .
- B.  $y = x^3 + 3x - 4$ .
- C.  $y = \sin x$ .
- D.**  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

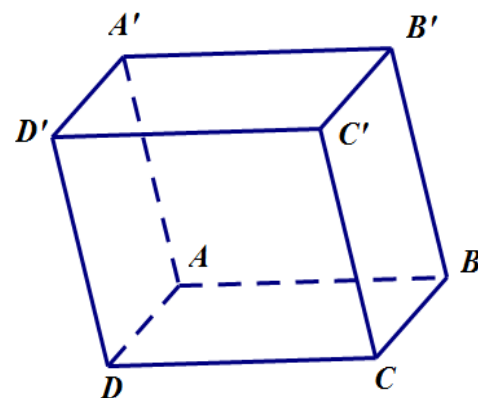
Lời giải

**Chọn A**

Hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \Rightarrow$  gián đoạn tại điểm  $x_0 = 1$ .

**Câu 25:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ). Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

- A. Ba vectơ  $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AA'}$  đồng phẳng.
- B. Ba vectơ  $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AC'}$  đồng phẳng.
- C.** Ba vectơ  $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{B'D'}$  đồng phẳng.
- D. Ba vectơ  $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{BD'}$  đồng phẳng.



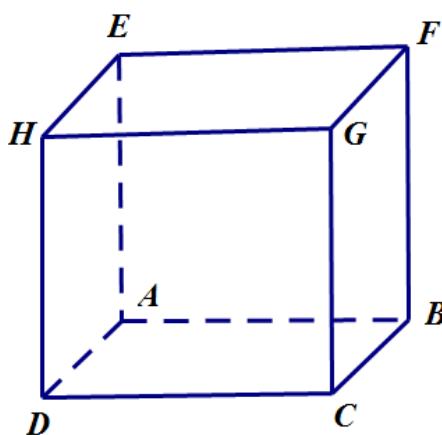
Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $\overline{B'D'} = \overline{BD} = \overline{BA} + \overline{BC} = -\overline{AB} + \overline{AD}$ .

Do đó ba vectơ  $\overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AA'}$  đồng phẳng.

**Câu 26:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$  (tham khảo hình vẽ bên).



Tính  $\overline{AB} \cdot \overline{EF}$ .

- A.**  $a^2\sqrt{2}$ .
- B.**  $a^2$ .
- C.  $a^2\sqrt{3}$ .
- D.**  $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\overline{AB}.\overline{EF} = AB.EF.\cos(\overline{AB},\overline{EF}) = a.a.\cos 0^\circ = a^2.$$

**Câu 27:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.  $\lim \frac{1}{n^2} = 0$ .                      B.  $\lim c = c$  ( $c$  là hằng số)  
 C.  $\lim 3^n = 0$ .                      D.  $\lim n = +\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì  $\lim 3^n = +\infty$ .

**Câu 28:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Tính tổng cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$ .

- A.  $-\frac{2}{3}$ .                      B.  $-2$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Tổng cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$  là:

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2.$$

**Câu 29:** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4x+3}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $(0; +\infty)$ .                      C.  $(-2; 2)$ .                      D.  $(1; 4)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4x+3}$  có TXĐ  $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$  nên sẽ liên tục trên từng khoảng  $(-\infty; 1)$ ,  $(1; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .

$(-\infty; -1) \subset (-\infty; 1)$  nên hàm số liên tục trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 30:** Hàm số nào trong các hàm số dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{x}{x-1}$ .                      B.  $y = x^4 - 3x^2 + 2$ .                      C.  $y = \tan x$ .                      D.  $y = \sqrt{x}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 2$  có TXĐ  $D = \mathbb{R}$  nên nó liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31:** Cho hai dãy số  $u_n$  và  $v_n$  thỏa mãn  $\lim u_n = 1$  và  $\lim v_n = 2$ . Tính  $\lim(u_n - v_n)$ .

- A.  $3$ .                      B.  $1$ .                      C.  $2$ .                      D.  $-1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n = 1 - 2 = -1.$$

**Câu 32:** Tính  $\lim \frac{7^{n+1} - 5 \cdot 2^n}{3^n + 7^n}$ .



A.  $+\infty$ .

B. 1.

C. 7.

D.  $-5$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^{n+1} - 5 \cdot 2^n}{3^n + 7^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \cdot 7^n - 5 \cdot 2^n}{3^n + 7^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 - 5 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^n}{\left(\frac{3}{7}\right)^n + 1} = 7.$$

**Câu 33:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2}$ .

A.  $+\infty$ .

B.  $-\infty$ .

C. 1.

D.  $-\frac{3}{4}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2^-} (x+1) = 3 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x-2) = 0, \quad x \rightarrow 2^- \Rightarrow x-2 < 0$$

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty.$$

**Câu 34:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $a$  để  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [ax^3 + 4x(1-x^2)] = -\infty$ .

A.  $a \geq 4$ .

B.  $a < 0$ .

C.  $a < 4$ .

D.  $a > 0$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [ax^3 + 4x(1-x^2)] = -\infty$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} [ax^3 + 4(x-x^3)] = -\infty$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left[ a + 4 \left( \frac{1}{x^2} - 1 \right) \right] = -\infty$$

$$\Rightarrow a - 4 \geq 0 \Rightarrow a \geq 4$$

**Câu 35:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x^2 + 2)$ .

A.  $-1$ .

B.  $+\infty$ .

C. 5.

D. 1.

Lời giải

**Chọn A**

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x^3 - 2x^2 + 2) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 + 2 = -1.$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** (1,0 điểm) Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 4} - n)$ .

Lời giải

Ta có:

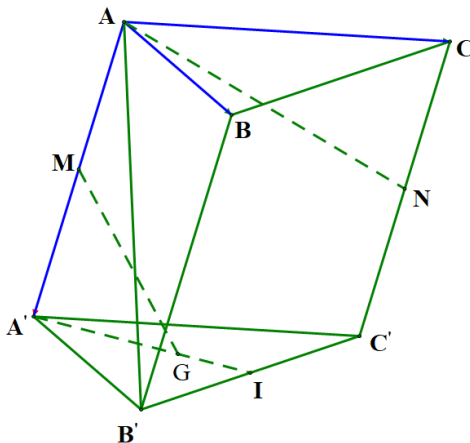
$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 4} - n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n + 4 - n^2}{\sqrt{n^2 + 3n + 4} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 4}{n \cdot \sqrt{1 + \frac{3}{n} + \frac{4}{n^2}} + n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{4}{n}}{\sqrt{1 + \frac{3}{n} + \frac{4}{n^2}} + 1} = \frac{3}{2}.$$

**Câu 37:** (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AA'$  và  $CC'$ ,  $G$  là trọng tâm của tam giác  $A'B'C'$ . Đặt  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ .

a) Phân tích  $\overrightarrow{AB'}$ ,  $\overrightarrow{AN}$ ,  $\overrightarrow{MG}$  theo ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .

b) Chứng minh ba vectơ  $\overrightarrow{AB'}$ ,  $\overrightarrow{AN}$ ,  $\overrightarrow{MG}$  đồng phẳng.

**Lời giải**



a) Phân tích  $\overrightarrow{AB'}$ ,  $\overrightarrow{AN}$ ,  $\overrightarrow{MG}$  theo ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .

Gọi  $I$  là trung điểm của  $B'C'$ .

Ta có:

$$+ \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} = \vec{a} + \vec{b}.$$

$$+ \overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AA'} + 2\overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{c}).$$

$$+ \overrightarrow{MG} = \overrightarrow{A'G} - \overrightarrow{A'M} = \frac{2}{3}\overrightarrow{A'I} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$$

$$= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c}) + \frac{1}{2}\vec{a}.$$

b) Chứng minh ba vectơ  $\overrightarrow{AB'}$ ,  $\overrightarrow{AN}$ ,  $\overrightarrow{MG}$  đồng phẳng.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MG} = \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c}) + \frac{1}{2}\vec{a} = \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{a} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b}) + \frac{1}{6}(\vec{a} + 2\vec{c}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB'} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}.$$

Vậy ba vectơ  $\overrightarrow{AB'}$ ,  $\overrightarrow{AN}$ ,  $\overrightarrow{MG}$  đồng phẳng.

**Câu 38:** Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax + b - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6} = -\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

Nếu  $2a + b - 2 \neq 0$  thì  $L = \infty$  (loại vì  $L = -\frac{1}{4}$ ) nên  $2a + b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 2 - 2a$ .

$$L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax + 2 - 2a - \sqrt{x+2}}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(ax - 2a) + (2 - \sqrt{x+2})}{(x-2)(x+3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{a(x-2) - \frac{(x-2)}{2 + \sqrt{x+2}}}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{a - \frac{1}{2 + \sqrt{x+2}}}{x+3} = \frac{a - \frac{1}{5}}{5}.$$

$$\text{Theo đề: } L = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{a - \frac{1}{5}}{5} = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow a - \frac{1}{5} = -\frac{5}{4} \Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow b = 4.$$

Vậy  $a = -1, b = 4$

**Câu 39:** Gọi  $a$  là độ dài một cạnh của tam giác có chu vi bằng 4. Chứng minh rằng phương trình  $(-a^3 + 3a^2 - 5a)x^4 + 8x^3 - 1 = 0$  luôn có nghiệm thực.

**Lời giải**

Gọi độ dài ba cạnh của tam giác là  $a; b; c$ .

Vì  $a$  là độ dài cạnh của tam giác nên  $a < b + c = 4 - a \Leftrightarrow a < 2$ .

Đặt  $f(x) = (-a^3 + 3a^2 - 5a)x^4 + 8x^3 - 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên liên tục trên  $[0; 1]$ .

Ta có  $f(0) = -1 < 0$ .

$$f(1) = -a^3 + 3a^2 - 5a + 7 = \underbrace{(2-a)}_{>0} \underbrace{(a^2 - a + 3)}_{>0} + 1 > 0, \forall a < 2.$$

Vì  $f(0) \cdot f(1) < 0$  nên phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $(0; 1)$ .

Vậy phương trình  $f(x) = 0$  luôn có nghiệm thực.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 04

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 1$ ?

- A.  $y = \cot x$ .                      B.  $y = \cos x$ .                      C.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .                      D.  $y = \frac{4x+3}{x-1}$ .

**Câu 2:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$  bằng

- A. 1.                                      B. 4.                                      C. -1.                                      D. -4.

**Câu 3:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 3, \lim v_n = 5$ . Giá trị  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng

- A. -15.                                      B. -8.                                      C. 15.                                      D. 8.

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+2}{x-2}$  bằng

- A. 3.                                      B.  $-\infty$ .                                      C.  $+\infty$ .                                      D. -3.

**Câu 5:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x+1}{2x-5}$  bằng.

- A.  $-\infty$ .                                      B.  $-\frac{7}{2}$ .                                      C.  $\frac{7}{2}$ .                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 6:**  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x-1)$  bằng

- A. 5.                                      B. 3.                                      C. 3.                                      D.  $-\infty$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  bằng

- A. 3.                                      B. 2.                                      C. 6.                                      D. -2.

**Câu 8:**  $\lim 5^n$  bằng

- A. 0.                                      B. 5.                                      C.  $-\infty$ .                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 9:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = -\infty$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow 3} [f(x), g(x)]$  bằng

- A. -2.                                      B.  $-\infty$ .                                      C.  $+\infty$ .                                      D. 2.

**Câu 10:**  $\lim \frac{2^n + 2 \cdot 3^n}{2^n + 3^n}$  bằng

- A. 0.                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D.  $+\infty$

**Câu 11:**  $\lim (n-3)$  bằng

- A.  $+\infty$ .                                      B. 1.                                      C.  $-\infty$ .                                      D. -3

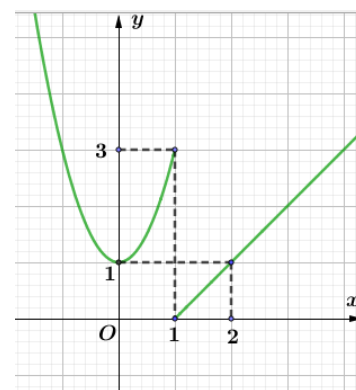
**Câu 12:**  $\lim \frac{2n-1}{3-n}$  bằng

- A. 0.                                      B.  $\frac{2}{3}$ .                                      C. -2.                                      D.  $+\infty$

**Câu 13:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khi đó vectơ  $\overline{AD}$  bằng vectơ nào sau đây?

- A.  $\overline{CD}$ .                                      B.  $\overline{B'C'}$ .                                      C.  $\overline{A'B'}$ .                                      D.  $\overline{D'A'}$ .

- Câu 14:** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x-1)(x+2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?  
**A.**  $x = 0$ .                      **B.**  $x = 2$ .                      **C.**  $x = 1$ .                      **D.**  $x = -2$ .
- Câu 15:** Trong không gian, cho đường thẳng  $d$  và điểm  $O$ . Qua  $O$  có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với đường thẳng  $d$ ?  
**A.** 1.                      **B.** 3.                      **C.** Vô số.                      **D.** 2.
- Câu 16:** Phát biểu nào sau đây là sai?  
**A.**  $\lim n = 0$ .                      **B.**  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  ( với  $k$  nguyên dương).  
**C.**  $\lim u_n = c$  (với  $u_n = c$  là hằng số).                      **D.**  $\lim q^n = 0$  ( $|q| < 1$ ).
- Câu 17:**  $\lim \frac{1}{5n-4}$  bằng  
**A.**  $\frac{1}{5}$ .                      **B.** 0.                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.** 1.
- Câu 18:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 8$ . Giá trị  $\lim(u_n + 3)$  bằng  
**A.** 5.                      **B.** -5.                      **C.** -11.                      **D.** 11.
- Câu 19:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?  
**A.**  $u_n = \left(\frac{-3}{2}\right)^n$ .                      **B.**  $u_n = 2n^2 + n$                       **C.**  $u_n = \left(\frac{5}{6}\right)^n$ .                      **D.**  $u_n = \frac{n^2 + n}{3n + 1}$ .
- Câu 20:** Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.** Hình chiếu song song của một đường thẳng là một điểm.  
**B.** Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng hoặc một điểm.  
**C.** Hình chiếu song song của một đường thẳng là một tia.  
**D.** Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng.
- Câu 21:** Cho  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$ . Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -1} [f(x) + 4x - 1]$  bằng:  
**A.** -3.                      **B.** 2.                      **C.** 5.                      **D.**  $+\infty$ .
- Câu 22:** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x-3}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?  
**A.**  $(-\infty; +\infty)$ .                      **B.**  $(2; 4)$ .                      **C.**  $(0; 2)$ .                      **D.**  $(-4; 0)$ .
- Câu 23:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC, BD$  bằng  
**A.**  $45^\circ$ .                      **B.**  $60^\circ$ .                      **C.**  $90^\circ$ .                      **D.**  $30^\circ$ .
- Câu 24:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng  $A'B$ ?  
**A.**  $CC'$ .                      **B.**  $AC$ .                      **C.**  $CD$ .                      **D.**  $DC'$ .
- Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây sai?  
**A.**  $f(x)$  bị gián đoạn tại  $x = 1$ .  
**B.**  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(2; +\infty)$ .  
**C.**  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$ .  
**D.**  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .



- Câu 26:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 5x^2 - 2021)$  bằng  
**A.**  $+\infty$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.** 2021.                      **D.** 1.

**Câu 27:** Hàm số nào sau đây liên tục trên  $\mathbb{R}$  ?

- A.  $y = x^5 + 3x^4 - 6$ .      B.  $y = \tan x$ .      C.  $y = \frac{x-2}{4x+1}$ .      D.  $y = \cot x$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} x-3 & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$ .

- A.  $m = -1$ .      B.  $m = 3$ .      C.  $m = 2$ .      D.  $m = 1$ .

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$ .      B.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$ .  
C.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$ .      D.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ .

**Câu 30:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ, |\vec{u}| = 2$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Độ dài của vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$  bằng:

- A.  $2\sqrt{19}$ .      B.  $\frac{\sqrt{19}}{2}$ .      C.  $-\sqrt{19}$ .      D.  $\sqrt{19}$ .

**Câu 31:** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x-3}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(2; 4)$       B.  $(-4; 0)$       C.  $(-\infty; +\infty)$       D.  $(0; 2)$

**Câu 32:** Cho giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9} = \frac{a}{b}$  trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $S = a + b$ .

- A.  $S = 30$ .      B.  $S = 4$ .      C.  $S = 11$ .      D.  $S = 1$ .

**Câu 33:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1$  và công bội  $q = -\frac{1}{2}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng

- A. 2      B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{3}{2}$

**Câu 34:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi điểm  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{DG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB})$ .      B.  $\overrightarrow{DG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$ .  
C.  $\overrightarrow{DG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC})$ .      D.  $\overrightarrow{DG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$ .

**Câu 35:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC, BD$  bằng

- A.  $30^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** (1,0 điểm) Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 1}{1 - 5n^2}$

**Câu 37:** (1,0 điểm) Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $\widehat{ASB} = \widehat{CSA}$ ,  $SA = SB = SC = a$ . Chứng minh  $SA \perp BC$ .

**Câu 38:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-1}}{x-2}$ .

**Câu 39:** Chứng minh phương trình  $(1+m^2)(x-1)^3 + x^2 - 2 = 0$  có ít nhất một nghiệm dương với mọi tham số  $m$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 1$ ?

- A.  $y = \cot x$ .                      B.  $y = \cos x$ .                      C.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$ .                      **D.  $y = \frac{4x+3}{x-1}$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Hàm số  $y = \frac{4x+3}{x-1}$  không xác định tại  $x = 1$  nên hàm số bị gián đoạn tại  $x = 1$ .

**Câu 2:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$  bằng

- A. 1.                                      **B. 4.**                                      C. -1.                                      D. -4.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1} = 4$ .

**Câu 3:** Cho hai dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 3$ ,  $\lim v_n = 5$ . Giá trị  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng

- A. -15.                                      B. -8.                                      **C. 15.**                                      D. 8.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n = 3 \cdot 5 = 15$ .

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+2}{x-2}$  bằng

- A. 3.                                      **B.  $-\infty$ .**                                      C.  $+\infty$ .                                      D. -3.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (3x+2) = 8 > 0$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x-2) = 0$  và  $x-2 < 0$  với mọi  $x < 2$  nên  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+2}{x-2} = -\infty$ .

**Câu 5:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x+1}{2x-5}$  bằng.

- A.  $-\infty$ .                                      B.  $-\frac{7}{2}$ .                                      **C.  $\frac{7}{2}$ .**                                      D.  $+\infty$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x+1}{2x-5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7 + \frac{1}{x}}{2 - \frac{5}{x}} = \frac{7}{2}$ .

**Câu 6:**  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x-1)$  bằng

- A. 5.**                                      B. 3.                                      C. 3.                                      D.  $-\infty$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 1) = 5$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  bằng

- A.** 3.    **B.** 2.    **C.** 6.    **D.** -2.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 8:**  $\lim 5^n$  bằng

- A.** 0.    **B.** 5.    **C.**  $-\infty$ .    **D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 9:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = -\infty$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng

- A.** -2.    **B.**  $-\infty$ .    **C.**  $+\infty$ .    **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 10:**  $\lim \frac{2^n + 2 \cdot 3^n}{2^n + 3^n}$  bằng

- A.** 0.    **B.** 2.    **C.** 1.    **D.**  $+\infty$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\lim \frac{2^n + 2 \cdot 3^n}{2^n + 3^n} = \lim \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^n + 2}{\left(\frac{2}{3}\right)^n + 1} = 2.$$

**Câu 11:**  $\lim (n - 3)$  bằng

- A.**  $+\infty$ .    **B.** 1.    **C.**  $-\infty$ .    **D.** -3

**Lời giải**

**Chọn A**

$\lim (n - 3) = +\infty$ .

**Câu 12:**  $\lim \frac{2n - 1}{3 - n}$  bằng

- A.** 0.    **B.**  $\frac{2}{3}$ .    **C.** -2.    **D.**  $+\infty$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\lim \frac{2n - 1}{3 - n} = \lim \frac{2 - \frac{1}{n}}{-1 + \frac{3}{n}} = -2$$

**Câu 13:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khi đó vectơ  $\overline{AD}$  bằng vectơ nào sau đây?

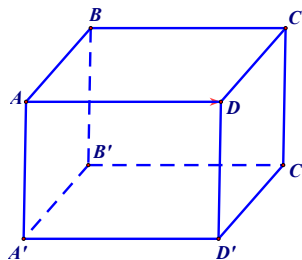
- A.**  $\overline{CD}$ .    **B.**  $\overline{B'C'}$ .    **C.**  $\overline{A'B'}$ .    **D.**  $\overline{D'A'}$ .

**Lời giải**



**Chọn B**

Dựa vào hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  ta thấy  $\overline{AD} = \overline{B'C'}$ .



**Câu 14:** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x-1)(x+2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

A.  $x = 0$ .

**B.  $x = 2$ .**

C.  $x = 1$ .

D.  $x = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $y(2) = \frac{1}{2(2-1)(2+2)} = \frac{1}{8}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x(x-1)(x+2)} = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x(x-1)(x+2)} = y(2). \text{ Hàm số liên tục tại } x = 2.$$

**Câu 15:** Trong không gian, cho đường thẳng  $d$  và điểm  $O$ . Qua  $O$  có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với đường thẳng  $d$ ?

A. 1.

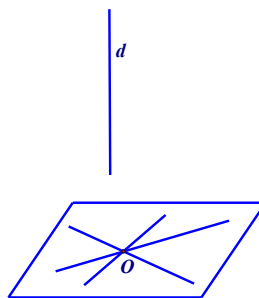
B. 3.

**C. Vô số.**

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn C**



Trong không gian qua  $O$  có vô số đường thẳng vuông góc với đường thẳng  $d$  cho trước. Tập hợp những đường thẳng đó thuộc mặt phẳng qua  $O$  và vuông góc với  $d$ .

**Câu 16:** Phát biểu nào sau đây là sai?

**A.  $\lim n = 0$ .**

B.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  ( với  $k$  nguyên dương).

C.  $\lim u_n = c$  ( với  $u_n = c$  là hằng số).

D.  $\lim q^n = 0$  ( $|q| < 1$ ).

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 17:**  $\lim \frac{1}{5n-4}$  bằng

A.  $\frac{1}{5}$ .

**B. 0.**

C.  $+\infty$ .

D. 1.

Lời giải

**Chọn B**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n-4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{5-\frac{4}{n}} = \frac{0}{5} = 0.$$

**Câu 18:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 8$ . Giá trị  $\lim(u_n + 3)$  bằng

- A. 5.                                      B. -5.                                      C. -11.                                      **D. 11.**

Lời giải

**Chọn D**

$$\lim(u_n + 3) = \lim u_n + 3 = 8 + 3 = 11.$$

**Câu 19:** Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A.  $u_n = \left(\frac{-3}{2}\right)^n$ .                                      B.  $u_n = 2n^2 + n$                                       **C.  $u_n = \left(\frac{5}{6}\right)^n$ .**                                      D.  $u_n = \frac{n^2 + n}{3n + 1}$ .

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 20:** Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hình chiếu song song của một đường thẳng là một điểm.  
**B. Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng hoặc một điểm.**  
 C. Hình chiếu song song của một đường thẳng là một tia.  
 D. Hình chiếu song song của một đường thẳng là một đường thẳng.

Lời giải

**Chọn B**

**Câu 21:** Cho  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$ . Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -1} [f(x) + 4x - 1]$  bằng:

- A. -3.**                                      B. 2.                                      C. 5.                                      D.  $+\infty$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1} [f(x) + 4x - 1] = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1} (4x - 1) = 2 + (-4 - 1) = -3$$

**Câu 22:** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x-3}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; +\infty)$ .                                      **B. (2; 4).**                                      C. (0; 2).                                      D.  $(-4; 0)$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x-3} \text{ là hàm phân thức hữu tỷ nên liên tục trên } (-\infty; -3), (-3; 1) \text{ và } (1; +\infty)$$

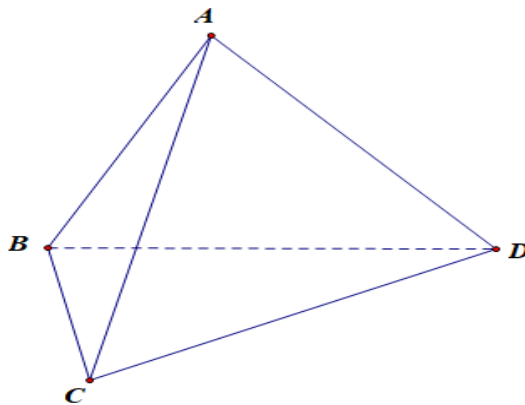
Suy ra hàm số đã cho liên tục trên  $(2; 4)$ .

**Câu 23:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC$ ,  $BD$  bằng

- A.  $45^\circ$ .                                      B.  $60^\circ$ .                                      **C.  $90^\circ$ .**                                      D.  $30^\circ$ .

Lời giải

**Chọn C**



$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC} (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = AC \cdot AD \cdot \cos 60^\circ - AC \cdot AB \cdot \cos 60^\circ = 0.$$

Suy ra  $AC \perp AD \Rightarrow (\widehat{AC; AD}) = 90^\circ$ .

**Câu 24:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng  $A'B$ ?

A.  $CC'$ .

B.  $AC$ .

C.  $CD$ .

**D.  $DC'$ .**

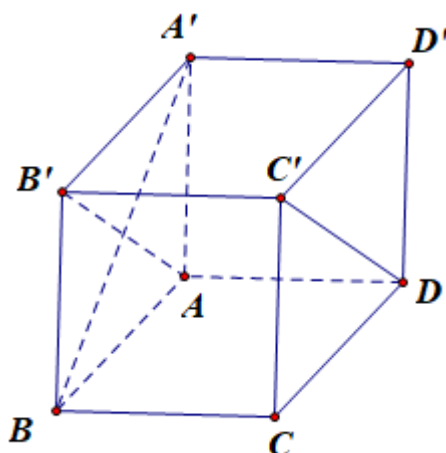
Lời giải

**Chọn D**

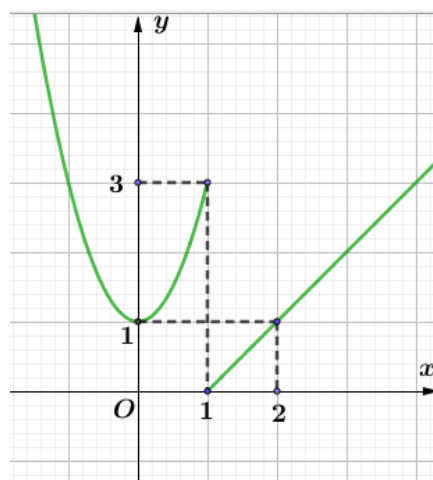
Ta có  $ABA'B'$  là hình vuông nên  $A'B \perp AB'$

Mà  $AB' \parallel C'D$

Nên  $A'B \perp C'D$ .



**Câu 25:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A.  $f(x)$  bị gián đoạn tại  $x = 1$ .

B.  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

C.  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$ .

**D.**  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Lời giải

**Chọn D**

Quan sát đồ thị ta thấy  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$ . Vậy  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  nên  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  không tồn tại. Suy ra hàm số gián đoạn tại điểm  $x = 1$ . Do đó  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  sai.

**Câu 26:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 5x^2 - 2021)$  bằng

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 2021.

**D.** 1.

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 5x^2 - 2021) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ x^3 \left( 1 + \frac{5}{x} - \frac{2021}{x^3} \right) \right]$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 1 + \frac{5}{x} - \frac{2021}{x^3} \right) = 1 + 0 - 0 = 1 > 0 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 5x^2 - 2021) = -\infty.$$

**Câu 27:** Hàm số nào sau đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

**A.**  $y = x^5 + 3x^4 - 6$ .

**B.**  $y = \tan x$ .

**C.**  $y = \frac{x-2}{4x+1}$ .

**D.**  $y = \cot x$ .

Lời giải

**Chọn A**

Hàm số  $y = x^5 + 3x^4 - 6$  là hàm số đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} x-3 & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$ .

**A.**  $m = -1$ .

**B.**  $m = 3$ .

**C.**  $m = 2$ .

**D.**  $m = 1$ .

Lời giải

**Chọn A**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

$$f(2) = m; \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (x-3) = -1.$$

Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow m = -1$ .

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $\vec{SA} + \vec{SD} = \vec{SB} + \vec{SC}$ .

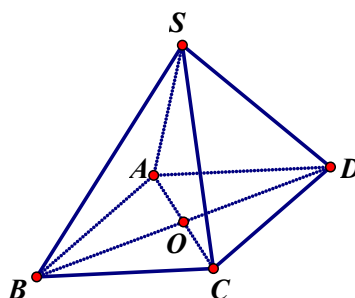
**B.**  $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = \vec{0}$ .

**C.**  $\vec{SA} + \vec{SB} = \vec{SC} + \vec{SD}$ .

**D.**  $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$ .

Lời giải

**Chọn D**



Gọi  $O$  là tâm của hình bình hành  $ABCD$ .

Theo quy tắc trung điểm ta có:

$$\overline{SA} + \overline{SC} = 2\overline{SO} \quad (1); \quad \overline{SB} + \overline{SD} = 2\overline{SO} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra  $\overline{SA} + \overline{SC} = \overline{SB} + \overline{SD}$ .

**Câu 30:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ, |\vec{u}| = 2$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Độ dài của vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$  bằng:

- A.  $2\sqrt{19}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{19}}{2}$ .                      C.  $-\sqrt{19}$ .                      D.  $\sqrt{19}$ .

Lời giải

Chọn D

$$|\vec{u} + \vec{v}|^2 = (\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2 = |\vec{u}|^2 + 2|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) + |\vec{v}|^2 = 4 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} + 9 = 19.$$

$$\Rightarrow |\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{19}.$$

**Câu 31:** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 2x - 3}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(2; 4)$                       B.  $(-4; 0)$                       C.  $(-\infty; +\infty)$                       D.  $(0; 2)$

Lời giải

Chọn A

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$$

Hàm số đã cho liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -3); (-3; 1); (1; +\infty)$ . Mà  $(2; 4) \subset (1; +\infty)$  nên liên tục trên khoảng  $(2; 4)$ .

**Câu 32:** Cho giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9} = \frac{a}{b}$  trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $S = a + b$ .

- A.  $S = 30$ .                      B.  $S = 4$ .                      C.  $S = 11$ .                      D.  $S = 1$ .

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+2) \cdot (x-3)}{(x+3) \cdot (x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{x+3} = \frac{5}{6}. \text{ Suy ra } \frac{a}{b} = \frac{5}{6}; S = a + b = 5 + 6 = 11$$

**Câu 33:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1$  và công bội  $q = -\frac{1}{2}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng

- A. 2                      B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn C

$$S = u_1 + u_1q + u_1q^2 + \dots = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{2}{3}$$

**Câu 34:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi điểm  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\overline{DG} = \frac{1}{2}(\overline{DA} + \overline{DB})$ .    B.  $\overline{DG} = \frac{1}{2}(\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC})$ .  
 C.  $\overline{DG} = \frac{1}{3}(\overline{DA} + \overline{DB} - \overline{DC})$ .                      D.  $\overline{DG} = \frac{1}{3}(\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC})$ .

Lời giải

Chọn D

Ta có:  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ .  
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = -3\overrightarrow{GD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$ .

**Câu 35:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC, BD$  bằng

A.  $30^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

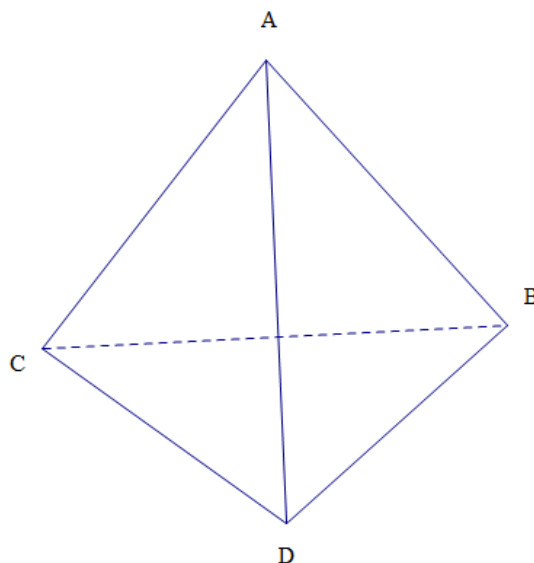
C.  $60^\circ$ .

**D.  $90^\circ$ .**

Lời giải

Chọn D

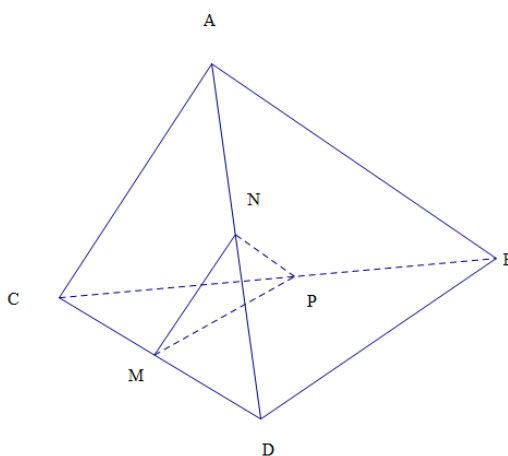
Cách 1: ( sử dụng véc tơ)



Ta có  $\cos(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{DB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{AC}}{a^2} = \frac{\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{a^2} = \frac{-\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}}{a^2} = \frac{0}{a^2} = 0$ .

Vậy góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{DB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  bằng  $90^\circ$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC, BD$  bằng  $90^\circ$ .

Cách 2: ( dùng định nghĩa về góc giữa hai đường thẳng)



Gọi cạnh của tứ diện là  $a$ .

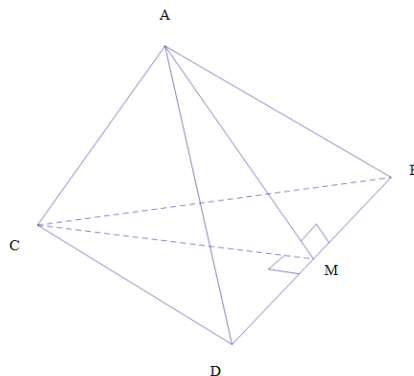
Gọi  $M; N; P$  là trung điểm của các cạnh  $DA; DC; BC$ . Lúc đó ta có  $MN = MP = \frac{a}{2}$ ,

$$PN = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Lúc đó theo định lý Pitago ta có:  $PN^2 = MP^2 + MN^2$ .

Suy ra tam giác  $\Delta MNP$  vuông tại  $M$ . Do đó ta có  $AC \perp BD$ .

Cách 3:



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BD$ .

Theo giả thiết ta có  $\Delta ABD : \Delta CBD$  đều nên  $\Rightarrow \begin{cases} BD \perp AM \\ BD \perp CM \end{cases} \Rightarrow BD \perp (MAC) \Rightarrow BD \perp AC$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

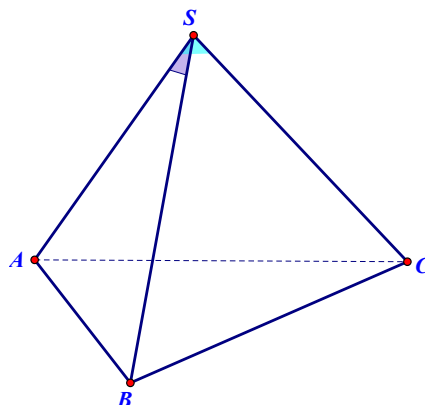
**Câu 36:** (1,0 điểm) Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 1}{1 - 5n^2}$

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n - 1}{1 - 5n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n} - \frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n^2} - 5} = -\frac{2}{5}$$

**Câu 37:** (1,0 điểm) Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $\widehat{ASB} = \widehat{CSA}$ ,  $SA = SB = SC = a$ . Chứng minh  $SA \perp BC$ .

Lời giải



$$\begin{aligned} \vec{SA} \cdot \vec{BC} &= \vec{SA} \cdot (\vec{SC} - \vec{SB}) = \vec{SA} \cdot \vec{SC} - \vec{SA} \cdot \vec{SB} \\ &= |\vec{SA}| \cdot |\vec{SC}| \cdot \cos(\widehat{CSA}) - |\vec{SA}| \cdot |\vec{SB}| \cdot \cos(\widehat{ASB}) \\ &= a \cdot a \cdot \cos \widehat{CSA} - a \cdot a \cdot \cos \widehat{ASB} = 0 \Rightarrow SA \perp BC. \end{aligned}$$

**Câu 38:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-1}}{x-2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-1}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1 + 1 - \sqrt{x-1}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} + \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x-1}}{x-2}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{\sqrt{2x-3}+1} = 1$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x-1}}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{(x-2)(1+\sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 2} -\frac{1}{1+\sqrt{x-1}} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-1}}{x-2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

**Câu 39:** Chứng minh phương trình  $(1+m^2)(x-1)^3 + x^2 - 2 = 0$  có ít nhất một nghiệm dương với mọi tham số  $m$ .

**Lời giải**

Xét  $f(x) = (1+m^2)(x-1)^3 + x^2 - 2$ , vì  $f(x)$  là hàm đa thức nên nó liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Ta có: } f(1) = -1, f(2) = m^2 + 1 + 2 = m^2 + 3 > 0.$$

Vì  $f(1)f(2) < 0$  nên phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất 1 nghiệm thuộc  $(1; 2)$  hay phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất 1 nghiệm dương.



ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 05

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-5}{\sqrt{n^2+1}+2n}$  bằng

- A. 0.                                      B.  $+\infty$ .                                      C.  $\frac{4}{3}$ .                                      D.  $\frac{5}{3}$ .

**Câu 2:**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3x-1}{x-1}$  bằng

- A.  $+\infty$ .                                      B. -3.                                      C.  $-\infty$ .                                      D. -1.

**Câu 3:** Cho tứ diện ABCD. Gọi M là trung điểm AD. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD}$ .      B.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{CM}$ .      C.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MC}$ .      D.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MC}$ .

**Câu 4:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{0,5})^{n+1}$  bằng

- A.  $+\infty$ .                                      B. 0.                                      C.  $-\infty$ .                                      D. 1.

**Câu 5:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2+3n)$  bằng

- A. 2.                                      B.  $-\infty$ .                                      C.  $+\infty$ .                                      D. 1.

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - 3) = 0$ . Giá trị  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$  bằng

- A. 0.                                      B. 3.                                      C. -3.                                      D. 2.

**Câu 7:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là sai?

A. Nếu  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = -2$  thì  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n \cdot v_n) = -\infty$ .

B. Nếu  $\lim_{n \rightarrow \infty} |u_n| = +\infty$  thì  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{u_n} = 0$ .

C. Nếu  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = a$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = \pm\infty$  thì  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

D. Nếu  $|q| < 1$  thì  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = +\infty$ .

**Câu 8:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n^2+5}$  bằng

- A.  $\frac{2}{5}$ .                                      B.  $\frac{2}{-3}$ .                                      C.  $+\infty$ .                                      D. 0.

**Câu 9:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -4$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)]$  bằng

- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 10.                                      D. -1.

**Câu 10:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 5$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - v_n)$  bằng

- A. 2.                                      B. 6.                                      C. 8.                                      D. -2.

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  bằng

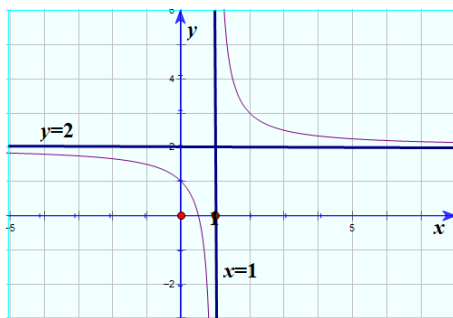
- A. 0.                                      B. 3.                                      C. -3.                                      D. 9.

**Câu 12:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2+1}-x}{3x-1}$  ?

- A.  $\frac{3}{2}$ .                                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                                      C.  $-\frac{3}{2}$ .                                      D.  $\frac{1}{2}$ .

- Câu 13:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -4$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng
- A.  $-\infty$ .                      B.  $-4$ .                      C.  $4$ .                      D.  $+\infty$ .
- Câu 14:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 4$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Tích vô hướng của  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng
- A.  $6$ .                      B.  $-6\sqrt{3}$ .                      C.  $-6$ .                      D.  $6\sqrt{3}$ .
- Câu 15:** Số điểm gián đoạn của hàm số  $y = \frac{3+x}{x^4+4x^2}$  là
- A.  $1$ .                      B.  $3$ .                      C.  $4$ .                      D.  $2$ .
- Câu 16:** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x^2-1)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?
- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = -2$ .                      D.  $x = 0$ .
- Câu 17:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$ , gọi hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là hai vectơ chỉ phương của  $a$  và  $b$ ;  $(\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ$ . Khi đó góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng
- A.  $-135^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $135^\circ$ .                      D.  $-45^\circ$ .
- Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD A' B' C' D'$ . Ta có  $\overline{DA} + \overline{DC} + \overline{DD'}$  bằng
- A.  $\overline{DB}$ .                      B.  $\overline{DA'}$ .                      C.  $\overline{DC'}$ .                      D.  $\overline{DB'}$ .
- Câu 19:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^{2020} + 1}{2 - n^{2021}}$  bằng:
- A.  $-5$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $0$ .                      D.  $+\infty$ .
- Câu 20:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây sai ?
- A.  $\overline{CD} - 2\overline{DC} = \overline{CD}$ .                      B.  $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ .                      C.  $\overline{AD} - \overline{AC} = \overline{CD}$ .                      D.  $\overline{CB} + \overline{BC} = \vec{0}$ .
- Câu 21:** Hàm số  $\frac{x^2+1}{x^2-3x-4}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?
- A.  $(-2; 2)$ .                      B.  $(5; 8)$ .                      C.  $(2; 5)$ .                      D.  $(-\infty; +\infty)$ .
- Câu 22:**  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x+1}{x^2-1}$  bằng
- A.  $-\infty$ .                      B.  $0$ .                      C.  $2$ .                      D.  $+\infty$ .
- Câu 23:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(0; 3)$ ?
- A.  $y = \frac{1}{x^3+1}$ .                      B.  $y = \frac{5}{x^2-x-2}$ .                      C.  $y = \frac{3}{x^2-1}$ .                      D.  $y = \frac{1}{x^2-2}$ .
- Câu 24:** Tổng  $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$  bằng
- A.  $3$ .                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C.  $2$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 25:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hình vẽ như sau. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ .      C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

**Câu 26:** Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào là  $+\infty$ ?

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - x^2 + 6)$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^4 - x^3 + 6)$ .  
C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x + x^3)$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2 + x)$ .

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 1}{x + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ 4 + 2m & \text{khi } x = -1 \end{cases}$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = -1$  khi giá trị của tham số  $m$  thuộc khoảng

- A.  $(5; 10)$ .      B.  $(10; 15)$ .      C.  $(0; 5)$ .      D.  $(-5; 0)$ .

**Câu 28:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $G$  là trung điểm của  $IJ$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.  $\vec{JG} + \vec{IG} = \vec{0}$ .      B.  $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 3\vec{DG}$ .  
C.  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .      D.  $4\vec{JG} = \vec{JB} + \vec{JA} + \vec{JD} + \vec{JC}$ .

**Câu 29:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{3n+2n^2}$  bằng

- A.  $\frac{1}{4}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D.  $+\infty$ .

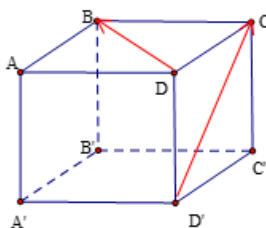
**Câu 30:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 2$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Độ dài của vectơ  $2\vec{u} + 3\vec{v}$  bằng

- A.  $97 - 36\sqrt{3}$ .      B.  $\sqrt{61}$ .      C. 71.      D.  $\sqrt{133}$ .

**Câu 31:** Hàm số nào dưới đây không liên tục trên  $R$ ?

- A.  $y = \cos 2x$ .      B.  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ .      C.  $y = (x+1)^3(x^2 + 2)$ .      D.  $y = \frac{x}{x^2 + x + 1}$ .

**Câu 32:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ bên). Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\vec{DB}$  và  $\vec{D'C}$ .



- A.  $90^\circ$ .      B.  $135^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

- Câu 33:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{x}, \overrightarrow{AB} = \vec{y}, \overrightarrow{AC} = \vec{z}$  và gọi  $M$  là trung điểm của đoạn  $BC'$ . Phân tích (hay biểu thị) vectơ  $\overrightarrow{B'M}$  qua các vectơ  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  là  
**A.**  $2\overrightarrow{B'M} = -\vec{x} - \vec{y} + \vec{z}$ .    **B.**  $\overrightarrow{B'M} = -\vec{x} + \vec{y} - \vec{z}$ .    **C.**  $3\overrightarrow{B'M} = \vec{x} + \vec{y} - \vec{z}$ .    **D.**  $2\overrightarrow{B'M} = \vec{x} - \vec{y} + \vec{z}$ .
- Câu 34:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 5 \cdot 2^n}{2^n - 3^n + 1}$  bằng  
**A.** 9.                                    **B.**  $+\infty$ .                                    **C.** 5.                                    **D.** -9.
- Câu 35:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?  
**A.**  $\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{AC'}$  đồng phẳng.                                    **B.**  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{C'B}$  đồng phẳng.  
**C.**  $\overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C}$  đồng phẳng.                                    **D.**  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC'}$  đồng phẳng.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

- Câu 36:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n+1)^2}{n^3 + 2n - 3}$ .
- Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = 2a$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $SC$ .
- Câu 38:** Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn:  $a - b = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 + (bx-1)^3}{x} = 1$ .
- Câu 39:** Với mọi giá trị thực của tham số  $m$ , chứng minh phương trình  $(m+1)x^4 + 3mx^2 + x - 2m - 2 = 0$  luôn có ít nhất hai nghiệm thực.

-----**HẾT**-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-5}{\sqrt{n^2+1}+2n}$  bằng

A. 0.

B.  $+\infty$ .

C.  $\frac{4}{3}$ .

D.  $\frac{5}{3}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-5}{\sqrt{n^2+1}+2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(4 - \frac{5}{n}\right)}{n \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} + 2\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{5}{n}}{\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} + 2} = \frac{4}{1+2} = \frac{4}{3}$$

**Câu 2:**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3x-1}{x-1}$  bằng

A.  $+\infty$ .

B. -3.

C.  $-\infty$ .

D. -1.

Lời giải

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (-3x-1) = -4 < 0$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0$  với mọi  $x > 1$ .

Do đó,  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-3x-1}{x-1} = -\infty$

**Câu 3:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

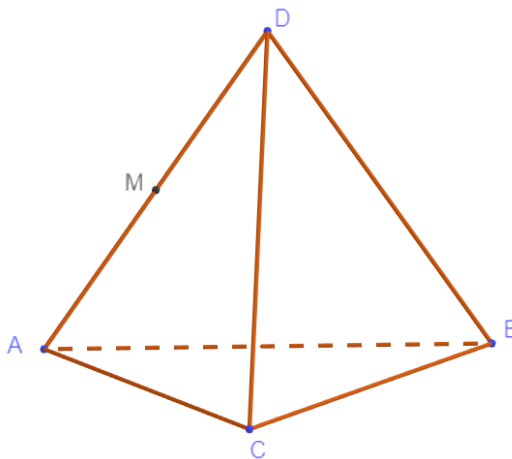
A.  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD}$ .

B.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{CM}$ .

C.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{MC}$ .

D.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{MC}$ .

Lời giải



$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = -(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CD}) = -2\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MC}.$$

**Câu 4:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{0,5})^{n+1}$  bằng

A.  $+\infty$ .

B. 0.

C.  $-\infty$ .

D. 1.

Lời giải

Vì  $0,5 < 1$  nên  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{0,5})^{n+1} = 0$

**Câu 5:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} (2+3n)$  bằng

A. 2.

B.  $-\infty$ .

C.  $+\infty$ .

D. 1.

Lời giải

Ta có:  $\lim(2+3n) = \lim n \left( \frac{2}{n} + 3 \right)$ .

Vì  $\lim n = +\infty$ ;  $\lim \left( \frac{2}{n} + 3 \right) = 3$  nên  $\lim n \left( \frac{2}{n} + 3 \right) = +\infty$ .

Vậy  $\lim(2+3n) = +\infty$ .

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 3) = 0$ . Giá trị  $\lim u_n$  bằng

- A. 0.                                  **B. 3.**                                  C. -3.                                  D. 2.

**Lời giải**

Ta có:  $\lim(u_n - 3) = 0 \Leftrightarrow \lim u_n = 3$ .

**Câu 7:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là **sai**?

A. Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = -2$  thì  $\lim(u_n \cdot v_n) = -\infty$ .

B. Nếu  $\lim |u_n| = +\infty$  thì  $\lim \frac{1}{u_n} = 0$ .

C. Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

**D. Nếu  $|q| < 1$  thì  $\lim q^n = +\infty$ .**

**Lời giải**

Phương án A, B, C đúng với nội dung định lí. Phương án D sai vì nếu  $|q| < 1$  thì  $\lim q^n = 0$ .

**Câu 8:**  $\lim \frac{1-2n}{3n^2+5}$  bằng

- A.  $\frac{2}{5}$ .                                  B.  $\frac{2}{-3}$ .                                  C.  $+\infty$ .                                  **D. 0.**

**Lời giải**

Ta có:  $\lim \frac{1-2n}{3n^2+5} = \lim \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{2}{n}}{3 + \frac{5}{n^2}} = \frac{0}{3} = 0$ .

**Câu 9:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -4$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)]$  bằng

- A. 2.**                                  B. 1.                                  C. 10.                                  D. -1.

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) + g(x)] = 2 \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2 \cdot 3 + (-4) = 2$ .

**Câu 10:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 5$  và  $\lim v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim(u_n - v_n)$  bằng

- A. 2.**                                  B. 6.                                  C. 8.                                  D. -2.

**Lời giải**

Ta có:  $\lim(u_n - v_n) = \lim u_n - \lim v_n = 5 - 3 = 2$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  bằng

- A. 0.                                  B. 3.                                  **C. -3.**                                  D. 9.

**Lời giải**

Áp dụng định lí:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -3$  nên  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$

**Câu 12:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{3x - 1}$  ?

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $-\frac{3}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{3x - 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{3x^2 + 1} - x)}{\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 1)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{3x^2 + 1} - \lim_{x \rightarrow 1} x}{\lim_{x \rightarrow 1} 3x - \lim_{x \rightarrow 1} 1} = \frac{\sqrt{3 \cdot 1^2 + 1} - 1}{3 \cdot 1 - 1} = \frac{1}{2}$$

**Câu 13:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -4$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B.  $-4$ .                      C.  $4$ .                      D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

Với  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -4$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ , áp dụng quy tắc tính giới hạn vô cực, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) \cdot g(x)] = -\infty.$$

**Câu 14:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 4$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Tích vô hướng của  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng

- A.  $6$ .                      B.  $-6\sqrt{3}$ .                      C.  $-6$ .                      D.  $6\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) = 4 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ = -6.$$

**Câu 15:** Số điểm gián đoạn của hàm số  $y = \frac{3+x}{x^4 + 4x^2}$  là

- A.  $1$ .                      B.  $3$ .                      C.  $4$ .                      D.  $2$ .

**Lời giải**

Hàm số xác định khi  $x^4 + 4x^2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ .

Đây là hàm phân thức hữu tỉ nên nó liên tục trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

Tại  $x = 0$ : Hàm số không xác định nên hàm số gián đoạn.

Vậy hàm số đã cho có 1 điểm gián đoạn.

**Câu 16:** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x^2 - 1)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = -2$ .                      D.  $x = 0$ .

**Lời giải**

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } x(x^2 - 1) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}$$

Hàm số đã cho là hàm phân thức hữu tỉ nên nó liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$ ,  $(-1; 1)$ ,

$(1; +\infty)$ . Do  $-2 \in (-\infty; -1)$  nên hàm số đã cho liên tục tại  $x = -2$ .

**Câu 17:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$ , gọi hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là hai vectơ chỉ phương của  $a$  và  $b$ ;  $(\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ$ . Khi đó góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng

- A.  $-135^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $135^\circ$ .      D.  $-45^\circ$ .

Lời giải

Vì  $(\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ > 90^\circ$  nên góc giữa  $a$  và  $b$  bằng  $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ .

**Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD A' B' C' D'$ . Ta có  $\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD'}$  bằng

- A.  $\vec{DB}$ .      B.  $\vec{DA'}$ .      C.  $\vec{DC'}$ .      D.  $\vec{DB'}$ .

Lời giải

Ta có  $\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD'} = \vec{DB} + \vec{DD'} = \vec{DB'}$

(Áp dụng quy tắc hình bình hành cho hình bình hành  $ABCD$  và  $BB'D'D$ ).

**Câu 19:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^{2020} + 1}{2 - n^{2021}}$  bằng:

- A.  $-5$ .      B.  $-\infty$ .      C.  $0$ .      D.  $+\infty$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^{2020} + 1}{2 - n^{2021}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{2021} \left( \frac{5}{n} + \frac{1}{n^{2021}} \right)}{n^{2021} \left( \frac{2}{n^{2021}} - 1 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left( \frac{5}{n} + \frac{1}{n^{2021}} \right)}{\left( \frac{2}{n^{2021}} - 1 \right)} = \frac{0 + 0}{0 - 1} = 0$$

**Câu 20:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây sai ?

- A.  $\vec{CD} - 2\vec{DC} = \vec{CD}$ .      B.  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ .      C.  $\vec{AD} - \vec{AC} = \vec{CD}$ .      D.  $\vec{CB} + \vec{BC} = \vec{0}$ .

Lời giải

Ta có:  $\vec{CD} - 2\vec{DC} = \vec{CD} + 2\vec{CD} = 3\vec{CD}$  nên A sai.

**Câu 21:** Hàm số  $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 3x - 4}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 2)$ .      B.  $(5; 8)$ .      C.  $(2; 5)$ .      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

Lời giải

Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1), (-1; 4), (4; +\infty)$  nên liên tục trên khoảng  $(5; 8)$ .

**Câu 22:**  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x + 1}{x^2 - 1}$  bằng

- A.  $-\infty$ .      B.  $0$ .      C.  $2$ .      D.  $+\infty$ .

Lời giải

Vì  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (2x + 1) = -1 < 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} (x^2 - 1) = 0$  và  $x^2 - 1 < 0$  khi  $-1 < x < 1$  nên  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x + 1}{x^2 - 1} = +\infty$ .

**Câu 23:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên khoảng  $(0; 3)$ ?

- A.  $y = \frac{1}{x^3 + 1}$ .      B.  $y = \frac{5}{x^2 - x - 2}$ .      C.  $y = \frac{3}{x^2 - 1}$ .      D.  $y = \frac{1}{x^2 - 2}$ .

Lời giải

Ta có:

\* Hàm số  $y = \frac{1}{x^3 + 1}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  nên hàm số xác định trên  $(0; 3)$ .

Suy ra hàm số liên tục trên  $(0; 3)$ .

\* Hàm số  $y = \frac{5}{x^2 - x - 2}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$

Hàm số  $y = \frac{3}{x^2 - 1}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$



Hàm số  $y = \frac{1}{x^2 - 2}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$

Do đó 3 hàm số trên không liên tục trên  $(0; 3)$ .

Kết luận: Hàm số  $y = \frac{1}{x^3 + 1}$  liên tục trên khoảng  $(0; 3)$ .

**Câu 24:** Tổng  $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$  bằng

- A. 3.                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      **C. 2.**                      D.  $\frac{1}{2}$ .

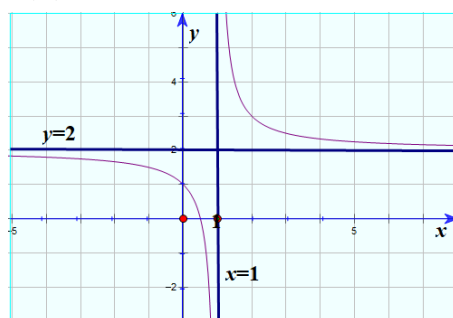
**Lời giải**

Ta có các số hạng  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{2^n}; \dots$  lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = 1, q = \frac{1}{2}$ .

Do đó:  $S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$ .

Kết luận:  $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 2$ .

**Câu 25:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hình vẽ như sau. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ .**      B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ .      C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ .

**Câu 26:** Trong bốn giới hạn dưới đây, giới hạn nào là  $+\infty$ ?

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - x^2 + 6)$ .**      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^4 - x^3 + 6)$ .  
C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x + x^3)$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2 + x)$ .

**Lời giải**

+) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x^3 - x^2 + 6) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left( 2 - \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{x^3} \right) = +\infty$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 2 - \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{x^3} \right) = 2 > 0$ .

+) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^4 - x^3 + 6) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \left( -2 - \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{x^4} \right) = -\infty$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -2 - \frac{1}{x} + 6 \cdot \frac{1}{x^4} \right) = -2 < 0$ .

+) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x + x^3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left( -2 \cdot \frac{1}{x^2} + 1 \right) = -\infty$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -2 \cdot \frac{1}{x^2} + 1 \right) = 1 > 0$ .

+) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2 + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( 2 \cdot \frac{1}{x} + 1 \right) = -\infty$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2 \cdot \frac{1}{x} + 1 \right) = 1 > 0$ .

Vậy chỉ có đáp án A là có kết quả là  $+\infty$ .

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 1}{x + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ 4 + 2m & \text{khi } x = -1 \end{cases}$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = -1$  khi giá trị của tham

số  $m$  thuộc khoảng

**A.**  $(5; 10)$ .

**B.**  $(10; 15)$ .

**C.**  $(0; 5)$ .

**D.**  $(-5; 0)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $f(-1) = 4 + 2m$ .

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x^2 - x + 1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 1) = 3.$$

Hàm số liên tục tại  $x = -1$  khi  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1) \Leftrightarrow 3 = 4 + 2m \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$ .

Vậy  $m \in (-5; 0)$ .

**Câu 28:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $G$  là trung điểm của  $IJ$ . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

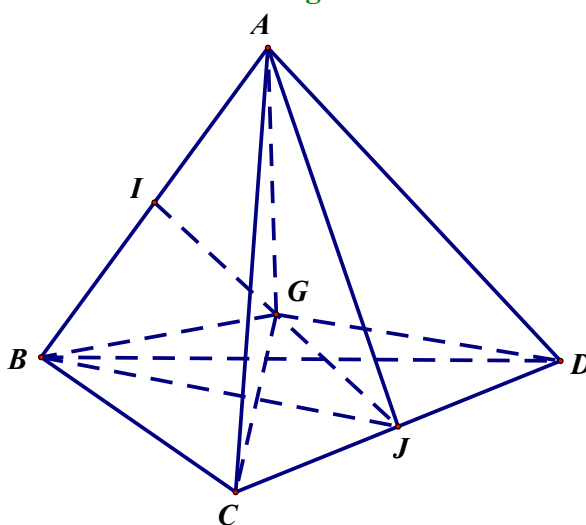
**A.**  $\vec{JG} + \vec{IG} = \vec{0}$ .

**B.**  $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 3\vec{DG}$ .

**C.**  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .

**D.**  $4\vec{JG} = \vec{JB} + \vec{JA} + \vec{JD} + \vec{JC}$ .

**Lời giải**



+) Vì  $G$  là trung điểm  $IJ$  nên  $\vec{JG} + \vec{IG} = \vec{0}$ , suy ra **A** đúng.

+) Ta có  $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 3\vec{DG} + \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}$ .

Vì  $G$  không là trọng tâm tam giác  $ABC$  nên  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} \neq \vec{0}$ .

nên  $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 3\vec{DG} + \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} \neq 3\vec{DG}$ , suy ra **B** sai.

+) Ta có  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GJ} + \overrightarrow{GI}) = \vec{0}$ , suy ra **C** đúng.

+) Ta có  $\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC} = 4\overrightarrow{JG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 4\overrightarrow{JG}$ , suy ra **D** đúng.

**Câu 29:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{3n+2n^2}$  bằng

**A.**  $\frac{1}{4}$

**B.**  $\frac{1}{3}$

**C.**  $\frac{1}{2}$

**D.**  $+\infty$

**Lời giải**

Ta có:  $1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{3n+2n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)}{2(3n+2n^2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(1 + \frac{1}{n}\right)}{n^2 \left(4 + \frac{6}{n}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{4 + \frac{6}{n}} = \frac{1}{4}$$

**Câu 30:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  có  $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 2$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Độ dài của vectơ  $2\vec{u} + 3\vec{v}$  bằng

**A.**  $97 - 36\sqrt{3}$

**B.**  $\sqrt{61}$

**C.** 71

**D.**  $\sqrt{133}$

**Lời giải**

Ta có:  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = \cos 60^\circ \cdot |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$

$$|2\vec{u} + 3\vec{v}|^2 = (2\vec{u} + 3\vec{v})^2 = 4|\vec{u}|^2 + 9|\vec{v}|^2 + 12\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \cdot 2^2 + 9 \cdot 3^2 + 12 \cdot 3 = 133$$

$$\Rightarrow |2\vec{u} + 3\vec{v}| = \sqrt{133}$$

**Câu 31:** Hàm số nào dưới đây không liên tục trên  $R$ ?

**A.**  $y = \cos 2x$

**B.**  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$

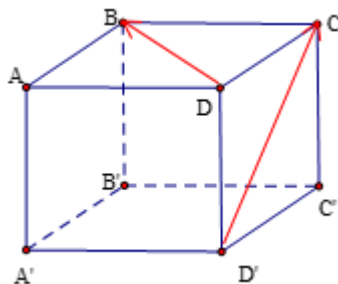
**C.**  $y = (x+1)^3(x^2+2)$

**D.**  $y = \frac{x}{x^2 + x + 1}$

**Lời giải**

Hàm số  $y = \frac{x}{x^2 - 1}$  có tập xác định là  $D = R \setminus \{-1; 1\}$  nên không liên tục trên  $R$ .

**Câu 32:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ bên). Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{DB}$  và  $\overrightarrow{D'C}$ .



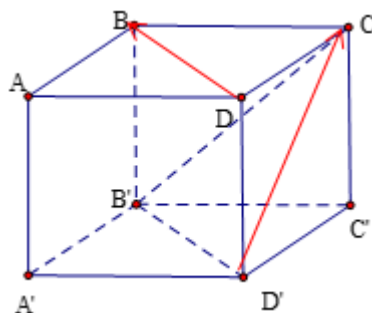
**A.**  $90^\circ$

**B.**  $135^\circ$

**C.**  $60^\circ$

**D.**  $45^\circ$

**Lời giải**

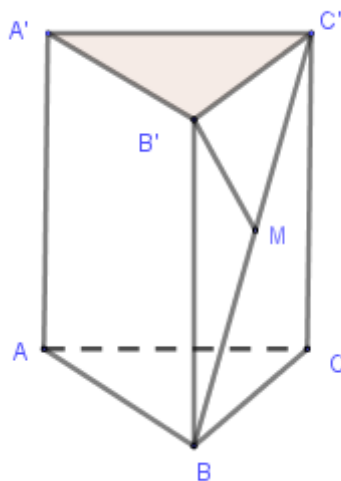


Ta có:  $(\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{D'C}) = (\overrightarrow{D'B}, \overrightarrow{D'C}) = \widehat{B'D'C} = 60^\circ$  (do  $\Delta B'D'C$  là tam giác đều)

**Câu 33:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{x}, \overrightarrow{AB} = \vec{y}, \overrightarrow{AC} = \vec{z}$  và gọi  $M$  là trung điểm của đoạn  $BC'$ . Phân tích (hay biểu thị) vectơ  $\overrightarrow{B'M}$  qua các vectơ  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  là

- A.**  $2\overrightarrow{B'M} = -\vec{x} - \vec{y} + \vec{z}$ . **B.**  $\overrightarrow{B'M} = -\vec{x} + \vec{y} - \vec{z}$ . **C.**  $3\overrightarrow{B'M} = \vec{x} + \vec{y} - \vec{z}$ . **D.**  $2\overrightarrow{B'M} = \vec{x} - \vec{y} + \vec{z}$ .

**Lời giải**



Ta có:

$$2\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B}$$

$$2\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{A'A}$$

$$2\overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$$

$$2\overrightarrow{B'M} = -\vec{x} - \vec{y} + \vec{z}.$$

**Câu 34:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 5 \cdot 2^n}{2^n - 3^n + 1}$  bằng

- A.** 9. **B.**  $+\infty$ . **C.** 5. **D.** -9.

**Lời giải**

Ta có:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} + 5 \cdot 2^n}{2^n - 3^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^2 \cdot 3^n + 5 \cdot 2^n}{2^n - 3^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9 + 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n}{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1 + \frac{1}{3^n}} = \frac{9}{-1} = -9$$

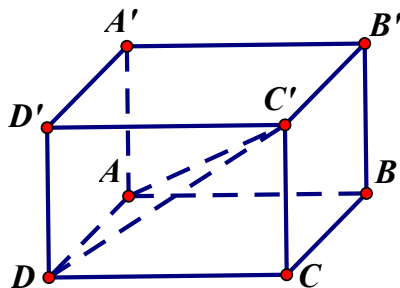
**Câu 35:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.**  $\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{AC'}$  đồng phẳng. **B.**  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD'}, \overrightarrow{C'B}$  đồng phẳng.

C.  $\overrightarrow{CD'}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C}$  đồng phẳng.

D.  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC'}$  đồng phẳng.

Lời giải



Ta có  $DC' \subset (ADC')$  (1)

$AC' \subset (ADC')$  (2)

Lại có,  $A'D' \parallel AD$  mà  $AD \subset (ADC')$  nên  $A'D' \parallel (ADC')$  (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra  $\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{AC'}$  đồng phẳng.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n+1)^2}{n^3 + 2n - 3}$ .

Lời giải

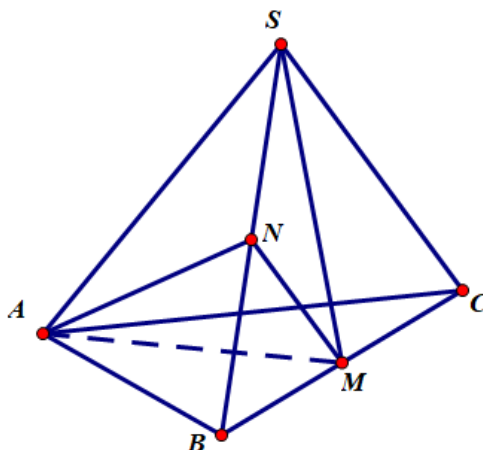
Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n+1)^2}{n^3 + 2n - 3} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n^2 + 2n + 1)}{n^3 + 2n - 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 4n^2 + 2n}{n^3 + 2n - 3} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{4}{n} + \frac{2}{n^2}}{1 + \frac{2}{n} - \frac{3}{n^3}} = \frac{2 + 0 + 0}{1 + 0 - 0} = 2 \end{aligned}$$

Kết luận:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(n+1)^2}{n^3 + 2n - 3} = 2$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = 2a$ , tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $SC$ .

Lời giải



Vì  $SA = SB = SC$  và tam giác tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  nên có  $SM \perp (ABC)$ .

Gọi  $N$  là trung điểm của  $SB$  khi đó có  $MN \parallel SC$  nên góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $SC$  chính là góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $MN$ .

Do tam giác tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  nên  $AM \perp BC$ . Mặt khác do  $SM \perp (ABC)$  nên có  $AM \perp SM$ . Do đó  $AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp MN$

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $SC$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 38:** Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn:  $a - b = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 + (bx-1)^3}{x} = 1$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 + (bx-1)^3}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 - 1 + (bx-1)^3 + 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1)^2 - 1}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(bx-1)^3 + 1}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(ax+1-1)(ax+1+1)}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(bx-1+1)[(bx-1)^2 - (bx-1) + 1]}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax(ax+2)}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bx[(bx-1)^2 - (bx-1) + 1]}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} [a(ax+2)] + \lim_{x \rightarrow 0} b[(bx-1)^2 - (bx-1) + 1] \\ &= 2a + 3b. \end{aligned}$$

$$\text{Theo đề ta có hệ phương trình: } \begin{cases} a - b = 2 \\ 2a + 3b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{5} \\ b = \frac{-3}{5} \end{cases}.$$

**Câu 39:** Với mọi giá trị thực của tham số  $m$ , chứng minh phương trình  $(m+1)x^4 + 3mx^2 + x - 2m - 2 = 0$  luôn có ít nhất hai nghiệm thực.

**Lời giải**

Đặt  $f(x) = (m+1)x^4 + 3mx^2 + x - 2m - 2$ .

Đây là hàm đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Trường hợp 1:  $m+1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ . Ta có  $f(x) = -3x^2 + x$ .

$$\text{Do đó } f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Suy ra phương trình đã cho có hai nghiệm.

Trường hợp 2:  $m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  và  $f(0) = -2m - 2 < 0, \forall m > -1$ .

Do đó, phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất 1 nghiệm trên mỗi khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

Suy ra, phương trình đã cho có ít nhất hai nghiệm thực với mọi  $m > -1$ .

Trường hợp 3:  $m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  và  $f(0) = -2m - 2 > 0, \forall m < -1$ .

Do đó, phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất 1 nghiệm trên mỗi khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

Suy ra, phương trình đã cho có ít nhất hai nghiệm thực với mọi  $m < -1$ .

Vậy, phương trình đã cho luôn có ít nhất hai nghiệm thực với mọi giá trị thực của tham số  $m$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 06

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{khi } x \neq 3 \\ 2m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Hàm số đã cho liên tục tại  $x = 3$  khi  $m$  bằng

- A. 3.                      B. 2.                      C. 6.                      D. -3.

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x+\sqrt{x+2}}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ 2x+3 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số không liên tục trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .  
 B. Hàm số không liên tục tại  $x_0 = -1$ .  
 C. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 D. Hàm số liên tục tại  $x_0 = -1$ .

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{4n^2+n+3}{an^2+6}$ . Để  $(u_n)$  có giới hạn bằng 2 thì giá trị của  $a$  là

- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x+5}$  bằng

- A. 3.                      B. 1.                      C. 0.                      D. 4.

**Câu 5:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , góc giữa hai đường thẳng  $A'B$  và  $B'C$  là

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng

- A. 1.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 4.

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x).g(x)]$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 2.                      D. -2

**Câu 8:** Cấp số nhận lùi vô hạn  $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \dots; \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}; \dots$  có tổng là một phân số tối giản  $\frac{m}{n}$ . Khi đó

$m.n$  bằng

- A. 0.                      B. 5.                      C. 6.                      D. 2

**Câu 9:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC}$ .                      B.  $\overline{AD} + \overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AB'}$ .  
 C.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$ .                      D.  $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AD'}$ .

**Câu 10:** Cho  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+x+10}{x^3+6} = a$  và  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2+11x+30}{25-x^2} = b$ . Khi đó  $S = a+b$  bằng

- A.  $S = \frac{1}{5}$ .                      B.  $S = 2$ .                      C.  $S = \frac{1}{10}$ .                      D.  $S = \frac{21}{10}$ .

**Câu 11:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -3, \lim v_n = 5$ . Giá trị của  $\lim(3u_n - v_n)$  bằng

- A. -14.                      B. 12.                      C. 18.                      D. 8.



**Câu 12:** Trong các dãy số sau, dãy số có giới hạn hữu hạn là

- A.  $(w_n)$  với  $w_n = \frac{n^3 + 2}{n^3 - 2n + 1}$ .      B.  $(v_n)$  với  $v_n = \frac{n^3 + 2}{n}$ .  
 C.  $(h_n)$  với  $h_n = 3^n$ .      D.  $(u_n)$  với  $u_n = n^3 + 2n - 3$ .

**Câu 13:** Trong các dãy số dưới đây, dãy số có giới hạn khác không là

- A.  $((-0,98)^n)$ .      B.  $((1,01)^n)$ .      C.  $((-0,99)^n)$ .      D.  $((0,99)^n)$ .

**Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và  $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60^\circ$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $BC$  là

- A.  $90^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $120^\circ$ .

**Câu 15:** Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

(I):  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a;b]$  và  $f(a).f(b) > 0$  thì tồn tại ít nhất một số  $c \in (a;b)$  sao cho  $f(c) = 0$ .

(II):  $f(x)$  liên tục trên nửa khoảng  $(a;c]$  và trên nửa khoảng  $[c;b)$  nhưng không liên tục trên khoảng  $(a;b)$ .

- A. Chỉ (I) đúng.      B. Chỉ (II) đúng.      C. Cả (I) và (II) đúng.      D. Cả (I) và (II) sai.

**Câu 16:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

- A.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$ .      B.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$ .      D.  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$ .

**Câu 17:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$  bằng

- A.  $+\infty$ .      B. 1.      C.  $-\infty$ .      D. 0.

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $CD$  là

- A.  $45^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 19:** Biết  $\lim u_n = 2$ . Mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau là

- A.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{1}{2}$ .      B.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{2}{7}$ .      C.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{3}{8}$ .      D.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{1}{4}$ .

**Câu 20:** Biết hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + a + 3b}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $a, b$  thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

- A.  $a \leq -3b$ .      B.  $a < -3b$ .      C.  $a \geq -3b$ .      D.  $a > -3b$ .

**Câu 21:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{x^2 - 1}{2x^2 - 5x + 2} \right)$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B. 3.      C.  $-\infty$ .      D.  $+\infty$ .

**Câu 22:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Ba véc tơ nào sau đây đồng phẳng

- A.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ .      B.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ .      C.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ .      D.  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}$ .

**Câu 23:** Hàm số nào sau đây liên tục trên khoảng  $(0; 2)$ ?

- A.  $y = \frac{x+3}{x^2-1}$ .      B.  $y = \frac{x-2}{(x-1)^2}$ .      C.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .      D.  $y = \frac{1}{x^2}$ .

- Câu 24:** Cho hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$ , biết  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 7$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$  bằng:
- A. 10.                      B. 4.                      C. -4.                      D. -10.
- Câu 25:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x+1}{(x-4)^2}$  bằng
- A. 0.                      B.  $-\infty$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. 9.
- Câu 26:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x+2 & \text{khi } x < -1 \\ x^2-1 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$ . Khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau là
- A.  $f(x)$  liên tục trên  $(-\infty; -1]$ .                      B.  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
 C.  $f(x)$  liên tục trên  $[-1; +\infty)$ .                      D.  $f(x)$  liên tục tại  $x = -1$ .
- Câu 27:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{CC'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$ .                      B.  $\overrightarrow{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .                      C.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ .                      D.  $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .
- Câu 28:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BCD$ . Góc giữa đường thẳng  $AO$  và  $BD$  bằng
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $0^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .
- Câu 29:**  $\lim_{x \rightarrow 5} (4x^2 + 1)$  bằng
- A. 101.                      B.  $-\infty$ .                      C. 100.                      D.  $+\infty$ .
- Câu 30:** Cho 2 dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  biết  $\lim u_n = -5$ ,  $\lim v_n = 0$  và dấu  $v_n < 0$ . Khi đó  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng
- A. -5.                      B. 0.                      C.  $+\infty$ .                      D.  $-\infty$ .
- Câu 31:** Hình biểu diễn của hình chữ nhật trong không gian không thể là hình nào trong các hình sau:
- A. Hình bình hành.                      B. Hình thoi.                      C. Hình chữ nhật.                      D. Hình thang.
- Câu 32:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Khi đó  $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$  bằng
- A.  $\frac{a^2}{2}$ .                      B.  $-a^2$ .                      C. 0.                      D.  $a^2$ .
- Câu 33:** Khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau là
- A.  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $|q| > 1$ .                      B.  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $q > 1$ .  
 C.  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $q < 1$ .                      D.  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $|q| < 1$ .
- Câu 34:**  $\lim \frac{2^{2n} + 4}{3 \cdot 4^n}$  bằng
- A.  $\frac{1}{3}$ .                      B. 0.                      C.  $+\infty$ .                      D. 1.
- Câu 35:** Giới hạn  $\lim_{n \rightarrow 2021} \frac{1}{n}$  bằng
- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 1.                      D. 0.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

- Câu 36:** Tính giới hạn của dãy số sau  $\lim \frac{4^{2n} + 3 \cdot 2^{n+1}}{5 \cdot 16^n + 2 \cdot 4^n}$

**Câu 37:** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa  $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; \vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ . Xét hai vectơ  $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}; \vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{x}, \vec{y}$ . Tính cosin của góc  $\alpha$ .

**Câu 38:** a) Tính giới hạn của hàm số sau:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 3x}}{x - 1}$

b) Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{\sqrt{2x+4} - 2} & \text{khi } x > 0 \\ 5x - \frac{1}{3}m^2 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$

Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{khi } x \neq 3 \\ 2m & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ . Hàm số đã cho liên tục tại  $x = 3$  khi  $m$  bằng

- A.** 3.   **B.** 2.   **C.** 6.   **D.** -3.

Lời giải

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3) = 6$  và  $f(3) = 2m$ .

Hàm số liên tục tại  $x = 3$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 6 = 2m \Leftrightarrow m = 3$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ 2x+3 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.** Hàm số không liên tục trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

**B.** Hàm số không liên tục tại  $x_0 = -1$ .

**C.** Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**D.** Hàm số liên tục tại  $x_0 = -1$ .

Lời giải

\*Tự luận

Khi  $x > -1$ ,  $f(x) = \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1}$ , hàm số xác định trên  $(-1; +\infty)$  nên liên tục trên  $(-1; +\infty)$ .

Khi  $x < -1$ ,  $f(x) = 2x+3$ , hàm số xác định trên  $(-\infty; -1)$  nên liên tục trên  $(-\infty; -1)$ .

Do vậy hàm số đã cho liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

Xét tính liên tục của hàm số tại  $x_0 = -1$ :

$$\begin{aligned} +) \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 - (x+2)}{(x+1)(x - \sqrt{x+2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)(x - \sqrt{x+2})} = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-2}{x - \sqrt{x+2}} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$+) \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (2x+3) = 1.$$

Suy ra  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$  do đó không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ .

Vậy hàm số cho không liên tục tại  $x_0 = -1$ .

\*Trắc nghiệm

Hàm số đã cho liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ . Do đó loại phương án A

Nếu phương án D đúng, thì phương án C cũng đúng. Do đó loại C, D

Vậy phương án đúng là **B**

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{4n^2 + n + 3}{an^2 + 6}$ . Để  $(u_n)$  có giới hạn bằng 2 thì giá trị của  $a$  là

- A.** 4.   **B.** 3.   **C.** 2.   **D.** 1.

Lời giải

Với  $a = 0$  thì  $u_n = \frac{4n^2 + n + 3}{an^2 + 6} = \frac{4n^2 + n + 3}{6}$ . Suy ra  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + n + 3}{6} = +\infty$ . Nên  $a \neq 0$ .

Khi đó theo bài ra  $\lim u_n = 2 \Rightarrow 2 = \lim \frac{4n^2 + n + 3}{an^2 + 6} = \lim \frac{4 + \frac{1}{n} + \frac{3}{n^2}}{a + \frac{6}{n^2}} = \frac{4}{a} \Rightarrow a = 2$ .

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x+5}$  bằng

**A. 3.**

**B. 1.**

**C. 0.**

**D. 4.**

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x+5} = \sqrt{4+5} = 3$ .

**Câu 5:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , góc giữa hai đường thẳng  $A'B$  và  $B'C$  là

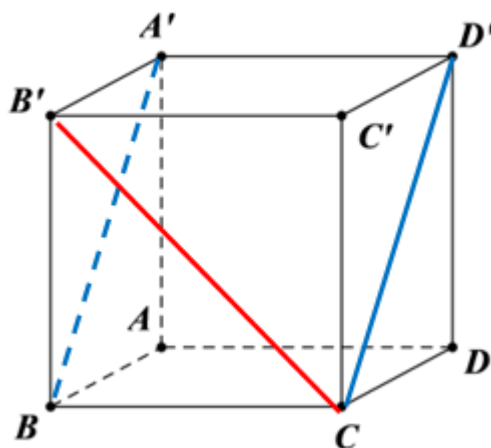
**A.  $30^\circ$ .**

**B.  $60^\circ$ .**

**C.  $45^\circ$ .**

**D.  $90^\circ$ .**

**Lời giải**



Ta có  $(A'B, B'C) = (D'C, B'C) = \widehat{B'CD'} = 60^\circ$  (vì tam giác  $B'CD'$  đều).

**Câu 6:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  bằng

**A. 1.**

**B. 3.**

**C. 2.**

**D. 4.**

**Lời giải**

Do  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$  suy ra  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x).g(x)]$  bằng

**A.  $+\infty$ .**

**B.  $-\infty$ .**

**C. 2.**

**D. -2**

**Lời giải**

$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x).g(x)] = +\infty$ .

**Câu 8:** Cấp số nhân lùi vô hạn  $1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; -\frac{1}{8}; \dots; \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}; \dots$  có tổng là một phân số tối giản  $\frac{m}{n}$ . Khi đó

$m.n$  bằng

**A. 0.**

**B. 5.**

**C. 6.**

**D. 2**

**Lời giải**

Ta thấy cấp số nhân trên có  $u_1 = 1$ ; công bội  $q = -\frac{1}{2}$

$$\text{Suy ra } S = 1 + \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{8}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \dots = \frac{u_1}{1-q} = \frac{2}{3}$$

Vậy  $m = 2; n = 3$  và  $m.n = 6$ .

**Câu 9:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$ .

**B.**  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD'}$ .

**Lời giải**

Theo tính chất hình hộp:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

**Câu 10:** Cho  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 10}{x^3 + 6} = a$  và  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 11x + 30}{25 - x^2} = b$ . Khi đó  $S = a + b$  bằng

**A.**  $S = \frac{1}{5}$ .

**B.**  $S = 2$ .

**C.**  $S = \frac{1}{10}$ .

**D.**  $S = \frac{21}{10}$ .

**Lời giải**

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 10}{x^3 + 6} = 2 \rightarrow a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 11x + 30}{25 - x^2} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{(x+5)(x+6)}{(5-x)(5+x)} = \lim_{x \rightarrow -5} \frac{x+6}{5-x} = \frac{1}{10} \rightarrow b = \frac{1}{10}$$

$$\text{Nên } S = a + b = 2 + \frac{1}{10} = \frac{21}{10}.$$

**Câu 11:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -3, \lim v_n = 5$ . Giá trị của  $\lim (3u_n - v_n)$  bằng

**A.**  $-14$ .

**B.**  $12$ .

**C.**  $18$ .

**D.**  $8$ .

**Lời giải**

Theo tính chất giới hạn hữu hạn ta có:

$$\lim (3u_n - v_n) = \lim 3u_n - \lim v_n = 3 \cdot (-3) - 5 = -14.$$

**Câu 12:** Trong các dãy số sau, dãy số có giới hạn hữu hạn là

**A.**  $(w_n)$  với  $w_n = \frac{n^3 + 2}{n^3 - 2n + 1}$ .

**B.**  $(v_n)$  với  $v_n = \frac{n^3 + 2}{n}$ .

**C.**  $(h_n)$  với  $h_n = 3^n$ .

**D.**  $(u_n)$  với  $u_n = n^3 + 2n - 3$ .

**Lời giải**

$$\text{Xét } \lim w_n = \lim \frac{n^3 + 2}{n^3 - 2n + 1} = \lim \frac{1 + \frac{2}{n^3}}{1 - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}} = 1. \text{ Suy ra } (w_n) \text{ có giới hạn hữu hạn.}$$

**Câu 13:** Trong các dãy số dưới đây, dãy số có giới hạn khác không là

**A.**  $((-0,98)^n)$ .

**B.**  $((1,01)^n)$ .

**C.**  $((-0,99)^n)$ .

**D.**  $((0,99)^n)$ .

**Lời giải**

Vì  $1,01 > 1$  nên  $\lim (1,01)^n = +\infty$ . (Các dãy số còn lại đều có  $|q| < 1$  nên đều có giới hạn bằng 0).

**Câu 14:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và  $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60^\circ$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $BC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $BC$  là

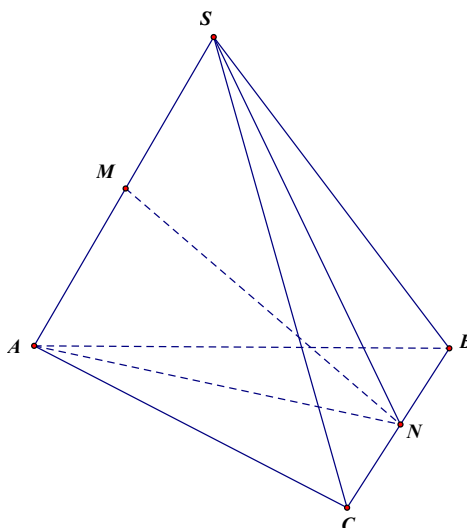
**A.**  $90^\circ$ .

**B.**  $45^\circ$ .

**C.**  $60^\circ$ .

**D.**  $120^\circ$ .

Lời giải



Ta có  $SA = SB = SC$  và  $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 60^\circ$   
 $\Rightarrow \Delta SAC = \Delta SAB$  (c.g.c)  $\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \Delta ABC$  cân tại  $A$   
 $\Rightarrow AN \perp BC$  (1).

$SB = SC \Rightarrow \Delta BSC$  cân tại  $S \Rightarrow SN \perp BC$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $BC \perp (SAN) \Rightarrow BC \perp MN \Rightarrow (MN; BC) = 90^\circ$ .

**Câu 15:** Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

(I):  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $f(a).f(b) > 0$  thì tồn tại ít nhất một số  $c \in (a; b)$  sao cho  $f(c) = 0$

(II):  $f(x)$  liên tục trên nửa khoảng  $(a; c]$  và trên nửa khoảng  $[c; b)$  nhưng không liên tục trên khoảng  $(a; b)$ .

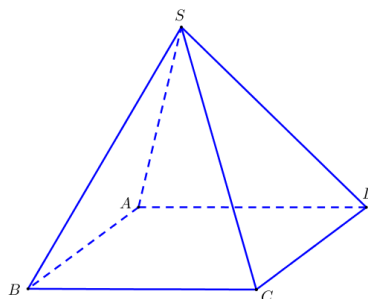
- A. Chỉ (I) đúng.                      B. Chỉ (II) đúng.  
 C. Cả (I) và (II) đúng.            D. Cả (I) và (II) sai.

Lời giải

**Câu 16:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

- A.  $\vec{SA} + \vec{SD} = \vec{SB} + \vec{SC}$ .    B.  $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = \vec{0}$ .  
 C.  $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$ .    D.  $\vec{SA} + \vec{SB} = \vec{SC} + \vec{SD}$ .

Lời giải



Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên  $\vec{BA} + \vec{DC} = \vec{0}$

Khi đó  $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{BA} + \vec{SD} + \vec{DC} = (\vec{SB} + \vec{SD}) + (\vec{BA} + \vec{DC}) = \vec{SB} + \vec{SD} + \vec{0} = \vec{SB} + \vec{SD}$ .

Suy ra  $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$ .

Vậy C là khẳng định **đúng**.

**Câu 17:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3$  bằng

A.  $+\infty$ .

B. 1.

C.  $-\infty$ .

D. 0.

Lời giải

♦ Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $CD$  là

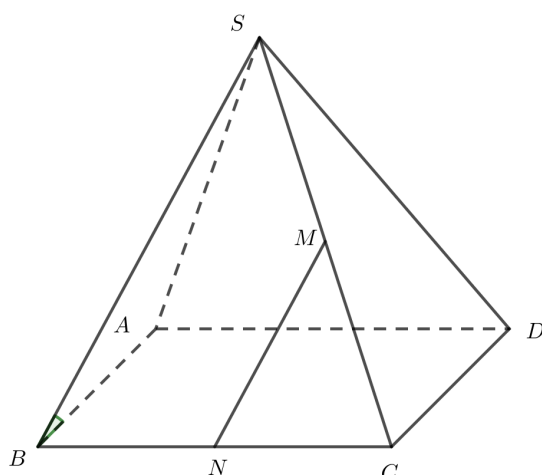
A.  $45^\circ$ .

B.  $90^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

Lời giải



♦ Từ giả thiết ta có:  $MN \parallel SB$  (do  $MN$  là đường trung bình của  $\Delta SBC$ ). Mà  $CD \parallel AB$   
 $\Rightarrow (MN, CD) = (SB, AB)$ .

♦ Mặt khác do hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$  nên  $\Delta SAB$  đều, do đó  $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = 60^\circ \Rightarrow (MN, CD) = 60^\circ$ .

**Câu 19:** Biết  $\lim u_n = 2$ . Mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau là

A.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{1}{2}$ .

B.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{2}{7}$ .

C.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{3}{8}$ .

D.  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{1}{4}$ .

Lời giải

Do  $\lim u_n = 2$  nên  $\lim \frac{u_n + 2}{2u_n + 4} = \frac{2 + 2}{2 \cdot 2 + 4} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 20:** Biết hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + a + 3b}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Khi đó  $a, b$  thỏa mãn hệ thức nào sau đây?

A.  $a \leq -3b$ .

B.  $a < -3b$ .

C.  $a \geq -3b$ .

D.  $a > -3b$ .

Lời giải

Do hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + a + 3b}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên phương trình  $x^2 + a + 3b = 0$  vô nghiệm

$\Leftrightarrow x^2 = -a - 3b$  vô nghiệm. Khi đó  $-a - 3b < 0 \Leftrightarrow a > -3b$

**Câu 21:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{x^2 - 1}{2x^2 - 5x + 2} \right)$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$ .

B. 3.

C.  $-\infty$ .

D.  $+\infty$ .

Lời giải



Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - 1) = 3 > 0$  (1).

$\lim_{x \rightarrow 2^+} (2x^2 - 5x + 2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 2(x-2) \left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$  (2).

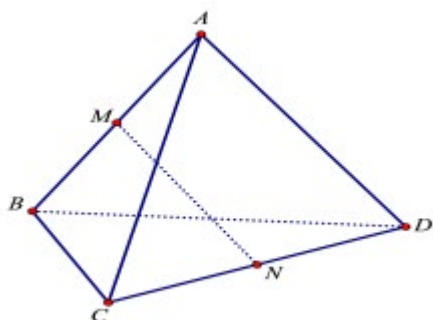
Mà  $2(x-2) \left(x - \frac{1}{2}\right) > 0, \forall x > 2$  (3).

Từ (1),(2),(3)  $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{x^2 - 1}{2x^2 - 5x + 2}\right) = +\infty$ .

**Câu 22:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Ba véc tơ nào sau đây đồng phẳng

- A.  $\overline{MN}, \overline{AC}, \overline{AD}$ .      B.  $\overline{MN}, \overline{AC}, \overline{BD}$ .      C.  $\overline{MN}, \overline{AC}, \overline{BC}$ .      D.  $\overline{MN}, \overline{BC}, \overline{BD}$ .

Lời giải



Ta có:  $\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{AC} + \overline{CN}$  (1)

$\overline{MN} = \overline{MB} + \overline{BD} + \overline{DN}$  (2)

Cộng theo vế của (1) và (2) ta được:  $2\overline{MN} = \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{AC} + \overline{BD} + \overline{CN} + \overline{DN}$  (3)

Mà  $M$  là trung điểm  $AB$  nên  $\overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$  (4)

$N$  là trung điểm  $CD$  nên  $\overline{CN} + \overline{DN} = \vec{0}$  (5)

Thay (4),(5) vào (3) ta được:  $2\overline{MN} = \overline{AC} + \overline{BD}$  suy ra  $\overline{MN}, \overline{AC}, \overline{BD}$  đồng phẳng.

**Câu 23:** Hàm số nào sau đây liên tục trên khoảng  $(0; 2)$ ?

- A.  $y = \frac{x+3}{x^2-1}$ .      B.  $y = \frac{x-2}{(x-1)^2}$ .      C.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .      D.  $y = \frac{1}{x^2}$ .

Lời giải

Ta biết rằng: Hàm phân thức liên tục trên từng khoảng xác định của nó.

Hàm số  $y = \frac{x+3}{x^2-1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$  nên không liên tục trên  $(0; 2)$ .

Hàm số  $y = \frac{x-2}{(x-1)^2}, y = \frac{x+3}{x-1}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  nên không liên tục trên  $(0; 2)$ .

Hàm số  $y = \frac{1}{x^2}$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  nên liên tục trên từng khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ , do đó hàm số liên tục trên  $(0; 2)$ .

**Câu 24:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$ , biết  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 7$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$  bằng:

- A. 10.      B. 4.      C. -4.      D. -10.

Lời giải

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)] = -3 + 7 = 4$ .

**Câu 25:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x+1}{(x-4)^2}$  bằng

- A. 0.                      B.  $-\infty$ .                      **C.  $+\infty$**                       D. 9.

Lời giải

Ta có:

+  $\lim_{x \rightarrow 4} (2x+1) = 9 > 0$ .

+  $\lim_{x \rightarrow 4} (x-4)^2 = 0, (x-4)^2 > 0$  với mọi  $x \neq 4$ .

Suy ra:  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x+1}{(x-4)^2} = +\infty$ .

**Câu 26:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x+2 & \text{ khi } x < -1 \\ x^2-1 & \text{ khi } x \geq -1 \end{cases}$ . Khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau là

- A.  $f(x)$  liên tục trên  $(-\infty; -1]$ .                      B.  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
**C.  $f(x)$  liên tục trên  $[-1; +\infty)$** .                      D.  $f(x)$  liên tục tại  $x = -1$ .

Lời giải

Ta có:

+  $f(-1) = (-1)^2 - 1 = 0$ .

+  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (3x+2) = -1$ .

+  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (x^2 - 1) = 0$ .

$\Rightarrow f(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ .

+ Với  $x > -1$  ta có  $f(x) = x^2 - 1$  là hàm đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

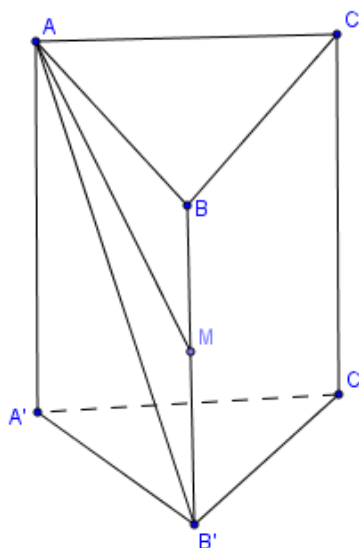
$\Rightarrow f(x)$  liên tục trên  $(-1; +\infty)$ .

Vậy  $f(x)$  liên tục trên  $[-1; +\infty)$ .

**Câu 27:** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BB'$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}, \overrightarrow{CC'} = \vec{c}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$ .                      **B.  $\overrightarrow{AM} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$** .  
 C.  $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ .                      D.  $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

Lời giải



Ta có :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \vec{c}$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB'} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}) + \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a} + \vec{c}) = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}.$$

**Câu 28:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Gọi  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BCD$ . Góc giữa đường thẳng  $AO$  và  $BD$  bằng

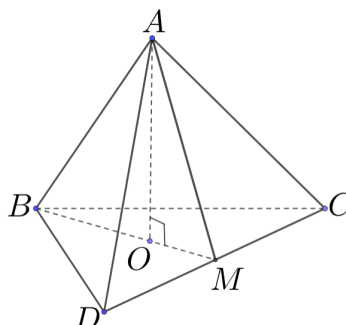
A.  $30^\circ$ .

B.  $0^\circ$ .

**C.  $90^\circ$ .**

D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm  $CD$ , vì  $ABCD$  là tứ diện đều nên  $\triangle ACD, \triangle BCD$  là các tam giác đều.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} CD \perp BM \\ CD \perp AM \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABM)$$

$$\text{Mà } AO \subset (ABM) \Rightarrow AO \perp CD$$

Do đó góc giữa  $AO$  và  $CD$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 29:**  $\lim_{x \rightarrow 5} (4x^2 + 1)$  bằng

**A. 101.**

B.  $-\infty$ .

C. 100.

D.  $+\infty$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta thấy: } \lim_{x \rightarrow 5} (4x^2 + 1) = 4.25 + 1 = 101$$

**Câu 30:** Cho 2 dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  biết  $\lim u_n = -5, \lim v_n = 0$  và dấu  $v_n < 0$ . Khi đó  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

A.  $-5$ .

B.  $0$ .

**C.  $+\infty$ .**

D.  $-\infty$ .

Lời giải

Ta thấy: Xét  $\lim \frac{u_n}{v_n}$ , ta thấy  $\lim u_n = -5, \lim v_n = 0$  mà dấu  $v_n < 0$

Nên  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$

- Câu 31:** Hình biểu diễn của hình chữ nhật trong không gian không thể là hình nào trong các hình sau:  
**A.** Hình bình hành.      **B.** Hình thoi.      **C.** Hình chữ nhật.      **D.** Hình thang.

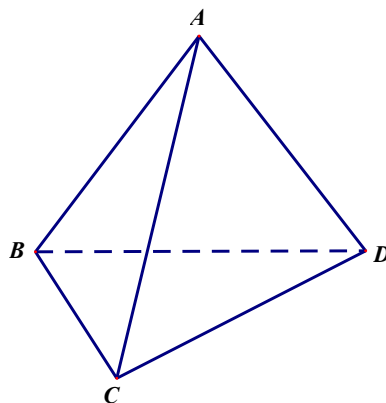
Lời giải

Trong không gian hình biểu diễn của hình chữ nhật phải là một hình bình hành nên hình thang không thể là hình biểu diễn của hình chữ nhật.

- Câu 32:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Khi đó  $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$  bằng

- A.**  $\frac{a^2}{2}$ .      **B.**  $-a^2$ .      **C.**  $0$ .      **D.**  $a^2$ .

Lời giải



$$\begin{aligned} \text{Ta có } \overline{AB} \cdot \overline{CD} &= (\overline{CB} - \overline{CA}) \cdot \overline{CD} = \overline{CB} \cdot \overline{CD} - \overline{CA} \cdot \overline{CD} \\ &= CB \cdot CD \cdot \cos 60^\circ - CA \cdot CD \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}a^2 = 0 \end{aligned}$$

- Câu 33:** Khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau là

- A.**  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $|q| > 1$ .      **B.**  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $q > 1$ .  
**C.**  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $q < 1$ .      **D.**  $\lim q^n = +\infty$  nếu  $|q| < 1$ .

Lời giải

- Câu 34:**  $\lim \frac{2^{2n} + 4}{3 \cdot 4^n}$  bằng

- A.**  $\frac{1}{3}$ .      **B.**  $0$ .      **C.**  $+\infty$ .      **D.**  $1$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim \frac{2^{2n} + 4}{3 \cdot 4^n} = \lim \frac{4^n + 4}{3 \cdot 4^n} = \lim \frac{1 + 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n}{3} = \frac{1}{3}.$$

- Câu 35:** Giới hạn  $\lim \frac{1}{n^{2021}}$  bằng

- A.**  $-\infty$ .      **B.**  $+\infty$ .      **C.**  $1$ .      **D.**  $0$ .

Lời giải

Ta có  $\lim_{n \rightarrow 2021} \frac{1}{n} = 0$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tính giới hạn của dãy số sau  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{2n} + 3 \cdot 2^{n+1}}{5 \cdot 16^n + 2 \cdot 4^n}$

**Lời giải**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{2n} + 3 \cdot 2^{n+1}}{5 \cdot 16^n + 2 \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{16^n + 6 \cdot 2^n}{5 \cdot 16^n + 2 \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 6 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^n}{5 + 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n} = \frac{1}{5}$$

**Câu 37:** Cho hai vectơ  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa  $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; \vec{a} \cdot \vec{b} = 10$ . Xét hai vectơ  $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}; \vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vectơ  $\vec{x}, \vec{y}$ . Tính cosin của góc  $\alpha$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b} \Rightarrow |\vec{x}|^2 = |\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + 4|\vec{b}|^2 = 4^2 - 4 \cdot 10 + 4 \cdot 3^2 = 12$ . Suy ra:  $|\vec{x}| = 2\sqrt{3}$ .

Ta có:  $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow |\vec{y}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 4^2 - 2 \cdot 10 + 3^2 = 5$ . Suy ra:  $|\vec{y}| = \sqrt{5}$ .

$$\text{Vậy: } \cos \alpha = \frac{\vec{x} \cdot \vec{y}}{|\vec{x}| \cdot |\vec{y}|} = \frac{(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}} = \frac{|\vec{a}|^2 - 3\vec{a} \cdot \vec{b} + 2|\vec{b}|^2}{2\sqrt{15}} = \frac{4^2 - 3 \cdot 10 + 2 \cdot 3^2}{2\sqrt{15}} = \frac{2\sqrt{15}}{15}$$

**Câu 38:** a) Tính giới hạn của hàm số sau:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 3x}}{x - 1}$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 3x}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{2x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 3x})(\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x})}{(x - 1)(\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 2 - x^2 - 3x}{(x - 1)(\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{(x - 1)(\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x - 1)(\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 2}{\sqrt{2x^2 + 2} + \sqrt{x^2 + 3x}} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 3x}}{x - 1} = -\frac{1}{4}$$

b) **(0.75 điểm)** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{\sqrt{2x+4} - 2} & \text{khi } x > 0 \\ 5x - \frac{1}{3}m^2 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$

Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .

**Lời giải**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{\sqrt{2x+4} - 2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(3 - \sqrt{x+9})(3 + \sqrt{x+9})(\sqrt{2x+4} + 2)}{(\sqrt{2x+4} - 2)(\sqrt{2x+4} + 2)(3 + \sqrt{x+9})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-x(\sqrt{2x+4} + 2)}{2x(3 + \sqrt{x+9})} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-(\sqrt{2x+4} + 2)}{2(3 + \sqrt{x+9})} = -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( 5x - \frac{1}{3}m^2 \right) = -\frac{1}{3}m^2$$

$$f(0) = -\frac{1}{3}m^2$$

Hàm số liên tục tại  $x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{3}m^2 = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Vậy với  $\begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$  thì hàm số liên tục tại  $x = 0$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 07

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và công bội  $q = 3$ . Tổng  $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{20}$  bằng

- A.  $S = \frac{5}{2}(3^{20} + 1)$ .      B.  $S = \frac{5}{2}(3^{20} - 1)$ .      C.  $S = \frac{5}{2}(3^{21} - 1)$ .      D.  $S = \frac{5}{2}(1 - 3^{20})$ .

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $u_6 = -96$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân là

- A.  $q = -2$ .      B.  $q = \sqrt{2}$ .      C.  $q = 4$ .      D.  $q = 2$ .

**Câu 3:** Nếu cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức

- A.  $u_n = u_1 + nd$ .      B.  $u_n = u_1 + (n-1)d$ .      C.  $u_n = u_1 + (n+1)d$ .      D.  $u_n = u_1 - (n-1)d$ .

**Câu 4:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{3n+1}$  bằng

- A. 2.      B.  $+\infty$ .      C.  $\frac{1}{3}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 5:** Nếu cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức

- A.  $u_n = u_1 q^n$ .      B.  $u_n = u_1 q^{n-1}$ .      C.  $u_n = u_1 + (n-1)q$ .      D.  $u_n = u_1 + q^{n-1}$ .

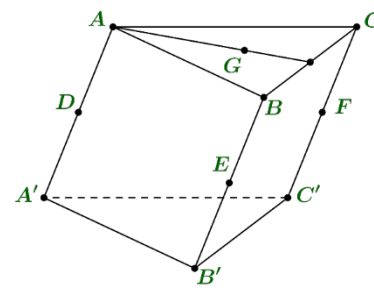
**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức  $u_n = n^2 + 1$  với  $n \geq 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $(u_n)$  là dãy giảm.      B.  $(u_n)$  là dãy không tăng không giảm.  
C.  $(u_n)$  là dãy tăng.      D.  $u_1 = 4$ .

**Câu 7:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , (như hình vẽ).

Lấy các điểm  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AA', BB', CC'$  và điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

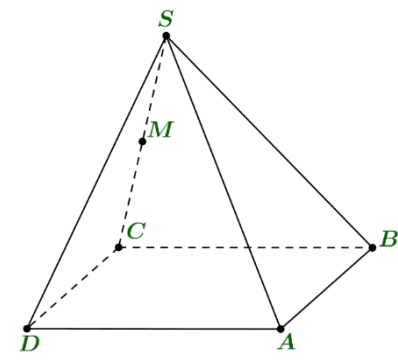
- A.  $(DB'F) \parallel (GEC)$ .      B.  $(DB'F) \parallel (AEC)$ .  
C.  $(DB'F) \parallel (AEG)$ .      D.  $(DB'F) \parallel (ABC)$ .



**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành, gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$  (như hình vẽ).

Giao tuyến của mặt phẳng  $(MAD)$  và  $(SBC)$  là

- A. đường thẳng qua  $M$  và song song với  $BC$ .  
B. đường thẳng  $DM$ .  
C. đường thẳng  $AM$ .  
D. đường thẳng qua  $M$  và song song với  $CD$ .



**Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -1, u_6 = 39$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng là

- A.  $d = 8$ .      B.  $d = 10$ .      C.  $d = 6$ .      D.  $d = \frac{20}{3}$ .

- Câu 10:** Cho đường thẳng  $d$  và  $d'$  song song với nhau. Các mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  tương ứng đi qua  $d$  và  $d'$  đồng thời cắt nhau theo giao tuyến  $a$  thì:
- A. Đường thẳng  $a$  song song với cả hai đường thẳng  $d$  và  $d'$ .  
 B. Đường thẳng  $a$  trùng với đường thẳng  $d$ .  
 C. Đường thẳng  $a$  hoặc song song hoặc trùng với đường thẳng  $d$  hoặc  $d'$ .  
 D. Đường thẳng  $a$  song song với đường thẳng  $d$ .
- Câu 11:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?
- A.  $1; 1; 1; 1; 1$ .                      B.  $1; 2; 4; 8; 16$ .                      C.  $1; 3; 5; 7; 9$ .                      D.  $1; -1; 1; -1; 1$ .
- Câu 12:** Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt  $(P)$  và  $(Q)$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau.  
 B. Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong  $(P)$  đều song song với mọi đường thẳng nằm trong  $(Q)$ .  
 C. Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong  $(P)$  đều song song với  $(Q)$ .  
 D. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt  $(P)$  và  $(Q)$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  cắt nhau.
- Câu 13:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_n = \sqrt{n+1}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Khẳng định nào sau đây là sai?
- A.  $(u_n)$  là dãy số bị chặn dưới.                      B.  $(u_n)$  là dãy số tăng.  
 C. 5 số hạng đầu của dãy là:  $1; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}; \sqrt{6}$ .                      D. Số hạng  $u_1 = \sqrt{2}$ .
- Câu 14:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau
- A.  $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, k \geq 2$ .                      B.  $u_k = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2$ .  
 C.  $u_k = \sqrt{u_{k-1} \cdot u_{k+1}}, k \geq 2$ .                      D.  $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2$ .
- Câu 15:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 4$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng
- A. 8.                      B.  $\frac{8}{3}$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. 2.
- Câu 16:**  $\lim(2n-1)$  bằng
- A. -1.                      B.  $-\infty$ .                      C. 1.                      D.  $+\infty$ .
- Câu 17:** Cho cấp số nhân  $3; a; 75$ . Giá trị của  $a$  là:
- A.  $a = \pm 15$ .                      B. 125.                      C.  $\pm \frac{1}{5}$ .                      D. 5.
- Câu 18:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ . Công thức nào sau đây đúng
- A.  $\frac{(u_1 + u_{n+1})n}{2}$ .                      B.  $\frac{(u_1 + u_n)n}{2}$ .                      C.  $\frac{(u_1 - u_n)n}{2}$ .                      D.  $\frac{(u_1 + u_n)(n-1)}{2}$ .
- Câu 19:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n + 5) = 0$ . Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$  bằng
- A. -10.                      B. 0.                      C. 5.                      D. -5.



**Câu 20:** Cho dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -4$  và  $\lim v_n = +\infty$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng.

- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D. 2.

**Câu 21:** Cho cấp số cộng: 5; 3; 1; -1; -3. Công sai của cấp số cộng này là

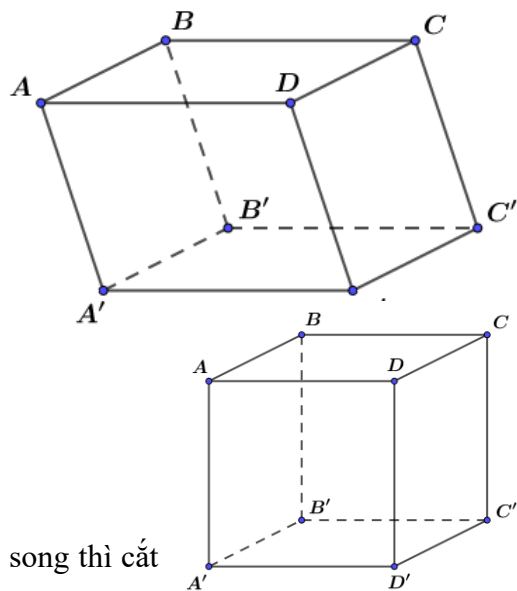
- A. 1.                      B. -2.                      C. 4.                      D. 2.

**Câu 22:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$ , công sai  $d = 4$ , số hạng thứ mười của cấp số cộng là

- A.  $u_{10} = 38$ .                      B.  $u_{10} = 34$ .                      C.  $u_{10} = 15$ .                      D.  $u_{10} = 42$ .

**Câu 23:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A.  $(BC'D)$ .                      B.  $(BCA')$ .  
C.  $(BDA')$ .                      D.  $(A'C'C)$ .



**Câu 24:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt các cạnh  $AA', BB', CC', DD'$  lần lượt tại  $M, N, P, Q$ . Hỏi tứ giác  $MNPQ$  là hình gì?

- A. Hình chữ nhật.                      B. Hình bình hành.  
C. Hình vuông.                      D. Hình Thang Cân.

**Câu 25:** Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. Một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.  
B. Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.  
C. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.  
D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**Câu 26:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Số hạng thứ ba của dãy số bằng

- A.  $u_3 = 1$ .                      B.  $u_3 = 3$ .                      C.  $u_3 = 2$ .                      D.  $u_3 = -1$ .

**Câu 27:** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A. 1; 1; 1; 1; 1.                      B. -1; 1; 2; 3; 4.                      C. 1; 2; 4; 8; 16.                      D. 1; 3; 6; 10; 15.

**Câu 28:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -3$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0, \forall n$ . Giá trị của  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A. 0.                      B. -3.                      C.  $-\infty$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 29:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$ ,  $\lim v_n = -\infty$ . Giá trị của  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 0.                      D. -2.

**Câu 30:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \frac{2}{n+1}$  với  $n \geq 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Dãy số  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.                      B. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên và không bị chặn dưới.  
C. Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn trên và không bị chặn dưới.  
D. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên.

**Câu 31:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{10 - 2 \cdot 7^n}$  bằng.

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C. 0.                      D. -1.

**Câu 32:** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Qua một điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  cho trước, có duy nhất một đường thẳng  $b$  đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $a$ .  
 B. Qua một điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  cho trước, có vô số mặt phẳng qua  $A$  và song song với đường thẳng  $a$ .  
 C. Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có duy nhất một đường thẳng qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ .  
 D. Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có duy nhất một mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A$  và song song với  $(P)$ .

**Câu 33:** Cho một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$ . Qua  $A$  có thể kẻ được bao nhiêu đường thẳng song song với  $(P)$ ?

- A. Vô số.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ .  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua  $MN$  và song song với mặt phẳng  $(SAD)$ . Thiết diện của mặt phẳng  $(\alpha)$  với hình chóp  $S.ABCD$  là hình gì?

- A. Hình ngũ giác.                      B. Tam giác.                      C. Hình thang.                      D. Hình bình hành.

**Câu 35:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  được cho bởi công thức  $u_n = 2n + 1$ . Giá trị của  $u_3$  là:

- A. 5.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 7.

**Câu 36:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  được cho bởi công thức  $u_n = 2n + 1$ . Giá trị của  $u_3$  là:

- A. 5.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 7.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 37:** Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $BC = a\sqrt{2}$ , các cạnh còn lại đều bằng  $a$ . Xác định và tính góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$ .

**Câu 39:** Cho  $f(x)$  là hàm đa thức thỏa  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+1}{x-2} = a$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{f(x)+2x+1} - x}{x^2 - 4}$ .

**Câu 40:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $4a + c > 8 + 2b$  và  $a + b + c < -1$ . Khi đó, tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**I: PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 CÂU, 7 ĐIỂM)**

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và công bội  $q = 3$ . Tổng  $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{20}$  bằng

- A.  $S = \frac{5}{2}(3^{20} + 1)$ .      B.  $S = \frac{5}{2}(3^{20} - 1)$ .      C.  $S = \frac{5}{2}(3^{21} - 1)$ .      D.  $S = \frac{5}{2}(1 - 3^{20})$ .

**Lời giải**

Theo công thức  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$ , ta suy ra

$$S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{20} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{20}}{1 - q} = 5 \cdot \frac{1 - 3^{20}}{1 - 3} = \frac{5}{2}(3^{20} - 1).$$

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $u_6 = -96$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân là

- A.  $q = -2$ .      B.  $q = \sqrt{2}$ .      C.  $q = 4$ .      D.  $q = 2$ .

**Lời giải**

Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân:  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ , ta có  $u_6 = u_1 \cdot q^5$ .

Vậy  $-96 = -3 \cdot q^5 \Leftrightarrow q^5 = 32 \Leftrightarrow q = 2$ .

**Câu 3:** Nếu cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức

- A.  $u_n = u_1 + nd$ .      B.  $u_n = u_1 + (n-1)d$ .      C.  $u_n = u_1 + (n+1)d$ .      D.  $u_n = u_1 - (n-1)d$ .

**Lời giải**

Theo công thức số hạng tổng quát ta chọn đáp án  $u_n = u_1 + (n-1)d$ .

**Câu 4:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{3n+1}$  bằng

- A. 2.      B.  $+\infty$ .      C.  $\frac{1}{3}$ .      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{3n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \left(1 + \frac{2}{n}\right)}{n \left(3 + \frac{1}{n}\right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{2}{n}}{3 + \frac{1}{n}} = \frac{1+0}{3+0} = \frac{1}{3}.$$

**Câu 5:** Nếu cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức

- A.  $u_n = u_1 q^n$ .      B.  $u_n = u_1 q^{n-1}$ .      C.  $u_n = u_1 + (n-1)q$ .      D.  $u_n = u_1 + q^{n-1}$ .

**Lời giải**

Ta có công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân  $(u_n)$  với số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  là  $u_n = u_1 q^{n-1}$ .

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức  $u_n = n^2 + 1$  với  $n \geq 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

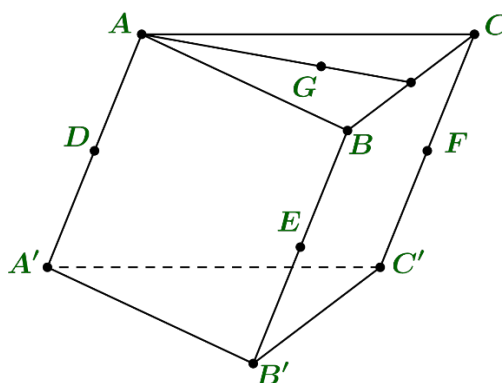
- A.  $(u_n)$  là dãy giảm.  
 B.  $(u_n)$  là dãy không tăng không giảm.  
 C.  $(u_n)$  là dãy tăng.

D.  $u_1 = 4$ .

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có  $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 1 - n^2 - 1 = 2n + 1 > 0$  với mọi  $n \geq 1$  nên  $(u_n)$  là dãy tăng.

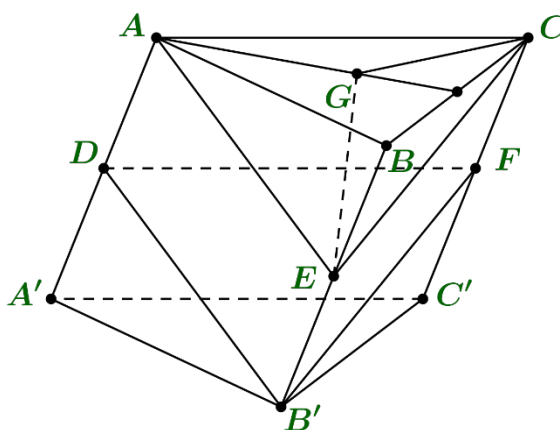
**Câu 7:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , (như hình vẽ).



Lấy các điểm  $D, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AA', BB', CC'$  và điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $(DB'F) \parallel (GEC)$ . B.  $(DB'F) \parallel (AEC)$ . C.  $(DB'F) \parallel (AEG)$ . D.  $(DB'F) \parallel (ABC)$ .

**Lời giải**

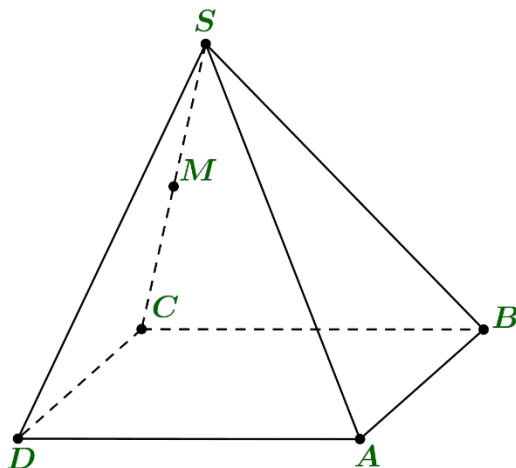


Ta có:  $\begin{cases} AD = EB' = \frac{1}{2} AA' \\ AD \parallel EB' \end{cases} \Rightarrow AEB'D$  là hình bình hành  $\Rightarrow AE \parallel DB'$ . Vì  $DB' \subset (DB'F)$   
 $\Rightarrow AE \parallel (DB'F)$ .

Tương tự:  $\begin{cases} CF = EB' = \frac{1}{2} AA' \\ CF \parallel EB' \end{cases} \Rightarrow CFB'E$  là hình bình hành  $\Rightarrow CE \parallel FB'$ . Vì  $FB' \subset (DB'F)$   
 $\Rightarrow CE \parallel (DB'F)$ .

Mà  $\begin{cases} AE \cap CE = \{E\} \\ AE, CE \subset (AEC) \end{cases}$ . Do đó  $(AEC) \parallel (DB'F)$ .

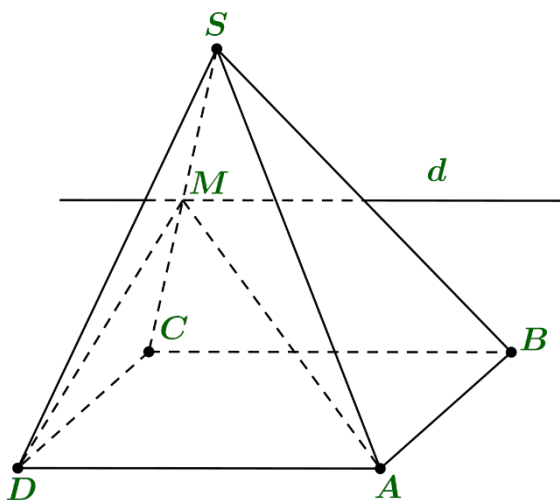
**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành, gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$  (như hình vẽ).



Giao tuyến của mặt phẳng  $(MAD)$  và  $(SBC)$  là

- A. đường thẳng qua  $M$  và song song với  $BC$ .
- B. đường thẳng  $DM$ .
- C. đường thẳng  $AM$ .
- D. đường thẳng qua  $M$  và song song với  $CD$ .

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in (MAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (MAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases} \Rightarrow (MAD) \cap (SBC) = d, d \text{ qua } M \text{ và } d \parallel AD \parallel BC.$$

**Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -1, u_6 = 39$ . Công sai  $d$  của cấp số cộng là

- A.  $d = 8$
- B.  $d = 10$ .
- C.  $d = 6$ .
- D.  $d = \frac{20}{3}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_6 = u_1 + 5d \Leftrightarrow d = \frac{u_6 - u_1}{5} = \frac{39 - (-1)}{5} = 8.$$

**Câu 10:** Cho đường thẳng  $d$  và  $d'$  song song với nhau. Các mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  tương ứng đi qua  $d$  và  $d'$  đồng thời cắt nhau theo giao tuyến  $a$  thì:

- A. Đường thẳng  $a$  song song với cả hai đường thẳng  $d$  và  $d'$ .
- B. Đường thẳng  $a$  trùng với đường thẳng  $d$ .

**C.** Đường thẳng  $a$  hoặc song song hoặc trùng với đường thẳng  $d$  hoặc  $d'$ .

**D.** Đường thẳng  $a$  song song với đường thẳng  $d$ .

**Lời giải**

Đường thẳng  $a$  hoặc song song hoặc trùng với đường thẳng  $d$  hoặc  $d'$ .

**Câu 11:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

**A.**  $1; 1; 1; 1; 1$ .

**B.**  $1; 2; 4; 8; 16$ .

**C.**  $1; 3; 5; 7; 9$ .

**D.**  $1; -1; 1; -1; 1$ .

**Lời giải**

Dễ thấy dãy số  $1; 1; 1; 1; 1$  là cấp số nhân với công bội  $q = 1$ .

$1; 2; 4; 8; 16$  là cấp số nhân với công bội  $q = 2$ .

$1; -1; 1; -1; 1$  là cấp số nhân với công bội  $q = -1$ .

$1; 3; 5; 7; 9$  không phải là cấp số nhân vì ta có  $3:1 = 3$  nhưng  $5:3 = \frac{5}{3}$ .

**Câu 12:** Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt  $(P)$  và  $(Q)$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau.

**B.** Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong  $(P)$  đều song song với mọi đường thẳng nằm trong  $(Q)$ .

**C.** Nếu hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong  $(P)$  đều song song với  $(Q)$ .

**D.** Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt  $(P)$  và  $(Q)$  thì  $(P)$  và  $(Q)$  cắt nhau.

**Lời giải**

**Câu 13:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_n = \sqrt{n+1}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

**A.**  $(u_n)$  là dãy số bị chặn dưới.

**B.**  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**C.** 5 số hạng đầu của dãy là:  $1; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}; \sqrt{6}$ .

**D.** Số hạng  $u_1 = \sqrt{2}$ .

**Lời giải**

Dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_n = \sqrt{n+1}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ , suy ra  $u_1 = \sqrt{2}$  nên đáp án C là sai.

**Câu 14:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau

**A.**  $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}, k \geq 2$ .

**B.**  $u_k = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2$ .

**C.**  $u_k = \sqrt{u_{k-1} \cdot u_{k+1}}, k \geq 2$ .

**D.**  $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2$ .

**Lời giải**

Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , ta có  $\begin{cases} u_k = u_{k-1} \cdot q \\ u_k \cdot q = u_{k+1} \end{cases} \Rightarrow u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}, k \geq 2$ .

**Câu 15:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 4$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng

**A.** 8.

**B.**  $\frac{8}{3}$ .

**C.**  $+\infty$ .

**D.** 2.

**Lời giải**

Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 4$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$  là  $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{4}{1-\frac{1}{2}} = 8$ .

**Câu 16:**  $\lim(2n-1)$  bằng

**A.** -1.

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 1.

**D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim(2n-1) = \lim\left[n\left(2-\frac{1}{n}\right)\right]$ . Mà  $\begin{cases} \lim n = +\infty \\ \lim\left(2-\frac{1}{n}\right) = 2 > 0 \end{cases}$  nên  $\lim(2n-1) = +\infty$ .

**Câu 17:** Cho cấp số nhân  $3; a; 75$ . Giá trị của  $a$  là:

**A.**  $a = \pm 15$ .

**B.** 125.

**C.**  $\pm \frac{1}{5}$ .

**D.** 5.

**Lời giải**

Do  $3; a; 75$  là ba số hạng liên tiếp của cấp số nhân nên ta có:  $3 \cdot 75 = a^2 \Leftrightarrow 225 = a^2 \Leftrightarrow a = \pm 15$ .

**Câu 18:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ . Công thức nào sau đây đúng

**A.**  $\frac{(u_1 + u_{n+1})n}{2}$ .

**B.**  $\frac{(u_1 + u_n)n}{2}$ .

**C.**  $\frac{(u_1 - u_n)n}{2}$ .

**D.**  $\frac{(u_1 + u_n)(n-1)}{2}$ .

**Lời giải**

Do  $(u_n)$  là cấp số cộng nên ta chọn đáp án **B.**

**Câu 19:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n + 5) = 0$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow \infty} u_n$  bằng

**A.** -10.

**B.** 0.

**C.** 5.

**D.** -5.

**Lời giải**

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn,  $\lim(u_n + 5) = 0 \Leftrightarrow \lim u_n = -5$ .

**Câu 20:** Cho dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -4$  và  $\lim v_n = +\infty$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng.

**A.**  $-\infty$ .

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 0.

**D.** 2.

**Lời giải**

Theo định lý về giới hạn, do  $\lim u_n = -4$  và  $\lim v_n = +\infty$  nên  $\lim(u_n \cdot v_n) = -\infty$ .

**Câu 21:** Cho cấp số cộng:  $5; 3; 1; -1; -3$ . Công sai của cấp số cộng này là

**A.** 1.

**B.** -2.

**C.** 4.

**D.** 2.

**Lời giải**

Ta có  $u_1 = 5; u_2 = 3; u_3 = 1; u_4 = -1; u_5 = -3$ , dễ thấy công sai của cấp số cộng bằng -2.

**Câu 22:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$ , công sai  $d = 4$ , số hạng thứ mười của cấp số cộng là

**A.**  $u_{10} = 38$ .

**B.**  $u_{10} = 34$ .

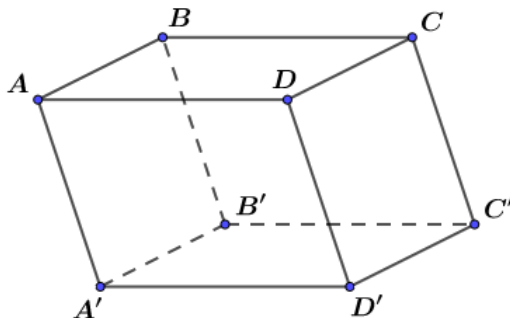
**C.**  $u_{10} = 15$ .

**D.**  $u_{10} = 42$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_{10} = u_1 + 9d = 2 + 9 \cdot 4 = 38$ .

**Câu 23:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Mặt phẳng  $(AB'D')$  song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?



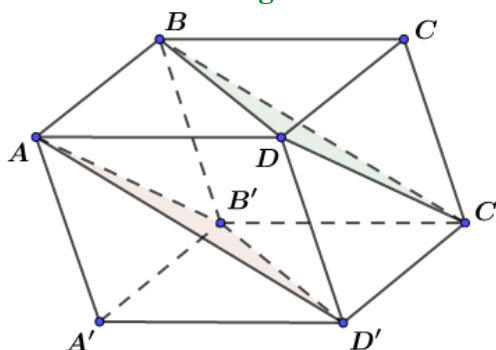
**A.**  $(BC'D)$ .

**B.**  $(BCA')$ .

**C.**  $(BDA')$ .

**D.**  $(A'C'C)$ .

**Lời giải**



Ta có:

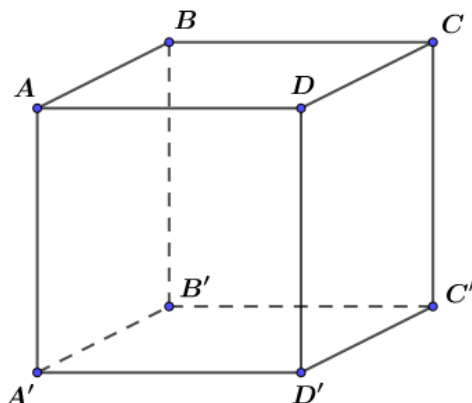
$BA'$  cắt  $B'A$  nên hai mặt phẳng  $(BCA')$  và  $(AB'D')$  cắt nhau.

$DA'$  cắt  $AD'$  nên hai mặt phẳng  $(BDA')$  và  $(AB'D')$  cắt nhau.

$A'C'$  cắt  $B'D'$  nên hai mặt phẳng  $(A'C'C)$  và  $(AB'D')$  cắt nhau.

Vậy  $(BC'D)$  song song với  $(AB'D')$

**Câu 24:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Một mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt các cạnh  $AA', BB', CC', DD'$  lần lượt tại  $M, N, P, Q$ . Hỏi tứ giác  $MNPQ$  là hình gì?



**A.** Hình chữ nhật.

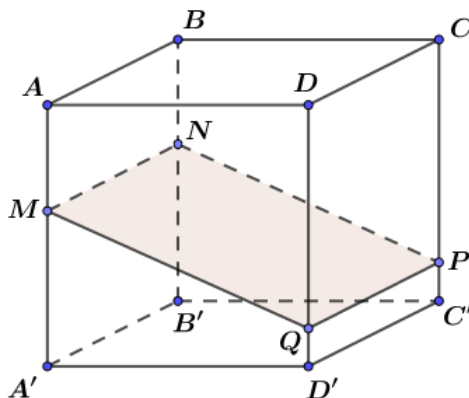
**B.** Hình bình hành.

**C.** Hình vuông.

**D.** Hình Thang Cân.

**Lời giải**





Ta thấy tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.

**Câu 25:** Mệnh đề nào sau đây đúng

- A.** Một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cắt mặt phẳng còn lại.
- B.** Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì song song với nhau.
- C.** Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.
- D.** Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**Lời giải**

**Câu 26:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Số hạng thứ ba của dãy số bằng

- A.**  $u_3 = 1$ .
- B.**  $u_3 = 3$ .
- C.**  $u_3 = 2$ .
- D.**  $u_3 = -1$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_2 = u_1 - 2 = 3 - 2 = 1$ ;  $u_3 = u_2 - 2 = 1 - 2 = -1$ .

**Câu 27:** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A.** 1; 1; 1; 1; 1.
- B.** -1; 1; 2; 3; 4.
- C.** 1; 2; 4; 8; 16.
- D.** 1; 3; 6; 10; 15.

**Lời giải**

**Câu 28:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -3$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0, \forall n$ . Giá trị của  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A.** 0.
- B.** -3.
- C.**  $-\infty$ .
- D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

Theo quy tắc về giới hạn vô cực, vì  $\lim u_n = -3$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0, \forall n$  nên  $\lim \frac{u_n}{v_n} = -\infty$ .

**Câu 29:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$ ,  $\lim v_n = -\infty$ . Giá trị của  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A.**  $+\infty$ .
- B.**  $-\infty$ .
- C.** 0.
- D.** -2.

**Lời giải**

Theo quy tắc về giới hạn vô cực, vì  $\lim u_n = 2$ ,  $\lim v_n = -\infty$  nên  $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

**Câu 30:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \frac{2}{n+1}$  với  $n \geq 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.
- B.** Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên và không bị chặn dưới.

C. Dãy số  $(u_n)$  không bị chặn trên và không bị chặn dưới.

D. Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và không bị chặn trên.

**Lời giải**

Với mọi số tự nhiên  $n \geq 1$  thì  $n+1 \geq 2$  nên  $0 < \frac{2}{n+1} \leq 1$ , do đó  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

**Câu 31:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{10 - 2 \cdot 7^n}$  bằng.

A.  $\frac{1}{2}$ .

**B.  $-\frac{1}{2}$ .**

C. 0.

D. -1.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{10 - 2 \cdot 7^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{2}{7}\right)^n + 1}{10 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^n - 2} = -\frac{1}{2}$$

**Câu 32:** Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Qua một điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  cho trước, có duy nhất một đường thẳng  $b$  đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $a$ .

B. Qua một điểm  $A$  nằm ngoài đường thẳng  $a$  cho trước, có vô số mặt phẳng qua  $A$  và song song với đường thẳng  $a$ .

**C. Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có duy nhất một đường thẳng qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ .**

D. Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có duy nhất một mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A$  và song song với  $(P)$ .

**Lời giải**

Vi: Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có vô số đường thẳng qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ . Chúng đi qua  $A$  và nằm trên mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A$  và song song với  $(P)$ .

**Câu 33:** Cho một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$ . Qua  $A$  có thể kẻ được bao nhiêu đường thẳng song song với  $(P)$ ?

**A. Vô số.**

B. 1.

C. 2.

D. 3.

**Lời giải**

Vi: Qua một điểm  $A$  nằm ngoài mặt phẳng  $(P)$  cho trước, có vô số đường thẳng qua  $A$  và song song với mặt phẳng  $(P)$ . Chúng đi qua  $A$  và nằm trên mặt phẳng  $(Q)$  qua  $A$  và song song với  $(P)$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ .  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua  $MN$  và song song với mặt phẳng  $(SAD)$ . Thiết diện của mặt phẳng  $(\alpha)$  với hình chóp  $S.ABCD$  là hình gì?

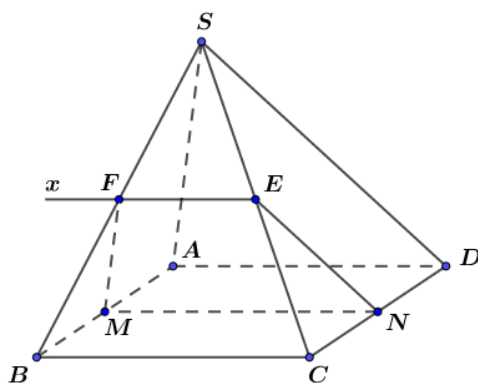
A. Hình ngũ giác.

B. Tam giác.

**C. Hình thang.**

D. Hình bình hành.

Lời giải



Vì  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  nên  $MN$  song song với  $AD, BC$ .

Trong  $(SCD)$ : kẻ  $NE \parallel SD$ .

Vậy  $(MNE) \parallel (SAD)$  hay  $(MNE)$  là mp  $(\alpha)$ .

$$\left. \begin{array}{l} (MNE) \cap (SBC) = Ex \\ MN \parallel BC \\ MN \subset (MNE) \\ BC \subset (SBC) \end{array} \right\} \Leftrightarrow Ex \parallel MN \parallel BC$$

Vậy thiết diện của mp  $(\alpha)$  với hình chóp  $S.ABCD$  là hình thang  $MNEF$ .

**Câu 35:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  được cho bởi công thức  $u_n = 2n + 1$ . Giá trị của  $u_3$  là:

- A. 5.                      B. 3.                      C. 1.                      **D. 7.**

Lời giải

Xét  $n = 3 \Rightarrow u_3 = 2.3 + 1 = 7$

**B. PHẦN II: TỰ LUẬN (3 ĐIỂM)**

**Câu 36:** (1,0 điểm). Tính  $\lim(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)$ .

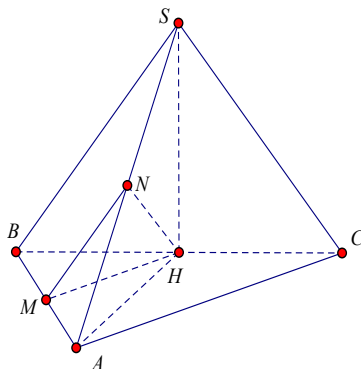
Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n) &= \lim \frac{n^2 - 2n + 3 - n^2}{\sqrt{n^2 - 2n + 3} + n} = \lim \frac{-2n + 3}{n\sqrt{1 - \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}} + n} \\ &= \lim \frac{-2 + \frac{3}{n}}{\sqrt{1 - \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}} + 1} = \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned}$$

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $BC = a\sqrt{2}$ , các cạnh còn lại đều bằng  $a$ . Xác định và tính góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$ .

Lời giải



**Cách 1:**

Tập có  $AB^2 + AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 = BC^2$ . Suy ra tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ .

Gọi  $H, M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC, AB, SA$ .

$\begin{cases} MN \parallel SB \\ MH \parallel AC \end{cases}$  nên góc giữa  $SB$  và  $AC$  là góc giữa  $MN$  và  $MH$ .

$$MN = \frac{SB}{2} = \frac{a}{2}, \quad NH = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}, \quad AH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Xét tam giác  $SBC$  có  $SB = SC$  nên  $SH \perp BC \Rightarrow SH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Lại có  $H$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Mà  $SA = SB = SC = a$  nên  $SH \perp (ABC)$ . Suy ra tam giác  $SAH$  vuông cân tại  $H$ .

$HN = \frac{SA}{2} = \frac{a}{2}$ . Do đó tam giác  $MHN$  đều cạnh  $\frac{a}{2}$ . Góc cần tìm bằng  $60^\circ$ .

**Cách 2: Dùng véc tơ**

Ta có  $\overline{SB} \cdot \overline{AC} = \overline{SB} \cdot (\overline{SC} - \overline{SA}) = \overline{SB} \cdot \overline{SC} - \overline{SB} \cdot \overline{SA} = SB^2 \cos \widehat{BSC} - SB^2 \cos \widehat{ASB} = -\frac{a^2}{2}$

Khi đó  $\cos(SB, AC) = \left| \cos(\overline{SB}, \overline{AC}) \right| = \frac{|\overline{SB} \cdot \overline{AC}|}{SB \cdot AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow (SB, AC) = 60^\circ$

**Câu 38:** Cho  $f(x)$  là hàm đa thức thỏa  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+1}{x-2} = a$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{f(x)+2x+1}-x}{x^2-4}$ .

**Lời giải**

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+1}{x-2} = a$  suy ra  $x = 2$  là nghiệm của phương trình  $f(x)+1=0$  suy ra

$$f(x)+1 = (x-2)g(x) \text{ và } f(2)+1=0$$

Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = g(2) \Rightarrow g(2) = a$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } T &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{f(x)+2x+1}-x}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+2x+1-x^2}{(x-2)(x+2) \left[ \sqrt{f(x)+2x+1}+x \right]} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)+1-x(x-2)}{(x-2)(x+2) \left[ \sqrt{f(x)+2x+1}+x \right]} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(g(x)-x)}{(x-2)(x+2) \left[ \sqrt{f(x)+2x+1}+x \right]} \end{aligned}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - x}{(x+2) \left[ \sqrt{f(x) + 2x + 1} + x \right]} = \frac{g(2) - 2}{4 \left[ \sqrt{4} + 2 \right]} = \frac{a - 2}{16}.$$

**Câu 39:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $4a + c > 8 + 2b$  và  $a + b + c < -1$ . Khi đó, tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ .

**Lời giải**

Xét phương trình:  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  (1)

Đặt:  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ .

Từ giả thiết  $\begin{cases} 4a + c > 8 + 2b \Rightarrow -8 + 4a - 2b + c > 0 \Rightarrow f(-2) > 0. \\ a + b + c < -1 \Rightarrow 1 + a + b + c < 0 \Rightarrow f(1) < 0. \end{cases}$

Do đó  $f(-2) \cdot f(1) < 0$  nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm trong  $(-2; 1)$ .

Ta nhận thấy:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  mà  $f(-2) > 0$  nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm  $\alpha \in (-\infty; -2)$ .

Tương tự:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  mà  $f(1) < 0$  nên phương trình (1) có ít nhất một nghiệm  $\beta \in (1; +\infty)$ .

Như vậy phương trình đã cho có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt, mặt khác phương trình bậc 3 có tối đa 3 nghiệm. Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 08

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tính  $\lim(0,99)^n$ .

- A.  $\frac{99}{100}$ .                      B. 0.                      C. 1.                      D. 0,99.

**Câu 2:** Tính  $\lim \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2}$ .

- A.  $-\infty$ .                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C. 0.                      D.  $+\infty$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+5}-3} & \text{khi } x \neq 4 \\ -\frac{3}{2} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$ . Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A.  $f(4) = -\frac{3}{2}$ .                      B.  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = 4$ .  
C.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \frac{3}{2}$ .                      D.  $f(x)$  liên tục tại  $x = 4$ .

**Câu 4:** Dãy số nào sau đây là cấp số nhân lùi vô hạn?

- A. 1; 2; 3; 4...                      B.  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots$                       C. 1; 3; 9; 27; ...                      D.  $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}$ .

**Câu 5:** Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số  $y = \frac{3x+5}{x+1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .                      B. Hàm số  $y = \sin x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .  
C. Hàm số  $y = x^3 + 2x^2 - 5$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .                      D. Hàm số  $y = \frac{-4x}{x^2+1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 6:** Góc giữa hai đường thẳng bất kì trong không gian là góc nào trong các góc dưới đây?

- A. Góc giữa hai đường thẳng cùng đi qua một điểm và lần lượt song song với chúng.  
B. Góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với chúng.  
C. Góc giữa hai đường thẳng cắt nhau và lần lượt vuông góc với chúng.  
D. Góc giữa hai đường thẳng cắt nhau và không song song với chúng.

**Câu 7:** Mệnh đề nào dưới đây đúng? ( $k \in \mathbb{N}^*, c \in \mathbb{R}$ )

- A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} c = -c$ .                      C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{c}{x^k} = 0$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Với giá trị nào của  $m$  thì hàm số  $f(x)$  liên tục tại

- $x = 2$ ?
- A.  $m = 1$ .                      B.  $m = -1$ .                      C.  $m = -3$ .                      D.  $m = 3$ .

**Câu 9:** Cho  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x)+1}{2-3g(x)}$ .

- A.  $-\frac{11}{8}$ .                      B.  $\frac{3}{4}$ .                      C.  $\frac{11}{8}$ .                      D.  $-\frac{11}{4}$ .

**Câu 10:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -5} 2a$ , với  $a$  là số thực bất kì.

- A.  $2a$ .                      B.  $-10a$ .                      C.  $2a - 5$ .                      D.  $-10$ .

**Câu 11:** Xét các mệnh đề sau:

(1): Nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L > 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = +\infty$  thì  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} [f(x)g(x)] = -\infty$ .

(2): Nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L > 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = +\infty$  thì  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} [f(x)g(x)] = +\infty$ .

(3): Nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = +\infty$  thì  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ .

(4): Nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L < 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = 0$  thì  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ .

Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 4.    B. 3.    C. 2.    D. 1.

**Câu 12:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1}$ .

- A.  $+\infty$ .    B.  $-\infty$ .    C. 3.    D. 0.

**Câu 13:** Tính tổng  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \dots$

- A.  $S = 2$ .    B.  $S = 1$ .    C.  $S = \frac{3}{2}$ .    D.  $S = \frac{2}{3}$ .

**Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 5$  và  $u_n - 1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tính  $\lim \sqrt{\frac{u_n - 1}{4}}$ .

- A.  $\sqrt{5}$ .    B. 1.    C. 2.    D. 4.

**Câu 15:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = a \in \mathbb{R}$  và  $\lim v_n = +\infty$ . Tính  $\lim \frac{u_n}{v_n}$ .

- A.  $+\infty$ .    B. 0.    C.  $-\infty$ .    D.  $a$ .

**Câu 16:** Xét các mệnh đề sau:

(1): Hàm số lượng giác liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

(2): Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $(a; b)$  và trên  $(b; c)$  nên  $f(x)$  liên tục trên  $(a; c)$ .

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Cả (1) và (2) đúng.    B. Chỉ (1) đúng.    C. Cả (1) và (2) sai.    D. Chỉ (2) đúng.

**Câu 17:** Cho  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = n$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = m$  trong đó  $f(x)$  và  $g(x)$  là hai hàm số có cùng tập xác định  $D$  chứa điểm  $a$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu  $n \geq m$  thì  $f(x) \geq g(x), \forall x \in D$ .    B.  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x) - g(x)} = \sqrt{n - m}$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[3]{f(x)g(x)} = \sqrt[3]{nm}$ .    D.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{n}{m}$ .

**Câu 18:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hình chiếu song song của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  theo phương  $AA'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là một hình vuông.

B. Hình chiếu song song của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  theo phương  $AA'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là hình bình hành bất kì.

C. Hình chiếu song song của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  theo phương  $AA'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là hình chữ nhật bất kì.

D. Hình chiếu song song của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  theo phương  $AA'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là hình thoi bất kì.

**Câu 19:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ , gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $CD$ . Tính  $\overline{IJ} \cdot \overline{AB}$ .

- A. 90.    B. 45.    C.  $\overline{IJ} \cdot \overline{CD}$ .    D. 1.

- Câu 20:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = -3$ . Tính  $\lim(5 - u_n)$ .  
**A.**  $-2$ .                      **B.**  $2$ .                      **C.**  $8$ .                      **D.**  $-8$ .
- Câu 21:** Hàm số  $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)(x - 2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?  
**A.**  $x = 1$ .                      **B.**  $x = -1$ .                      **C.**  $x = -2$ .                      **D.**  $x = 2$ .
- Câu 22:** Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $\lim \frac{1}{2^n} = +\infty$ .                      **B.**  $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ .                      **C.**  $\lim 2^n = 0$ .                      **D.**  $\lim \left(\frac{3}{2}\right)^n = 0$ .
- Câu 23:** Tính  $\lim \frac{2^n + 5^n}{5^n}$ .  
**A.**  $\frac{7}{5}$ .                      **B.**  $1$ .                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.**  $0$ .
- Câu 24:** Với  $k \in \mathbb{N}^*$ , khẳng định nào dưới đây đúng?  
**A.**  $\lim \frac{1}{n^k} = +\infty$ .                      **B.**  $\lim \frac{1}{n^k} = -\infty$ .                      **C.**  $\lim \frac{1}{n^k} = 1$ .                      **D.**  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ .
- Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $AD$  và  $BC$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{DB})$ .                      **B.**  $\overline{MN} = 2(\overline{AC} + \overline{DC})$ .  
**C.**  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{DC})$ .                      **D.**  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{BD})$ .
- Câu 26:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Bốn vectơ nào dưới đây đồng phẳng?  
**A.**  $\overline{AB'}, \overline{BC}, \overline{C'B'}, \overline{D'A'}$ .                      **B.**  $\overline{CB'}, \overline{BB'}, \overline{DA'}, \overline{D'C'}$ .                      **C.**  $\overline{AC}, \overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AA'}$ .                      **D.**  $\overline{AC'}, \overline{D'B}, \overline{AD'}, \overline{CB'}$ .
- Câu 27:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2}$ .  
**A.**  $-\infty$ .                      **B.**  $0$ .                      **C.**  $1$ .                      **D.**  $\frac{3}{2}$ .
- Câu 28:** Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  được gọi là đồng phẳng nếu  
**A.** giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.  
**B.** giá của chúng cùng thuộc một mặt phẳng.  
**C.** giá của chúng đôi một song song với nhau.  
**D.** giá của chúng không cùng một mặt phẳng.
- Câu 29:** Cho các hàm số  $f(x), g(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x \rightarrow a$ . Mệnh đề nào sau đây sai?  
**A.** Nếu  $f(x) \geq 0$  và  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0$  thì  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$ .  
**B.**  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ .  
**C.**  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ .  
**D.**  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$ .
- Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Tìm giá trị tham số  $a$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .  
**A.**  $a = -\frac{3}{4}$ .                      **B.**  $a = \frac{3}{4}$ .                      **C.**  $a = -\frac{4}{3}$ .                      **D.**  $a = \frac{4}{3}$ .



- Câu 31:** Tập hợp tất cả các giá trị  $m$  để  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m^2 x^2 + 3x - 1}{x^2 - 4x + 1} = 9$  là  
**A.**  $\{-3\}$ .                      **B.**  $\{9\}$ .                      **C.**  $\{3\}$ .                      **D.**  $\{-3; 3\}$ .
- Câu 32:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  lần lượt có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ . Nếu  $\varphi$  là góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  thì  
**A.**  $\cos \varphi = |\cos(\vec{u}; \vec{v})|$ .    **B.**  $\varphi = (\vec{u}; \vec{v})$                       **C.**  $\cos \varphi = \cos(\vec{u}; \vec{v})$ .    **D.**  $\varphi = 180^\circ - (\vec{u}; \vec{v})$ .
- Câu 33:** Trong không gian, cho đường thẳng  $d$  và điểm  $A (A \in d)$ . Có bao nhiêu đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $d$ ?  
**A.** 1.                      **B.** 0.                      **C.** Vô số.                      **D.** 2.
- Câu 34:** Mệnh đề nào sau đây sai?  
**A.** Tam giác  $ABC$  có  $M$  là trung điểm  $BC$  thì  $\overline{BM} + \overline{CM} = \vec{0}$ .  
**B.** Nếu  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BD} = \vec{0}$  thì bốn điểm  $A, B, C, D$  đồng phẳng.  
**C.** Tam giác  $ABC$  có  $M$  là trung điểm  $BC$  thì  $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AM}$ .  
**D.** Nếu  $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = \vec{0}$  thì bốn điểm  $A, B, C, D$  đồng phẳng.
- Câu 35:** Mệnh đề nào sau đây đúng?  
**A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì có thể vuông góc với nhau.  
**B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.  
**C.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.  
**D.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hoặc song song với nhau hoặc vuông góc với nhau.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (03 câu – 3,0 điểm)**

- Câu 36:** Tính  $\lim(\sqrt{4n^4 + 3n^2} - 2n^2)$ .
- Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là các điểm thỏa mãn  $2\overline{MA} + 3\overline{MD} = \vec{0}$  và  $2\overline{BN} - 3\overline{NC} = \vec{0}$ . Chứng minh ba vectơ  $\overline{AB}, \overline{DC}, \overline{MN}$  đồng phẳng.
- Câu 38:** a) Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \left[ (a^3 + b^3)x^2 - (x+a^2b)\sqrt{x^2 + 2(ab)^2} \right]}{x-b-1} = 4$ .  
 b) Chứng minh phương trình  $x^4 - x^3 - (m^2 + 5)x^2 + 2(m^2 + 2)x + 4 = 0$  có đúng 4 nghiệm phân biệt với mọi giá trị nguyên của tham số  $m$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Tính  $L = \lim(0,99)^n$ .

- A.  $L = \frac{99}{100}$ .      B.  $L = 0$ .      C.  $L = 1$ .      D.  $L = 0,99$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $0,99 < 1$  nên  $L = \lim(0,99)^n = 0$ .

**Câu 2:** Tính  $\lim \frac{n^3 - 3n}{3n^2 + n - 2}$ .

- A.  $-\infty$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C. 0.      D.  $+\infty$ .

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \lim \frac{n^3 - 3n}{3n^2 + n - 2} = \lim \frac{n^3 \left(1 - \frac{3}{n^2}\right)}{n^2 \left(3 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}\right)} = \lim \frac{n \left(1 - \frac{3}{n^2}\right)}{\left(3 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}\right)} = +\infty.$$

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+5}-3} & \text{khi } x \neq 4 \\ -\frac{3}{2} & \text{khi } x = 4 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $f(4) = -\frac{3}{2}$ .      B. Hàm số  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = 4$ .  
C.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \frac{3}{2}$ .      D. Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 4$ .

Lời giải

**Chọn D**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 4} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x+5}-3} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x+5}+3)}{(x+5)-3^2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x+5}+3)}{(x-2)(x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x+5}+3)}{(\sqrt{x+2})(x+2)} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

và  $f(4) = -\frac{3}{2}$ .

Do  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) \neq f(4)$  nên hàm số  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = 4$ .

Vậy hàm số không liên tục tại  $x = 4$ .

**Câu 4:** Dãy số nào sau đây là cấp số nhân lùi vô hạn?

- A. 1, 2, 3, 4, ...      B.  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$       C. 1, 3, 9, 27.      D.  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Xét đáp án B, có  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$  là cấp số nhân với công bội  $q = \frac{1}{2}$  nên là cấp số nhân lùi vô hạn.

**Câu 5:** Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

**A.** Hàm số  $y = \frac{3x+5}{x+1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**B.** Hàm số  $y = \sin x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**C.** Hàm số  $y = x^3 + 2x^2 - 5$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**D.** Hàm số  $y = \frac{-4x}{x^2+1}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Hàm số  $y = \frac{3x+5}{x+1}$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$

**Câu 6:** Góc giữa hai đường thẳng bất kỳ trong không gian là góc nào trong các góc nào dưới đây.

**A.** Góc giữa hai đường thẳng cùng đi qua một điểm và lần lượt song song với chúng.

**B.** Góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với chúng.

**C.** Góc giữa hai đường thẳng cắt nhau và lần lượt vuông góc với chúng.

**D.** Góc giữa hai đường thẳng cắt nhau và lần lượt song song với chúng.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 7:** Chọn mệnh đề đúng ( $k$  nguyên dương).

**A.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} c = -c$

**C.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^k = +\infty$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{c}{x^k} = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 8:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . với giá trị nào của  $m$  thì hàm số liên tục tại  $x = 2$ ?

**A.**  $m = 1$ .

**B.**  $m = -1$ .

**C.**  $m = -3$ .

**D.**  $m = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+1) = 3$

Vậy để hàm số liên tục tại  $x = 2$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow m = 3$

**Câu 9:** Cho  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -2$ . Tìm  $I = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2f(x)+1}{2-3g(x)}$ .

**A.**  $I = \frac{-11}{8}$ .

**B.**  $I = \frac{3}{4}$ .

**C.**  $I = \frac{11}{8}$ .

**D.**  $I = -\frac{11}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x)+1}{2-3g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} (2f(x)+1)}{\lim_{x \rightarrow +\infty} (2-3g(x))} = \frac{2 \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow +\infty} 1}{\lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - 3 \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)} = \frac{2.5+1}{2-3.(-2)} = \frac{11}{8}.$$

**Câu 10:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -5} 2a$  ( $a$  là tham số)

- A.**  $2a$                                       **B.**  $-10a$                                       **C.**  $2a-5$                                       **D.**  $-10$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$I = \lim_{x \rightarrow -5} 2a = 2a$$

**Câu 11:** Cho các mệnh đề sau:

(I) Nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L > 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = +\infty$  thì  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)g(x) = -\infty$

(II) Nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L > 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = +\infty$  thì  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)g(x) = +\infty$

(III) Nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = +\infty$  thì  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$

(IV) Nếu  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L < 0$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} g(x) = 0$  thì  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$

Số mệnh đề đúng là:

- A.** 4.                                      **B.** 3.                                      **C.** 2.                                      **D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Các mệnh đề đúng là (II) và (III).

**Câu 12:** Tính giới hạn  $A = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1}$ .

- A.**  $A = +\infty$ .                                      **B.**  $A = -\infty$ .                                      **C.**  $A = 3$ .                                      **D.**  $A = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2x+1) = 3 > 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0$  và  $x-1 > 0 \forall x > 1$

Nên  $A = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$ .

**Câu 13:** Tính tổng  $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \dots$

- A.**  $S = 2$ .                                      **B.**  $S = 1$ .                                      **C.**  $S = \frac{3}{2}$ .                                      **D.**  $S = \frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $u_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$  là cấp số nhân với công bội  $q = -\frac{1}{2}$  với  $u_1 = 1$  nên

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{3}.$$

**Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 5$  và  $u_n - 1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tính  $\lim \sqrt{\frac{u_n - 1}{4}}$ .

- A.  $\sqrt{5}$ .                      **B. 1.**                      C. 2.                      D. 4.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $\lim u_n = 5$  nên  $\lim \sqrt{u_n - 1} = 4$ . Do đó,

$$\lim \sqrt{\frac{u_n - 1}{4}} = \lim \left( \frac{1}{2} \cdot \sqrt{u_n - 1} \right) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5 - 1} = 1.$$

**Câu 15:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 5$  và  $u_n - 1 > 0, \forall n$ . Tính  $\lim \sqrt{\frac{u_n - 1}{4}}$

- A.  $\sqrt{5}$ .                      **B. 1.**                      C. 2.                      D. 4.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $\lim \sqrt{\frac{u_n - 1}{4}} = \sqrt{\frac{5 - 1}{4}} = 1.$

**Câu 16:** Xét các mệnh đề sau:

I. Hàm số lượng giác liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

II. Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $(a; b)$  và trên khoảng  $(b; c)$  nên liên tục trên khoảng  $(a; c)$ .

Chọn đáp án đúng.

- A. Cả I và II đúng.                      **B. Chỉ I đúng.**                      **C. Cả I và II sai.**                      D. Chỉ II đúng.

Lời giải

**Chọn C**

Mệnh đề I sai vì hàm số  $y = \tan x$  không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Mệnh đề II sai vì hàm số có thể bị gián đoạn tại  $b$

**Câu 17:** Cho  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = n$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = m$ , trong đó  $f(x)$  và  $g(x)$  là hai hàm số có cùng tập xác định  $D$  chứa điểm  $a$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu  $n \geq m \Rightarrow f(x) \geq g(x), \forall x \in D$ .                      **B.  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x) - g(x)} = \sqrt{n - m}$ .**

**C.  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[3]{f(x) \cdot g(x)} = \sqrt[3]{m \cdot n}$ .**                      D.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{n}{m}$ .

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 18:** Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A. Hình chiếu song song của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  theo phương  $AA'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là hình vuông.**

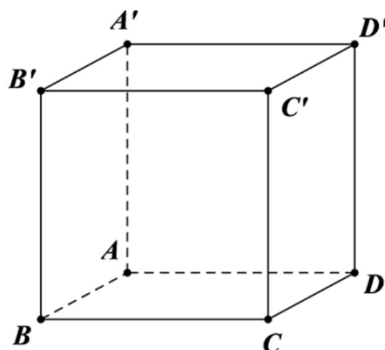
B. Hình chiếu song song của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  theo phương  $AA'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là hình bình hành.

C. Hình chiếu song song của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  theo phương  $AA'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là hình chữ nhật.

**D.** Hình chiếu song song của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  theo phương  $AA'$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là hình thoi.

**Lời giải**

**Chọn A**



**Câu 19:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Khi đó, tích vô hướng  $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB}$  bằng:

- A. 90.                      B. 45.                      **C.  $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{CD}$ .**                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $IJ \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$

Mặt khác:  $IJ \perp CD \Rightarrow \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{CD} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{CD}$

**Câu 20:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = -3$ . Tính  $\lim(5 - u_n)$ .

- A. -2.                      B. 2.                      **C. 8.**                      D. -8.

**Lời giải**

**Chọn C**

$\lim(5 - u_n) = \lim(5 + 3) = 8$

**Câu 21:** Hàm số  $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)(x - 2)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây ?

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = -1$ .                      **C.  $x = -2$ .**                      D.  $x = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Vì hàm số có TXĐ:  $D = \mathbb{R} / \{-1; 1; 2\}$  và  $x = -2 \in D$ .

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2) = \frac{1}{-12}$$

Nên  $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)(x - 2)}$  liên tục tại điểm  $x = -2$ .

**Câu 22:** Chọn mệnh đề đúng.

- A.  $\lim \frac{1}{2^n} = +\infty$ .                      **B.  $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$ .**                      C.  $\lim 2^n = 0$ .                      D.  $\lim \left(\frac{3}{2}\right)^n = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương án A sai  $\lim \frac{1}{2^n} = 0$

Phương án pháp B sai vì  $\lim 2^n = +\infty$ .

Phương pháp D sai vì  $\lim\left(\frac{3}{2}\right)^n = +\infty$ .

**Câu 23:** Tìm giới hạn  $\lim \frac{2^n + 5^n}{5^n}$ .

- A.  $\frac{7}{5}$ .                      **B. 1.**                      C.  $+\infty$ .                      D. 0.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $\lim \frac{2^n + 5^n}{5^n} = \lim \left[ \left(\frac{2}{5}\right)^n + 1 \right]$ .

Mà  $\lim\left(\frac{2}{5}\right)^n = 0$  và  $\lim 1 = 1$  nên  $\lim \frac{2^n + 5^n}{5^n} = \lim \left[ \left(\frac{2}{5}\right)^n + 1 \right] = 1$ .

**Câu 24:** Với  $k$  là số nguyên dương. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $\lim \frac{1}{n^k} = +\infty$ .                      B.  $\lim \frac{1}{n^k} = -\infty$ .                      C.  $\lim \frac{1}{n^k} = 1$ .                      **D.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ .**

Lời giải

**Chọn D**

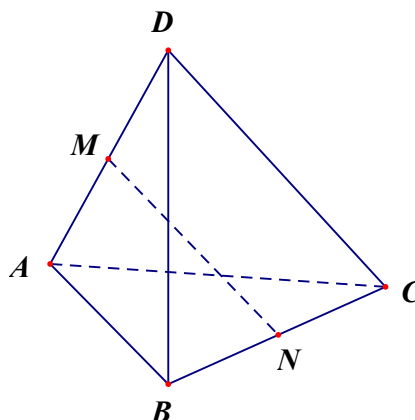
Tính chất “Với  $k$  là số nguyên dương thì  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ”.

**Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$ .  $M, N$  lần lượt trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Chọn mệnh đề **đúng**?

- A.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB})$ .**                      B.  $\overrightarrow{MN} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$ .  
C.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC})$ .                      D.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

Lời giải

**Chọn A**



Ta có:  $M, N$  lần lượt trung điểm của  $AD$  và  $BC$  nên  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$  và  $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{BN} = \vec{0}$ .

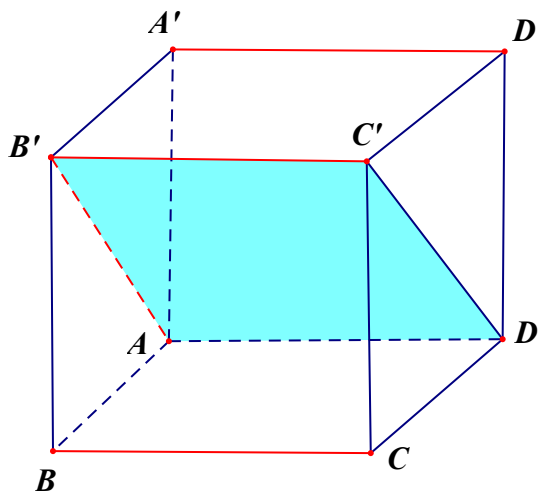
$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MN}) = \frac{1}{2}[(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}) + (\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BN})] \\ &= \frac{1}{2}[(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{BN})] = \frac{1}{2}(\vec{0} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} + \vec{0}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}). \end{aligned}$$

**Câu 26:** Trong không gian cho hình hộp. Khi đó bốn vectơ nào sau đây đồng phẳng?

- A.**  $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{D'A'}$ .    **B.**  $\overrightarrow{CB'}, \overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{D'C'}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ .    **D.**  $\overrightarrow{AC'}, \overrightarrow{D'B}, \overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{CB'}$ .

Lời giải

**Chọn A**



Vì bốn vectơ  $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{C'B'}, \overrightarrow{D'A'}$  có giá cùng song song một mặt phẳng  $(ADC'B')$  nên chúng đồng phẳng.

**Câu 27:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2}$ .

- A.**  $-\infty$ .                                    **B.** 0.                                    **C.** 1.                                    **D.**  $\frac{3}{2}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2} = \frac{1^2 + 2 \cdot 1 - 3}{1^2 - 2} = 0.$$

**Câu 28:** Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  được gọi là đồng phẳng nếu

- A.** Giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.  
**B.** Giá của chúng cùng thuộc một mặt phẳng.  
**C.** Giá của chúng đôi một song song với nhau.  
**D.** Giá của chúng không cùng một mặt phẳng.

Lời giải

**Chọn A**

**Câu 29:** Cho các hàm số  $f(x), g(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x \rightarrow a$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.** Nếu  $f(x) \geq 0$  và  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0$  thì  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x)} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$ .  
**B.**  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ .  
**C.**  $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ .  
**D.**  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$ .

Lời giải



**Chọn D**

Theo tính chất giới hạn hữu hạn của hàm số thì đáp án A, B, C đúng còn đáp án D sai.

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Tìm giá trị thực của  $a$  để hàm số liên tục tại  $x = 0$ .

- A.  $a = -\frac{3}{4}$ .      B.  $a = \frac{3}{4}$ .      C.  $a = -\frac{4}{3}$ .      D.  $a = \frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định của hàm số:  $D = \mathbb{R}$

Ta có  $f(0) = 2a - \frac{5}{4}$  và

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sqrt{x+4}+2} \right) = \frac{1}{4}$$

Để hàm số liên tục tại  $x = 0$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow 2a - \frac{5}{4} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}$

**Câu 31:** Tìm tất cả các số thực  $m$  để  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m^2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 4x + 1} = 9$ .

- A.  $m = 3$ .      B.  $m = 9$ .      C.  $m = 3$ .      D.  $m = \pm 3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có: 
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m^2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 4x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m^2 + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} = m^2.$$

Từ đó, ta được:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m^2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 4x + 1} = 9 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3$ .

**Câu 32:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  lần lượt có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ . Nếu  $\varphi$  là góc giữa đường thẳng  $a$  và  $b$  thì

- A.  $\cos \varphi = |\cos(\vec{u}; \vec{v})|$ .      B.  $\varphi = (\vec{u}; \vec{v})$ .      C.  $\cos \varphi = \cos(\vec{u}; \vec{v})$ .      D.  $\varphi = 180^\circ - (\vec{u}; \vec{v})$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\varphi = \begin{cases} (\vec{u}; \vec{v}) & \text{khi } 0^\circ \leq (\vec{u}; \vec{v}) \leq 90^\circ \\ 180^\circ - (\vec{u}; \vec{v}) & \text{khi } 90^\circ < (\vec{u}; \vec{v}) \leq 180^\circ \end{cases}$ . Suy ra  $\cos \varphi = |\cos(\vec{u}; \vec{v})|$ .

**Câu 33:** Trong không gian cho đường thẳng  $d$  và điểm  $D (D \in d)$ . Có bao nhiêu đường thẳng đi qua  $D$ , cắt  $d$  và vuông góc với  $d$ ?

- A. Có một.      B. Không có.      C. Có vô số.      D. Có hai.

**Lời giải**

**Chọn C**

Trong không gian có vô số đường thẳng qua  $D$  và vuông góc với đường thẳng  $d$ . Tập hợp các đường thẳng thỏa mãn đi qua  $D$  và vuông góc với đường thẳng  $d$  là một mặt phẳng ( $P$ ) chứa  $D$  và vuông góc với  $d$ .

**Câu 34:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

**A.** Tam giác  $ABC$  có  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$  thì ta có đẳng thức  $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ .

**B.** Nếu  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$  thì bốn điểm  $A, B, C, D$  đồng phẳng.

**C.** Tam giác  $ABC$  có  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$  thì ta có đẳng thức  $2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .

**D.** Nếu  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$  thì bốn điểm  $A, B, C, D$  đồng phẳng.

**Lời giải**

**Chọn D**

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Rightarrow A \equiv B$ . Do đó, bốn điểm  $A, B, C, D$  chưa chắc đồng phẳng.

**Câu 35:** Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì có thể vuông góc với nhau.

**B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

**C.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.

**D.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hoặc song song với nhau hoặc vuông góc với nhau.

**Lời giải**

**Chọn B**

Từ quan hệ vuông góc, song song ta **chọn B**

## II. PHẦN TỰ LUẬN (03 câu – 3,0 điểm)

**Câu 36:** Tính  $\lim(\sqrt{4n^4 + 3n^2} - 2n^2)$ .

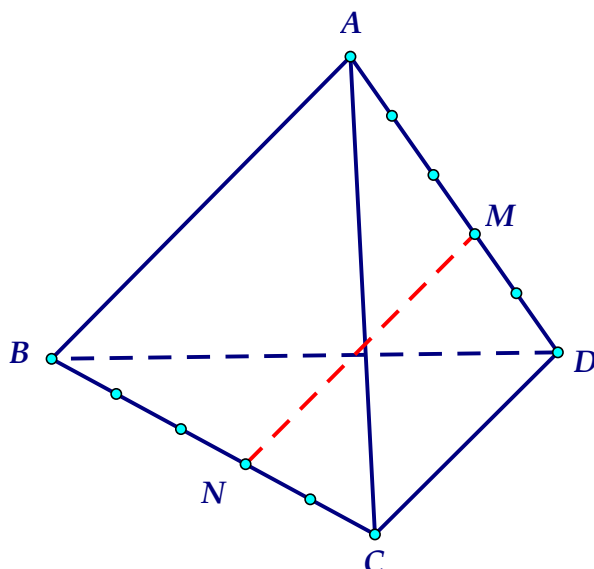
**Lời giải:**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim(\sqrt{4n^4 + 3n^2} - 2n^2) &= \lim \frac{4n^4 + 3n^2 - (2n^2)^2}{\sqrt{4n^4 + 3n^2} + 2n^2} \\ &= \lim \frac{3n^2}{\sqrt{4n^4 + 3n^2} + 2n^2} = \lim \frac{3}{\sqrt{4 + \frac{3}{n^2}} + 2} = \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là các điểm thỏa mãn  $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MD} = \vec{0}$  và  $2\overrightarrow{BN} - 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ . Chứng minh ba vectơ  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{MN}$  đồng phẳng.

**Lời giải:**

**Cách 1:**



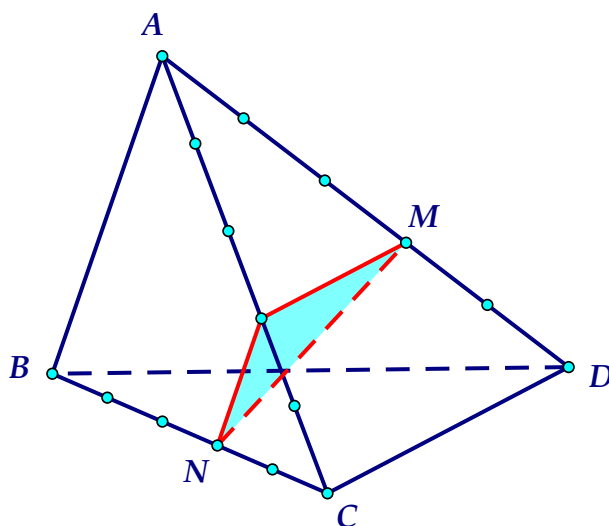
Ta có: 
$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BN} \\ 3\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{MD} + 3\overrightarrow{DC} + 3\overrightarrow{CN} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5\overrightarrow{MN} = \underbrace{\left(2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MD}\right)}_{=\vec{0}} + 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{DC} + \underbrace{\left(2\overrightarrow{BN} + 3\overrightarrow{CN}\right)}_{=\vec{0}}$$

Suy ra:  $5\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{DC}$ .

Vậy ba vector  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{MN}$  đồng phẳng.

**Cách 2:**



Dựng điểm  $P$  trên cạnh  $AC$  sao cho:  $\frac{CP}{CA} = \frac{2}{5}$ .

Xét tam giác  $ABC$ :  $\frac{CP}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{2}{5} \Rightarrow NP \parallel AB$ .

$$\text{Do } \begin{cases} NP \parallel AB \\ NP \subset (MNP) \text{ nên } AB \parallel (MNP). \\ AB \not\subset (MNP) \end{cases}$$

Tương tự, xét tam giác  $ACD$ :  $\frac{AP}{AC} = \frac{AM}{AD} = \frac{3}{5} \Rightarrow MP \parallel CD$ .

Do  $\begin{cases} MP \parallel CD \\ MP \subset (MNP) \text{ nên } CD \parallel (MNP). \\ CD \not\subset (MNP) \end{cases}$

Vậy ba vectơ  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{MN}$  đồng phẳng.

**Câu 38:** a) Tìm các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \left[ (a^3 + b^3)x^2 - (x + a^2b)\sqrt{x^2 + 2(ab)^2} \right]}{x-b-1} = 4$ .

b) Chứng minh phương trình  $x^4 - x^3 - (m^2 + 5)x^2 + 2(m^2 + 2)x + 4 = 0$  có đúng 4 nghiệm phân biệt với mọi giá trị nguyên của tham số  $m$ .

**Lời giải:**

a) Với  $b \neq 1$  thì vế phải bằng 0 (loại)

$b = 1$ : Vế trái bằng  $4a^3 + 4 - (a^2 + 2)\sqrt{2a^2 + 4}$ .

Khi đó PT

$$\Leftrightarrow 4a^3 + 4 - (a^2 + 2)\sqrt{2a^2 + 4} = 4 \Leftrightarrow 4a^3 = (a^2 + 2)\sqrt{2a^2 + 4} \Leftrightarrow 8a^3 = (2a^2 + 4)\sqrt{2a^2 + 4}$$

$$\Leftrightarrow (2a)^3 = (\sqrt{2a^2 + 4})^3 \Leftrightarrow 2a = \sqrt{2a^2 + 4} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ 2a^2 + 4 = 4a^2 \end{cases} \Leftrightarrow a = \sqrt{2}.$$

Vậy  $a = \sqrt{2}$ ;  $b = 1$ .

b) Phương trình  $\Leftrightarrow (x-2) \left[ x^3 + x^2 - (m^2 + 3)x - 2 \right] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^3 + x^2 - (m^2 + 3)x - 2 = 0 \end{cases}$

Phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow x^3 + x^2 - (m^2 + 3)x - 2 = 0$  có đúng ba nghiệm phân biệt khác 2.

Xét  $f(x) = x^3 + x^2 - (m^2 + 3)x - 2$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $f(-1) = m^2 + 1 > 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  nên tồn tại  $a < -1$ :  $f(a) < 0$ .

$f(0) = -2 < 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  nên tồn tại  $b > 0$ :  $f(b) > 0$ .

Do  $f(a) \cdot f(-1) < 0$ ;  $f(-1) \cdot f(0) < 0$  và  $f(0) \cdot f(b) < 0$  nên  $f(x) = 0$  có ít nhất ba nghiệm trên các khoảng  $(a; -1)$ ;  $(-1; 0)$ ;  $(0; b)$ .

Mặt khác  $f(2) \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm\sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$ .

Vậy phương trình đã cho luôn có đúng 4 nghiệm phân biệt (phương trình bậc 4 có tối đa 4 nghiệm) với mọi số nguyên của tham số  $m$ .

**HẾT**

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 09

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Cho hai đường thẳng  $a, \Delta$  cắt nhau và mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt đường thẳng  $\Delta$ . Ảnh của đường thẳng  $a$  qua phép chiếu song song lên mặt phẳng  $(\alpha)$  theo phương chiếu  $\Delta$  là:  
**A.** Một tia.                      **B.** Một đoạn thẳng.                      **C.** Một điểm.                      **D.** Một đường thẳng.
- Câu 2:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC$ . Khi đó  $\cos(\overline{AC}, \overline{BC})$  bằng:  
**A.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      **B.** 1.                      **C.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      **D.**  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 3:** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  thỏa mãn  $(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ, |\vec{u}| = 5, |\vec{v}| = 3$ . Độ dài của vectơ  $\vec{u} - \vec{v}$  bằng  
**A.** 7.                      **B.**  $-\sqrt{19}$ .                      **C.** -7.                      **D.**  $\sqrt{19}$ .
- Câu 4:**  $\lim(3n+1)$  bằng  
**A.**  $-\infty$ .                      **B.** 3.                      **C.** 1.                      **D.**  $+\infty$ .
- Câu 5:** Hàm số  $y = \frac{x}{x-2}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?  
**A.**  $x = -2$ .                      **B.**  $x = 1$ .                      **C.**  $x = 2$ .                      **D.**  $x = 0$ .
- Câu 6:** Hàm số  $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 3x + 2}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?  
**A.**  $(0; 3)$ .                      **B.**  $(-2; 4)$ .                      **C.**  $(-3; 0)$ .                      **D.**  $(-\infty; +\infty)$ .
- Câu 7:** Cho tứ diện  $ABCD$ . gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  và  $O$  là điểm tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?  
**A.**  $\overline{OG} = \frac{1}{3}(\overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD})$ .                      **B.**  $\overline{OG} = \frac{1}{2}(\overline{OB} + \overline{OC})$ .  
**C.**  $\overline{AG} = \frac{1}{3}(\overline{AB} + \overline{AC} - \overline{AD})$ .                      **D.**  $\overline{AG} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD})$ .
- Câu 8:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -3; \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x).g(x)]$  bằng  
**A.** 3.                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.** -3.                      **D.**  $+\infty$ .
- Câu 9:** Cho ba điểm  $M, N, P$  tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $\overline{MN} + \overline{MP} = \overline{NP}$ .                      **B.**  $\overline{MN} + \overline{NP} = \overline{MP}$ .                      **C.**  $\overline{MN} - \overline{NP} = \overline{MP}$ .                      **D.**  $\overline{MN} + \overline{PN} = \overline{MP}$ .
- Câu 10:**  $\lim \frac{2n^2 - 3}{n^2 + 3}$  bằng:  
**A.**  $+\infty$                       **B.** -2                      **C.**                      **D.** 2
- Câu 11:** Cho hai hàm số  $f(x); g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  và  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 9$  giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)]$  bằng:  
**A.** -4                      **B.** 4                      **C.** 45                      **D.** 14

- Câu 12:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x-3; x \neq 1 \\ m-2; x = 1 \end{cases}$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x=1$  bằng:
- A. -2                                      B. -3                                      C. 0                                      D. 1
- Câu 13:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + 3x)$  bằng
- A.  $+\infty$ .                                      B.  $-\infty$ .                                      C. 1.                                      D. -1.
- Câu 14:**  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x-1)$  bằng
- A. 5.                                      B. -5.                                      C. -4.                                      D. 4.
- Câu 15:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -5$  và  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -5$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  bằng
- A. -5.                                      B. 5.                                      C. -4.                                      D. 0.
- Câu 16:** Hàm số  $y = \frac{1}{x(x-3)(x-5)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?
- A.  $x = 2$ .                                      B.  $x = 3$ .                                      C.  $x = 0$ .                                      D.  $x = 5$ .
- Câu 17:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 2$  và công bội  $q = \frac{1}{3}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng
- A. -4.                                      B. 4.                                      C. -3.                                      D. 3.
- Câu 18:**  $\lim 4^n$  bằng
- A.  $-\infty$ .                                      B.  $+\infty$ .                                      C. 4.                                      D. -4.
- Câu 19:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AF}$  và  $\overrightarrow{BG}$  bằng
- A.  $\widehat{CBG}$ .                                      B.  $\widehat{EAB}$ .                                      C.  $\widehat{HAF}$ .                                      D.  $\widehat{ABE}$ .
- Câu 20:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Khi đó  $\cos(AB, CD)$  bằng
- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                                      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                                      D. 0.
- Câu 21:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?
- A.  $y = \frac{1}{\sin x}$ .                                      B.  $y = 1 + \cot x$ .                                      C.  $y = x - \tan x$ .                                      D.  $y = x^2 - \cos x$ .
- Câu 22:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 5$  và  $\lim v_n = 4$ . Giá trị của  $\lim(u_n + v_n)$  bằng.
- A. 9.                                      B. 4.                                      C. -4.                                      D. -9.
- Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 10$ . Giá trị của  $\lim(u_n - 3)$  bằng.
- A. 7.                                      B. -7.                                      C. 13.                                      D. -13.
- Câu 24:** Cho tứ diện  $MNPQ$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NQ} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NP}$                                       B.  $\overrightarrow{MP} - \overrightarrow{NQ} = \overrightarrow{MQ} - \overrightarrow{NP}$   
 C.  $\overrightarrow{MP} - \overrightarrow{NQ} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{NP}$                                       D.  $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NQ} = \overrightarrow{MQ} - \overrightarrow{NP}$
- Câu 25:** Hàm số nào sau đây liên tục trên khoảng  $(0; 4)$ ?
- A.  $y = \frac{x+3}{x+2}$ .                                      B.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .                                      C.  $y = \frac{1}{x^2-1}$ .                                      D.  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .
- Câu 26:** Cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  khác vectơ  $\vec{0}$ . Khi đó  $\cos(\vec{u}, \vec{v})$  bằng
- A.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{u} \cdot \vec{v}$ .                                      B.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ .                                      C.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$ .                                      D.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$ .
- Câu 27:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 5) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng
- A. -5.                                      B. -4.                                      C. 5.                                      D. 4.

- Câu 28:**  $\lim \frac{3^n + 5^{n+1}}{3^n + 5^n}$   
**A.** 5. **B.** 4. **C.** -5. **D.**  $+\infty$ .
- Câu 29:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 3$  và  $\lim v_n = 5$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng  
**A.** 15. **B.** 5. **C.** 8. **D.** -4.
- Câu 30:**  $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x+4}$  bằng  
**A.** -4. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 31:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4$  bằng  
**A.**  $-\infty$ . **B.** 4. **C.**  $+\infty$ . **D.** -4.
- Câu 32:** Cho hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  vuông góc với nhau. Mệnh đề nào sau đây đúng?  
**A.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ . **B.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ . **C.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ . **D.**  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .
- Câu 33:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$  bằng  
**A.** -1. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 1.
- Câu 34:**  $\lim \frac{n}{2n+1}$  bằng  
**A.**  $-\frac{1}{2}$ . **B.**  $\frac{1}{2}$ . **C.**  $+\infty$ . **D.** 2.
- Câu 35:**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2}$  bằng  
**A.**  $+\infty$ . **B.**  $-\infty$ . **C.** -2. **D.** 2.

**II. PHẦN TỰ LUẬN (03 câu – 3,0 điểm)**

- Câu 36:** Tìm  $\lim(\sqrt{n^2+n} - n - 1)$ .
- Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ .  
 a. Chứng minh  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$ .  
 b. Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là điểm trên cạnh  $AC$  và  $BD$  sao cho  $AI = 4IC, JB = 4JD$ . Chứng minh bốn điểm  $M, N, I, J$  đồng phẳng.
- Câu 38:** a. Tìm  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{x^3 - 1} + \sqrt{x^2 + 2})$ .  
 b. Cho số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$ . Chứng minh rằng phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  luôn có ba nghiệm thực phân biệt.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho hai đường thẳng  $a$ ,  $\Delta$  cắt nhau và mặt phẳng  $(\alpha)$  cắt đường thẳng  $\Delta$ . Ảnh của đường thẳng  $a$  qua phép chiếu song song lên mặt phẳng  $(\alpha)$  theo phương chiếu  $\Delta$  là:

- A. Một tia.                      B. Một đoạn thẳng.                      C. Một điểm.                      **D. Một đường thẳng.**

Lời giải

**Chọn D**

Theo tính chất phép chiếu song song ở sách giáo khoa.

**Câu 2:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và  $OA = OB = OC$ . Khi đó  $\cos(AC, BC)$  bằng:

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      B. 1.                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      **D.  $\frac{1}{2}$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Cách 1:  $\Delta ABC$  đều nên  $\cos(AC, BC) = \frac{1}{2}$ .

Cách 2: Đặt  $OA = OB = OC = a$ .

$$\cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC}}{AC \cdot BC} = \frac{(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA})(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB})}{AC \cdot BC} = \frac{OC^2 - \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}}{AC \cdot BC} = \frac{a^2}{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}.$$

Vậy  $\cos(AC, BC) = \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}$ .

**Câu 3:** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  thỏa mãn  $(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ, |\vec{u}| = 5, |\vec{v}| = 3$ . Độ dài của vectơ  $\vec{u} - \vec{v}$  bằng

- A. 7.**                      B.  $-\sqrt{19}$ .                      C.  $-7$ .                      D.  $\sqrt{19}$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\left(|\vec{u} - \vec{v}|\right)^2 = (\vec{u} - \vec{v})^2 = |\vec{u}|^2 - 2\vec{u}\vec{v} + |\vec{v}|^2 = 25 - 2 \cdot |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}, \vec{v}) + 9 = 34 + 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 49$$

$$\Rightarrow |\vec{u} - \vec{v}| = 7.$$

**Câu 4:**  $\lim(3n+1)$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B. 3.                      C. 1.                      **D.  $+\infty$ .**

Lời giải

**Chọn D**

$$\lim(3n+1) = \lim\left[n\left(3 + \frac{1}{n}\right)\right] = +\infty \text{ vì } \lim n = +\infty \text{ và } \lim\left(3 + \frac{1}{n}\right) = 3 > 0. \text{ Do đó chọn đáp án}$$

**D.**

**Câu 5:** Hàm số  $y = \frac{x}{x-2}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = -2$ .                      B.  $x = 1$ .                      **C.  $x = 2$ .**                      D.  $x = 0$ .

Lời giải

**Chọn C**



Xét hàm số  $y = \frac{x}{x-2}$  là hàm số phân thức hữu tỉ có tập xác định là  $D = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$  nên hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2)$ ,  $(2; +\infty)$  và  $f(2)$  không tồn tại. Suy ra hàm số gián đoạn tại điểm  $x = 2$ . Do đó chọn đáp án **C**.

**Câu 6:** Hàm số  $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 3x + 2}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 3)$ .                      B.  $(-2; 4)$ .                      **C.  $(-3; 0)$ .**                      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

Lời giải

**Chọn C**

Xét hàm số  $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 3x + 2}$  là hàm số phân thức hữu tỉ có tập xác định là  $D = R \setminus \{1; 2\}$  nên hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 1)$ ,  $(1; 2)$  và  $(2; +\infty)$ . Suy ra hàm số liên tục trên khoảng  $(-3; 0)$ . Do đó chọn đáp án **C**.

**Câu 7:** Cho tứ diện  $ABCD$ . gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  và  $O$  là điểm tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$ .**                      B.  $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$ .  
C.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD})$ .                      D.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ .

Lời giải

**Chọn A**

Do  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$  nên ta có  $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$ .

**Câu 8:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -3; \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$ . Giá trị của

$\lim_{x \rightarrow 1} [f(x).g(x)]$  bằng

- A. 3.                      B.  $-\infty$ .                      C. -3.                      **D.  $+\infty$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Ta chọn đáp án D theo tính chất của giới hạn.

**Câu 9:** Cho ba điểm  $M, N, P$  tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$ .                      **B.  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$ .**                      C.  $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$ .                      D.  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MP}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Theo quy tắc ba điểm ta có :  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$ .

**Câu 10:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{n^2 + 3}$  bằng:

- A.  $+\infty$                       B. -2                      C.                      **D. 2**

Lời giải

**Chọn D**



Điều kiện:  $x(x-3)(x-5) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 3 \\ x \neq 5 \end{cases}$ . Suy ra hàm số gián đoạn tại các điểm  $x = 0$ ;  $x = 3$ ;

$x = 5$ .

Vậy hàm số liên tục tại điểm  $x = 2$ .

**Câu 17:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 2$  và công bội  $q = \frac{1}{3}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng

A. -4.

B. 4.

C. -3.

**D. 3.**

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{2}{1-\frac{1}{3}} = 3.$$

**Câu 18:**  $\lim 4^n$  bằng

A.  $-\infty$ .

**B.  $+\infty$ .**

C. 4.

D. -4.

Lời giải

**Chọn B**

Vì  $4 > 1$  nên  $\lim 4^n = +\infty$ .

**Câu 19:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AF}$  và  $\overrightarrow{BG}$  bằng

A.  $\widehat{CBG}$ .

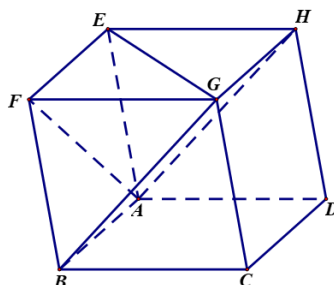
B.  $\widehat{EAB}$ .

**C.  $\widehat{HAF}$ .**

D.  $\widehat{ABE}$ .

Lời giải

**Chọn C**



Vì  $ABCD.EFGH$  là hình hộp nên  $AB = GH$ ,  $AB \parallel GH$ .

Tứ giác  $ABGH$  có  $AB = GH$ ,  $AB \parallel GH$  nên nó là hình bình hành.

Suy ra:  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{BG}$ .

Suy ra:  $(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{BG}) = (\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AH}) = \widehat{HAF}$ .

Vậy, chọn đáp án **C**.

**Câu 20:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Khi đó  $\cos(AB, CD)$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**D. 0.**

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|}.$$

Vì  $ABCD$  là tứ diện đều nên các mặt của tứ diện là các tam giác đều bằng nhau.

Ta có:

$$\begin{aligned}\overline{AB} \cdot \overline{CD} &= \overline{AB} \cdot (\overline{AD} - \overline{AC}) = \overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{AB} \cdot \overline{AC} \\ &= AB \cdot AD \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{AD}) - AB \cdot AC \cdot \cos(\overline{AB}, \overline{AC}) \\ &= AB^2 \cdot \cos \widehat{BAD} - AB^2 \cdot \cos \widehat{BAC} = 0.\end{aligned}$$

Suy ra:  $\cos(\overline{AB}, \overline{CD}) = 0$ .

**Câu 21:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{1}{\sin x}$ .      B.  $y = 1 + \cot x$ .      C.  $y = x - \tan x$ .      **D.  $y = x^2 - \cos x$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

- Hàm số  $y = \frac{1}{\sin x}$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$  nên nó liên tục trên các khoảng xác định của nó. Suy ra loại đáp án **A**.

- Hàm số  $y = 1 + \cot x$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$  nên nó liên tục trên các khoảng xác định của nó. Suy ra loại đáp án **B**.

- Hàm số  $y = x - \tan x$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$  nên nó liên tục trên các khoảng xác định của nó. Suy ra loại đáp án **C**.

- Hàm số  $y = x^2 - \cos x$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$  nên nó liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Vậy chọn đáp án **D**.

**Câu 22:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 5$  và  $\lim v_n = 4$ . Giá trị của  $\lim(u_n + v_n)$  bằng.

- A. 9.**      B. 4.      C. -4.      **D. -9.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\lim(u_n + v_n) = \lim u_n + \lim v_n = 5 + 4 = 9$

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 10$ . Giá trị của  $\lim(u_n - 3)$  bằng.

- A. 7.**      B. -7.      C. 13.      **D. -13.**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\lim(u_n - 3) = \lim u_n - 3 = 10 - 3 = 7$

**Câu 24:** Cho tứ diện  $MNPQ$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $\overline{MP} + \overline{NQ} = \overline{MQ} + \overline{NP}$**       B.  $\overline{MP} - \overline{NQ} = \overline{MQ} - \overline{NP}$   
C.  $\overline{MP} - \overline{NQ} = \overline{MQ} + \overline{NP}$       **D.  $\overline{MP} + \overline{NQ} = \overline{MQ} - \overline{NP}$**

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\overline{MP} + \overline{NQ} = \overline{MQ} + \overline{QP} + \overline{NP} + \overline{PQ} = (\overline{MQ} + \overline{NP}) + (\overline{QP} + \overline{PQ}) = \overline{MQ} + \overline{NP}$ .

**Câu 25:** Hàm số nào sau đây liên tục trên khoảng  $(0; 4)$ ?

- A.  $y = \frac{x+3}{x+2}$ .**      B.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .      C.  $y = \frac{1}{x^2-1}$ .      **D.  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .**

Lời giải

Chọn A

$$y = \frac{x+3}{x+2} \text{ có TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}; \quad y = \frac{x+1}{x-1} \text{ có TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

$$y = \frac{1}{x^2-1} \text{ có TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}; \quad y = \frac{2x+1}{x-2} \text{ có TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

Suy ra hàm số  $y = \frac{x+3}{x+2}$  liên tục trên khoảng  $(0; 4)$

**Câu 26:** Cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  khác vectơ  $\vec{0}$ . Khi đó  $\cos(\vec{u}, \vec{v})$  bằng

A.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \vec{u} \cdot \vec{v}$ .      B.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$ .

C.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$ .      **D.  $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$ .**

Lời giải

Chọn D

**Câu 27:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n - 5) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng

A. -5.      B. -4.      **C. 5.**      D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\lim(u_n - 5) = \lim u_n - \lim 5 = \lim u_n - 5$$

$$\Rightarrow \lim(u_n - 5) = 0 \Leftrightarrow \lim u_n = 5.$$

**Câu 28:**  $\lim \frac{3^n + 5^{n+1}}{3^n + 5^n}$

**A. 5.**      B. 4.      C. -5.      D.  $+\infty$ .

Lời giải

$$\lim \frac{3^n + 5^{n+1}}{3^n + 5^n} = \lim \frac{3^n + 5^n \cdot 5}{3^n + 5^n} = \lim \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^n + 5}{\left(\frac{3}{5}\right)^n + 1} = 5.$$

**Câu 29:** Cho hai dãy số  $(u_n), (v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 3$  và  $\lim v_n = 5$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng

**A. 15.**      B. 5.      C. 8.      D. -4.

Lời giải

Chọn A

$$\lim(u_n \cdot v_n) = \lim u_n \cdot \lim v_n = 3 \cdot 5 = 15.$$

**Câu 30:**  $\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x+4}$  bằng

A. -4.      B. -3.      **C. 3.**      D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{x+4} = \sqrt{5+4} = 3.$$

**Câu 31:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4$  bằng

A.  $-\infty$ .      B. 4.      **C.  $+\infty$ .**      D. -4.

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$  nếu  $k$  chẵn, do đó  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = +\infty$ .

**Câu 32:** Cho hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  vuông góc với nhau. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ .                      B.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ .                      C.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ .                      **D.  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có:  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  vuông góc với nhau khi và chỉ khi  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .

**Câu 33:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$  bằng

- A.  $-1$ .                      **B.  $4$ .**                      C.  $-4$ .                      D.  $1$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x-1} = \frac{2+2}{2-1} = 4.$$

**Câu 34:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1}$  bằng

- A.  $-\frac{1}{2}$ .                      **B.  $\frac{1}{2}$ .**                      C.  $+\infty$ .                      D.  $2$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2 + \frac{1}{n}} = \frac{1}{2}$$

**Câu 35:**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2}$  bằng

- A.  $+\infty$ .**                      B.  $-\infty$ .                      C.  $-2$ .                      D.  $2$ .

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ (2x+1) \frac{1}{x-2} \right]$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x+1) = 5, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x-2} = +\infty \quad (\text{do } \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \text{ và } x > 2)$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ (2x+1) \frac{1}{x-2} \right] = +\infty.$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (03 câu – 3,0 điểm)

**Câu 36:** Tìm  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n - 1)$ .

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n - 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - (n+1)^2}{\sqrt{n^2 + n} + n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - n^2 - 2n - 1}{\sqrt{n^2 + n} + n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n - 1}{\sqrt{n^2 + n} + n + 1}$$

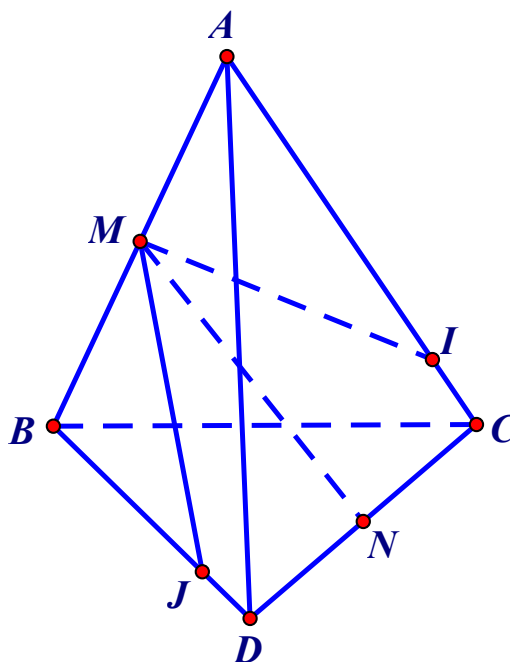
$$= \lim \frac{-1 - \frac{1}{n}}{\sqrt{1 + \frac{1}{n} + 1 + \frac{1}{n}}} = -\frac{1}{2}$$

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ .

a. Chứng minh  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$ .

b. Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là điểm trên cạnh  $AC$  và  $BD$  sao cho  $AI = 4IC$ ,  $JB = 4JD$ . Chứng minh bốn điểm  $M, N, I, J$  đồng phẳng.

**Lời giải**



a. Ta có  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DN}$$

$$\Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{DN}) \text{ với } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}, \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{DN} = \vec{0}$$

$$\text{Nên } \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}).$$

b. Từ đẳng thức  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$ .

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \left( \frac{5}{4} \overrightarrow{AI} + \frac{5}{4} \overrightarrow{BJ} \right)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{5}{8} \overrightarrow{AI} + \frac{5}{8} \overrightarrow{BJ}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{5}{8} (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MJ})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{5}{8} (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM}) + \frac{5}{8} (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MJ}) \text{ với } \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{5}{8} \overrightarrow{MI} + \frac{5}{8} \overrightarrow{MJ}$$

Nên 3 vectơ  $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MI}, \overrightarrow{MJ}$  đồng phẳng nên 4 điểm  $M, N, I, J$  đồng phẳng.

**Câu 38:** a. Tìm  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{x^3 - 1} + \sqrt{x^2 + 2})$ .

b. Cho số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$ . Chứng minh rằng phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  luôn có ba nghiệm thực phân biệt.

**Lời giải**

a. Tìm  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{x^3 - 1} + \sqrt{x^2 + 2})$ .

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{x^3 - 1} + \sqrt{x^2 + 2}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{x^3 - 1} - x + \sqrt{x^2 + 2} + x)$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{x^3 - 1 - x^3}{\sqrt[3]{(x^3 - 1)^2} + x \cdot \sqrt[3]{x^3 - 1} + x^2} + \frac{x^2 + 2 - x^2}{\sqrt{x^2 + 2} - x} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{-1}{x^2 \cdot \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{x^3}\right)^2} + x^2 \cdot \sqrt[3]{1 - \frac{1}{x^3}} + x^2} + \frac{2}{-x \sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} - x} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{-\frac{1}{x^2}}{\sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{x}\right)^2} + \sqrt[3]{1 - \frac{1}{x}} + 1} + \frac{\frac{2}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} - 1} \right] = 0.$$

b. Cho số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $\begin{cases} -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ 8 + 4a + 2b + c < 0 \end{cases}$ . Chứng minh rằng phương trình

$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  luôn có ba nghiệm thực phân biệt.

Đặt  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  là hàm đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có:  $f(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0$ ,  $f(-2) = -8 + 4a - 2b + c > 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow \exists m > 2$  sao cho  $f(m) > 0$ .

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow \exists n < -2$  sao cho  $f(n) < 0$ .

+  $f(-2) \cdot f(2) < 0$  nên phương trình  $f(x) = 0$  ít nhất một nghiệm trong khoảng  $(-2; 2)$ .

+  $f(m) \cdot f(2) < 0$  nên phương trình  $f(x) = 0$  ít nhất một nghiệm trong khoảng  $(2; m)$ .

+  $f(n) \cdot f(-2) < 0$  nên phương trình  $f(x) = 0$  ít nhất một nghiệm trong khoảng  $(n; -2)$ .

Do  $f(x) = 0$  là phương trình bậc ba nên  $f(x) = 0$  có 3 nghiệm thực phân biệt.



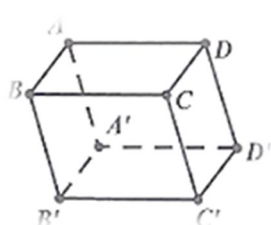
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 10

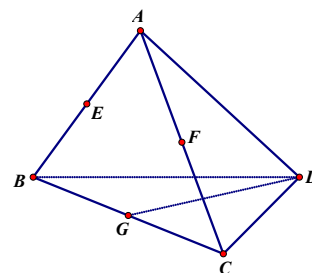
Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

- Câu 1:** Cho  $\lim u_n = a > 0; \lim v_n = 0 (v_n > 0, \forall n)$ . Khi đó  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng
- A. 0                                      B.  $+\infty$                                       C.  $a$                                       D.  $-\infty$ .
- Câu 2:** Cho dãy  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 8$ . Khi đó  $\lim(u_n - 3)$  bằng
- A. -5                                      B. -11                                      C. 5                                      D. 11
- Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 3 \\ m+1 & \text{khi } x < 3 \end{cases}$ . Tham số  $m$  nhận giá trị nào dưới đây để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 3$ ?
- A. 3                                      B. -2                                      C. 1                                      D. 2
- Câu 4:** Tính  $\lim \frac{8n+1}{6-2n}$  được kết quả bằng
- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B. -4.                                      C.  $\frac{1}{6}$ .                                      D. 6.
- Câu 5:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x)$  được kết quả bằng
- A. -1.                                      B.  $-\infty$ .                                      C.  $+\infty$ .                                      D. 0.
- Câu 6:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (xem hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $A'C'$  bằng
- A.  $45^\circ$ .                                      B.  $60^\circ$ .                                      C.  $30^\circ$ .                                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 7:** Cho hàm số  $f(x); g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 8; \lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow -1} [f(x) + g(x)]$  bằng:
- A. 10.                                      B. -16.                                      C. 6.                                      D. -10.
- Câu 8:** Hàm số nào dưới đây không liên tục trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?
- A.  $y = x^2 - \sin x$ .                                      B.  $y = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$ .                                      C.  $y = \frac{x-1}{x^2+2x+3}$ .                                      D.  $y = \frac{x-1}{x^2+2x-1}$ .
- Câu 9:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5$  được kết quả là:
- A.  $+\infty$ .                                      B.  $-\infty$ .                                      C. 0.                                      D. 1.
- Câu 10:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  bằng
- A. 3.                                      B. 6.                                      C. Không tồn tại.                                      D. 2.
- Câu 11:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{9x+16})$  được kết quả bằng
- A. 4.                                      B. 5.                                      C. 3.                                      D. 9.
- Câu 12:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-5x+3}{x-2}$  được kết quả là
- A.  $+\infty$ .                                      B.  $-\infty$ .                                      C. -5.                                      D. 0.
- Câu 13:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\lim u_n = -\infty$ . Tính  $\lim(u_n + 9)$ .
- A. 9.                                      B.  $+\infty$ .                                      C. 0.                                      D.  $-\infty$ .

- Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\lim u_n = 5$ . Tính  $\lim \frac{2u_n - 4}{3 - u_n}$ .
- A.  $\frac{-4}{3}$ .                      B.  $-3$ .                      C.  $4$ .                      D.  $2$ .
- Câu 15:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 2$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng
- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B.  $4$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $2$ .
- Câu 16:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$  bằng
- A.  $0$ .                      B.  $+\infty$                       C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .
- Câu 17:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -1} (7x+1)$  được kết quả bằng
- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-6$ .                      D.  $8$ .
- Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (xem hình vẽ). Ba véc tơ nào dưới đây là đồng phẳng?
- A.  $\vec{AB}; \vec{AD}$  và  $\vec{AA'}$ .      B.  $\vec{AB}; \vec{AD}$  và  $\vec{CC'}$ .  
 C.  $\vec{AB}; \vec{AD}$  và  $\vec{A'C'}$ .      D.  $\vec{AB}; \vec{AD}$  và  $\vec{AC'}$
- 
- Câu 19:** Cho tứ giác  $OABC$  có  $OA = OB = OC = a$  và  $OA, OB, OC$  vuông góc nhau từng đôi một (xem hình vẽ). Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $OI$  và  $AB$  là.
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .
- Câu 20:** Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = +\infty$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0, (|q| > 1)$       C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0, (|q| < 1)$       D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 = -\infty$
- Câu 21:** Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?
- A.  $(2; +\infty)$ .                      B.  $(-2; 1)$ .                      C.  $(-2; 0)$ .                      D.  $(-1; 4)$
- Câu 22:** Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?
- A. Nếu  $\lim u_n = -\infty$  thì  $\lim(-u_n) = +\infty$                       B. Nếu  $\lim |u_n| = +\infty$  thì  $\lim u_n = +\infty$   
 C. Nếu  $\lim u_n = +\infty$  thì  $\lim \frac{1}{u_n} = 0$                       D. Nếu  $\lim u_n = 0$  thì  $\lim |u_n| = 0$
- Câu 23:** Tính  $\lim 3^n$  ta được kết
- A.  $3$ .                      B.  $+\infty$                       C.  $-\infty$                       D.  $0$ .
- Câu 24:** Tính  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 4$  và dãy  $(v_n)$  có  $\lim v_n = 5$ . Khi đó  $\lim u_n \cdot v_n$  bằng:
- A.  $5$ .                      B.  $9$ .                      C.  $4$ .                      D.  $20$ .
- Câu 25:** Ảnh của một hình thang qua phép chiếu song song lên  $mp(\alpha)$  theo phương  $\Delta$  (mặt phẳng chứa hình thang không song song với  $\Delta$  và cũng không chứa  $\Delta$ ) là
- A. Một hình thang.                      B. Một hình bình hành.      C. Một đoạn thẳng.                      D. Một hình chữ nhật.

**Câu 26:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $E, F, G$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, AC, BC$  ( xem hình vẽ). Kết quả của phép toán  $\overline{AE} + \overline{AF} - \overline{AD}$  là



- A.  $\overline{DG}$ .                      B.  $\overline{GB}$ .  
 C.  $\overline{AG}$ .                      D.  $\overline{GA}$ .

**Câu 27:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = -\infty$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow -2} [f(x).g(x)]$  ta được kết quả là

- A. 2.                      B. -2.                      C.  $+\infty$ .                      D.  $-\infty$ .

**Câu 28:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , biết độ dài của chúng đều bằng 2 và góc giữa chúng là  $30^\circ$ . Tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng

- A.  $2\sqrt{3}$ .                      B.  $\sqrt{2}$ .                      C.  $\sqrt{3}$ .                      D.  $2\sqrt{2}$ .

**Câu 29:** Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn bằng 0?

- A.  $u_n = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^n$ .                      B.  $u_n = (-\sqrt{3})^n$ .                      C.  $u_n = \left(\frac{5}{2}\right)^n$ .                      D.  $u_n = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^n$ .

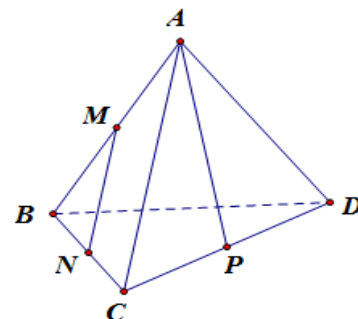
**Câu 30:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{x-1}{x^2-2x+1}$ .                      B.  $y = \frac{\cos x - 2}{\sqrt{2-\sin x}}$ .                      C.  $y = x^2 - \tan x$ .                      D.  $y = \frac{1 + \cos x}{\sqrt{1-\sin x}}$ .

**Câu 31:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-1}{x+1}$  được kết quả bằng

- A.  $-\infty$ .                      B. 0.                      C.  $+\infty$ .                      D. -2.

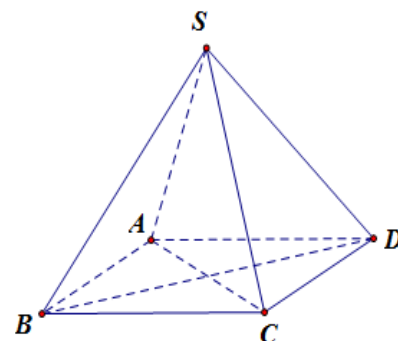
**Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$  có tất cả các cạnh bằng nhau (xem hình vẽ). Gọi  $M; N; P$  lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng  $AB; BC; CD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AP$  và  $MN$  bằng



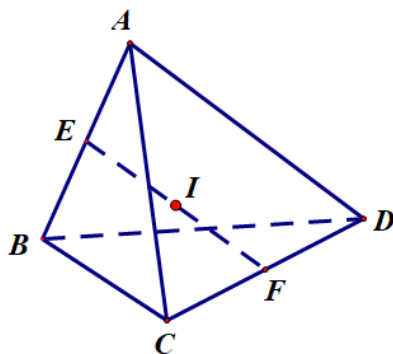
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .  
 C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có các cạnh bên bằng nhau và mặt đáy là hình vuông (xem hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai đường thẳng  $SA$  và  $BD$  vuông góc với nhau.  
 B. Hai đường thẳng  $SA$  và  $AC$  vuông góc với nhau.  
 C. Hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  vuông góc với nhau.  
 D. Hai đường thẳng  $SA$  và  $DC$  vuông góc với nhau.

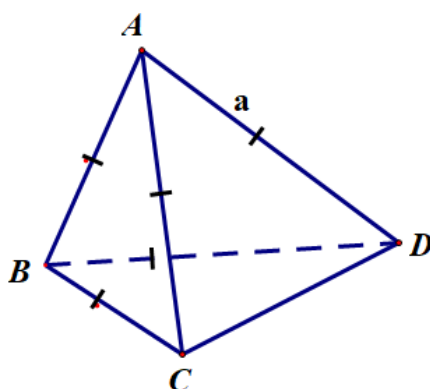


**Câu 34:** Cho tứ diện ABCD, gọi E;F lần lượt là trung điểm các cạnh AB;CD và I là trung điểm của đoạn thẳng EF ( xem hình vẽ). Kết quả của phép toán  $\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} + \overline{ID}$  là:



- A.  $2\overline{EF}$ .                      B.  $2\overline{FE}$ .                      C.  $\overline{EF}$ .                      D.  $\vec{0}$ .

**Câu 35:** Cho tứ diện ABCD có  $AB = AC = AD = BC = BD = a$  ( xem hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng:



- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

**II. PHẦN TỰ LUẬN (04 câu – 3,0 điểm)**

**Câu 36:** Tìm giới hạn của dãy số  $u_n = \frac{-3n^3 + 1}{n^3 - 2n + 3}$ .

**Câu 37:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$ .

**Câu 38:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & , \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & , \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Xét tính liên tục của hàm số  $f(x)$  tại điểm  $x_0 = 1$ .

**Câu 39:** Cho tứ diện ABCD, gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính cosin của góc giữa hai vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{DM}$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)

**Câu 1:** Cho  $\lim u_n = a > 0; \lim v_n = 0 (v_n > 0, \forall n)$ . Khi đó  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A. 0                                      **B.  $+\infty$**                                       C. a                                      D.  $-\infty$ .

Lời giải:

**Chọn B**

Vì  $a > 0$  và  $v_n > 0 \forall n$  nên  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .

**Câu 2:** Cho dãy  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 8$ . Khi đó  $\lim (u_n - 3)$  bằng

- A. -5                                      B. -11                                      **C. 5**                                      D. 11

Lời giải :

**Chọn C**

Ta có:  $\lim (u_n - 3) = \lim u_n - 3 = 5$

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 3 \\ m + 1 & \text{khi } x < 3 \end{cases}$ . Tham số  $m$  nhận giá trị nào dưới đây để hàm số  $f(x)$

liên tục tại  $x = 3$ ?

- A. 3                                      B. -2                                      C. 1                                      **D. 2**

Lời giải :

**Chọn D**

Ta có :  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - 2x) = 3$  ;  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (m + 1) = m + 1$ .

Để  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  tồn tại thì  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \Leftrightarrow 3 = m + 1 \Leftrightarrow m = 2$ .

Với  $m = 2$  thì :  $f(3) = 3 = \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  nên hàm số liên tục tại  $x = 3$ .

**Câu 4:** Tính  $\lim \frac{8n+1}{6-2n}$  được kết quả bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      **B. -4.**                                      C.  $\frac{1}{6}$ .                                      D. 6.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có:  $\lim \frac{8n+1}{6-2n} = \lim \frac{n \left( 8 + \frac{1}{n} \right)}{n \left( \frac{6}{n} - 2 \right)} = \lim \frac{\left( 8 + \frac{1}{n} \right)}{\left( \frac{6}{n} - 2 \right)} = \frac{8}{-2} = -4$

**Câu 5:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + 2x + 3} + x \right)$  được kết quả bằng

- A. -1.**                                      B.  $-\infty$ .                                      C.  $+\infty$ .                                      D. 0.

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + 2x + 3} + x \right) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left( \sqrt{x^2 + 2x + 3} + x \right) \left( \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x \right)}{\left( \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x + 3 - x^2}{\left( \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{\left( \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{\left( -x \sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - x \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left( 2 + \frac{3}{x} \right)}{x \left( -\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 1 \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left( 2 + \frac{3}{x} \right)}{\left( -\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 1 \right)} \\ &= \frac{2}{-2} = -1 \end{aligned}$$

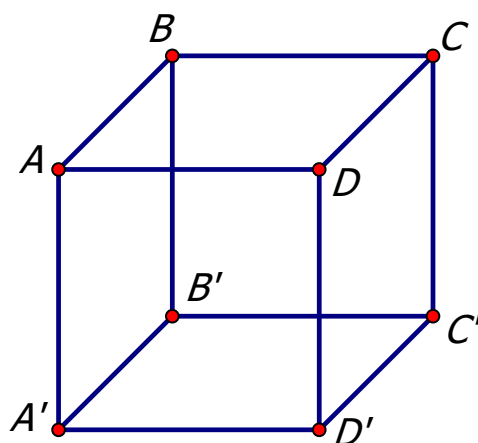
**Câu 6:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  (xem hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $A'C'$  bằng

**A.**  $45^\circ$ .

**B.**  $60^\circ$ .

**C.**  $30^\circ$ .

**D.**  $90^\circ$ .



**Lời giải**

**Chọn A**

Vì  $A'C' // AC$  nên  $(AB, A'C') = (AB, AC) = \widehat{BAC} = 45^\circ$

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x); g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 8; \lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow -1} [f(x) + g(x)]$  bằng:

**A.** 10.

**B.** -16.

**C.** 6.

**D.** -10.

**Lời giải**

**Chọn C**

Do  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 8; \lim_{x \rightarrow -1} g(x) = -2$  là hữu hạn nên:

$$\lim_{x \rightarrow -1} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 8 - 2 = 6.$$

**Câu 8:** Hàm số nào dưới đây không liên tục trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ ?

**A.**  $y = x^2 - \sin x$ .

**B.**  $y = 2x^3 - 3x^2 + x - 1$ .

**C.**  $y = \frac{x-1}{x^2+2x+3}$ .

**D.**  $y = \frac{x-1}{x^2+2x-1}$ .

Lời giải

Chọn D

$$y = \frac{x-1}{x^2+2x-1} \text{ có TXĐ: } D = R \setminus \{-1+\sqrt{2}; -1-\sqrt{2}\} \text{ nên hàm số } y = \frac{x-1}{x^2+2x-1} \text{ liên tục}$$

trên từng khoảng xác định của nó.

**Câu 9:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5$  được kết quả là:

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 0.                      D. 1.

Lời giải

Chọn B

Tính chất sách giáo khoa

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  bằng

- A. 3.                      B. 6.                      C. Không tồn tại.                      D. 2.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý ta có

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3.$$

**Câu 11:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{9x+16})$  được kết quả bằng

- A. 4.                      B. 5.                      C. 3.                      D. 9.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý ta có

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{9x+16}) = \sqrt{9 \cdot 0 + 16} = 4.$$

**Câu 12:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-5x+3}{x-2}$  được kết quả là

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. -5.                      D. 0.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng định lý ta có

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-5x+3}{x-2} = -\infty. \text{ Do } \lim_{x \rightarrow 2^+} x-2 = 0 \text{ và } x-2 > 0 \text{ với } \forall x > 2 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 2^+} (-5x+3) = -7 < 0.$$

**Câu 13:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\lim u_n = -\infty$ . Tính  $\lim(u_n + 9)$ .

- A. 9.                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D.  $-\infty$ .

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\lim(u_n + 9) = \lim u_n + \lim 9 = -\infty.$$

**Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\lim u_n = 5$ . Tính  $\lim \frac{2u_n - 4}{3 - u_n}$ .

- A.  $\frac{-4}{3}$ .                      B. -3.                      C. 4.                      D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có:  $\lim \frac{2u_n - 4}{3 - u_n} = \frac{2.5 - 4}{3 - 5} = -3.$

**Câu 15:** Cho cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 2$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Tổng của cấp số nhân lùi vô hạn đã cho bằng

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B. 4.                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D. 2.

Hướng dẫn giải

**Chọn B**

Ta có:  $S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}} = 4$

**Câu 16:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$  bằng

- A. 0.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .

Lời giải

**Chọn C**

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1-1}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+1}+1} = \frac{1}{2}.$

**Câu 17:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -1} (7x+1)$  được kết quả bằng

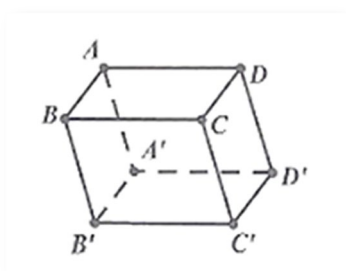
- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. -6.                      D. 8.

Lời giải

**Chọn C**

$\lim_{x \rightarrow -1} (7x+1) = \lim_{x \rightarrow -1} [7 \cdot (-1) + 1] = -6.$

**Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  (xem hình vẽ). Ba véc tơ nào dưới đây là đồng phẳng?



- A.  $\vec{AB}; \vec{AD}$  và  $\vec{AA}'$ .      B.  $\vec{AB}; \vec{AD}$  và  $\vec{CC}'$ .      C.  $\vec{AB}; \vec{AD}$  và  $\vec{A'C}'$ .      D.  $\vec{AB}; \vec{AD}$  và  $\vec{AC}'$

Lời giải

**Chọn C**

$\vec{AB}; \vec{AD}$  và  $\vec{A'C}'$  có giá cùng song song mặt phẳng  $(P)$  với  $(P)$  qua các trung điểm của các cạnh bên.

**Câu 19:** Cho tứ giác  $OABC$  có  $OA = OB = OC = a$  và  $OA, OB, OC$  vuông góc nhau từng đôi một (xem hình vẽ). Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Góc giữa hai đường thẳng  $OI$  và  $AB$  là.

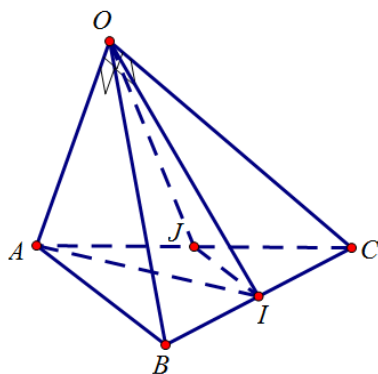
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

Lời giải



**Chọn D**

Ta có:



Gọi  $J$  là trung điểm của cạnh  $AC \Rightarrow AB \parallel IJ; IJ = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Suy ra:  $(AB, OI) = (IJ, OI) = \widehat{OIJ}$

Tam giác  $OIJ$  có  $OI = OJ = IJ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$  nên tam giác  $OIJ$  đều

Vậy  $(AB, OI) = \widehat{OIJ} = 60^\circ$ .

**Câu 20:** Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = +\infty$ .      B.  $\lim q^n = 0, (|q| > 1)$       C.  $\lim q^n = 0, (|q| < 1)$       D.  $\lim n^2 = -\infty$

**Lời giải**

**Chọn C**

**Câu 21:** Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(2; +\infty)$ .      B.  $(-2; 1)$ .      C.  $(-2; 0)$ .      D.  $(-1; 4)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ .

Hàm phân thức liên tục trên từng khoảng xác định nên hàm số liên tục trên  $(-\infty; -1); (-1; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**Câu 22:** Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

- A. Nếu  $\lim u_n = -\infty$  thì  $\lim(-u_n) = +\infty$   
 B. Nếu  $\lim |u_n| = +\infty$  thì  $\lim u_n = +\infty$   
 C. Nếu  $\lim u_n = +\infty$  thì  $\lim \frac{1}{u_n} = 0$   
 D. Nếu  $\lim u_n = 0$  thì  $\lim |u_n| = 0$

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 23:** Tính  $\lim 3^n$  ta được kết

- A. 3.      B.  $+\infty$       C.  $-\infty$       D. 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

- Câu 24:** Tính  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 4$  và dãy  $(v_n)$  có  $\lim v_n = 5$ . Khi đó  $\lim u_n \cdot v_n$  bằng:  
 A. 5.                                      B. 9.                                      C. 4.                                      **D. 20.**

**Lời giải**

**Chọn D**

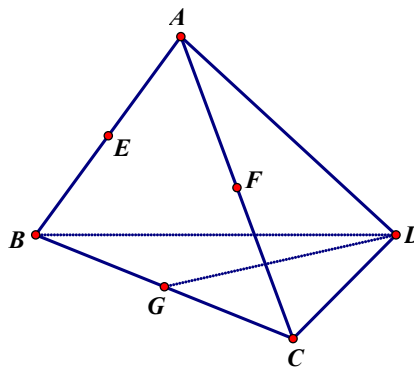
- Câu 25:** Ảnh của một **hình thang** qua phép chiếu song song lên  $mp(\alpha)$  theo phương  $\Delta$  (mặt phẳng chứa hình thang không song song với  $\Delta$  và cũng không chứa  $\Delta$ ) là  
**A. Một hình thang.**                      B. Một hình bình hành.  
 C. Một đoạn thẳng.                      D. Một hình chữ nhật.

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo tính chất phép chiếu song song ảnh của một hình thang qua phép chiếu song song lên  $mp(\alpha)$  theo phương  $\Delta$  (mặt phẳng chứa hình thang không song song với  $\Delta$  và cũng không chứa  $\Delta$ ) là một hình thang.

- Câu 26:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $E, F, G$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, AC, BC$  (xem hình vẽ). Kết quả của phép toán  $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AD}$  là



- A.  $\overrightarrow{DG}$ .**                                      B.  $\overrightarrow{GB}$ .                                      C.  $\overrightarrow{AG}$ .                                      D.  $\overrightarrow{GA}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \cdot 2\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DG}$$

- Câu 27:** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = -\infty$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow -2} [f(x) \cdot g(x)]$  ta được kết quả là  
 A. 2.                                      B. -2.                                      C.  $+\infty$ .                                      **D.  $-\infty$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo tính chất về giới hạn vô cực của hàm số:

Khi  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 5 > 0, \lim_{x \rightarrow -2} g(x) = -\infty$  thì  $\lim_{x \rightarrow -2} [f(x) \cdot g(x)] = -\infty$ .

- Câu 28:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , biết độ dài của chúng đều bằng 2 và góc giữa chúng là  $30^\circ$ . Tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng  
**A.  $2\sqrt{3}$ .**                                      B.  $\sqrt{2}$ .                                      C.  $\sqrt{3}$ .                                      D.  $2\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 2 \cos 30^\circ = 2\sqrt{3}$ .

**Câu 29:** Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn bằng 0?

- A.  $u_n = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^n$ .      B.  $u_n = (-\sqrt{3})^n$ .      C.  $u_n = \left(\frac{5}{2}\right)^n$ .      **D.  $u_n = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^n$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $\lim(q)^n = 0$  nếu  $|q| < 1$ . Chọn đáp án **D**.

**Câu 30:** Hàm số nào dưới đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \frac{x-1}{x^2-2x+1}$ .      **B.  $y = \frac{\cos x - 2}{\sqrt{2 - \sin x}}$ .**      C.  $y = x^2 - \tan x$ .      D.  $y = \frac{1 + \cos x}{\sqrt{1 - \sin x}}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

- Hàm số  $y = \frac{x-1}{x^2-2x+1}$  xác định khi và chỉ khi  $x^2 - 2x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$ .

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ . Vậy  $y = \frac{x-1}{x^2-2x+1}$  không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- Hàm số  $y = \frac{\cos x - 2}{\sqrt{2 - \sin x}}$  xác định khi và chỉ khi  $2 - \sin x \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Vậy  $y = \frac{\cos x - 2}{\sqrt{2 - \sin x}}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- Hàm số  $y = x^2 - \tan x$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

Vậy  $y = x^2 - \tan x$  không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- Hàm số  $y = \frac{1 + \cos x}{\sqrt{1 - \sin x}}$  xác định khi và chỉ khi  $1 - \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . Vậy  $y = \frac{1 + \cos x}{\sqrt{1 - \sin x}}$  không liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 31:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$  được kết quả bằng

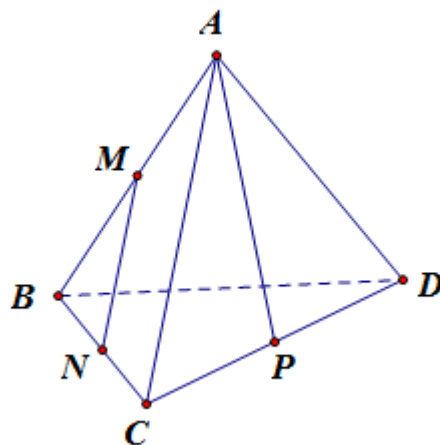
- A.  $-\infty$ .      B. 0.      C.  $+\infty$ .      **D. -2.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-1) = -1 - 1 = -2$ .

**Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$  có tất cả các cạnh bằng nhau (xem hình vẽ). Gọi  $M; N; P$  lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng  $AB; BC; CD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AP$  và  $MN$  bằng



- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      **C.  $30^\circ$ .**                      D.  $45^\circ$ .

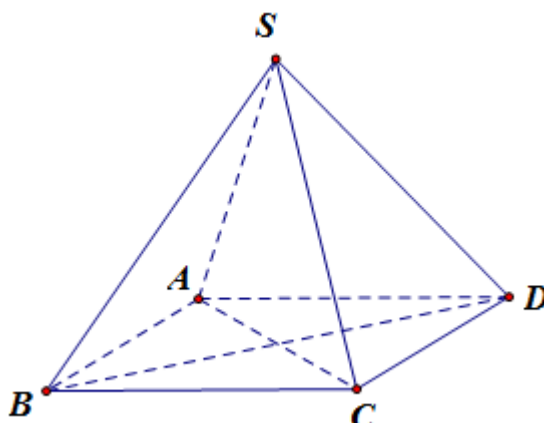
**Lời giải**

**Chọn C**

Vì  $\triangle ADC$  đều nên  $\widehat{PAC} = 30^\circ$ .

Vì  $MN \parallel AC$  nên  $(\widehat{AP, MN}) = (\widehat{AP, AC}) = \widehat{PAC} = 30^\circ$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có các cạnh bên bằng nhau và mặt đáy là hình vuông (xem hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. Hai đường thẳng  $SA$  và  $BD$  vuông góc với nhau.**  
 B. Hai đường thẳng  $SA$  và  $AC$  vuông góc với nhau.  
 C. Hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  vuông góc với nhau.  
 D. Hai đường thẳng  $SA$  và  $DC$  vuông góc với nhau.

**Lời giải**

**Chọn A**

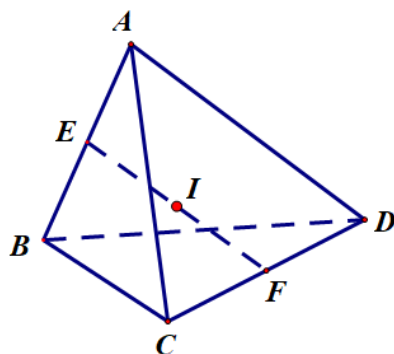
Trong mặt phẳng  $(ABCD)$ , gọi  $O = AC \cap BD$ .

Ta có  $BD \perp SO$  (vì  $SO \perp (ABCD)$ )

Và  $BD \perp AC$  (vì  $ABCD$  là hình vuông)

$\Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SA$ .

**Câu 34:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $E; F$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB; CD$  và  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $EF$  ( xem hình vẽ). Kết quả của phép toán  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}$  là:



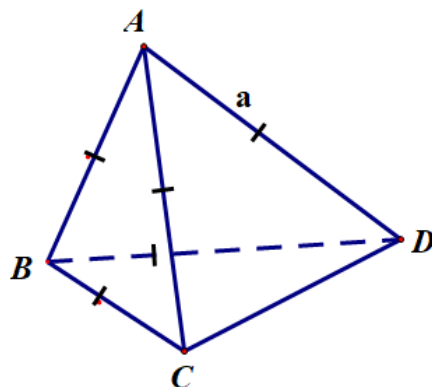
- A.  $2\overline{EF}$ .                      B.  $2\overline{FE}$ .                      C.  $\overline{EF}$ .                      D.  $\vec{0}$ .

Lời giải

**Chọn D**

$$\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} + \overline{ID} = 2\overline{IE} + 2\overline{IF} = 2(\overline{IE} + \overline{IF}) = 2\vec{0} = \vec{0}$$

**Câu 35:** Cho tứ diện ABCD có  $AB = AC = AD = BC = BD = a$  ( xem hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng:



- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

Lời giải

**Chọn A**

Ta có:

$\triangle ABC; \triangle ABD$  là các tam giác đều

$$\overline{AB} \cdot \overline{CD} = \overline{AB} \cdot (\overline{AD} - \overline{AC}) = \overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{AB} \cdot \overline{AC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = 0$$

$$\Rightarrow AB \perp CD$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  là  $90^\circ$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN (04 câu – 3,0 điểm)

**Câu 36:** Tìm giới hạn của dãy số  $u_n = \frac{-3n^3 + 1}{n^3 - 2n + 3}$ .

Lời giải

$$\lim u_n = \lim \frac{-3n^3 + 1}{n^3 - 2n + 3} = \lim \frac{n^3 \left( -3 + \frac{1}{n^3} \right)}{n^3 \left( 1 - \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^3} \right)} = \lim \frac{-3 + \frac{1}{n^3}}{1 - \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^3}} = \frac{-3 + 0}{1 - 0 + 0} = -3.$$

**Câu 37:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}$ .

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2} - 2) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)}{(x-2) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+2})^2 - 2^2}{(x-2) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2-4}{(x-2) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2) \cdot (\sqrt{x+2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{\sqrt{x+2} + 2} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

**Câu 38:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & \text{khi } x \neq 1 \\ 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Xét tính liên tục của hàm số  $f(x)$  tại điểm  $x_0 = 1$ .

**Lời giải**

Ta có:

+ Hàm số xác định tại điểm  $x_0 = 1$ .

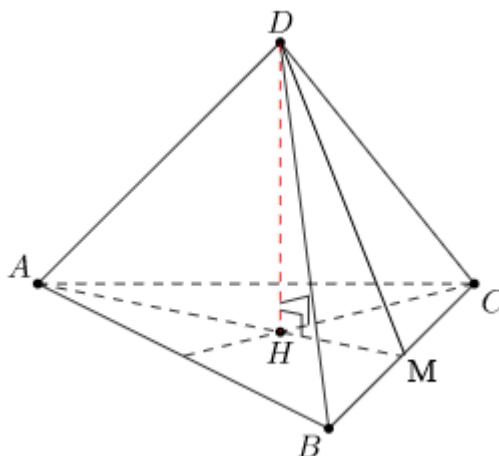
+  $f(1) = 2$ .

+  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2 = f(1)$ .

Vậy hàm số  $f(x)$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$ .

**Câu 39:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Tính cosin của góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{DM}$ .

**Lời giải**



Giả sử  $BC = a$ .

Ta có:  $DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DM} = (\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA}) \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DB}^2 + \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DC})$$

$$= \frac{1}{2}(a^2 + a \cdot a \cdot \cos 60^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ) = \frac{1}{4}a^2.$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DM}}{AB \cdot DM} = \frac{\frac{1}{4}a^2}{a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 11

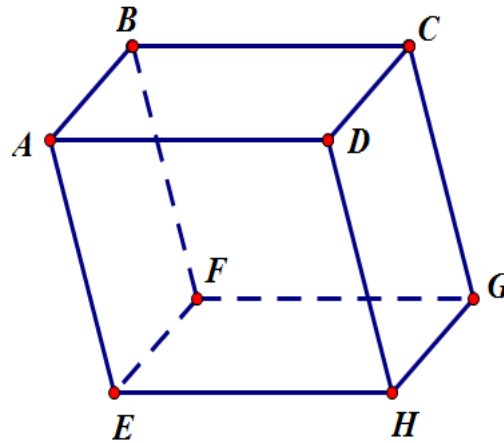
Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7 điểm)

**Câu 1:** Hàm số  $y = \frac{x-1}{x(x^2-4)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = -2$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = 0$ .

**Câu 2:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Tổng ba vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$  bằng



- A.  $\overrightarrow{AF}$ .                      B.  $\overrightarrow{AC}$ .                      C.  $\overrightarrow{AG}$ .                      D.  $\overrightarrow{AH}$ .

**Câu 3:**  $\lim(1-3n)$  bằng

- A.  $-3$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\infty$ .                      D.  $1$ .

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^2 + 3x - 4)$  bằng

- A.  $-2$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $+\infty$ .                      D.  $2$ .

**Câu 5:** Biết  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ . Khẳng định nào sau đây là **SAI**?

- A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [5g(x)] = 5M$ .

**Câu 6:**  $\lim 3^n$  bằng

- A.  $-\infty$ .                      B.  $3$ .                      C.  $0$ .                      D.  $+\infty$ .

**Câu 7:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DE$ .

- A.  $30^\circ$                       B.  $90^\circ$                       C.  $120^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 8:** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+5x+6}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -2)$ .                      B.  $(-2; +\infty)$ .                      C.  $(-3; 2)$ .                      D.  $(-3; 1)$ .

**Câu 9:** Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -2; \lim v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim(u_n \cdot v_n)$  bằng

- A.  $5$ .                      B.  $6$ .                      C.  $1$ .                      D.  $-6$ .

**Câu 10:**  $\lim \frac{2n^2-1}{n^2+3n}$  bằng

- A.  $2$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $3$ .                      D.  $-\frac{1}{3}$ .

- Câu 11:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{n+1} - 5^n}{2 \cdot 6^n + 5^{n+1}}$  bằng
- A. 5.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 6.
- Câu 12:** Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. Hàm số  $y = \frac{1}{\cos x}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .                      B. Hàm số  $y = x - \sin x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- C. Hàm số  $y = x + \tan x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .                      D. Hàm số  $y = 1 + \cot x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- Câu 13:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2$  bằng:
- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C. 1.                      D.  $-\infty$ .
- Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim(u_n + 3) = 0$ . Giá trị của  $\lim u_n$  bằng:
- A. -3.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 0.
- Câu 15:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2000^+} f(x) = 2021$  và  $\lim_{x \rightarrow 2000^-} f(x) = 2021$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2000} f(x)$  bằng:
- A. 0.                      B. 2021.                      C. 2020.                      D. 4042.
- Câu 16:** Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?
- A. Hai đường thẳng vuông góc lần lượt có vectơ chỉ phương  $\vec{u}, \vec{v}$  thì  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ .
- B. Hai đường thẳng vuông góc với nhau nếu hai vectơ chỉ phương của chúng bằng  $90^\circ$ .
- C. Hai đường thẳng vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng  $90^\circ$ .
- D. Hai đường thẳng vuông góc có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
- Câu 17:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{4-x^2}{x+2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = -2$ .
- A. -4.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 1.
- Câu 18:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1}$ .
- A.  $+\infty$ .                      B.  $\frac{1}{4}$ .                      C. 2.                      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 19:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+1}$  bằng
- A. 1.                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D.  $-\infty$ .
- Câu 20:** Hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?
- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = 1$ .                      C.  $x = 0$ .                      D.  $x = -1$ .
- Câu 21:** Cho hình bình hành. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
- A.  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BD}$ .                      B.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$ .                      C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ .                      D.  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$ .
- Câu 22:**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x+1}{x-2}$  bằng
- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 2.                      D. 0.
- Câu 23:** Hàm số dưới đây liên tục trên khoảng  $(1; 4)$ ?
- A.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .                      B.  $y = \frac{x+2}{x-2}$ .                      C.  $y = \frac{2}{x-3}$ .                      D.  $y = \frac{x}{x^2-4}$ .



**Câu 24:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào dưới đây **ĐÚNG** ?

- A.  $\overrightarrow{DG} = -3(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$ .                      B.  $\overrightarrow{DG} = -\frac{1}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$ .  
 C.  $\overrightarrow{DG} = 3(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$ .                      D.  $\overrightarrow{DG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$ .

**Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$  có hai mặt  $ABC$  và  $ABD$  là hai tam giác đều. Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng?

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $120^\circ$ .

**Câu 26:** Trong không gian cho  $\vec{u}; \vec{v}$  có  $|\vec{u}| = 3; |\vec{v}| = 5; |\vec{u} - \vec{v}| = 7$ . Tính  $\cos(\vec{u}; \vec{v})$ .

- A.  $-1$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $1$ .                      D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Câu 27:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n-1}$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $1$ .                      D.  $0$ .

**Câu 28:** Cho hai dãy  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa  $\lim u_n = 6$  và  $\lim v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim(u_n - v_n)$  bằng

- A.  $9$ .                      B.  $2$ .                      C.  $3$ .                      D.  $6$ .

**Câu 29:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Ba vector nào dưới đây đồng phẳng?

- A.  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{MN}$ .                      B.  $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{MN}$ .                      C.  $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AB}$ .                      D.  $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AD}$ .

**Câu 30:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$ . Giá trị của  $\lim(2u_n - 3)$  bằng

- A.  $1$ .                      B.  $3$ .                      C.  $-1$ .                      D.  $-3$ .

**Câu 31:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{3x+5} - \sqrt{x+3}}{x-1}$  có giá trị bằng:

- A.  $-\frac{1}{6}$ .                      B.  $0$ .                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $-\frac{1}{5}$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ ;  $AD = a\sqrt{2}$ ;  $AB = a$ ; các cạnh bên bằng nhau và bằng  $a$ . Gọi  $E$  là trung điểm của cạnh  $SD$ . Số đo góc giữa hai vector  $\overrightarrow{SA}$ ;  $\overrightarrow{OE}$  bằng:

- A.  $120^\circ$ .                      B.  $0^\circ$ .                      C.  $180^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông, cạnh bên  $SA \perp (ABCD)$ . Số khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- (1) Các mặt bên của hình chóp là các tam giác vuông.
- (2) Mặt phẳng  $(SAC)$  vuông góc với đường thẳng  $BD$ .
- (3) Tam giác  $\Delta SBD$  đều.
- (4) Tam giác  $\Delta SAC$  vuông cân.

- A.  $2$ .                      B.  $3$ .                      C.  $4$ .                      D.  $1$ .

**Câu 34:** Giá trị của  $m$  để  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx + \sqrt{x^2 + 2}) = -\infty$  là

- A.  $m < 0$ .                      B.  $m > -1$ .                      C.  $m > 0$ .                      D.  $m > 1$ .

**Câu 35:**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3 - x^2}}{\sqrt{x-1} + 1 - x}$  có giá trị bằng

A. 0.

B. -1.

C.  $+\infty$ .

D. 1.

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tính  $\lim (\sqrt{9n^2 + n} - 3n)$ .

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P$  và  $Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Trên các cạnh  $AC$  và  $BD$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BD} = \frac{2}{3}$ . Chứng minh ba vec tơ  $\overrightarrow{PQ}; \overrightarrow{PM}; \overrightarrow{PN}$  đồng phẳng.

**Câu 38:** (1 điểm)

a. Biết kết quả của  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(a^2 + b)x^2 + 2ax + 2}{x^3 - 2x^2 + x}$  là một số hữu hạn ( $a, b$  là các số thực). Tìm  $a, b$ .

b. Với mọi giá trị thực của tham số  $m$ , chứng minh phương trình:  $mx^5 + x^3 + 5x^2 - mx - 1 = 0$  luôn có ít nhất hai nghiệm thực.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Hàm số  $y = \frac{x-1}{x(x^2-4)}$  liên tục tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = -2$ .                      **B.  $x = 1$ .**                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = 0$ .

Lời giải

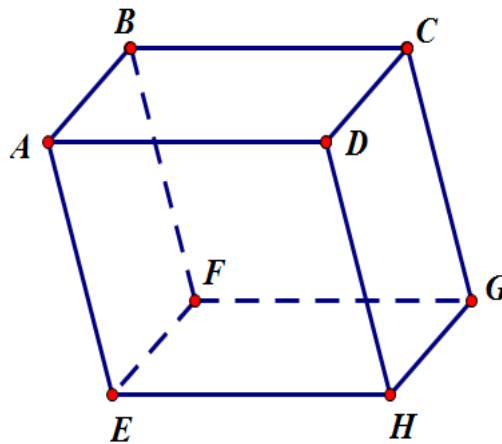
**Chọn B**

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 2 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

Đây là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -2)$ ,  $(-2; 0)$ ,  $(0; 2)$ ,  $(2; +\infty)$ .

Vì  $1 \in (0; 2)$  nên hàm số đã cho liên tục tại  $x = 1$ .

**Câu 2:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Tổng ba vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$  bằng



- A.  $\overrightarrow{AF}$ .                      B.  $\overrightarrow{AC}$ .                      **C.  $\overrightarrow{AG}$ .**                      D.  $\overrightarrow{AH}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Theo quy tắc hình hộp ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$ .

**Câu 3:**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 - 3n)$  bằng

- A.  $-3$ .                      B.  $+\infty$ .                      **C.  $-\infty$ .**                      D.  $1$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 - 3n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \left( \frac{1}{n} - 3 \right) = -\infty \text{ vì } \lim_{n \rightarrow +\infty} n = +\infty, \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{n} - 3 \right) = -3 < 0.$$

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^2 + 3x - 4)$  bằng

- A.  $-2$ .                      **B.  $-\infty$ .**                      C.  $+\infty$ .                      D.  $2$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left( -2 + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} \right) = -\infty \text{ ( Vì } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = +\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -2 + \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} \right) = -2 \text{ )}$$

**Câu 5:** Biết  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ . Khẳng định nào sau đây là **SAI**?

- A.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$ .                      **B.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M.$

D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [5g(x)] = 5M.$

Lời giải

Chọn A

Theo định lí về giới hạn hữu hạn thì  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)} = \sqrt{L}$  khi  $L \geq 0.$

Câu 6:  $\lim 3^n$  bằng

A.  $-\infty.$

B. 3.

C. 0.

**D.**  $+\infty.$

Lời giải

Chọn D

Ta có  $\lim 3^n = +\infty$  vì  $3 > 1.$

Câu 7: Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DE$ .

A.  $30^0$

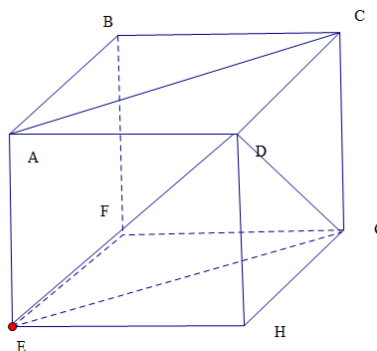
B.  $90^0$

C.  $120^0.$

**D.**  $60^0.$

Lời giải

Chọn D



Ta có:  $AC$  song song với  $EG$  do đó góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DE$  chính là góc giữa hai đường thẳng  $EG$  và  $DE$ .

Theo giả thiết ta có  $EG = GD = DE$  (đều là đường chéo của hình vuông).

Do đó tam giác  $\triangle DEG$  đều. Vậy góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DE$  bằng  $60^0.$

Câu 8: Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+5x+6}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; -2).$

**B.**  $(-2; +\infty).$

C.  $(-3; 2).$

D.  $(-3; 1).$

Lời giải

Chọn B

Ta có:  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+5x+6}$  xác định khi  $x^2+5x+6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq -3 \end{cases}.$

Do đó Tập xác định của hàm số là:  $D = (-\infty; -3) \cup (-3; -2) \cup (-2; +\infty).$

Vậy hàm số liên tục trên từng khúc xác định của nó nên liên tục trên  $(-2; +\infty).$

Câu 9: Cho hai dãy số  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = -2; \lim v_n = 3.$  Giá trị của  $\lim(u_n.v_n)$  bằng

A. 5.

B. 6.

C. 1.

**D.**  $-6.$

Lời giải

Chọn D

Ta có:  $\lim(u_n.v_n) = \lim u_n . \lim v_n = -2.3 = -6.$

**Câu 10:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3n}$  bằng

**A.** 2.

**B.**  $+\infty$ .

**C.** 3.

**D.**  $-\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left( 2 - \frac{1}{n^2} \right)}{n^2 \left( 1 + \frac{3}{n} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{3}{n}} = 2.$$

**Câu 11:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{n+1} - 5^n}{2 \cdot 6^n + 5^{n+1}}$  bằng

**A.** 5.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^{n+1} - 5^n}{2 \cdot 6^n + 5^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6^n \left[ 6 - \left( \frac{5}{6} \right)^n \right]}{6^n \left[ 2 - 5 \cdot \left( \frac{5}{6} \right)^n \right]} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6 - \left( \frac{5}{6} \right)^n}{2 - 5 \cdot \left( \frac{5}{6} \right)^n} = \frac{6}{2} = 3.$$

**Câu 12:** Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số  $y = \frac{1}{\cos x}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**B.** Hàm số  $y = x - \sin x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**C.** Hàm số  $y = x + \tan x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**D.** Hàm số  $y = 1 + \cot x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 13:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2$  bằng:

**A.**  $+\infty$ .

**B.** 0.

**C.** 1.

**D.**  $-\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n + 3) = 0$ . Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$  bằng:

**A.** -3.

**B.** 3.

**C.** 1.

**D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n + 3) = 0 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} u_n + 3 = 0 \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} u_n = -3.$$

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2000^+} f(x) = 2021$  và  $\lim_{x \rightarrow 2000^-} f(x) = 2021$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2000} f(x)$  bằng:

**A.** 0.

**B.** 2021.

**C.** 2020.

**D.** 4042.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 2000^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2000^-} f(x) = 2021 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 2000} f(x) = 2021.$$

**Câu 16:** Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A.** Hai đường thẳng vuông góc lần lượt có vectơ chỉ phương  $\vec{u}, \vec{v}$  thì  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ .
- B.** Hai đường thẳng vuông góc với nhau nếu hai vectơ chỉ phương của chúng bằng  $90^\circ$ .
- C.** Hai đường thẳng vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng  $90^\circ$ .
- D.** Hai đường thẳng vuông góc có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

Lời giải

**Chọn A**

Hai đường thẳng vuông góc lần lượt có vectơ chỉ phương  $\vec{u}, \vec{v}$  thì  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

**Câu 17:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{4-x^2}{x+2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại

$x = -2$ .

- A.** -4.
- B.** 2.
- C.** 4.
- D.** 1.

Lời giải

**Chọn C**

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4-x^2}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2-x)(2+x)}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} (2-x) = 4$$

Để hàm số  $f(x)$  tục tại  $x = -2$  thì  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2) = 4 \Rightarrow m = 4$

**Câu 18:** Tính  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1}$ .

- A.**  $+\infty$ .
- B.**  $\frac{1}{4}$ .
- C.** 2.
- D.**  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

**Chọn D**

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x+1)(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(2x+1)}{(x-1)} = \frac{1}{2}$$

**Câu 19:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+1}$  bằng

- A.** 1.
- B.**  $+\infty$ .
- C.** 0.
- D.**  $-\infty$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+1} = \frac{1-1}{1+1} = 0.$$

**Câu 20:** Hàm số  $y = \frac{x+1}{x-2}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây?

- A.**  $x = 2$ .
- B.**  $x = 1$ .
- C.**  $x = 0$ .
- D.**  $x = -1$ .

Lời giải

**Chọn A**

Điều kiện  $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ . Hàm số không xác định tại  $x = 2$  nên sẽ gián đoạn tại  $x = 2$ .

**Câu 21:** Cho hình bình hành. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.**  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BD}$ .
- B.**  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$ .
- C.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ .
- D.**  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$ .

Lời giải

**Chọn B**

Theo quy tắc hình bình hành  $ABCD$  thì  $\overline{BA} + \overline{BC} = \overline{BD}$ .

**Câu 22:**  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x+1}{x-2}$  bằng

A.  $+\infty$ .

B.  $-\infty$ .

C. 2.

D. 0.

Lời giải

**Chọn B**

Ta có :  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (2x+1) = 2.2+1 = 5$ .

$\lim_{x \rightarrow 2^-} (x-2) = 2-2 = 0$ .

$x-2 < 0$  với mọi  $x < 2$ .

Do đó  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x+1}{x-2} = -\infty$ .

**Câu 23:** Hàm số dưới đây liên tục trên khoảng  $(1; 4)$ ?

A.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{x+2}{x-2}$ .

C.  $y = \frac{2}{x-3}$ .

D.  $y = \frac{x}{x^2-4}$ .

Lời giải

**Chọn A**

Phương án A  $y = \frac{x-1}{x+1}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ . Hàm số liên tục trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ . Do đó hàm số liên tục trên khoảng  $(1; 4)$ .

Phương án B  $y = \frac{x-1}{x-2}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\} = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ . Hàm số liên tục trên khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ . Do đó hàm số không liên tục trên khoảng  $(1; 4)$ .

Phương án C  $y = \frac{2}{x-3}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{3\} = (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ . Hàm số liên tục trên khoảng  $(-\infty; 3)$  và  $(3; +\infty)$ . Do đó hàm số không liên tục trên khoảng  $(1; 4)$ .

Phương án D  $y = \frac{x}{x^2-4}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\} = (-\infty; -2) \cup (-2; 2) \cup (2; +\infty)$ . Hàm số liên tục trên khoảng  $(-\infty; -2)$ ,  $(-2; 2)$  và  $(2; +\infty)$ . Do đó hàm số không liên tục trên khoảng  $(1; 4)$ .

**Câu 24:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào dưới đây **ĐÚNG** ?

A.  $\overline{DG} = -3(\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC})$ .

B.  $\overline{DG} = -\frac{1}{3}(\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC})$ .

C.  $\overline{DG} = 3(\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC})$ .

D.  $\overline{DG} = \frac{1}{3}(\overline{DA} + \overline{DB} + \overline{DC})$ .

Lời giải

**Chọn D**

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} &= \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GC} \\ &= 3\overrightarrow{DG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) \\ &= 3\overrightarrow{DG}\end{aligned}$$

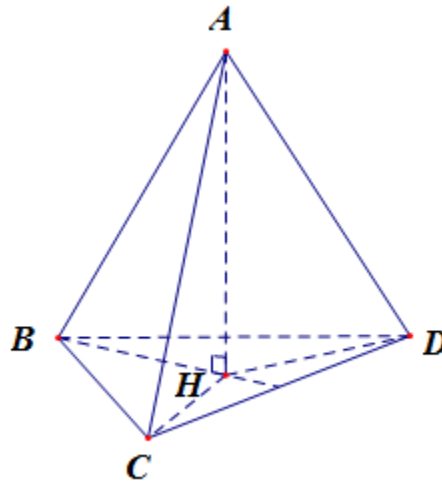
$$\overrightarrow{DG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC})$$

**Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$  có hai mặt  $ABC$  và  $ABD$  là hai tam giác đều. Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng?

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $120^\circ$ .

Lời giải

Chọn C



Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(BCD)$ .

$\Delta AHC = \Delta AHD$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)  $\Rightarrow HC = HD$ . Mà  $BC = BD$  nên  $BH$  là đường trung trực của đoạn  $CD$  hay  $BH \perp CD$ . Mặt khác  $AH \perp CD \Rightarrow CD \perp (ABH)$  hay  $CD \perp AB$ .

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 26:** Trong không gian cho  $\vec{u}; \vec{v}$  có  $|\vec{u}| = 3; |\vec{v}| = 5; |\vec{u} - \vec{v}| = 7$ . Tính  $\cos(\vec{u}; \vec{v})$ .

- A.  $-1$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $1$ .                      D.  $-\frac{1}{2}$ .

Lời giải

Chọn D

$$\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{\vec{u}^2 + \vec{v}^2 - (\vec{u} - \vec{v})^2}{2|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5} = -\frac{1}{2}$$

**Câu 27:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n-1}$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $1$ .                      D.  $0$ .

Lời giải

Chọn D





$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{3x+5} - \sqrt{x+3}}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{3x+5} - 2 + 2 - \sqrt{x+3}}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \left( \frac{3x+5-8}{\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4} + \frac{4-x-3}{2+\sqrt{x+3}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \left( \frac{3(x-1)}{\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4} - \frac{x-1}{2+\sqrt{x+3}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{3}{\sqrt[3]{(3x+5)^2} + 2\sqrt[3]{3x+5} + 4} - \frac{1}{2+\sqrt{x+3}} \right) = \frac{3}{4+4+4} - \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0. \end{aligned}$$

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $O$ ;  $AD = a\sqrt{2}$ ;  $AB = a$ ; các cạnh bên bằng nhau và bằng  $a$ . Gọi  $E$  là trung điểm của cạnh  $SD$ . Số đo góc giữa hai vector  $\overrightarrow{SA}$ ;  $\overrightarrow{OE}$  bằng:

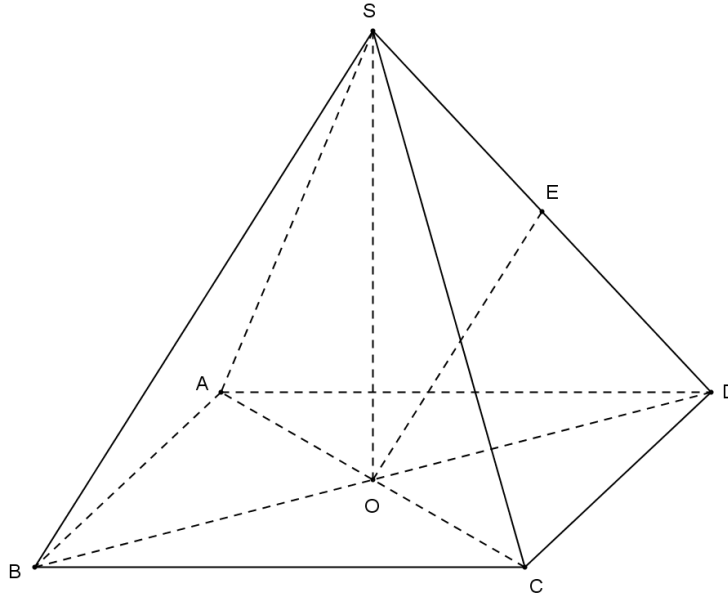
**A.**  $120^\circ$ .

**B.**  $0^\circ$ .

**C.**  $180^\circ$ .

**D.**  $60^\circ$ .

**Lời giải**



Từ gt  $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

$$\text{Mà } OD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{OE} &= (\overrightarrow{SO} + \overrightarrow{OA}) \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{OD}) = \frac{1}{2} \left( \overrightarrow{SO} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \right) \cdot \left( -\overrightarrow{SO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( \overrightarrow{SO} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} \right) \cdot \left( -\overrightarrow{SO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \right) \\ &= -\frac{1}{2}\overrightarrow{SO}^2 + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{SO} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SO} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SO} - \frac{1}{8}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{1}{8}\overrightarrow{AB}^2 + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{SO} - \frac{1}{8}\overrightarrow{AD}^2 + \frac{1}{8}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} \\ &= -\frac{1}{2}SO^2 + \frac{1}{8}AB^2 - \frac{1}{8}AD^2 = -\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{8}a^2 - \frac{1}{8}(a\sqrt{2})^2 = -\frac{a^2}{4} \end{aligned}$$

Mặt khác  $OE = \frac{1}{2}SD = \frac{a}{2}$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{SA}; \overrightarrow{OE}) = \frac{\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{OE}}{SA \cdot OE} = \frac{-\frac{a^2}{4}}{a \cdot \frac{a}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{SA}; \overrightarrow{OE}) = 120^\circ.$$

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông, cạnh bên  $SA \perp (ABCD)$ . Số khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- (1) Các mặt bên của hình chóp là các tam giác vuông.
- (2) Mặt phẳng  $(SAC)$  vuông góc với đường thẳng  $BD$ .
- (3) Tam giác  $\Delta SBD$  đều.
- (4) Tam giác  $\Delta SAC$  vuông cân.

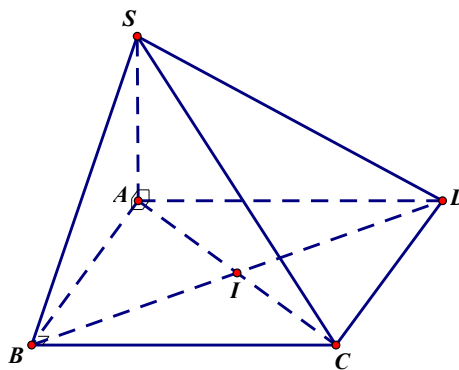
**A. 2.**

**B. 3.**

**C. 4.**

**D. 1.**

**Lời giải**



\*) Xét khẳng định (1):

Do  $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ AB, AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AD \end{cases}$ . Khi đó các tam giác  $\Delta SAB, \Delta SAD$  là các tam giác vuông tại  $A$ .

Mặt khác:  $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA (SA \perp (ABCD)) \\ AB, SA \subset (SAB) \\ AB \cap SA = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$  (vì  $SB \subset (SAB)$ ) hay tam

giác  $\Delta SBC$  vuông tại  $B$ . Chứng minh tương tự ta có: tam giác  $\Delta SCD$  vuông tại  $D$ .

Vậy: các mặt bên của hình chóp là các tam giác vuông, do đó (1) là khẳng định đúng.

\*) Xét khẳng định (2):

Do  $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA (SA \perp (ABCD)) \\ AC, SA \subset (SAC) \\ AC \cap SA = A \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$  hay (2) là khẳng định đúng.

\*) Xét khẳng định (3), (4) trong trường hợp  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$ .

Khi đó:

$$SB = SD = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{3})^2} = 2a. \quad BD = a\sqrt{2}.$$

Tam giác  $\Delta SBD$  không là tam giác đều, khẳng định (3) sai.

$$AC = a\sqrt{2}. SA = a\sqrt{3}.$$

Tam giác  $\Delta SAC$  vuông nhưng không cân, khẳng định (4) sai.

Kết luận: trong 4 khẳng định đã cho có đúng 2 khẳng định đúng.

**Câu 34:** Giá trị của  $m$  để  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx + \sqrt{x^2 + 2}) = -\infty$  là

A.  $m < 0$ .

B.  $m > -1$ .

C.  $m > 0$ .

D.  $m > 1$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (mx + \sqrt{x^2 + 2}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( m - \sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} \right)$$

$$\text{Mà } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( m - \sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} \right) = m - 1 \end{cases} \Rightarrow \text{Để } \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( m - \sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} \right) = -\infty \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1.$$

**Câu 35:**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3 - x^2}}{\sqrt{x-1} + 1 - x}$  có giá trị bằng

A. 0.

B. -1.

C.  $+\infty$ .

D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3 - x^2}}{\sqrt{x-1} + 1 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1} - (x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{1 - \sqrt{x-1}} = \frac{1}{1 - \sqrt{1-1}} = 1.$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN

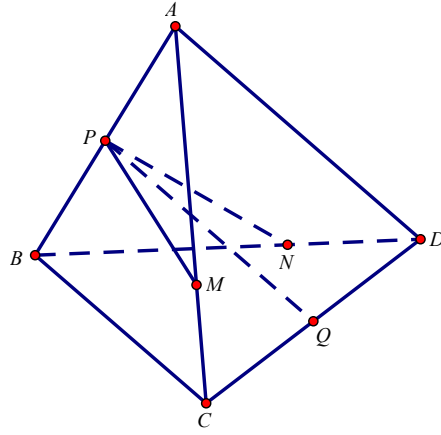
**Câu 36:** Tính  $\lim (\sqrt{9n^2 + n} - 3n)$ .

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim (\sqrt{9n^2 + n} - 3n) &= \lim \frac{(\sqrt{9n^2 + n} - 3n)(\sqrt{9n^2 + n} + 3n)}{(\sqrt{9n^2 + n} + 3n)} \\ &= \lim \frac{n}{\sqrt{9n^2 + n} + 3n} = \lim \frac{1}{\sqrt{9 + \frac{1}{n}} + 3} = 1/6. \end{aligned}$$

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P$  và  $Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Trên các cạnh  $AC$  và  $BD$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $\frac{AM}{AC} = \frac{BN}{BD} = \frac{2}{3}$ . Chứng minh ba vec tơ  $\overrightarrow{PQ}; \overrightarrow{PM}; \overrightarrow{PN}$  đồng phẳng.

Lời giải



$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= \frac{1}{2}(\overline{PD} + \overline{PC}) = \frac{1}{2}(\overline{PB} + \overline{BD} + \overline{PA} + \overline{AC}) = \frac{1}{2}(\overline{BD} + \overline{AC}) \\ &= \frac{3}{4}(\overline{BN} + \overline{AM}) = \frac{3}{4}(\overline{BP} + \overline{PN} + \overline{AP} + \overline{PM}) = \frac{3}{4}(\overline{PN} + \overline{PM})\end{aligned}$$

Vậy ba vectơ  $\overline{PQ}; \overline{PM}; \overline{PN}$  đồng phẳng.

**Câu 38:** (1 điểm)

a. Biết kết quả của  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(a^2 + b)x^2 + 2ax + 2}{x^3 - 2x^2 + x}$  là một số hữu hạn ( $a, b$  là các số thực). Tìm  $a, b$ .

**Lời giải**

Ta có:  $x^3 - 2x^2 + x = x(x-1)^2$

Mà  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(a^2 + b)x^2 + 2ax + 2}{x^3 - 2x^2 + x}$  là một số hữu hạn nên  $(a^2 + b)x^2 + 2ax + 2 = (a^2 + b)(x-1)^2$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = -2(a^2 + b) \\ 2 = a^2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -2 \end{cases}$$

b. Với mọi giá trị thực của tham số  $m$ , chứng minh phương trình:  $mx^5 + x^3 + 5x^2 - mx - 1 = 0$  luôn có ít nhất hai nghiệm thực.

**Lời giải**

Xét hàm số  $f(x) = mx^5 + x^3 + 5x^2 - mx - 1$  trên  $\mathbb{R}$

Ta có: Hàm số liên tục trên  $[-1; 1]$

Mà  $f(-1) = -m - 1 + 5 + m - 1 = 3$ ,  $f(0) = -1$

$\Rightarrow f(-1).f(0) = -3 < 0$

$\Rightarrow$  Phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc  $(-1; 0)$  (1)

Ta lại có:  $f(-1) = m + 1 + 5 - m - 1 = 5$

$\Rightarrow f(0).f(1) < 0$

$\Rightarrow$  Phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm thuộc  $(0; 1)$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra phương trình đã cho có ít nhất hai nghiệm thực thuộc  $(-1; 1)$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 12

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Chọn đáp án đúng trong các đáp án sau:

- A.  $\lim u_n = +\infty$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .  
 B.  $\lim u_n = 0$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .  
 C.  $\lim(u_n - a) = 0$  nếu  $\lim u_n = +\infty$ .  
 D.  $\lim u_n = a$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .

**Câu 2:** Chọn câu sai:

- A.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  với  $k$  là số nguyên dương.  
 B.  $\lim C = C$  với  $C$  là hằng số.  
 C.  $\lim q^n = 0$  với  $q > 1$ .  
 D.  $\lim q^n = 0$  với  $-1 < q < 1$ .

**Câu 3:** Cho các mệnh đề sau:

(I) – Nếu  $\lim u_n = a$  thì  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .

(II) – Nếu  $\lim u_n = a$ ;  $\lim v_n = b$  thì  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = \frac{a}{b}$ .

(III) – Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$ ,  $\forall n > 0$  thì  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = +\infty$ .

(IV) – Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim(u_n v_n) = +\infty$ .

- A. (I); (III); (IV) đúng.  
 B. (III); (IV) đúng.  
 C. Cả 4 mệnh đề đều đúng.  
 D. (II); (III); (IV) đúng.

**Câu 4:** Kết quả đúng của  $\lim \frac{4 - 5^{n-2}}{2^{2n} + 2.5^n}$  là

- A.  $-\frac{5}{2}$ .  
 B.  $-\frac{1}{50}$ .  
 C.  $\frac{5}{2}$ .  
 D.  $-\frac{25}{2}$ .

**Câu 5:** Kết quả đúng của  $\lim \frac{-n^2 + 3n + 2}{\sqrt{3n^4 + 2020}}$  là

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ .  
 B.  $-\frac{2020}{3}$ .  
 C.  $-\frac{3}{2020}$ .  
 D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 6:** Giới hạn  $\lim(3 + 4n^2 - 5n^3)$  bằng

- A.  $+\infty$ .  
 B.  $-\infty$ .  
 C. 5.  
 D. -5.

**Câu 7:** Giới hạn  $\lim(n^3 + n + 3)$  bằng

- A. 3.  
 B.  $-\infty$ .  
 C.  $+\infty$ .  
 D. -3.

**Câu 8:** Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$ .  
 B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = a - b$ .  
 C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .  
 D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = a + b$ .

**Câu 9:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x - 1)$  bằng

- A. 1.  
 B.  $+\infty$ .  
 C. 0.  
 D. 2.

- Câu 10:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 - 2x^2 + 1)$   
 A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D. 3.
- Câu 11:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{3x^2 + x - 1}$   
 A.  $+\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D.  $\frac{1}{3}$ .
- Câu 12:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2}$  có kết quả nào sau đây?  
 A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\frac{1}{2}$ .                      D. 2.
- Câu 13:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x-3}{x-1}$  có kết quả nào sau đây?  
 A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 3.                      D. 4.
- Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$ , xác định trên tập  $D$  và liên tục tại điểm  $x_0$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?  
 A.  $x_0 \notin D$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ .                      C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ .
- Câu 15:** Hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x + 2}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?  
 A.  $(-3; 0)$ .                      B.  $(0; 3)$ .                      C.  $(-\infty; 0)$ .                      D.  $(-3; +\infty)$ .
- Câu 16:** Hình chiếu song song của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?  
 A. Hình thang.                      B. Hình bình hành.                      C. Hình chữ nhật.                      D. Hình thoi.
- Câu 17:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?  
 A. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có hai trong ba vectơ đó cùng phương.  
 B. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có một trong ba vectơ đó bằng vectơ  $\vec{0}$ .  
 C. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó cùng có giá thuộc một mặt phẳng.  
 D. Cho hai vectơ không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  và một vectơ  $\vec{c}$  trong không gian. Khi đó  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số  $m, n$  duy nhất sao cho  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .
- Câu 18:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khi đó, vectơ bằng vectơ  $\overline{AB}$  là vectơ nào dưới đây?  
 A.  $\overline{CD}$ .                      B.  $\overline{B'A'}$ .                      C.  $\overline{D'C'}$ .                      D.  $\overline{BA}$ .
- Câu 19:** Cho hai đường thẳng  $a, b$  lần lượt có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}, \vec{v}$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?  
 A. Nếu  $a \perp b$  thì  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .                      B. Nếu  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  thì  $a \perp b$ .  
 C.  $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .                      D.  $\cos(a, b) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .
- Câu 20:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng  $BC'$ ?  
 A.  $A'D$ .                      B.  $AC$ .                      C.  $BB'$ .                      D.  $AD'$ .
- Câu 21:** Cho dãy  $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 + 4}$  bằng:  
 A. 0.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 22:** Biết  $\lim \left( \frac{\sqrt{3n^2 - 4n + 10} - \sqrt{8n^2 + 1}}{n + 1} \right) = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $T = a + b$ .

- A.  $T = -2$ .                      B.  $T = 1$ .                      C.  $T = -1$ .                      D.  $T = 3$ .

**Câu 23:** Tính  $\lim \frac{\sqrt{n^9 + n + 1} - 2n}{3n^4 + 4}$  ta được:

- A. 0.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 24:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x - 3}{1 - 2x}$  bằng số nào sau đây?

- A.  $-\frac{5}{2}$ .                      B.  $-\frac{2}{3}$ .                      C. 5.                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 25:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^2 - 1}$  bằng

- A. 3.                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D. 4.

**Câu 26:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$  là:

- A. 0.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $-\infty$ .

**Câu 27:** Cho hàm số:  $f(x) = ax^2 + (2a - 1)x + b$  với  $a, b \in \mathbb{R}$  sao cho  $a \neq 0$  và  $5a + 2021b = 1$ .

Chọn khẳng định **SAI** trong các khẳng định sau.

- A. Hàm số  $f(x)$  liên tục trên tập số thực.  
 B. Phương trình  $f(x) = 0$  luôn có nghiệm thuộc khoảng  $(0; 3)$ .  
 C. Phương trình  $f(x) = 0$  luôn có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 3]$ .  
 D. Đồ thị của hàm số là một đường parabol luôn có điểm chung với trục  $Ox$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - (x + 2)}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2x^2 + m^2 - \frac{3}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

Tính tổng các giá trị của  $m$  để hàm số liên tục trên tập số thực  $\mathbb{R}$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C. 2.                      D. 0.

**Câu 29:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 5m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm tất cả các giá trị thực của tham

số  $m$  để hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

- A.  $m \neq 5$ .                      B.  $m \neq 2$ .                      C.  $m \neq 3$ .                      D.  $m \neq 1$ .

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x + 6 & \text{khi } x \geq -1 \\ 2x + m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm  $m$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m = 6$ .                      B.  $m = 5$ .                      C.  $m = 4$ .                      D.  $m = 12$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q$  là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .    B.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$     C.  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$     D.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$



- Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng  $a$  và  $ABCD$  là hình vuông. Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Giá trị  $\overline{MS} \cdot \overline{CB}$  bằng
- A.  $\frac{a^2}{2}$ .                      B.  $-\frac{a^2}{2}$                       C.  $\frac{a^2}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$
- Câu 33:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?
- A.  $AB \perp AD$ .                      B.  $AC \perp B'D'$ .                      C.  $A'B \perp BC$ .                      D.  $AB' \perp B'C$ .
- Câu 34:** Mệnh đề nào dưới đây là đúng?
- A. Cho hai đường thẳng song song. Nếu một đường thẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.
- B. Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì luôn cắt nhau.
- C. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vector chỉ phương của chúng.
- D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
- Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  bằng
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $120^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

- Câu 36:** Cho giới hạn của dãy số  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + an} - 2021 - bn) = 505$ , với  $a$  và  $b$  là hai số thực. Tính giá trị biểu thức  $P = a + b$ .
- Câu 37:** Cho tứ diện  $SABC$ . Biết  $\widehat{ASB} = 60^\circ$ ,  $\widehat{BSC} = 90^\circ$ ,  $\widehat{CSA} = 120^\circ$ ,  $SA = 1$ ,  $SB = 2$ ,  $SC = x$ . Tìm  $x$  để  $\Delta ABC$  vuông tại  $B$ .
- Câu 38:** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 10$ . Biết rằng  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{4f(x) + 7} - \sqrt{f(x) + 4}}{x - 1} = -\frac{a}{b}$ ;  $a, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $a + b$
- A. 23.                      B. 77.                      C. 22.                      D. 32.
- Câu 39:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $1 \leq f(x) \leq 2021$  với mọi  $x \in [1; 2021]$ . Chứng minh rằng luôn tồn tại  $x_0 \in \mathbb{R}$  sao cho  $f(f(x_0)) = x_0$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Chọn đáp án đúng trong các đáp án sau:

- A.  $\lim u_n = +\infty$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .                      B.  $\lim u_n = 0$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .  
 C.  $\lim(u_n - a) = 0$  nếu  $\lim u_n = +\infty$ .                      **D.  $\lim u_n = a$  nếu  $\lim(u_n - a) = 0$ .**

Lời giải

**Chọn D**

**Câu 2:** Chọn câu sai:

- A.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  với  $k$  là số nguyên dương.                      B.  $\lim C = C$  với  $C$  là hằng số.  
**C.  $\lim q^n = 0$  với  $q > 1$ .**                      D.  $\lim q^n = 0$  với  $-1 < q < 1$ .

Lời giải

**Chọn C**

**Câu 3:** Cho các mệnh đề sau:

(I) – Nếu  $\lim u_n = a$  thì  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .

(II) – Nếu  $\lim u_n = a$ ;  $\lim v_n = b$  thì  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = \frac{a}{b}$ .

(III) – Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$ ,  $\forall n > 0$  thì  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = +\infty$ .

(IV) – Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim(u_n v_n) = +\infty$ .

- A. (I); (III); (IV) đúng.                      **B. (III); (IV) đúng.**  
 C. Cả 4 mệnh đề đều đúng.                      D. (II); (III); (IV) đúng.

Lời giải

Mệnh đề (I) và (II) sai vì thiếu điều kiện.

(I) – Nếu  $\lim u_n = a$  và  $u_n \geq 0$ ,  $\forall n$  thì  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .

(II) – Nếu  $\lim u_n = a$ ;  $\lim v_n = b$  và  $b \neq 0$  thì  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = \frac{a}{b}$ .

**Câu 4:** Kết quả đúng của  $\lim \frac{4 - 5^{n-2}}{2^{2n} + 2.5^n}$  là

- A.  $-\frac{5}{2}$ .                      **B.  $-\frac{1}{50}$**                       C.  $\frac{5}{2}$ .                      D.  $-\frac{25}{2}$ .

Lời giải

Ta có: 
$$\lim \frac{4 - 5^{n-2}}{2^{2n} + 2.5^n} = \lim \frac{\frac{4}{5^n} - \frac{1}{25}}{\left(\frac{4}{5}\right)^n + 2} = \frac{0 - \frac{1}{25}}{0 + 2} = -\frac{1}{50}.$$

**Câu 5:** Kết quả đúng của  $\lim \frac{-n^2 + 3n + 2}{\sqrt{3n^4 + 2020}}$  là

- A.  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$**                       B.  $-\frac{2020}{3}$ .                      C.  $-\frac{3}{2020}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

Lời giải

$$\lim \frac{-n^2 + 3n + 2}{\sqrt{3n^4 + 2020}} = \lim \frac{\left(-1 + \frac{3}{n} + \frac{2}{n^2}\right)}{\sqrt{3 + \frac{2020}{n^4}}} = \frac{-1 + 0 + 0}{\sqrt{3 + 0}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 6:** Giới hạn  $\lim(3 + 4n^2 - 5n^3)$  bằng

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 5.                      D. -5.

Lời giải

$$\lim(3 + 4n^2 - 5n^3) = \lim \left[ n^3 \cdot \left( \frac{3}{n^3} + \frac{4}{n} - 5 \right) \right] = -\infty$$

**Câu 7:** Giới hạn  $\lim(n^3 + n + 3)$  bằng

- A. 3.                      B.  $-\infty$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. -3.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim(n^3 + n + 3) = \lim \left[ n^3 \left( 1 + \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^3} \right) \right] = +\infty.$$

**Câu 8:** Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = a - b$ .

- C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = a + b$ .

Lời giải

Chọn C vì có thể  $b = 0$ .

**Câu 9:** Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x - 1)$  bằng

- A. 1.                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x - 1) = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 - 1 = 0.$$

**Câu 10:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 - 2x^2 + 1)$

- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 - 2x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ x^3 \left( 3 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} \right) \right] = -\infty.$$

**Câu 11:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{3x^2 + x - 1}$

- A.  $+\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      D.  $\frac{1}{3}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{3x^2 + x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left( 1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} \right)}{x^2 \left( 3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \cdot \frac{1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3}}{3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}} \right] = +\infty.$$

**Câu 12:**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2}$  có kết quả nào sau đây?

A.  $-\infty$ .

**B.  $+\infty$ .**

C.  $-\frac{1}{2}$ .

D. 2.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x+1) = 5 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (x-2) = 0 \text{ và } x-2 > 0 \text{ với mọi } x > 2 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2} = +\infty.$$

**Câu 13:**  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x-3}{x-1}$  có kết quả nào sau đây?

**A.  $-\infty$ .**

B.  $+\infty$ .

C. 3.

D. 4.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} (4x-3) = 1 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 0 \text{ và } x-1 < 0 \text{ với mọi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x-3}{x-1} = -\infty.$$

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$ , xác định trên tập  $D$  và liên tục tại điểm  $x_0$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A.  $x_0 \notin D$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ .

**C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .**

D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ .

**Lời giải**

Dựa vào định nghĩa hàm số liên tục, ta thấy C là mệnh đề đúng.

**Câu 15:** Hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x + 2}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

A.  $(-3; 0)$ .

**B.  $(0; 3)$ .**

C.  $(-\infty; 0)$ .

D.  $(-3; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x + 2}$  xác định trên  $D = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$  nên  $f(x)$  liên tục trên mỗi khoảng đó. Ta thấy  $(0; 3) \subset D$  nên  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(0; 3)$ .

**Câu 16:** Hình chiếu song song của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

**A. Hình thang.**

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thoi.

**Lời giải**

Do tính chất của phép chiếu song song.

Biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

**Câu 17:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

A. Ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có hai trong ba vector đó cùng phương.

B. Ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có một trong ba vector đó bằng vector  $\vec{0}$ .

C. Ba vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi ba vector đó cùng có giá thuộc một mặt phẳng.

**D. Cho hai vector không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  và một vector  $\vec{c}$  trong không gian. Khi đó  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số  $m, n$  duy nhất sao cho  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .**

**Lời giải**

Theo định lý về tính đồng phẳng của ba vector nên **chọn D**

**Câu 18:** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khi đó, vector bằng vector  $\overrightarrow{AB}$  là vector nào dưới đây?

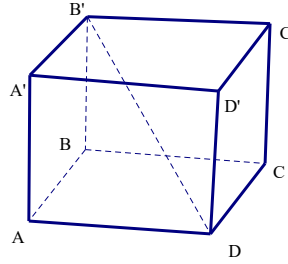
A.  $\overline{CD}$ .

B.  $\overline{B'A'}$ .

**C.  $\overline{D'C'}$**

D.  $\overline{BA}$ .

Lời giải



Quan sát hình vẽ ta thấy  $\overline{AB} = \overline{D'C'}$  nên **Chọn C**

**Câu 19:** Cho hai đường thẳng  $a, b$  lần lượt có vectơ chỉ phương là  $\vec{u}, \vec{v}$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu  $a \perp b$  thì  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .

B. Nếu  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  thì  $a \perp b$ .

C.  $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

**D.  $\cos(a, b) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$**

Lời giải

Góc giữa 2 đường thẳng trong không gian luôn nhận giá trị từ  $0^\circ$  đến  $90^\circ$

nên  $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

**Câu 20:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng  $BC'$ ?

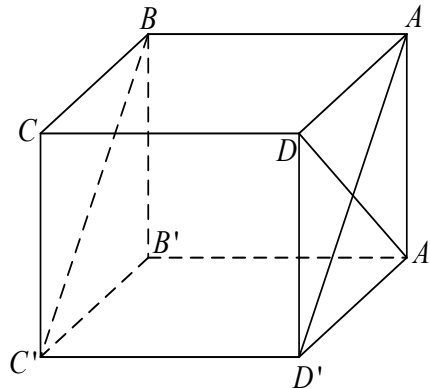
**A.  $A'D$**

B.  $AC$ .

C.  $BB'$ .

D.  $AD'$ .

Lời giải



Ta có góc giữa  $BC'$  và  $A'D$  bằng góc giữa  $AD'$  và  $A'D$

Mà  $AD' \perp A'D$  nên  $BC' \perp A'D$ .

**Câu 21:** Cho dãy  $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$ , ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 + 4}$  bằng:

A. 0.

B.  $+\infty$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

**D.  $\frac{1}{3}$**

Lời giải

Ta có:  $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$  là tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số cộng có  $u_1 = 1$  và  $u_n = 2n - 1$

suy ra  $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n}{2}(1 + 2n - 1) = n^2$  suy ra  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{3n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3 + \frac{4}{n^2}} = \frac{1}{3}$ .

- Câu 22:** Biết  $\lim \left( \frac{\sqrt{3n^2 - 4n + 10} - \sqrt{8n^2 + 1}}{n + 1} \right) = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ , với  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính  $T = a + b$ .
- A.  $T = -2$ .                      B.  $T = 1$ .                      **C.  $T = -1$ .**                      D.  $T = 3$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim \left( \frac{\sqrt{3n^2 - 4n + 10} - \sqrt{8n^2 + 1}}{n + 1} \right) = \lim \left( \frac{\sqrt{3 - \frac{4}{n} + \frac{10}{n^2}} - \sqrt{8 + \frac{1}{n^2}}}{1 + \frac{1}{n}} \right) = \sqrt{3} - 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -2 \Rightarrow T = -1.$$

- Câu 23:** Tính  $\lim \frac{\sqrt{n^9 + n + 1} - 2n}{3n^4 + 4}$  ta được:
- A. 0.                      **B.  $+\infty$ .**                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{3}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim \frac{\sqrt{n^9 + n + 1} - 2n}{3n^4 + 4} = \lim \frac{\sqrt{n + \frac{1}{n^7} + \frac{1}{n^8}} - \frac{2}{n^3}}{3 + \frac{4}{n^4}} = +\infty$$

- Câu 24:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x - 3}{1 - 2x}$  bằng số nào sau đây?
- A.  $-\frac{5}{2}$ .**                      B.  $-\frac{2}{3}$ .                      C. 5.                      D.  $\frac{3}{2}$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x - 3}{1 - 2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 - \frac{3}{x}}{\frac{1}{x} - 2} = -\frac{5}{2}.$$

- Câu 25:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^2 - 1}$  bằng
- A. 3.                      B.  $+\infty$ .                      C. 0.                      **D. 4.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - 2x - 5}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(3x - 5)(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x - 5}{x - 1} = \frac{3 \cdot (-1) - 5}{(-1) - 1} = \frac{-8}{-2} = 4.$$

- Câu 26:** Giá trị của giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$  là:
- A. 0.**                      B.  $+\infty$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $-\infty$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} + 1} = 0$$

- Câu 27:** Cho hàm số:  $f(x) = ax^2 + (2a - 1)x + b$  với  $a, b \in \mathbb{R}$  sao cho  $a \neq 0$  và  $5a + 2021b = 1$ .  
Chọn khẳng định **SAI** trong các khẳng định sau.

- A. Hàm số  $f(x)$  liên tục trên tập số thực.  
**B. Phương trình  $f(x) = 0$  luôn có nghiệm thuộc khoảng  $(0; 3)$ .**  
 C. Phương trình  $f(x) = 0$  luôn có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 3]$ .  
 D. Đồ thị của hàm số là một đường parabol luôn có điểm chung với trục  $Ox$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$f(x) = ax^2 + (2a - 1)x + b$  là hàm số xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$

Do đó hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 3]$ .

Ta có  $f(0) = b; f(3) = 9a + 3(2a - 1) + b = 15a + b - 3 = 3 \cdot (-2021b) + b = -6062b$  vì  $5a + 2021b = 1$

Vậy  $f(0) \cdot f(3) = -6062b^2 \leq 0$ , phương trình  $f(x)$  có ít nhất một nghiệm thuộc  $[0; 3]$

Đồ thị hàm số là một đường Parabol luôn có điểm chung với trục  $Ox$ .

Khi  $b = 0$ , phương trình có nghiệm là 0 và 3 do đó khẳng định B sai

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - (x + 2)}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2x^2 + m^2 - \frac{3}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$

**Câu 28:** Cho hàm số

Tính tổng các giá trị của  $m$  để hàm số liên tục trên tập số thực  $\mathbb{R}$ .

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $-\frac{1}{2}$ .

C. 2.

**D. 0.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - (x + 2)}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2x^2 + m^2 - \frac{3}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

$\forall x \neq 0, f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - (x + 2)}{x}$  nên  $f(x)$  xác định và liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ . Để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  thì hàm số cần liên tục tại  $x = 0$

Ta có:  $f(0) = m^2 - \frac{3}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - (x + 2)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x + 4 - (x^2 + 4x + 4)}{x(\sqrt{x^2 - x + 4} + (x + 2))} = -\frac{5}{4}$$

Vậy hàm số  $f(x)$  liên tục trên tập số thực  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi:

$$m^2 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{4} \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \pm \frac{1}{2}.$$

**Câu 29:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 5m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

- A.  $m \neq 5$ .                      B.  $m \neq 2$ .                      C.  $m \neq 3$ .                      D.  $m \neq 1$ .

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số là:  $\mathbb{R}$  và  $f(1) = 5m$ .

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 4)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 4) = 5.$$

Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1) \Leftrightarrow 5 \neq 5m \Leftrightarrow m \neq 1$ .

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x + 6 & \text{khi } x \geq -1 \\ 2x + m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm  $m$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m = 6$ .                      B.  $m = 5$ .                      C.  $m = 4$ .                      D.  $m = 12$ .

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số là:  $\mathbb{R}$

Ta có hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

Xét tính liên tục của hàm số tại  $x = -1$ .

$$\text{Ta có } f(-1) = 3 \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (3x + 6) = 3 \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (2x + m) = m - 2.$$

Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi hàm số liên tục tại  $x = -1$  khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = f(-1) \Leftrightarrow 3 = m - 2 \Leftrightarrow m = 5.$$

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q$  là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .                      B.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$   
C.  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$                       D.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ} \text{ và } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$$

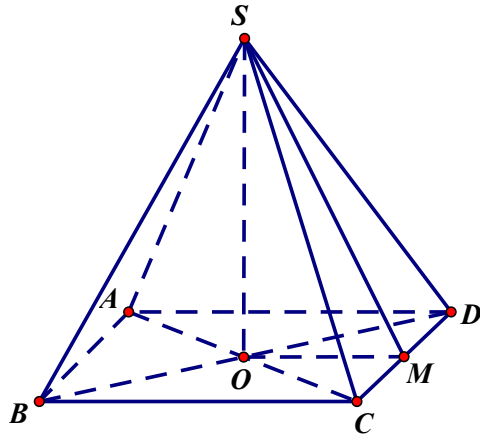
$$\text{nên } 2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}. \text{ Vậy } \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$$

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng  $a$  và  $ABCD$  là hình vuông. Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Giá trị  $\overline{MS} \cdot \overline{CB}$  bằng

- A.  $\frac{a^2}{2}$ .                      B.  $-\frac{a^2}{2}$                       C.  $\frac{a^2}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$

**Lời giải**





Do tất cả các cạnh của hình chóp bằng nhau nên các mặt bên là các tam giác đều cạnh  $a$  và

$$\triangle BSD \text{ vuông cân tại } S. \text{ Suy ra } \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SD} = 0; \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SD} = \frac{a^2}{2}$$

Do M là trung điểm của CD nên ta có:

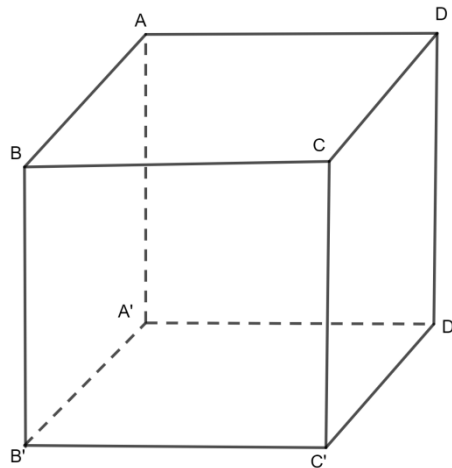
$$\overrightarrow{MS} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}) \text{ và } \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC}.$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB} &= -\frac{1}{2}(\overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD})(\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC}) = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SD} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SD} - (\overrightarrow{SC})^2) \\ &= \frac{a^2}{2} \end{aligned}$$

**Câu 33:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A.  $AB \perp AD$ .      B.  $AC \perp B'D'$ .      C.  $A'B \perp BC$ .      **D.  $AB' \perp B'C$ .**

**Lời giải**



Ta có  $AB' = B'C = AC$  (vì đều là đường chéo của hình vuông).

Suy ra tam giác  $AB'C$  là tam giác đều.

Vậy góc giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $B'C$  bằng  $60^\circ$ .

Do đó khẳng định **D** là sai.

**Câu 34:** Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A. Cho hai đường thẳng song song. Nếu một đường thẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.**

B. Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì luôn cắt nhau.

C. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của chúng.

D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

**Lời giải**

Mệnh đề A đúng.

Mệnh đề B sai vì hai đường thẳng vuông góc có thể chéo nhau.

Mệnh đề C sai vì góc giữa hai đường thẳng luôn nhỏ hơn hoặc bằng  $90^\circ$  còn góc giữa hai vectơ có thể là góc tù.

Mệnh đề D sai vì hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì có thể cắt nhau.

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  bằng

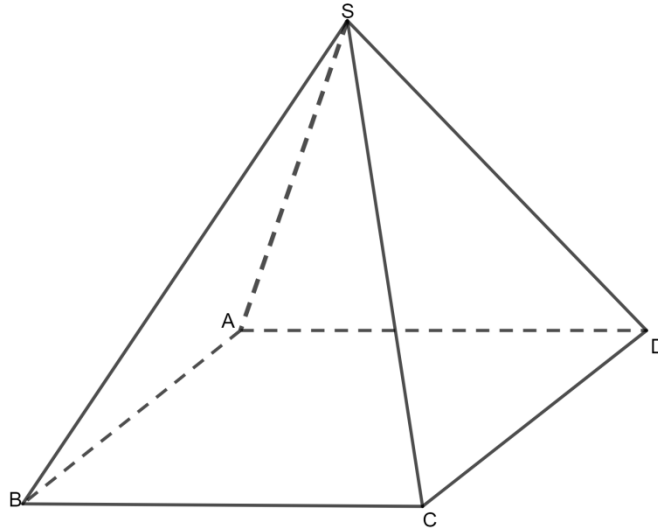
A.  $45^\circ$ .

**B.  $60^\circ$ .**

C.  $120^\circ$ .

D.  $45^\circ$ .

**Lời giải**



Ta có  $AB \parallel CD$  nên góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $CD$  chính là góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AB$  và bằng góc  $\widehat{SBA} = 60^\circ$ .

**II. PHẦN TỰ LUẬN**

**Câu 36:** Cho giới hạn của dãy số  $\lim(\sqrt{4n^2 + an - 2021} - bn) = 505$ , với  $a$  và  $b$  là hai số thực. Tính giá trị biểu thức  $P = a + b$ .

**Lời giải**

Giả thiết bài toán suy ra  $b > 0$

Ta có:

$$\lim(\sqrt{4n^2 + an - 2021} - bn) = 505 \Leftrightarrow \lim \frac{(\sqrt{4n^2 + an - 2021} - bn)(\sqrt{4n^2 + an - 2021} + bn)}{\sqrt{4n^2 + an - 2021} + bn} = 505$$

$$\Leftrightarrow \lim \frac{4n^2 + an - 2021 - b^2n^2}{\sqrt{4n^2 + an - 2021} + bn} = 505 \Leftrightarrow \lim \frac{(4 - b^2)n^2 + an - 2021}{n \left( \sqrt{4 + \frac{a}{n} - \frac{2021}{n^2}} + b \right)} = 505.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 4 - b^2 = 0 \ (b > 0) \\ \frac{a}{2 + b} = 505 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 2020 \end{cases}$$

Vậy  $P = a + b = 2022$ .

**C2:**

+) Giả thiết bài toán suy ra  $b = 2$

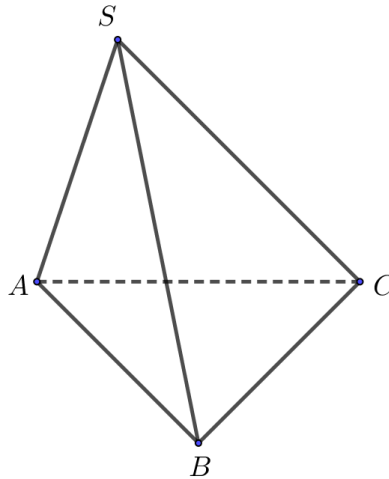
+) Ta có:

$$505 = \lim \left( \sqrt{4n^2 + an - 2021} - 2n \right) = \lim \frac{an - 2021}{\sqrt{4n^2 + an - 2021} + 2n} = \lim \frac{a - \frac{2021}{n}}{\sqrt{4 + \frac{a}{n} - \frac{2021}{n^2}} + 2} = \frac{a}{4}$$

Suy ra  $a = 2020, b = 2$

**Câu 37:** Cho tứ diện  $SABC$ . Biết  $\widehat{ASB} = 60^\circ, \widehat{BSC} = 90^\circ, \widehat{CSA} = 120^\circ, SA = 1, SB = 2, SC = x$ . Tìm  $x$  để  $\Delta ABC$  vuông tại  $B$ .

**Lời giải**



Ta có:  $\Delta ABC$  vuông tại  $B \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow (\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB}) \cdot (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}) = 0$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SB}^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow SA \cdot SC \cdot \cos \widehat{ASC} - SA \cdot SB \cdot \cos \widehat{ASB} - SB \cdot SC \cdot \cos \widehat{BSC} + SB^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \cdot x \left( -\frac{1}{2} \right) - 1 \cdot 2 \cdot \left( \frac{1}{2} \right) + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

Vậy  $x = 6$  thỏa đề bài.

**Câu 38:** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 10$ . Biết rằng  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{4f(x) + 7} - \sqrt{f(x) + 4}}{x - 1} = -\frac{a}{b}$

;  $a, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $a + b$

**A.** 23.

**B.** 77.

**C.** 22.

**D.** 32.

**Lời giải**

$$\text{Đặt } g(x) = \frac{f(x) - 5}{x - 1} \Rightarrow f(x) = (x - 1)g(x) + 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 5.$$

$$\text{Ta có: } T = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{4f(x) + 7} - \sqrt{f(x) + 4}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{4f(x) + 7} - 3 + 3 - \sqrt{f(x) + 4}}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt[3]{4f(x) + 7} - 3}{x - 1} - \frac{\sqrt{f(x) + 4} - 3}{x - 1} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{4[f(x) - 5]}{(x-1) \left[ \sqrt[3]{(4f(x)+7)^2} + 3\sqrt[3]{4f(x)+7} + 9 \right]} - \frac{f(x) - 5}{(x-1) \left[ \sqrt{f(x)+4} + 3 \right]} \right) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{f(x) - 5}{x-1} \cdot \left( \frac{4}{\left( \sqrt[3]{(4f(x)+7)^2} + 3\sqrt[3]{4f(x)+7} + 9 \right)} - \frac{1}{\left( \sqrt{f(x)+4} + 3 \right)} \right) \right] \\
 &= 10 \cdot \left( \frac{4}{27} - \frac{1}{6} \right) = -\frac{5}{27} = -\frac{a}{b} \Rightarrow a = 5; b = 27. \text{ Do đó } a + b = 32.
 \end{aligned}$$

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $1 \leq f(x) \leq 2021$  với mọi  $x \in [1; 2021]$ . Chứng minh rằng luôn tồn tại  $x_0 \in \mathbb{R}$  sao cho  $f(f(x_0)) = x_0$ .

**Lời giải**

Xét hàm số  $g(x) = f(x) - x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Do hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên ta cũng có hàm số  $y = g(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Từ giả thiết  $1 \leq f(x) \leq 2021$  với mọi  $x \in [1; 2021]$ , ta có  $g(1) = f(1) - 1 \geq 0$  và  $g(2021) = f(2021) - 2021 \leq 0$

Suy ra  $g(1) \cdot g(2021) \leq 0$ , nên tồn tại  $x_0 \in [1; 2021]$  sao cho  $g(x_0) = 0$

Suy ra, tồn tại  $x_0 \in [1; 2021]$  thỏa  $f(x_0) = x_0$ .

Ta có  $f(f(x_0)) = f(x_0) = x_0$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 13

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu – 7,0 điểm)**

**Câu 1:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\lim v_n = 0$  nếu  $\lim(v_n + a) = 0$ .                      B.  $\lim v_n = a$  nếu  $\lim(v_n - a) = 0$ .  
 C.  $\lim v_n = 0$  nếu  $\lim(v_n - a) = 0$ .                      D.  $\lim v_n = a$  nếu  $\lim(v_n + a) = 0$ .

**Câu 2:** Cho  $\lim u_n = 4$ ,  $\lim v_n = -1$ . Khi đó  $\lim(u_n - v_n)$  bằng

- A. 3.                                      B. -4.                                      C. -5.                                      D. 5.

**Câu 3:** Trong các kết quả sau, kết quả nào sai?

Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = b$  thì

- A.  $\lim(u_n + v_n) = a + b$ .    B.  $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$ .                      C.  $\lim(u_n - v_n) = a - b$ .    D.  $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$

**Câu 4:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
 B. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $|u_n|$  có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
 C. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.  
 D. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

**Câu 5:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $\lim q^n = 0, \forall q \in R$ .                                      B.  $\lim c = c$  với  $c$  là hằng số.  
 C.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  với  $k$  nguyên dương.                      D.  $\lim \frac{(-1)^n}{n} = 0$ .

**Câu 6:** Trong các kết quả sau, kết quả nào đúng?

- A. Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim \frac{v_n}{u_n} = 0$ .  
 B. Nếu  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .  
 C. Nếu  $u_n \geq 0$  với mọi  $n$  và  $\lim u_n = a$  thì  $a \geq 0$  và  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .  
 D. Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a$  thì  $\lim u_n v_n = +\infty$ .

**Câu 7:** Cho  $\lim u_n = -2$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$ . Khi đó  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

- A. -2.                                      B.  $-\infty$ .                                      C. 0.                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 8:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2019}{x + 2020}$ .

- A.  $\frac{2019}{2020}$ .                                      B.  $\frac{2021}{2022}$ .                                      C.  $\frac{2018}{2019}$ .                                      D.  $\frac{2020}{2021}$ .



**Câu 19:** Cho hai đường thẳng  $a, b$  lần lượt có véc tơ chỉ phương là  $\vec{u}, \vec{v}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu  $a \perp b$  thì  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ . B. Nếu  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  thì  $a \perp b$ . C.  $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ . D.  $\cos(a, b) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

**Câu 20:** Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
 B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.  
 C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.  
 D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

**Câu 21:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 7$ . Tính giới hạn  $\lim \frac{5u_n - 7}{7u_n - 5}$ .

A. 7. B.  $\frac{5}{7}$ . C.  $\frac{14}{15}$ . D.  $\frac{7}{11}$ .

**Câu 22:** Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right) \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right).$$

A.  $\frac{4}{3}$ . B. 1. C.  $\frac{2}{3}$ . D.  $\frac{5}{6}$ .

**Câu 23:** Giới hạn của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{(2n^3 + 1)^4 (2n + 3)^{10}}{2n^{22} + 2}$  là:

A. 2. B.  $\frac{15}{4}$ . C.  $2^{13}$ . D.  $2^{18}$ .

**Câu 24:** Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x^2}{4x-1} - \frac{2x^3}{2x^2+1} \right)$ .

A.  $-\infty$ . B.  $+\infty$ . C.  $-\frac{1}{4}$ . D.  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 25:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-x^3 + 2x - 5}{x^2 + 2x}$  bằng:

A.  $\frac{-9}{8}$ . B.  $-\infty$ . C.  $+\infty$ . D.  $\frac{1}{8}$ .

**Câu 26:** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - ax + 6} + x) = 5$  với  $a \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $a$  là:

A. 6 B. -10 C. 10 D. -6

**Câu 27:** Hàm số nào được cho dưới đây liên tục trên tập số thực  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ . B.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ . C.  $y = \frac{x-1}{x^2+1}$ . D.  $y = \frac{x+1}{x^2-1}$ .

**Câu 28:** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{khi } x = -1 \\ \frac{x^4 + x}{x^2 + x} & \text{khi } x \neq -1; x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$  liên tục tại

A.  $x = 0; x = 1$ . B. Mọi điểm  $x \in \mathbb{R}$ . C. Mọi điểm trừ  $x = -1$ . D. Mọi điểm trừ  $x = 0$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 5 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ .

Khẳng định nào sau đây đúng về tính liên tục của hàm số đã cho?

- A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- B. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 2$ .
- C. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 4)$  và  $(4; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 4$ .
- D. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 5)$  và  $(5; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 5$ .

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{khi } x < 1 \\ 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ . Với giá trị nào của tham số thực  $a$  thì hàm số đã cho

liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $a = -2$ .
- B.  $a = 1$ .
- C.  $a = 4$ .
- D.  $a = 3$ .

**Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BB'$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{A'C'}$  bằng.

- A.  $0^\circ$ .
- B.  $60^\circ$ .
- C.  $90^\circ$ .
- D.  $30^\circ$ .

**Câu 32:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $A'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $B'C$  là.

- A.  $90^\circ$ .
- B.  $45^\circ$ .
- C.  $30^\circ$ .
- D.  $60^\circ$ .

**Câu 33:** Cho tứ giác  $ABCD$  có  $\widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 90^\circ$ ,  $AB = DC$ . Gọi  $M, N, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD, AD, BC$ . Biết  $AC \perp BD$ . Góc giữa  $MN$  và  $EF$  bằng

- A.  $90^\circ$ .
- B.  $30^\circ$ .
- C.  $60^\circ$ .
- D.  $45^\circ$ .

**Câu 34:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.
- B.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.
- C.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$  đồng phẳng.
- D.  $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$  đồng phẳng.

**Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$ .
- B.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$ .
- C.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$ .
- D.  $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$ .

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tính  $\lim \left( \sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n + \frac{1}{2021} \right)$

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ , trên cạnh  $AB, CD$  lấy điểm  $P, Q$  sao cho  $AP = 4PB, CD = 5CQ$ . Chứng minh  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{PQ}$  đồng phẳng.

**Câu 38:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1}$ .

**Câu 39:** a. Cho phương trình:  $x^3 \cos^3 x + m(x \cos x - 1)(x \cos x + 2) = 0$ . Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi  $m$ .

b. Cho phương trình:  $(m^2 - m + 2021)x^3 - (2m^2 - 2m + 4040)x^2 - 4x + m^2 - m + 2021 = 0$ . Chứng minh phương trình có 3 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số  $m$ .

----- HẾT -----



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\lim v_n = 0$  nếu  $\lim(v_n + a) = 0$ .                      **B.**  $\lim v_n = a$  nếu  $\lim(v_n - a) = 0$ .  
 C.  $\lim v_n = 0$  nếu  $\lim(v_n - a) = 0$ .                      **D.**  $\lim v_n = a$  nếu  $\lim(v_n + a) = 0$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được khái niệm giới hạn của dãy số

Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số:

$$\lim v_n = a \text{ nếu } \lim(v_n - a) = 0$$

**Câu 2:** Cho  $\lim u_n = 4$ ,  $\lim v_n = -1$ . Khi đó  $\lim(u_n - v_n)$  bằng

- A. 3.                      **B.** -4.                      **C.** -5.                      **D.** 5.

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được định lý về giới hạn hữu hạn.

Ta có:  $\lim(u_n - v_n) = 4 - (-1) = 5$ .

**Câu 3:** Trong các kết quả sau, kết quả nào sai?

Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = b$  thì

- A.  $\lim(u_n + v_n) = a + b$ .                      **B.**  $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$ .

- C.  $\lim(u_n - v_n) = a - b$ .                      **D.**  $\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được định lý về giới hạn hữu hạn

Theo định lý về giới hạn hữu hạn, ta có:  $\lim \frac{u_n}{v_n} = \frac{a}{b}$  (nếu  $b \neq 0$ ).

**Câu 4:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $-\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

B. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $|u_n|$  có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

**C.** Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

D. Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được định nghĩa dãy số dẫn tới vô cực.

Theo định nghĩa giới hạn vô cực:

Ta nói dãy số  $(u_n)$  có giới hạn  $+\infty$  khi  $n \rightarrow +\infty$ , nếu  $u_n$  có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.

**Câu 5:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.**  $\lim q^n = 0, \forall q \in R$ .                      **B.**  $\lim c = c$  với  $c$  là hằng số.

- C.  $\lim \frac{1}{n^k} = 0$  với  $k$  nguyên dương.                      **D.**  $\lim \frac{(-1)^n}{n} = 0$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được một số giới hạn đặc biệt.

Ta có  $\lim q^n = 0$  nếu  $|q| < 1$

**Câu 6:** Trong các kết quả sau, kết quả nào **đúng**?

**A.** Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim \frac{v_n}{u_n} = 0$ .

**B.** Nếu  $\lim u_n = a$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .

**C.** Nếu  $u_n \geq 0$  với mọi  $n$  và  $\lim u_n = a$  thì  $a \geq 0$  và  $\lim \sqrt{u_n} = \sqrt{a}$ .

**D.** Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a$  thì  $\lim u_n v_n = +\infty$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được định lý về giới hạn vô cực và giới hạn hữu hạn.

Nếu  $\lim u_n = a$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$ .

Nếu  $\lim u_n = a > 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim \frac{u_n}{v_n} = +\infty$ .

Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim u_n v_n = +\infty$ .

**Câu 7:** Cho  $\lim u_n = -2$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$ . Khi đó  $\lim \frac{u_n}{v_n}$  bằng

**A.**  $\infty$ .

**B.**  $-\infty$ .

**C.**  $0$ .

**D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được định lý về giới hạn vô cực.

Ta có  $\lim u_n = -2 < 0$ ,  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  nên theo định lý về giới hạn vô cực ta có

$$\lim \frac{u_n}{v_n} = -\infty.$$

**Câu 8:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2019}{x+2020}$ .

**A.**  $\frac{2019}{2020}$ .

**B.**  $\frac{2021}{2022}$ .

**C.**  $\frac{2018}{2019}$ .

**D.**  $\frac{2020}{2021}$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** nhận biết được giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm.

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2019}{x+2020} = \frac{1+2019}{1+2020} = \frac{2020}{2021}.$$

**Câu 9:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 10$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - g(x)]$ .

**A.**  $7$ .

**B.**  $-7$ .

**C.**  $-13$ .

**D.**  $13$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** nhận biết được hiệu của hai giới hạn (định lý về giới hạn hữu hạn)

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow 2} h(x) - \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 10 - 3 = 7.$$

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x-8 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+2x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ .

**A.**  $0$ .

**B.**  $-2$ .

**C.**  $8$ .

**D.**  $-14$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** nhận biết được giới hạn trái của hàm số.

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + 2x) = 2^2 + 2.2 = 8$ .

**Câu 11:** Cho  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = M$ , với  $L, M \in \mathbb{R}$ . Chọn khẳng định sai.

- A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)] = L - M$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = L \cdot M$ .
- C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = L + M$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** nắm chắc các quy tắc tính giới hạn

Khẳng định C chỉ đúng khi  $M \neq 0$ .

**Câu 12:** Cho  $k$  là một số nguyên dương. Chọn mệnh đề sai.

- A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2k} = +\infty$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ .      C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8}{x^k} = 0$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 8x^k = +\infty$ .

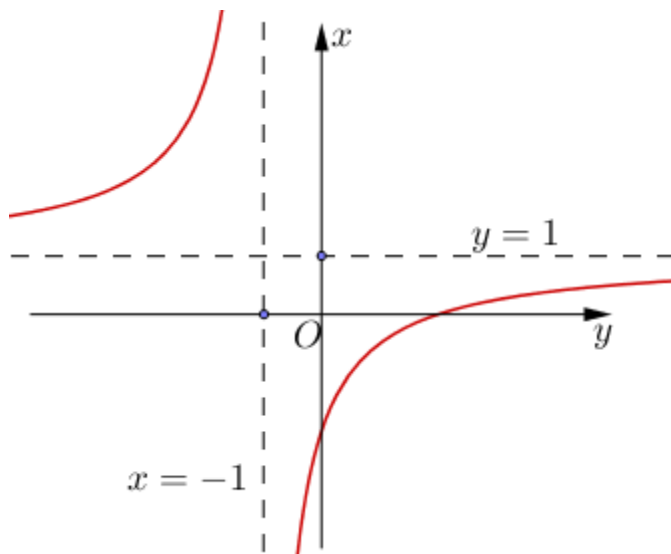
**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** nắm chắc các giới hạn vô cực và giới hạn 0

Khi  $k$  là số chẵn tức là  $k$  có dạng  $k = 2m$  thì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2m} = +\infty$ .

**Câu 13:** Hình vẽ sau là đồ thị của một hàm số  $y = f(x)$ . Hãy quan sát đồ thị và cho biết

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  lần lượt có giá trị bằng:



- A.  $1; +\infty; -\infty; 1$ .      B.  $-\infty; +\infty; 1; 1$ .      C.  $1; 1; +\infty; -\infty$ .      D.  $+\infty; -\infty; 1; 1$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** nắm chắc kiến thức về giới hạn 1 bên và giới hạn tại vô cực

**Chọn B**

**Câu 14:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$  nếu

- A.  $f(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x \rightarrow a$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$ .
- C.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được khái niệm hàm số liên tục tại một điểm; định nghĩa hàm số liên tục trên một khoảng

Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$ . Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$  nếu  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

**Câu 15:** Hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 5x - 6}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-6; 1)$ .      B.  $(-1; 6)$ .      C.  $(-1; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; 6)$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được khái niệm hàm số liên tục tại một điểm; định nghĩa hàm số liên tục trên một khoảng

TXĐ :  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$ .

Hàm số liên tục trên các khoảng:  $(-\infty; -1); (-1; 6); (6; +\infty)$ .

Vì vậy hàm số liên tục trên khoảng  $(-1; 6)$ .

**Câu 16:** Nếu đường thẳng  $a$  cắt mặt phẳng chiếu  $(P)$  tại điểm  $A$  thì hình chiếu của  $a$  sẽ là

- A. Điểm  $A$ .      B. Trùng với phương chiếu.  
C. Đường thẳng đi qua  $A$ .      D. Đường thẳng đi qua  $A$  hoặc chính  $A$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được khái niệm phép chiếu song song.

Nếu phương chiếu song song hoặc trùng với đường thẳng  $a$  thì hình chiếu là điểm  $A$ .

Nếu phương chiếu không song song hoặc không trùng với đường thẳng  $a$  thì hình chiếu là đường thẳng đi qua điểm  $A$ .

**Câu 17:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cắt nhau từng đôi một thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
B. Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có một vectơ  $\vec{0}$  thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
C. Nếu giá của ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  cùng song song với một mặt phẳng thì ba vectơ đó đồng phẳng.  
D. Nếu trong ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  có hai vectơ cùng phương thì ba vectơ đó đồng phẳng.

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được khái niệm ba vectơ trong không gian đồng phẳng

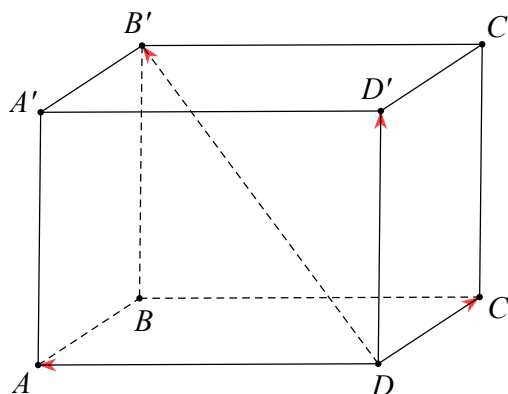
Dựa vào khái niệm ba vectơ đồng phẳng.

**Câu 18:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn đẳng thức đúng.

- A.  $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$ .      B.  $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{AD}$ .  
C.  $\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$ .      D.  $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AB'} + \vec{AD}$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Chỉ ra được quy tắc hình hộp để cộng vectơ trong không gian



Theo quy tắc hình hộp ta có  $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$ .

**Câu 19:** Cho hai đường thẳng  $a, b$  lần lượt có véc tơ chỉ phương là  $\vec{u}, \vec{v}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu  $a \perp b$  thì  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ .

B. Nếu  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$  thì  $a \perp b$ .

C.  $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

**D.  $\cos(a, b) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .**

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết khái niệm tích vô hướng của hai véc tơ trong không gian

Góc giữa 2 đường thẳng trong không gian luôn là góc nhọn hoặc vuông nên  $\cos(a, b) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$ .

**Câu 20:** Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

**D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.**

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nhận biết được khái niệm và điều kiện vuông góc giữa hai đường thẳng

Đường thẳng  $\Delta_1$  có véc tơ chỉ phương  $\vec{u}_1$

Đường thẳng  $\Delta_2$  có véc tơ chỉ phương  $\vec{u}_2$

Đường thẳng  $d$  có véc tơ chỉ phương  $\vec{v}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 // \Delta_2 \\ d \perp \Delta_1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{u}_1, \vec{u}_2 \text{ cùng phương} \\ \vec{v} \cdot \vec{u}_1 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow d \perp \Delta_2$$

**Câu 21:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $\lim u_n = 7$ . Tính giới hạn  $\lim \frac{5u_n - 7}{7u_n - 5}$ .

A. 7.

B.  $\frac{5}{7}$ .

C.  $\frac{14}{15}$ .

**D.  $\frac{7}{11}$ .**

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Tìm được một số giới hạn đơn giản.

$$\text{Ta có } \lim \frac{5u_n - 7}{7u_n - 5} = \frac{5 \cdot 7 - 7}{7 \cdot 7 - 5} = \frac{7}{11}.$$

**Câu 22:** Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right) \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right).$$

A.  $\frac{4}{3}$ .

**B. 1.**

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{5}{6}$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Học sinh tính được tổng một cấp số nhân lùi vô hạn đơn giản.

Áp dụng công thức cấp số nhân lùi vô hạn:  $S = \frac{u_1}{1 - q}$  ta có:

$$\text{Xét } S_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Xét } S_2 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2.$$

$$\text{Khi đó: } A = \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots \right) \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots \right) = S_1 \cdot S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1.$$

**Câu 23:** Giới hạn của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{(2n^3 + 1)^4 (2n + 3)^{10}}{2n^{22} + 2}$  là:

- A. 2.                                      B.  $\frac{15}{4}$ .                                      **C.  $2^{13}$ .**                                      D.  $2^{18}$ .

**Yêu cầu cần đạt:** Tìm được một số giới hạn đơn giản.

Ta có:

$$\begin{aligned} \lim u_n &= \lim \frac{(2n^3 + 1)^4 (2n + 3)^{10}}{2n^{22} + 2} \\ &= \lim \frac{n^{12} \left(2 + \frac{1}{n^3}\right)^4 \cdot n^{10} \left(2 + \frac{3}{n}\right)^{10}}{n^{22} \left(2 + \frac{2}{n^{22}}\right)} = \lim \frac{\left(2 + \frac{1}{n^3}\right)^4 \cdot \left(2 + \frac{3}{n}\right)^{10}}{2 + \frac{2}{n^{22}}} = 2^{13}. \end{aligned}$$

**Câu 24:** Tính giới hạn sau:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x^2}{4x-1} - \frac{2x^3}{2x^2+1} \right)$ .

- A.  $-\infty$ .**                                      B.  $+\infty$ .                                      C.  $-\frac{1}{4}$ .                                      D.  $\frac{3}{4}$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Học sinh biết cách tính giới hạn đến vô cực

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x^2}{4x-1} - \frac{2x^3}{2x^2+1} \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2(2x^2+1) - 2x^3(4x-1)}{(4x-1)(2x^2+1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^4 + 2x^3 + 3x^2}{(4x-1)(2x^2+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 \left( -2 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)}{x^3 \left( 4 - \frac{1}{x} \right) \left( 2 + \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left( -2 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)}{\left( 4 - \frac{1}{x} \right) \left( 2 + \frac{1}{x^2} \right)} = -\infty. \end{aligned}$$

**Câu 25:** Kết quả của  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x^3 + 2x - 5}{x^2 + 2x}$  bằng:

- A.  $\frac{-9}{8}$ .                                      **B.  $-\infty$ .**                                      C.  $+\infty$ .                                      D.  $\frac{1}{8}$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Học sinh hiểu được giới hạn một bên để từ đó biết được khi nào ra  $+\infty$  hay  $-\infty$ .

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-x^3 + 2x - 5}{x^2 + 2x} = -\infty$$



C. Mọi điểm trừ  $x = -1$ . D. Mọi điểm trừ  $x = 0$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Giải thích được tính liên tục tại một điểm của hàm số.

Hàm số  $y = f(x)$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Dễ thấy hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên mỗi khoảng  $(-\infty; -1)$ ,  $(-1; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

□ Xét tại  $x = -1$ , ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x(x+1)(x^2 - x + 1)}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} (x^2 - x + 1) = 3 = f(-1).$$

→ hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại  $x = -1$ .

□ Xét tại  $x = 0$ , ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + x}{x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+1)(x^2 - x + 1)}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - x + 1) = 1 = f(0).$$

→ hàm số  $y = f(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 5 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ .

Khẳng định nào sau đây đúng về tính liên tục của hàm số đã cho?

A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

B. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 2$ .

C. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 4)$  và  $(4; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 4$ .

D. Hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 5)$  và  $(5; +\infty)$ , gián đoạn tại  $x = 5$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Xét được tính liên tục của hàm số trên 1 khoảng, trên tập xác định.

Trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ , hàm số  $y = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$  là hàm phân thức hữu tỉ xác định nên liên tục.

Xét hàm số tại  $x = 2$ :

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4$$

$$f(2) = 5$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$  nên hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .

**Câu 30:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{khi } x < 1 \\ 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ . Với giá trị nào của tham số thực  $a$  thì hàm số đã cho

liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $a = -2$ .

B.  $a = 1$ .

C.  $a = 4$ .

D.  $a = 3$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Xét được tính liên tục của hàm số trên 1 khoảng, trên tập xác định.

Trên khoảng  $(-\infty; 1)$ , hàm số  $y = x^2 - a$  là hàm đa thức nên liên tục.

Trên khoảng  $(1; +\infty)$ , hàm số  $y = 3$  là hàm đa thức nên liên tục.



Xét hàm số tại  $x = 1$ :

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 - a) = 1 - a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3) = 3$$

$$f(1) = 3$$

Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi hàm số liên tục tại  $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a = -2$ .

**Câu 31:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ .  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BB'$ . Góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{A'C'}$  bằng.

A.  $0^\circ$ .

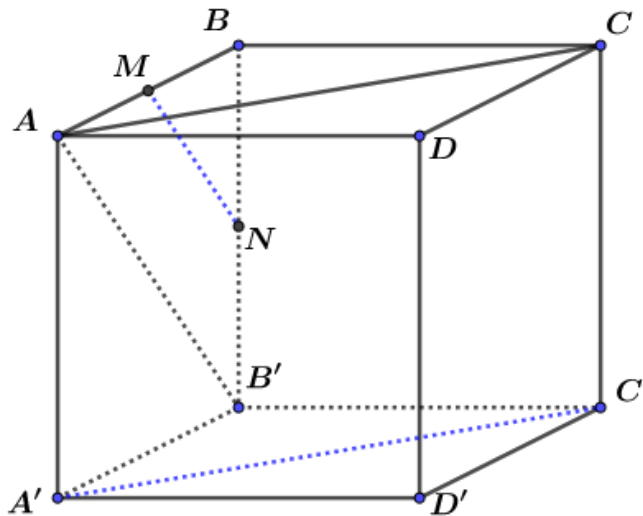
B.  $60^\circ$ .

C.  $90^\circ$ .

D.  $30^\circ$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Xác định được góc giữa hai đường thẳng trong không gian



$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB'} \\ \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow (\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'C'}) = \left( \frac{1}{2} \overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AC} \right) = \widehat{CAB'}.$$

Tam giác  $AB'C$  là tam giác đều nên  $\widehat{CAB'} = 60^\circ$ .

Vậy  $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{A'C'}) = 60^\circ$ .

**Câu 32:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $A'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $B'C$  là.

A.  $90^\circ$ .

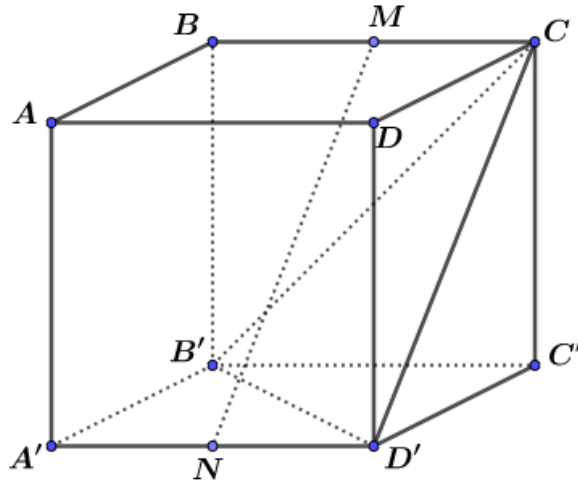
B.  $45^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

D.  $60^\circ$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Xác định được góc giữa hai đường thẳng trong không gian



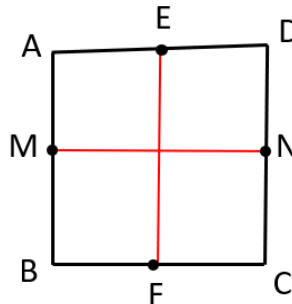
Ta có  $MN \parallel CD' \Rightarrow$  góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $B'C$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $CD'$  và  $B'C$ .

Tam giác  $B'CD'$  là tam giác đều nên suy ra góc giữa hai đường thẳng  $CD'$  và  $B'C$  bằng  $60^\circ$ .  
 Vậy góc giữa hai đường thẳng  $MN$  và  $B'C$  bằng  $60^\circ$ .

- Câu 33:** Cho tứ giác  $ABCD$  có  $\widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 90^\circ$ ,  $AB = DC$ . Gọi  $M, N, E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD, AD, BC$ . Biết  $AC \perp BD$ . Góc giữa  $MN$  và  $EF$  bằng
- A.**  $90^\circ$ .                      **B.**  $30^\circ$ .                      **C.**  $60^\circ$ .                      **D.**  $45^\circ$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Sử dụng tích vô hướng



Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) \\ \overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DC})$$

$$\text{Mà } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \end{cases} \quad (\text{Do } \widehat{ABC} = \widehat{CDA} = 90^\circ)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{DC})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}(|\overrightarrow{AD}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) + |\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{DC}| \cdot \cos(\widehat{BCD}))$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{EF} = \frac{1}{4}(|\overrightarrow{AD}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) + |\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{DC}| \cdot \cos(180 - \widehat{BAD}))$$

Do  $AC \perp BD$  nên dễ chứng minh  $AB = AD; DC = CB$  bằng hệ thức lượng trong tam giác vuông

$$\Rightarrow \overline{MN} \cdot \overline{EF} = \frac{1}{4} \left( |\overline{AD}| \cdot |\overline{AB}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) - |\overline{BC}| \cdot |\overline{DC}| \cdot \cos(\widehat{BAD}) \right) = 0$$

$\Rightarrow MN \perp EF$ . **Chọn A**

**Câu 34:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Gọi  $I$  là tâm hình bình hành  $ABFE$  và  $K$  là tâm hình bình hành  $BCGF$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A.  $\overline{BD}, \overline{AK}, \overline{GF}$  đồng phẳng.

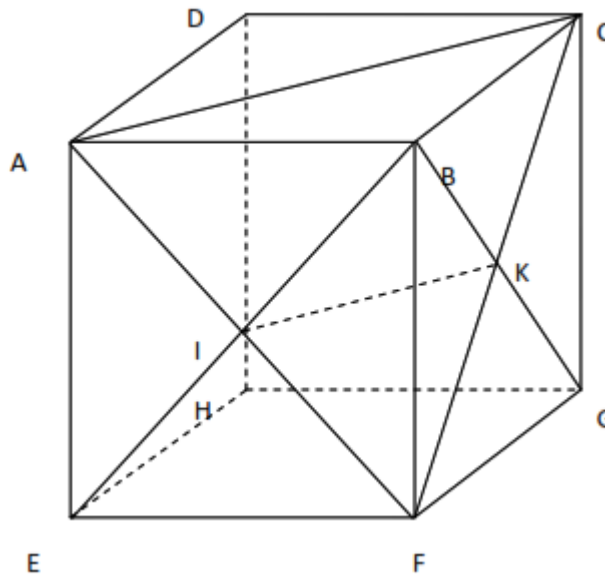
**B.  $\overline{BD}, \overline{IK}, \overline{GF}$  đồng phẳng.**

C.  $\overline{BD}, \overline{EK}, \overline{GF}$  đồng phẳng.

D.  $\overline{BD}, \overline{IK}, \overline{GC}$  đồng phẳng.

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Giải thích được sự đồng phẳng của ba vector cho trước.



$$+ \forall i \begin{cases} IK // (ABCD) \\ GF // (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow \overline{IK}, \overline{GF}, \overline{BD} \text{ đồng phẳng.}$$

+ Các bộ vector ở câu A, C, D không thể có giá cùng song song với một mặt phẳng. Do đó chúng không thể đồng phẳng.

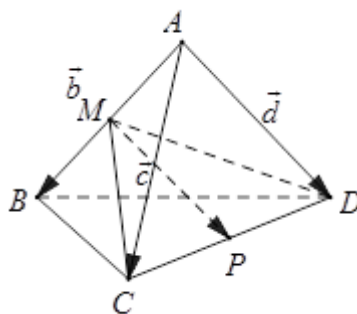
**Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $P$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Đặt  $\overline{AB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AC} = \vec{c}$ ,  $\overline{AD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$ .**    **B.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$ .**

**C.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$ .**    **D.  $\overline{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$ .**

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Thực hiện được phép cộng, trừ vector, nhân vector, sự bằng nhau của hai vector trong không gian



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overline{MP} &= \frac{1}{2}(\overline{MC} + \overline{MD}) \\ &= \frac{1}{2}(\overline{AC} - \overline{AM} + \overline{AD} - \overline{AM}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - 2\overline{AM}) \\ &= \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \overline{AB}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b}). \end{aligned}$$

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 36:** Tính  $\lim\left(\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n + \frac{1}{2021}\right)$

### Lời giải

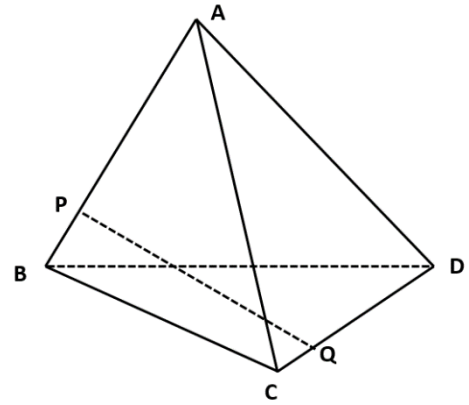
**Yêu cầu cần đạt:** Vận dụng được các khái niệm giới hạn, định lý, giới hạn đặc biệt vào tình huống cụ thể.

$$\begin{aligned} \lim\left(\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n + \frac{1}{2021}\right) &= \lim\left(\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n\right) + \lim\frac{1}{2021} \\ &= \lim\frac{9^n - 2 \cdot 3^n - 9^n}{\sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} + 3^n} + \frac{1}{2021} \\ &= \lim\frac{-2 \cdot 3^n}{3^n\left(\sqrt{1 - \frac{2}{3^n}} + 1\right)} + \frac{1}{2021} \\ &= \lim\frac{-2}{\sqrt{1 - \frac{2}{3^n}} + 1} + \frac{1}{2021} \\ &= -1 + \frac{1}{2021} \end{aligned}$$

**Câu 37:** Cho tứ diện  $ABCD$ , trên cạnh  $AB, CD$  lấy điểm  $P, Q$  sao cho  $AP = 4PB, CD = 5CQ$ . Chứng minh  $\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{PQ}$  đồng phẳng.

### Lời giải

$$\begin{aligned} \overline{AD} &= \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QD} \quad (1) \\ \overline{BC} &= \overline{BP} + \overline{PQ} + \overline{QC} \\ \Rightarrow 4\overline{BC} &= 4\overline{BP} + 4\overline{PQ} + 4\overline{QC} \quad (2) \\ (1), (2) &\Rightarrow \overline{AD} + 4\overline{BC} = 5\overline{PQ} \\ (\text{do } \overline{AP} + 4\overline{BP} &= \vec{0}; \overline{QD} + 4\overline{QC} = \vec{0}) \\ \Rightarrow \overline{PQ} &= \frac{1}{5}\overline{AD} + \frac{4}{5}\overline{BC} \\ \Rightarrow \overline{AD}, \overline{BC}, \overline{PQ} &\text{ đồng phẳng.} \end{aligned}$$



**Câu 38:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1}$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nắm vững kỹ thuật tính giới hạn hàm số cùng với kỹ năng biến đổi.

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{(x-1)^2(x+1)}$ .

Đặt  $t = x - 1 \Rightarrow x = t + 1$ . Khi đó

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{(x-1)^2(x+1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4t+1} - \sqrt[3]{6t+1}}{t^2(t+2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \left( \frac{\sqrt{4t+1} - (2t+1)}{t^2(t+2)} - \frac{\sqrt[3]{6t+1} - (2t+1)}{t^2(t+2)} \right)$$

$$* \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4t+1} - (2t+1)}{t^2(t+2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-4}{(t+2)[\sqrt{4t+1} + (2t+1)]} = -1.$$

$$* \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{6t+1} - (2t+1)}{t^2(t+2)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-8t-12}{(t+2)\left[\sqrt[3]{(6t+1)^2} + (2t+1)\sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2\right]} = -2.$$

Vậy  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt[3]{6x-5}}{x^3 - x^2 - x + 1} = -1 + 2 = 1$ .

**Câu 39:**

**a.** Cho phương trình:  $x^3 \cos^3 x + m(x \cos x - 1)(x \cos x + 2) = 0$ . Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi  $m$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Nắm vững được tính chất liên tục của hàm số để chứng minh phương trình có nghiệm.

\* Xét  $f(x) = x \cos x - 1$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Có  $f(0) = -1 < 0$  và  $f(-\pi) = \pi - 1 > 0$ .

Vậy  $\exists x_1 \in (-\pi; 0): f(x_1) = 0$ . Tức là  $x_1 \cos x_1 = 1$

\* Xét  $g(x) = x \cos x + 2$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Có  $g(0) = 2 > 0$  và  $g(\pi) = -\pi + 2 < 0$ .

Vậy  $\exists x_2 \in (0; \pi): g(x_2) = 0$ . Tức là  $x_2 \cos x_2 = -2$

\* Xét  $F(x) = x^3 \cos^3 x + m(x \cos x - 1)(x \cos x + 2)$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Có  $F(x_1) = 1^3 + m \cdot 0 = 1 > 0$  và  $F(x_2) = (-2)^3 + 0m = -8 < 0$  nên  $\exists x_0 \in (x_1; x_2): F(x_0) = 0$ .

Vậy phương trình  $F(x) = 0$  luôn có nghiệm với mọi giá trị  $m$ .

**b.** Cho phương trình:  $(m^2 - m + 2021)x^3 - (2m^2 - 2m + 4040)x^2 - 4x + m^2 - m + 2021 = 0$ .

Chứng minh phương trình có 3 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số  $m$ .

**Lời giải**

**Yêu cầu cần đạt:** Vận dụng được định lí giá trị trung gian và kết hợp với tính năng bảng giá trị của máy tính Casio để tìm các khoảng mà phương trình có nghiệm.

\* Xét  $f(x) = (m^2 - m + 2021)x^3 - (2m^2 - 2m + 4040)x^2 - 4x + m^2 - m + 2021$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  và liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

Ta có:

$$f(-1) = -2m^2 + 2m - 4035 = -2\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{8069}{2} < 0, \forall m$$

$$f(0) = m^2 - m + 2021 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{8083}{4} > 0, \forall m$$

$$f(1) = -2 < 0, \forall m$$

$$f(2) = m^2 - m + 2021 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{8083}{4} > 0, \forall m$$

Do đó:

\*  $f(-1).f(0) < 0$  nên  $\exists x_1 \in (-1; 0): f(x_1) = 0$

Suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc  $(-1; 0)$

\*  $f(0).f(1) < 0$  nên  $\exists x_2 \in (0; 1): f(x_2) = 0$

Suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc  $(0; 1)$

\*  $f(1).f(2) < 0$  nên  $\exists x_3 \in (1; 2): f(x_3) = 0$

Suy ra phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc  $(1; 2)$

Vì ba khoảng  $(-1; 0)$ ,  $(0; 1)$  và  $(1; 2)$  rời nhau đôi một nên phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất ba nghiệm trên  $\mathbb{R}$ .

Mặt khác, vì  $m^2 - m + 2021 > 0, \forall m$  nên  $f(x)$  là một đa thức bậc ba nên phương trình

$f(x) = 0$  chỉ có tối đa ba nghiệm trên  $\mathbb{R}$ .

Kết luận: Phương trình  $f(x) = 0$  luôn có ba nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số  $m$ .

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 11

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1:** Tính giới hạn  $\lim \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4}$
- A. -3.                      B. 0.                      C. 5.                      D. 1.
- Câu 2:** Cho hai đường thẳng  $a, b$  phân biệt và mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. Nếu  $(P) \parallel (Q)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp (Q)$ .      B. Nếu  $a \parallel (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .  
 C. Nếu  $a \parallel (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .              D. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \parallel b$ .
- Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ; tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$  và  $SA = a$ . Tìm góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .
- A.  $60^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 4:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0?
- A.  $\lim \frac{n+3}{n+2}$ .                      B.  $\lim \left( \frac{2019}{2020} \right)^n$ .                      C.  $\lim 2^n$ .                      D.  $\lim n^4$ .
- Câu 5:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  theo  $a$ .
- A.  $\frac{1}{2}a^2$ .                      B.  $a^2$ .                      C.  $-a^2$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .
- Câu 6:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây sai?
- A.  $AB \perp OC$ .                      B.  $OH \perp (ABC)$ .                      C.  $OH \perp BC$ .                      D.  $OH \perp OA$ .
- Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Hàm số liên tục trên khoảng  $(1; 5)$ .                      B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2020$   
 C. Hàm số liên tục tại  $x = 2$ .                      D. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .
- Câu 8:** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 5
- A.  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7)$                       B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 10} - x)$   
 C.  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)$                       D.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} |x - 3|$
- Câu 9:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?
- A.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{2-x} = 5$                       B.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x+5}{x-2} = +\infty$   
 C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x) = 1$                       D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x-1} = +\infty$
- Câu 10:** Biết ba số  $x^2; 8; x$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của  $x$  bằng
- A.  $x = 4$ .                      B.  $x = 5$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = 1$ .
- Câu 11:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn mệnh đề đúng?
- A.  $\vec{AC} = \vec{C'A'}$ .                      B.  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AC} = \vec{AA'}$ .  
 C.  $\vec{AB} = \vec{CD}$ .                      D.  $\vec{AB} + \vec{C'D'} = \vec{0}$ .

- Câu 12:** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$  bằng
- A.  $-\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{5}$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .
- Câu 13:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 8; u_5 = 17$ . Công sai  $d$  bằng
- A.  $d = -3$ .                      B.  $d = -5$ .                      C.  $d = 3$ .                      D.  $d = 5$ .
- Câu 14:** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$ ?
- A.  $y = \sqrt{x+2}$ .                      B.  $y = \sin x$ .                      C.  $y = \frac{x^2}{x-2}$ .                      D.  $y = x^2 - 3x + 2$ .
- Câu 15:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 81$  và  $u_2 = 27$ . Tìm công bội  $q$ .
- A.  $q = -\frac{1}{3}$ .                      B.  $q = \frac{1}{3}$ .                      C.  $q = 3$ .                      D.  $q = -3$ .
- Câu 16:** Cho giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng
- A.  $I \in (3; 5)$                       B.  $I \in (2; 3)$                       C.  $I \in (5; 6)$                       D.  $I \in (1; 2)$
- Câu 17:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 19$  và  $d = -2$ . Tìm số hạng tổng quát  $u_n$ .
- A.  $u_n = -2n^2 + 33$ .                      B.  $u_n = -3n + 24$                       C.  $u_n = -2n + 21$                       D.  $u_n = 12 + 2n$
- Câu 18:** Giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5)$  bằng
- A.  $I = -\infty$ .                      B.  $I = +\infty$ .                      C.  $I = -2$ .                      D.  $I = 5$ .
- Câu 19:** Hàm số  $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$  liên tục trên
- A.  $(-3; 10)$ .                      B.  $[-3; 4]$ .                      C.  $[-3; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 4]$ .
- Câu 20:** Giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1}$  bằng
- A. 3.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 0.
- Câu 21:** Tính giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$  bằng
- A.  $J = 0$ .                      B.  $J = 2$ .                      C.  $J = 1$ .                      D.  $J = 3$ .
- Câu 22:** Cho tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A.  $AB, CD$  là hai đường thẳng chéo nhau.                      B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$ .  
C.  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$  đồng phẳng.                      D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ .
- Câu 23:** Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?
- A. 1; -1; 1; -1.                      B. 1; -3; 9; 10.                      C. 1; 0; 0; 0.                      D. 32; 16; 8; 4.
- Câu 24:** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Nếu  $a$  và  $b$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  mà  $(\alpha) // c$  thì  $a // b$ .  
B. Nếu góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$  thì  $a // b$ .  
C. Nếu  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với  $c$  thì  $a // b$ .  
D. Nếu  $a // b$  và  $c \perp a$  thì  $c \perp b$ .



- Câu 25:** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5)$ .
- A.  $I = 3$ .                      B.  $I = -1$ .                      C.  $I = +\infty$ .                      D.  $I = -5$ .
- Câu 26:** Cho các hàm số  $y = x^2$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \tan x$ ;  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$ . Có bao nhiêu hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- A. 4.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 2.
- Câu 27:** Chọn mệnh đề **sai**.
- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = 0$ .
- C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) = 1$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = +\infty$ .
- Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $AB \perp BC$ . Hình chóp  $S.ABC$  có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?
- A. 4.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.
- Câu 29:** Chọn mệnh đề **đúng**
- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^2 + 3) = +\infty$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n + 1} = -\infty$ .
- C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 5}{2n + 3} = 1$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 0$ .
- Câu 30:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DA'$
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $0^\circ$ .
- Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$  và  $SC \perp (ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $SM$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Biết  $SC = a$ , tính  $\tan \alpha$ .
- A.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ .                      D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .
- Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = AB$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $BC, SC$ . Góc giữa  $EF$  và mặt phẳng  $(SAD)$  bằng
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 33:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực  $m$  để  $I < 12$  biết  $I = \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3)$ .
- A. 6.                      B. 5.                      C. 8.                      D. 7.
- Câu 34:** Cho phương trình  $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$  Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Phương trình vô nghiệm.  
 B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.  
 C. Phương trình có đúng hai nghiệm  $x = 1; x = 2$ .  
 D. Phương trình có đúng một nghiệm.
- Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.
- A.  $I$  là trực tâm của  $\Delta ABC$ .                      B.  $I$  là trung điểm của  $AB$ .  
 C.  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp của  $\Delta ABC$ .                      D.  $I$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ .
- Câu 36:** Biết tổng  $S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{a}{b}$  (với  $a, b \in \mathbb{Z}$ ;  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tính tích  $a.b$
- A. 9.                      B. 60.                      C. 7.                      D. 10.

- Câu 37:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 11; u_2 = 13$ . Tính tổng  $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$ .
- A.  $S = \frac{9}{209}$ .      B.  $S = \frac{10}{211}$ .      C.  $S = \frac{10}{209}$ .      D.  $S = \frac{9}{200}$ .
- Câu 38:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_2 = -2$  và  $u_5 = 54$ . Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.
- A.  $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$ .      B.  $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$ .      C.  $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$ .      D.  $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$ .
- Câu 39:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DM$ .
- A.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .      B.  $\frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- Câu 40:** Hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?
- A.  $(0; 4)$ .      B.  $(2; +\infty)$ .      C.  $(0; +\infty)$ .      D.  $\mathbb{R}$ .
- Câu 41:** Số điểm gián đoạn của hàm số  $f(x) = \frac{\sin x}{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}$  ?
- A. 0      B. 2      C. 1      D. 3
- Câu 42:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = 6a; BD = 8a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Biết  $AC \perp BD$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $MN$ .
- A.  $MN = a\sqrt{10}$ .      B.  $MN = 7a$ .      C.  $MN = 5a$ .      D.  $MN = 10a$ .
- Câu 43:** Cho giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3$  thì  $a$  bằng bao nhiêu?
- A.  $a = 2$ .      B.  $a = 0$       C.  $a = -2$ .      D.  $a = -1$ .
- Câu 44:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$  thì  $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)]$  bằng bao nhiêu?
- A.  $-4$ .      B. 4      C. 10.      D.  $-14$ .
- Câu 45:** Gọi  $S$  là tập các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$ . Tích các phần tử của tập  $S$  bằng.
- A.  $-2$ .      B.  $-8$ .      C.  $-6$ .      D.  $-1$ .
- Câu 46:** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Người ta dựng hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  đường chéo của hình vuông  $ABCD$ ; dựng hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  đường chéo của hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích  $S$  của tất cả các hình vuông  $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$  bằng 8 thì  $a$  bằng:
- A. 2.      B.  $\sqrt{2}$ .      C.  $\sqrt{3}$ .      D.  $2\sqrt{2}$ .

**Câu 47:** Cho  $a, b$  là các số nguyên và  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 20$ . Tính  $P = a^2 + b^2 - a - b$

A. 400

B. 225

C. 325

D. 320

**Câu 48:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = x$  ( $x > 0$ ), các cạnh còn lại bằng nhau và bằng 4. Mặt phẳng  $(P)$  chứa cạnh  $AB$  và vuông góc với cạnh  $CD$  tại  $I$ . Diện tích tam giác  $IAB$  lớn nhất bằng:

A. 12.

B. 6.

C.  $8\sqrt{3}$ .

D.  $4\sqrt{3}$ .

**Câu 49:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$ . Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x) - 16} - 4}{x^2 + x - 6}$  bằng:

A.  $\frac{1}{5}$ .

B.  $\frac{3}{5}$ .

C. 20.

D.  $-\frac{1}{20}$ .

**Câu 50:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Biết  $a$  là giá trị để hàm số liên tục tại

điểm  $x_0 = 0$ . Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình  $x^2 - x + 36a < 0$ .

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Tính giới hạn  $\lim \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4}$

A. -3.

B. 0.

C. 5.

**D. 1.**

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4} = \lim \frac{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}{1 - 4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n} = \frac{1 - 0}{1 - 4 \cdot 0} = 1.$$

**Câu 2:** Cho hai đường thẳng  $a, b$  phân biệt và mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu  $(P) // (Q)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp (Q)$ .

**B. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .**

C. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b \perp a$ .

D. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a // b$ .

Lời giải

Theo tính chất mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng thì đáp án  $A, C, D$  đúng.

Trong đáp án  $B$  nếu  $a, b$  nằm trong mặt phẳng song song với  $(P)$  thì  $b // (P)$ . Vậy kết luận ở câu  $B$  sai.

**Câu 3:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ; tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$  và  $SA = a$ . Tìm góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

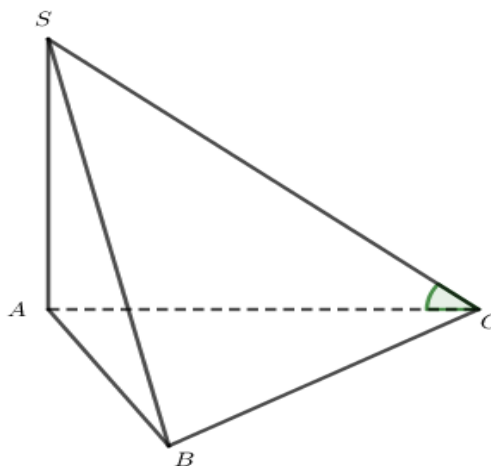
A.  $60^\circ$ .

B.  $90^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

**D.  $45^\circ$ .**

Lời giải



□ Ta có  $C = SC \cap (ABC)$  (1)

Hơn nữa, theo giả thiết  $SA \perp (ABC)$  nên  $A$  là hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $AC$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ .

Khi đó góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là góc giữa  $SC$  và  $AC$  hay góc  $\widehat{SCA}$ .

□ Tính góc  $\widehat{SCA}$

Ta có  $SA \perp (ABC)$  mà  $AC \subset (ABC)$  nên  $SA \perp AC$ .

Mặt khác,  $SA = AC = a$  (theo giả thiết).

Suy ra tam giác  $SAC$  vuông cân tại  $A$ , suy ra  $\widehat{SCA} = 45^\circ$ .

**Câu 4:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0?

A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+2}$ .

B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2019}{2020}\right)^n$ .

C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n$ .

D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$ .

Lời giải

Xét đáp án A,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3 \cdot \frac{1}{n}}{1+2 \cdot \frac{1}{n}} = \frac{1+3 \cdot 0}{1+2 \cdot 0} = 1$ .

Xét đáp án B,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2019}{2020}\right)^n = 0$  vì  $\left|\frac{2019}{2020}\right| < 1$ .

Xét đáp án C,  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = +\infty$ .

Xét đáp án D,  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4 = +\infty$ .

**Câu 5:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  theo  $a$ .

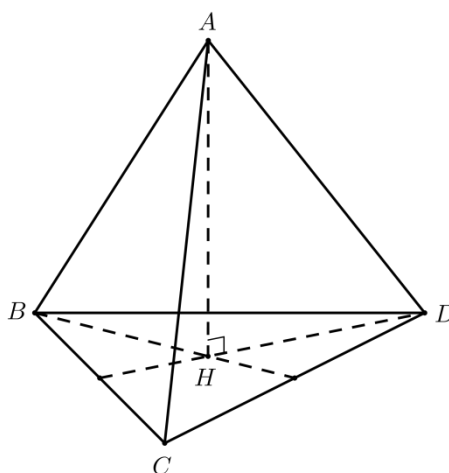
A.  $\frac{1}{2}a^2$ .

B.  $a^2$ .

C.  $-a^2$ .

D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ .

Lời giải



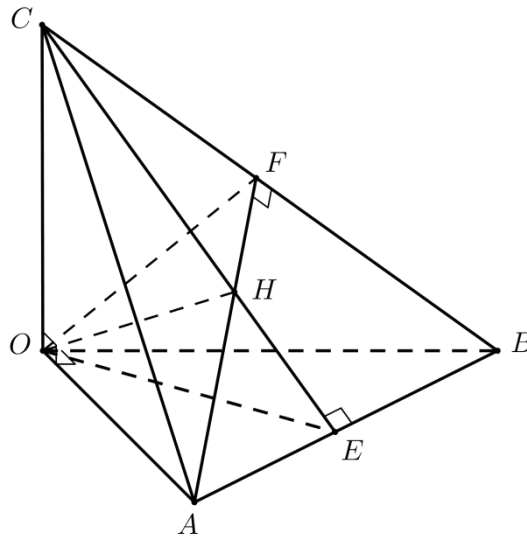
Tứ diện  $ABCD$  là tứ diện đều cạnh  $a$  nên suy ra tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ .

Do đó  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a^2$ .

**Câu 6:** [Mức độ 3] Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $H$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $AB \perp OC$ .      B.  $OH \perp (ABC)$ .      C.  $OH \perp BC$ .      **D.  $OH \perp OA$ .**

Lời giải



Kẻ  $CE \perp AB$  ( $E \in AB$ ),  $AF \perp AC$  ( $F \in AC$ ),  $CE \cap AF = H$ .

Tứ diện  $OABC$  có  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau do đó

$$OA \perp (OBC), OB \perp (OAC), OC \perp (OAB).$$

□ Ta có  $OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB$ . Do đó đáp án A đúng.

□ Ta có  $\begin{cases} BC \perp AF \\ BC \perp OA \text{ (vì } OA \perp (OBC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAF) \Rightarrow BC \perp OH$ . Do đó đáp án C đúng.

□ Ta có  $\begin{cases} AB \perp CE \\ AB \perp OC \text{ (vì } OC \perp (OAB)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (COE) \Rightarrow AB \perp OH$ .

Do đó  $\begin{cases} OH \perp BC \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC)$ . Do đó đáp án B đúng.

□ Ta có  $OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp OF \Rightarrow \Delta AOF$  vuông tại  $O$ .

Suy ra  $OH$  không vuông góc với  $OA$ . Do đó đáp án D sai.

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục trên khoảng  $(1;5)$ .      B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2020$   
 C. Hàm số liên tục tại  $x = 2$       **D. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$**

Lời giải

TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Nên hàm số sẽ gián đoạn tại  $x = 2$

**Câu 8:** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 5

- A.  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7)$**       B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 10} - x)$

C.  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)$       D.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} |x - 3|$

Lời giải

Vì  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7) = (-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 7 = 4 - 6 + 7 = 5$

**Câu 9:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{2-x} = 5$       B.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x+5}{x-2} = +\infty$

C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x) = 1$       D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x-1} = +\infty$

Lời giải

Vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{3}{1} = 3$

**Câu 10:** Biết ba số  $x^2; 8; x$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của  $x$  bằng

A.  $x = 4$       B.  $x = 5$       C.  $x = 2$       D.  $x = 1$

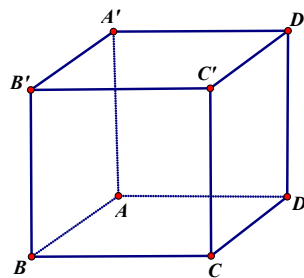
Lời giải

Theo tính chất cấp số nhân ta có:  $8^2 = x^2 \cdot x \Leftrightarrow x = 4$

**Câu 11:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chọn mệnh đề đúng?

A.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'A'}$       B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'}$   
 C.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$       D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$

Lời giải



Ta có:  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{C'D'}$  là hai vectơ đối nhau nên  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$

**Câu 12:** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$  bằng

A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{4}$

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \cdot (x-2)}{(x-1) \cdot (x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = -\frac{1}{2}$

**Câu 13:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 8; u_5 = 17$ . Công sai  $d$  bằng

- A.  $d = -3$ .                      B.  $d = -5$ .                      **C.  $d = 3$ .**                      D.  $d = 5$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_2 = 8 \\ u_5 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 8 \\ u_1 + 4d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy  $d = 3$ .

**Câu 14:** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$ ?

- A.  $y = \sqrt{x+2}$ .                      B.  $y = \sin x$ .                      **C.  $y = \frac{x^2}{x-2}$ .**                      D.  $y = x^2 - 3x + 2$ .

Lời giải

Hàm số  $y = \frac{x^2}{x-2}$  có tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$  nên không liên tục tại  $x = 2$ .

**Câu 15:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 81$  và  $u_2 = 27$ . Tìm công bội  $q$ .

- A.  $q = -\frac{1}{3}$ .                      **B.  $q = \frac{1}{3}$ .**                      C.  $q = 3$ .                      D.  $q = -3$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = 81 \\ u_2 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 81 \\ u_1 q = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 81 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Vậy  $q = \frac{1}{3}$ .

**Câu 16:** Cho giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng

- A.  $I \in (3; 5)$ .**                      B.  $I \in (2; 3)$ .                      C.  $I \in (5; 6)$ .                      D.  $I \in (1; 2)$ .

Lời giải

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = \frac{4 + 0 + 0}{1 + 0 - 0} = 4.$$

**Câu 17:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 19$  và  $d = -2$ . Tìm số hạng tổng quát  $u_n$ .

- A.  $u_n = -2n^2 + 33$                       B.  $u_n = -3n + 24$                       **C.  $u_n = -2n + 21$**                       D.  $u_n = 12 + 2n$

Lời giải

$$u_n = u_1 + (n - 1)d = 19 + (n - 1)(-2) = -2n + 21.$$

**Câu 18:** Giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5)$  bằng

- A.  $I = -\infty$**                       B.  $I = +\infty$                       C.  $I = -2$                       D.  $I = 5$

Lời giải



$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left( -2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right).$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) = -2 + 0 + 0 = -2.$$

$$\Rightarrow I = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left( -2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) = -\infty.$$

**Câu 19:** Hàm số  $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$  liên tục trên

A.  $(-3; 10)$ .

B.  $[-3; 4]$ .

C.  $[-3; +\infty)$ .

D.  $(-\infty; 4]$ .

**Lời giải**

$$\text{Đkxd: } \begin{cases} 3+x \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4. \text{ TXĐ: } D = [-3; 4].$$

+ Lấy  $x_0$  bất kì thuộc khoảng  $(-3; 4)$  thì

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{3+x_0} + \sqrt{4-x_0} = f(x_0) \Rightarrow \text{hàm số liên tục trên khoảng } (-3; 4).$$

$$+ \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{7} = f(-3).$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{7} = f(4).$$

Vậy hàm số  $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$  liên tục trên đoạn  $[-3; 4]$ .

**Câu 20:** Giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1}$  bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

**Lời giải**

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{2+0}{1+0} = 2.$$

**Câu 21:** Tính giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$  bằng

A.  $J = 0$ .

B.  $J = 2$ .

C.  $J = 1$ .

D.  $J = 3$ .

**Lời giải**

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+n-3}{n^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{3}{n^3}}{1 + \frac{2}{n^3}} = \frac{0+0-0}{1+0} = 0$$

**Câu 22:** Cho tứ diện  $ABCD$  có trọng tâm  $G$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $AB, CD$  là hai đường thẳng chéo nhau.      B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$  đồng phẳng.      D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

Vì  $ABCD$  là tứ diện thì  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$  **không** đồng phẳng.

**Câu 23:** Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

- A. 1; -1; 1; -1.      B. 1; -3; 9; 10.      C. 1; 0; 0; 0.      D. 32; 16; 8; 4.

**Lời giải**

Xét đáp án A là cấp số nhân với  $u_1 = 1, q = -1$ .

Xét đáp án B có  $\frac{-3}{1} = \frac{9}{-3} \neq \frac{10}{9}$ , suy ra không phải cấp số nhân.

Xét đáp án C là cấp số nhân với  $u_1 = 1, q = 0$ .

Xét đáp án D là cấp số nhân với  $u_1 = 32, q = \frac{1}{2}$ .

**Câu 24:** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu  $a$  và  $b$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  mà  $(\alpha) // c$  thì  $a // b$ .  
 B. Nếu góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$  thì  $a // b$ .  
 C. Nếu  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với  $c$  thì  $a // b$ .  
 D. Nếu  $a // b$  và  $c \perp a$  thì  $c \perp b$ .

**Lời giải**

Đáp án B: chỉ đúng trong mặt phẳng.

Đáp án C:  $a$  và  $b$  có thể chéo nhau.

Đáp án D: đúng.

**Câu 25:** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5)$ .

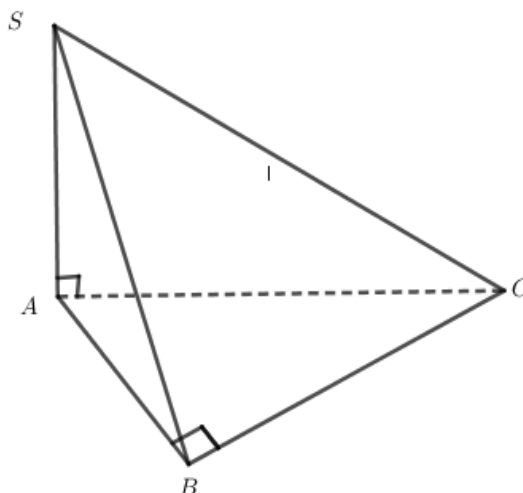
- A.  $I = 3$ .      B.  $I = -1$ .      C.  $I = +\infty$ .      D.  $I = -5$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5) = 1^2 + 3 \cdot 1 - 5 = -1$ .

**Câu 26:** Cho các hàm số  $y = x^2$ ;  $y = \sin x$ ;  $y = \tan x$ ;  $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$ . Có bao nhiêu hàm số trong các hàm





Ta có  $\Delta SAC$  vuông tại  $A$  (Do  $SA \perp AC$ )

$\Delta SAB$  vuông tại  $A$  (Do  $SA \perp AB$ )

$\Delta ABC$  vuông tại  $B$  (Do  $BC \perp AB$ ).

Lại có  $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$  mà  $SB \subset (SAB)$  suy ra  $BC \perp SB$  nên  $\Delta SBC$  vuông tại  $B$ .

Vậy Hình chóp  $S.ABC$  có 4 mặt là tam giác vuông.

**Câu 29:** Chọn mệnh đề **đúng**

**A.**  $\lim(-2n^2 + 3) = +\infty$ . **B.**  $\lim\sqrt{n^2 + n + 1} = -\infty$ .

**C.**  $\lim\frac{2n+5}{2n+3} = 1$ . **D.**  $\lim 2^n = 0$ .

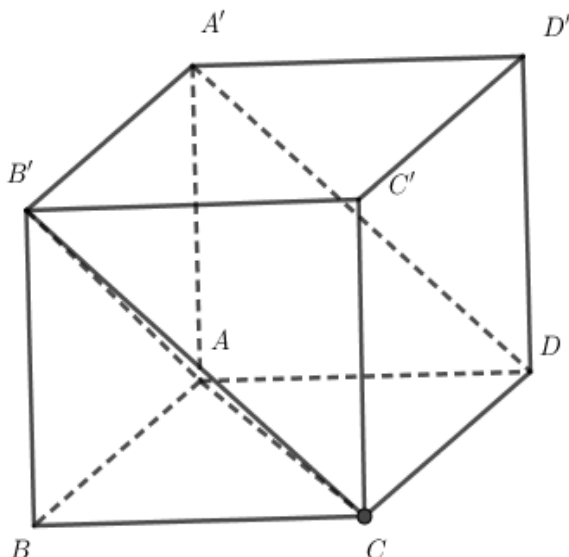
**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim\frac{2n+5}{2n+3} = \lim\frac{n\left(2+\frac{5}{n}\right)}{n\left(2+\frac{3}{n}\right)} = \lim\frac{\left(2+\frac{5}{n}\right)}{\left(2+\frac{3}{n}\right)} = \frac{2}{2} = 1.$$

**Câu 30:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DA'$  bằng

**A.**  $30^\circ$ . **B.**  $90^\circ$ . **C.**  $60^\circ$ . **D.**  $0^\circ$ .

**Lời giải**



Ta có  $A'D // B'C$  suy ra góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $DA'$  là  $\widehat{(AC, B'C)}$

Ta thấy  $AC, AB', B'C$  lần lượt là đường chéo của các hình vuông  $ABCD, AA'B'B, BB'C'C$  nên tam giác  $ACB'$  đều. Suy ra  $\widehat{ACB'} = 60^\circ$ .

Vậy  $\widehat{(AC, B'C)} = \widehat{ACB'} = 60^\circ$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$  và  $SC \perp (ABC)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $\alpha$  là góc tạo bởi đường thẳng  $SM$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Biết  $SC = a$ , tính  $\tan \alpha$ .

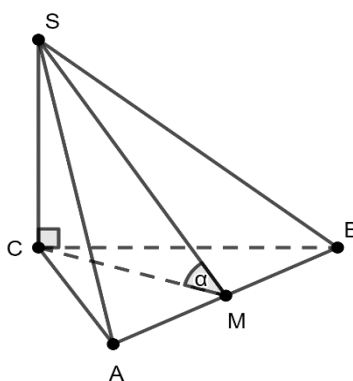
A.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ .

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ .

**D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .**

**Lời giải**



Ta có  $SC \perp (ABC)$  nên  $C$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  xuống mặt phẳng  $(ABC)$ .

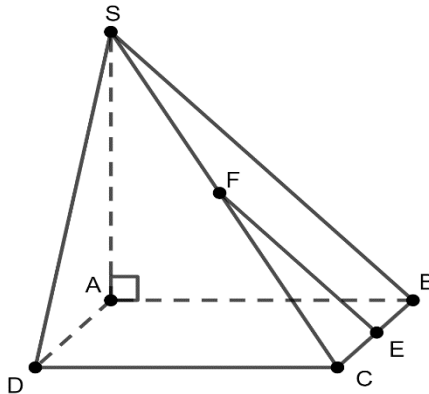
Khi đó,  $CM$  là hình chiếu vuông góc của  $SM$  xuống mặt phẳng  $(ABC)$ .

Do đó góc tạo bởi đường thẳng  $SM$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  $\alpha = \widehat{(SM, MC)}$ .

Tam giác  $SMC$  vuông tại  $C$  nên  $\alpha = \widehat{SMC}$  và  $\tan \alpha = \frac{SC}{MC} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

- Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = AB$ . Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $BC, SC$ . Góc giữa  $EF$  và mặt phẳng  $(SAD)$  bằng
- A.**  $45^\circ$ .                      **B.**  $30^\circ$ .                      **C.**  $60^\circ$ .                      **D.**  $90^\circ$ .

**Lời giải**



Ta có  $EF$  là đường trung bình trong  $\Delta SBC$  nên  $EF \parallel SB$ . Khi đó góc giữa  $EF$  và mặt phẳng  $(SAD)$  bằng góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(SAD)$ .  
Mặt khác, do  $SA \perp BA$  và  $AD \perp BA$  nên  $BA \perp (SAD)$ . Do đó  $A$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên  $(SAD)$ .  
Suy ra,  $SA$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên  $(SAD)$ .

trung bình trong  $\Delta ABC$  nên  $EF \parallel SB$ . Khi đó góc giữa  $EF$  và mặt phẳng  $(SAD)$  là góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(SAD)$ .

,  $AD \perp BA$  nên  $BA \perp (SAD)$ . Do đó  $A$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên  $(SAD)$ .

Suy ra,  $SA$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên  $(SAD)$ .

Khi đó góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(SAD)$  là  $\alpha = (\widehat{SB, SA})$ .

Do  $\Delta ABC$  vuông cân tại  $A$  nên  $\alpha = \widehat{ASB} = 45^\circ$ .

- Câu 33:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực  $m$  để  $I < 12$  biết  $I = \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3)$ .
- A.** 6.                      **B.** 5.                      **C.** 8.                      **D.** 7.

**Lời giải**

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3) \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} ((-1)^4 - 2m(-1) + m^2 + 3) \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} (m^2 + 2m + 4) \\ &= m^2 + 2m + 4. \end{aligned}$$

Do đó,  $I < 12 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 2$ .

$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3, -2, -1, 0, 1\}$ . Do đó, có tất cả 5 giá trị  $m$  thỏa mãn yêu cầu đề bài.

- Câu 34:** Cho phương trình  $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$  Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.** Phương trình vô nghiệm.  
**B.** Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.  
**C.** Phương trình có đúng hai nghiệm  $x = 1; x = 2$ .  
**D.** Phương trình có đúng một nghiệm.

**Lời giải**

Đặt  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ , hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Ta có

$$\begin{cases} f(-1) = -1 \\ f(0) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(-1).f(0) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (-1; 0)$$

$$\begin{cases} f(1) = 1 \\ f(2) = -1 \end{cases} \Rightarrow f(1).f(2) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (1; 2)$$

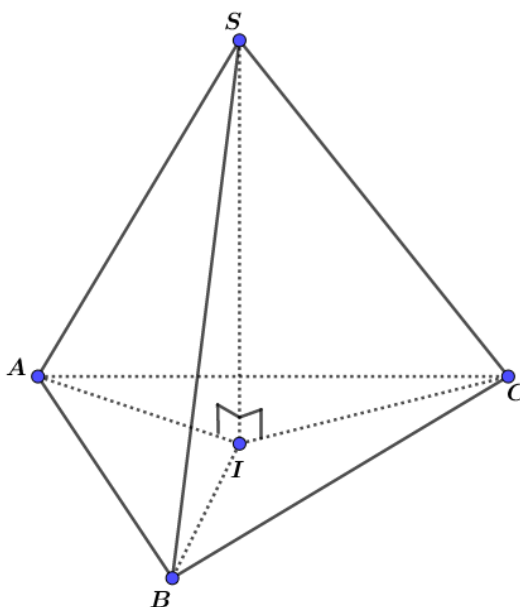
$$\begin{cases} f(2) = -1 \\ f(3) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(2).f(3) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (2; 3)$$

Do  $(-1; 0) \cap (1; 2) \cap (2; 3) = \emptyset$  nên ta sẽ có 3 nghiệm trên phân biệt và  $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$  là phương trình bậc ba nên sẽ có tối đa 3 nghiệm. Vậy phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A.  $I$  là trực tâm của  $\Delta ABC$ .
- B.  $I$  là trung điểm của  $AB$ .
- C.  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp của  $\Delta ABC$ .
- D.  $I$  là trọng tâm của  $\Delta ABC$ .

**Lời giải**



Ta có  $\Delta SIA, \Delta SIB, \Delta SIC$  là các tam giác vuông tại  $I$  vì  $SI \perp (ABC)$ .

Xét  $\Delta SIA$  vuông tại  $I$  và  $\Delta SIB$  vuông tại  $I$  có:  $SI$  là cạnh chung, cạnh huyền  $SA = SB \Rightarrow \Delta SIA = \Delta SIB$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)  $\Rightarrow IA = IB$  (1).

Tương tự ta có  $\Delta SIB = \Delta SIC \Rightarrow IB = IC$  (2).

Từ (1), (2) ta có  $IA = IB = IC$ . Vậy  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp của  $\Delta ABC$ .

**Câu 36:** Biết tổng  $S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{a}{b}$  (với  $a, b \in \mathbb{Z}$ ;  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tính tích  $a.b$

- A. 9.
- B. 60.
- C. 7.
- D. 10.

**Lời giải**

Đặt  $S_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$

Ta có  $S_1$  là tổng cấp số nhân lùi vô hạn với  $u_1 = \frac{1}{3}$  và công bội  $q = \frac{1}{3} \Rightarrow S_1 = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$

Nên  $S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = 2 + S_1 = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$  từ đó ta có  $a = 5, b = 2 \Rightarrow a.b = 10$ .

**Câu 37:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 11; u_2 = 13$ . Tính tổng  $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$ .

- A.**  $S = \frac{9}{209}$       **B.**  $S = \frac{10}{211}$       **C.**  $S = \frac{10}{209}$       **D.**  $S = \frac{9}{200}$

**Lời giải**

Ta có  $u_1 = 11; u_2 = 13 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 2$ .

Lại có  $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$ .

$$\Rightarrow 2S = \frac{2}{u_1 u_2} + \frac{2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{2}{u_{99} u_{100}} = \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{100} - u_{99}}{u_{100} - u_{99}}$$

$$= \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots - \frac{1}{u_{99}} + \frac{1}{u_{99}} - \frac{1}{u_{100}} \right)$$

$$= \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{100}} \right) = \left( \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 99d} \right) = \left( \frac{1}{11} - \frac{1}{11 + 99 \cdot 2} \right) = \frac{18}{209}$$

$$\Rightarrow S = \frac{9}{209}$$

**Câu 38:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_2 = -2$  và  $u_5 = 54$ . Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

- A.**  $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$       **B.**  $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$       **C.**  $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$       **D.**  $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$

**Lời giải**

Ta có  $u_5 = u_2 \cdot q^3 \Rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{u_5}{u_2}} = \sqrt[3]{\frac{54}{-2}} = -3$ .

Và  $u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$ .

$$\Rightarrow S_{1000} = \frac{u_1(q^{1000} - 1)}{q - 1} = \frac{\frac{2}{3} [(-3)^{1000} - 1]}{-3 - 1} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$$



**Câu 39:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DM$ .

**A.**  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

**B.**  $\frac{1}{2}$

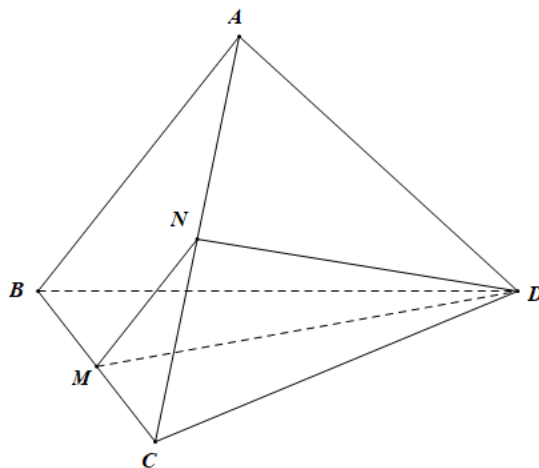
**C.**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**D.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

**Lời giải**

Gọi  $N$  là

trung điểm  $AC$



$$\Rightarrow MN \parallel AB \Rightarrow \begin{cases} (\widehat{AB, DM}) = (\widehat{MN, DM}) \\ MN = \frac{a}{2} \end{cases}$$

Ta có  $ABCD$  là hình chóp đều.

$$\Rightarrow \begin{cases} DM \perp BC \\ DN \perp AC \end{cases} \Rightarrow DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ta có } \cos(\widehat{AB, DM}) = \cos(\widehat{MN, DM}) = |\cos \widehat{NMD}| = \left| \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2 \cdot MN \cdot MD} \right|$$

$$= \left| \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} \right| = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

**Câu 40:** Hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

**A.**  $(0;4)$

**B.**  $(2; +\infty)$

**C.**  $(0; +\infty)$

**D.**  $\mathbb{R}$

**Lời giải**

Hàm số đã cho xác định trên tập  $(2; +\infty)$ . Với mọi  $x_0 \in (2; +\infty)$  ta có

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}} = \frac{2x_0+3}{\sqrt{x_0-2}} = f(x_0)$$

Do đó hàm số liên tục trên khoảng  $(2; +\infty)$ .

**Câu 41:** Số điểm gián đoạn của hàm số  $f(x) = \frac{\sin x}{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}$  ?

A. 0

B. 2

C. 1

**D. 3**

**Lời giải**

Hàm số đã cho xác định trên tập hợp  $\mathbb{R} \setminus \{1; -2 \pm \sqrt{2}\}$ .

Do đó  $f(x)$  gián đoạn tại 3 điểm là  $1; -2 - \sqrt{2}$  và  $-2 + \sqrt{2}$ .

**Câu 42:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AC = 6a; BD = 8a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BC$ . Biết  $AC \perp BD$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $MN$ .

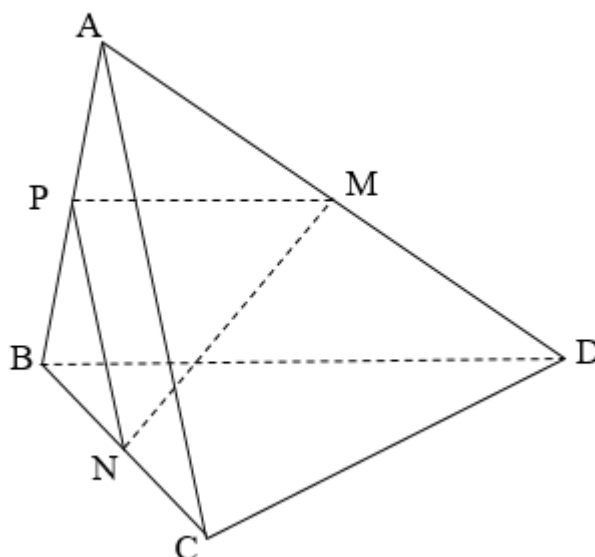
A.  $MN = a\sqrt{10}$ .

B.  $MN = 7a$ .

**C.  $MN = 5a$ .**

D.  $MN = 10a$ .

**Lời giải**



Gọi  $P$  là trung điểm của đoạn  $AB$ . Theo tính chất đường trung bình trong các tam giác  $ABD$  ta có  $PM$  song song với  $BD$  và  $PM = \frac{1}{2}BD = 4a$ .

Tương tự, trong tam giác  $ABC$  ta có  $PN$  song song với  $AC$  và  $PN = \frac{1}{2}AC = 3a$ .

Theo giả thiết  $AC \perp BD$  nên  $PM \perp PN$ .

Trong tam giác vuông  $MPN$ , ta có  $MN = \sqrt{PM^2 + PN^2} = 5a$ .

**Câu 43:** Cho giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3$  thì  $a$  bằng bao nhiêu?

A.  $a = 2$ .

B.  $a = 0$

**C.  $a = -2$ .**

D.  $a = -1$ .

**Lời giải**

Ta có,  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = (-2)^2 - 2a(-2) + 3 + a^2 = a^2 + 4a + 7$ .

$$\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3.$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a + 7 = 3.$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a + 4 = 0.$$

$$\Leftrightarrow a = -2.$$

**Câu 44:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$  thì  $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)]$  bằng bao nhiêu?

**A.** -4.

**B.** 4

**C.** 10.

**D.** -14.

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)] = 10 - 2 \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 10 - 2 \cdot 7 = -4$ .

Vậy  $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)] = -4$ .

**Câu 45:** Gọi  $S$  là tập các giá trị của tham số thực  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại

$x = 1$ . Tích các phần tử của tập  $S$  bằng.

**A.** -2.

**B.** -8.

**C.** -6.

**D.** -1.

**Lời giải**

Tập xác định của hàm số:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có:  $f(1) = m^2 + m - 8$ .

Mặt khác,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x) = -2$

Khi đó, để hàm số liên tục lại  $x_0 = 1$  thì  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

$$\text{Hay } m^2 + m - 8 = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy tích các phần tử của tập  $S$  bằng -6.

**Câu 46:** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Người ta dựng hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  đường chéo của hình vuông  $ABCD$ ; dựng hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  đường chéo của hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích  $S$  của tất cả các hình vuông  $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$  bằng 8 thì  $a$  bằng:

**A.** 2.

**B.**  $\sqrt{2}$ .

**C.**  $\sqrt{3}$ .

**D.**  $2\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

- Diện tích của hình vuông  $ABCD$  là  $S_1 = a^2$ .

- Diện tích của hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  là  $S_2 = \left(a \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$ .

- Tương tự diện tích  $S_3, S_4, \dots$  lần lượt là  $\frac{a^2}{4}, \frac{a^2}{8}, \dots$

Các diện tích này lập thành một CSN lùi vô hạn có  $u_1 = a^2$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$  và

$$S_n = S_1 + S_2 + \dots$$

$$\text{Khi đó } S = \lim S_n = \frac{a^2}{1 - \frac{1}{2}} = 2a^2.$$

$$S = 8 \Leftrightarrow a = 2 (a > 0).$$

**Câu 47:** Cho  $a, b$  là các số nguyên và  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 20$ . Tính  $P = a^2 + b^2 - a - b$

A. 400

B. 225

C. 325

D. 320

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x^2 - 1) + b(x - 1) + a + b - 5}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} [a(x + 1) + b] + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + b - 5}{x - 1}$$

$$= 2a + b + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + b - 5}{x - 1}.$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 20 \\ a + b - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 15 \\ b = -10 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } P = 15^2 + (-10)^2 - 15 - (-10) = 320.$$

**Câu 48:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = x$  ( $x > 0$ ), các cạnh còn lại bằng nhau và bằng 4. Mặt phẳng  $(P)$  chứa cạnh  $AB$  và vuông góc với cạnh  $CD$  tại  $I$ . Diện tích tam giác  $IAB$  lớn nhất bằng:

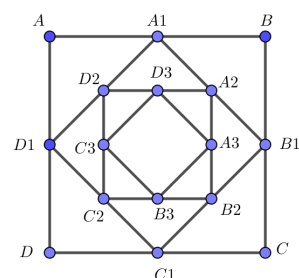
A. 12

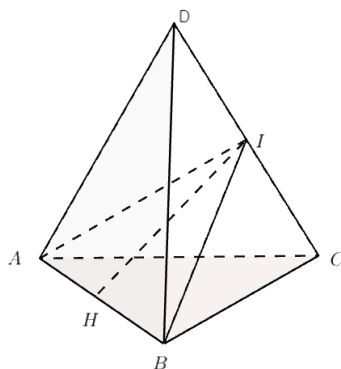
B. 6

C.  $8\sqrt{3}$

D.  $4\sqrt{3}$

Lời giải





- Các  $\triangle ACD$  và  $\triangle BCD$  đều vì có các cạnh đều bằng 4.
- Gọi  $I$  là trung điểm của  $CD$  thì  $AI \perp CD$ ,  $BI \perp CD \Rightarrow (ABI) \perp CD$ . Mặt phẳng  $(P)$  chính là mặt phẳng  $(ABI)$ .
- Mặt khác ta có  $AI$  và  $BI$  là các đường cao trong tam giác đều cạnh bằng 4 nên  $AI = BI = 2\sqrt{3}$ .
- Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB$  thì  $IH$  là đường cao trong tam giác cân  $ABI$

$$\Rightarrow IH = \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}}.$$

$$\Rightarrow S_{IAB} = \frac{1}{2} x \cdot \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}} = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}}.$$

Sử dụng bất đẳng thức Côsi ta có :  $S_{IAB} \leq \frac{\frac{x^2}{4} + \left(12 - \frac{x^2}{4}\right)}{2} = 6.$

Đấu bằng xảy ra khi  $\frac{x}{2} = \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{6}.$

Vậy diện tích tam giác  $IAB$  lớn nhất bằng 6.

- Câu 49:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$ . Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x) - 16} - 4}{x^2 + x - 6}$  bằng
- A.  $\frac{1}{5}$ .                      B.  $\frac{3}{5}$ .                      C. 20.                      D.  $-\frac{1}{20}$ .

**Lời giải**

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$  nên  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) - 16] = 0$  do nếu giới hạn này khác 0 thì giới hạn

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2}$  sẽ bằng vô cùng. Ta suy ra được  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$ .

Biến đổi

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)-32}{(x-2)(x+3)(\sqrt{2f(x)-16+4})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16+4})} \right]$$

Do  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$  nên suy ra  $\lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16+4})} \right] = \frac{1}{20}$ .

Vậy  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \left[ \frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16+4})} \right] = 12 \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{5}$ .

**Câu 50:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Biết  $a$  là giá trị để hàm số liên tục tại

điểm  $x_0 = 0$ . Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình  $x^2 - x + 36a < 0$ .

**A. 4.**

**B. 3.**

**C. 2.**

**D. 0.**

**Lời giải**

Hàm số liên tục tại điểm  $x_0 = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} = 3$ . Ta biến đổi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{(ax^2+(2a+1)x)(\sqrt{4x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(ax+2a+1)(\sqrt{4x+1}+1)} \quad (1)$$

+) Nếu  $a = -\frac{1}{2}$  thì giới hạn (1) không tồn tại, hàm số không liên tục tại điểm 0 nên loại trường hợp này.

+) Nếu  $a \neq -\frac{1}{2}$  giới hạn (1) bằng  $\frac{2}{2a+1}$ . Vậy để hàm số liên tục tại điểm 0 khi và chỉ khi

$$\frac{2}{2a+1} = 3 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{6}$$

Như vậy ta cần tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình  $x^2 - x - 6 < 0$ . Giải ra ta được  $-2 < x < 3$ . Vậy bất phương trình có 4 nghiệm nguyên là  $-1; 0; 1; 2$ .

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 02

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n(n+2)}}{n^2+n+1}$  được kết quả là
- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $\sqrt{3}$ .                      D. 0.
- Câu 2:** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ,  $I$  là trung điểm của đoạn  $MN$ . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A.  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{CB})$ .                      B.  $\overline{AN} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AD})$ .
- C.  $\overline{MA} + \overline{MB} = \vec{0}$ .                      D.  $\overline{IA} + \overline{IB} + \overline{IC} + \overline{ID} = \vec{0}$ .
- Câu 3:** Tính giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$
- A.  $J = 3$ .                      B.  $J = 1$ .                      C.  $J = 0$ .                      D.  $J = 2$ .
- Câu 4:** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$ ?
- A.  $y = \frac{2x+6}{x^2-2}$ .                      B.  $y = \frac{1}{x-2}$ .                      C.  $y = \frac{x}{x+2}$ .                      D.  $y = \frac{3x-1}{x-22}$ .
- Câu 5:** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?
- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{2n+1}$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n$ .                      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{4}\right)^n$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2$ .
- Câu 6:** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2-4x+7}{x+1}\right)$ .
- A.  $I = 4$ .                      B.  $I = 5$ .                      C.  $I = -4$ .                      D.  $I = 2$ .
- Câu 7:** Chọn mệnh đề sai
- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = 0$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = +\infty$ .                      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+2n+2} - n) = 1$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$ .
- Câu 8:** Tính giới hạn  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} (-3n^2 + 2n - 4)$
- A.  $I = +\infty$ .                      B.  $I = -\infty$ .                      C.  $I = 1$ .                      D.  $I = 0$ .
- Câu 9:** Xét các mệnh đề sau: (I):  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = +\infty$ , với  $k$  là số nguyên dương.
- (II)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k} = 0$  với  $k$  là số nguyên dương.
- (III)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$  với  $k$  là số nguyên dương.
- A. (I), (II), (III) đều đúng.                      B. Chỉ (I) đúng.
- C. Chỉ (I), (II) đúng.                      D. Chỉ (III) đúng.
- Câu 10:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = -1$ . Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(x)+1}{x-1}$ .
- A. 2.                      B. -2.                      C. 4.                      D. -4.
- Câu 11:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho  $B > 2$ , với  $B = \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x + 2m^2 - 5m + 5)$
- A.  $m \in \{0; 3\}$ .                      B.  $m < \frac{1}{2}$  hoặc  $m > 2$                       C.  $\frac{1}{2} < m < 2$ .                      D.  $-2 < m < 3$ .





- Câu 23:** Tính tổng  $S = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$
- A. 4                                      B. 3                                      C. 5                                      D.  $\frac{8}{3}$
- Câu 24:** Tính  $\lim \frac{2n^2 - 3n + 5}{2n + n^2}$
- A.  $I = 1$                                       B.  $I = \frac{-3}{2}$                                       C. 2                                      D. 0
- Câu 25:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 3n + 2$ . Tìm số hạng thứ 5 của dãy số
- A. 7.                                      B. 15.                                      C. 17.                                      D. 5.
- Câu 26:** Nếu  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)]$  bằng bao nhiêu?
- A. -18.                                      B. -1.                                      C. 1.                                      D. -17.
- Câu 27:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Đặt  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Phân tích vector  $\overrightarrow{BC'}$  qua các vector  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .
- A.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .                      B.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .                      C.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .                      D.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ .
- Câu 28:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Tính góc giữa hai vector  $\overrightarrow{DA}$  và  $\overrightarrow{BD}$ .
- A.  $60^\circ$ .                                      B.  $90^\circ$ .                                      C.  $30^\circ$ .                                      D.  $120^\circ$ .
- Câu 29:** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x^2 + x + 3} - 3}{4 - x^2}$ .
- A.  $L = -\frac{2}{7}$ .                                      B.  $L = -\frac{7}{24}$ .                                      C.  $L = -\frac{9}{31}$ .                                      D.  $L = 0$ .
- Câu 30:** Cho biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{4x^2 - x + 5}}{a|x| + 2} = \frac{2}{3}$ . Giá trị của  $a$  bằng
- A. 3.                                      B.  $-\frac{2}{3}$ .                                      C. -3.                                      D.  $\frac{4}{3}$ .
- Câu 31:** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA = SB$  và  $AC = CB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $BC \perp (SAC)$ .                      B.  $SB \perp AB$ .                      C.  $SA \perp (ABC)$ .                      D.  $AB \perp SC$ .
- Câu 32:** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 6} + 2x}{2x - 3}$  bằng
- A.  $\frac{1}{2}$ .                                      B.  $\frac{9}{17}$ .                                      C.  $\frac{3}{2}$ .                                      D. 1.
- Câu 33:** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 7x + 12}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?
- A.  $(3; 4)$ .                                      B.  $(-\infty; 4)$ .                                      C.  $(-4; 3)$ .                                      D.  $(-4; +\infty)$ .
- Câu 34:** Tính giới hạn  $I = \lim \frac{2n(3-n)+1}{1+3+5+\dots+2n-1}$ .
- A.  $I = 2$ .                                      B.  $I = 1$ .                                      C.  $I = -2$ .                                      D.  $I = -3$ .
- Câu 35:** Tính giới hạn  $I = \lim \frac{5 \cdot 4^{n+1} + 3^{n-2}}{2^{2n+1} + 1}$ .
- A.  $I = +\infty$ .                                      B.  $I = 10$ .                                      C.  $I = 0$ .                                      D.  $I = 20$ .

- Câu 36:** Nếu  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + a.x + b}{x - 2} = 3$  thì  $S = a + b$  bằng  
**A.**  $-4$ . **B.**  $8$ . **C.**  $-3$ . **D.**  $-6$ .
- Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$ ,  $SO$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SD$  và mặt phẳng đáy.  
**A.**  $\alpha = \widehat{SDA}$ . **B.**  $\alpha = \widehat{SDO}$ . **C.**  $\alpha = \widehat{SAD}$ . **D.**  $\alpha = \widehat{ASD}$ .
- Câu 38:** Cho các hàm số  $y = \sin x$  (I),  $y = \cos \sqrt{x}$  (II),  $y = \tan x$  (III). Hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?  
**A.** (I), (II). **B.** (I). **C.** (I), (II), (III). **D.** (III).
- Câu 39:** Cho điểm  $O$  ở ngoài mặt phẳng  $(\alpha)$ . Trong mặt phẳng  $(\alpha)$  có đường thẳng  $d$  đi động qua điểm  $A$  cố định. Gọi  $H, M$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $O$  trên mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $d$ . Độ dài đoạn  $OM$  lớn nhất khi  
**A.** Đường thẳng  $d$  trùng với  $HA$ . **B.** Đường thẳng  $d$  tạo với  $HA$  một góc  $45^\circ$ .  
**C.** Đường thẳng  $d$  tạo với  $HA$  một góc  $60^\circ$ . **D.** Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $HA$ .
- Câu 40:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1+2x}-1 & \text{khi } x > 0 \\ x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?  
**A.** Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ . **B.** Hàm số gián đoạn tại  $x = 3$   
**C.** Hàm số gián đoạn tại  $x = 0$ . **D.** Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .
- Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AB = AD = a$ ,  $CD = 2a$ ,  $SD$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Có bao nhiêu mặt bên của hình chóp là tam giác vuông  
**A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $H$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ . **B.**  $H$  trùng với trung điểm của  $AB$ .  
**C.**  $H$  trùng với trực tâm của tam giác  $ABC$ . **D.**  $H$  trùng với trung điểm của  $BC$ .
- Câu 43:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2 + mx - 8 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ . Tính tổng các giá trị tìm được của tham số  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = -2$ .  
**A.** 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 5.
- Câu 44:** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos x & \text{khi } \sin x \geq 0 \\ 3 - \cos x & \text{khi } \sin x < 0 \end{cases}$  có bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng  $(0; 2019)$ ?  
**A.** Vô số. **B.** 320. **C.** 321. **D.** 319.
- Câu 45:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  và  $f(1) = 2, f(5) = 10$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.** Phương trình  $f(x) = 6$  vô nghiệm.  
**B.** Phương trình  $f(x) = 7$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(1; 5)$ .  
**C.** Phương trình  $f(x) = 2$  có hai nghiệm  $x = 1, x = 5$ .  
**D.** Phương trình  $f(x) = 7$  vô nghiệm.

**Câu 46:** Cho  $a, b$  là các số dương. Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) = \frac{7}{27}$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $ab$ .

- A.  $\frac{49}{18}$ .                      B.  $\frac{59}{34}$ .                      C.  $\frac{43}{58}$ .                      D.  $\frac{75}{68}$ .

**Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh bằng  $a$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $B$  và vuông góc với  $SC$ . Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp và mặt phẳng  $(\alpha)$ ?

- A.  $\frac{a^2\sqrt{15}}{10}$ .                      B.  $\frac{a^2\sqrt{15}}{5}$ .                      C.  $\frac{a^2\sqrt{15}}{20}$ .                      D.  $\frac{a^2\sqrt{5}}{10}$ .

**Câu 48:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{f(x)+1}{x-1} \right) = -1$ . Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x) \cdot f(x) + 2}{x-1}$ .

- A.  $I = 5$ .                      B.  $I = -4$ .                      C.  $I = 4$ .                      D.  $I = -5$ .

**Câu 49:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x^2+x+2} - \sqrt[3]{2x^3+5x+1}}{x^2-1} \right) = \frac{a}{b}$  ( $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản,  $a, b$  nguyên). Tính tổng

$$L = a^2 + b^2.$$

- A. 150.                      B. 143.                      C. 140.                      D. 145.

**Câu 50:** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $2a$ . Người ta dựng tam giác đều  $A_1B_1C_1$  có cạnh bằng đường cao của tam giác  $ABC$ ; dựng tam giác đều  $A_2B_2C_2$  có cạnh bằng đường cao của tam giác  $A_1B_1C_1$  và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích  $S$  của tất cả các tam giác  $ABC, A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$  bằng  $24\sqrt{3}$  thì  $a$  bằng

- A.  $4\sqrt{3}$ .                      B. 3.                      C.  $\sqrt{6}$ .                      D.  $3\sqrt{3}$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Tính giới hạn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n}(n+2)}{n^2+n+1}$  được kết quả là

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $\sqrt{3}$ .                      D. **0.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n}(n+2)}{n^2+n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left[ \sqrt{\frac{3}{n}} \left( 1 + \frac{2}{n} \right) \right]}{n^2 \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\frac{3}{n}} \left( 1 + \frac{2}{n} \right)}{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} = 0.$$

**Câu 2:** Cho hình tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ ,  $I$  là trung điểm của đoạn  $MN$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  **$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$ .**                      B.  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$ .  
C.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .                      D.  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$ .

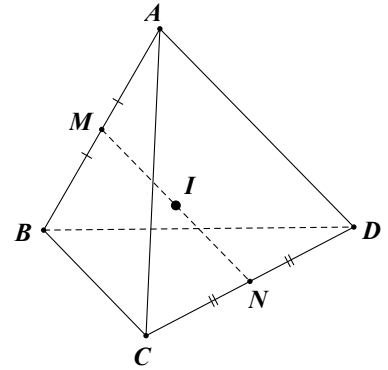
Lời giải

+) A sai. Vì  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN}$   
 $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN}$   
 $\Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{CN}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$   
 $\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) \neq \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$ .

+) B đúng. Vì  $N$  là trung điểm của  $CD$  nên  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AN}$ .

+) C đúng. Vì  $M$  là trung điểm của  $AB$  nên  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .

+) D đúng. Vì  $(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + (\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}) = 2\overrightarrow{IM} + 2\overrightarrow{IN}$   
 $= 2(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}) = \vec{0}$ .



**Câu 3:** Tính giới hạn  $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$

- A.  $J = 3$ .                      B.  $J = 1$ .                      C.  **$J = 0$ .**                      D.  $J = 2$ .

Lời giải

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cdot \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \left( 2 + \frac{3}{n} \right)}{n^3 \left( 1 + \frac{2}{n^3} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \left( 2 + \frac{3}{n} \right)}{1 + \frac{2}{n^3}} = 0.$$

**Câu 4:** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$ ?

- A.  $y = \frac{2x+6}{x^2-2}$ .                      B.  **$y = \frac{1}{x-2}$ .**                      C.  $y = \frac{x}{x+2}$ .                      D.  $y = \frac{3x-1}{x-22}$ .

Lời giải

Xét hàm số  $y = \frac{1}{x-2}$

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ . Suy ra hàm số không liên tục tại  $x = 2$ .

**Câu 5:** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

A.  $\lim \frac{1-n}{2n+1}$ .      B.  $\lim \left(\frac{3}{2}\right)^n$ .      C.  $\lim \left(\frac{\pi}{4}\right)^n$ .      D.  $\lim n^2$ .

Lời giải

Ta có  $\lim \left(\frac{\pi}{4}\right)^n = 0$  vì  $\frac{\pi}{4} < 1$ .

**Câu 6:** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 4x + 7}{x+1}\right)$ .

A.  $I = 4$ .      B.  $I = 5$ .      C.  $I = -4$ .      D.  $I = 2$ .

Lời giải

Ta có  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 4x + 7}{x+1}\right) = \frac{4}{2} = 2$ .

**Câu 7:** Chọn mệnh đề sai

A.  $\lim \frac{3}{n+1} = 0$ .      B.  $\lim (-2)^n = +\infty$ .      C.  $\lim (\sqrt{n^2 + 2n + 2} - n) = 1$ .      D.  $\lim \frac{1}{2^n} = 0$ .

Lời giải

Ta có

$$\lim \frac{3}{n+1} = \lim \frac{3}{n \left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \lim \frac{\frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = 0$$

$$\lim (\sqrt{n^2 + 2n + 2} - n) = \lim \frac{2n + 2}{\sqrt{n^2 + 2n + 2} + n} = \lim \frac{n \left(2 + \frac{2}{n}\right)}{n \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n} + \frac{2}{n^2}} + 1\right)} = \lim \frac{\left(2 + \frac{2}{n}\right)}{\left(\sqrt{1 + \frac{2}{n} + \frac{2}{n^2}} + 1\right)} = 1$$

$$\lim \frac{1}{2^n} = 0 \text{ (Vì } \frac{1}{2} < 1)$$

Vậy đáp án sai là  $\lim (-2)^n = +\infty$ .

**Câu 8:** Tính giới hạn  $I = \lim (-3n^2 + 2n - 4)$

A.  $I = +\infty$ .      B.  $I = -\infty$ .      C.  $I = 1$ .      D.  $I = 0$ .

Lời giải

Ta có:  $I = \lim (-3n^2 + 2n - 4) = \lim n^2 \left(-3 + \frac{2}{n} - \frac{4}{n^2}\right) = -\infty$

**Câu 9:** Xét các mệnh đề sau: (I):  $\lim n^k = +\infty$ , với  $k$  là số nguyên dương.

(II)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^k} = 0$  với  $k$  là số nguyên dương.

(III)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = +\infty$  với  $k$  là số nguyên dương.

A. (I), (II), (III) đều đúng.      B. Chỉ (I) đúng.  
C. Chỉ (I), (II) đúng.      D. Chỉ (III) đúng.

Lời giải

Mệnh đề đúng là (I), (II).

Mệnh đề (III) sai vì với  $k$  là một số nguyên dương lẻ thì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^k = -\infty$ .

**Câu 10:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = -1$ . Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(x)+1}{x-1}$ .

- A. 2.                                      **B. -2**                                      C. 4.                                      D. -4.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf(x)+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x[f(x)+1] - (x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x[f(x)+1]}{x-1} - 1.$$

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow 1} x = 1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = -1 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x[f(x)+1]}{x-1} = -1 \Rightarrow I = -2.$$

Vậy  $I = -2$ .

**Câu 11:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho  $B > 2$ , với  $B = \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x + 2m^2 - 5m + 5)$

- A.  $m \in \{0; 3\}$ .                                      **B.  $m < \frac{1}{2}$  hoặc  $m > 2$**                                       C.  $\frac{1}{2} < m < 2$ .                                      D.  $-2 < m < 3$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } B = \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x + 2m^2 - 5m + 5) = 2m^2 - 5m + 4$$

$$\text{Vậy } B > 2 \Leftrightarrow 2m^2 - 5m + 4 > 2 \Leftrightarrow 2m^2 - 5m + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}$$

**Câu 12:** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-2n)^3}{an^3+2} = 4$  với  $a$  là tham số. Khi đó  $a - a^2$  bằng?

- A. -4.                                      **B. -6**                                      C. -2.                                      D. 0.

**Lời giải**

$$\text{Tacó: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-2n)^3}{an^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3 \left( \frac{1}{n^3} - \frac{6}{n^2} + \frac{12}{n} - 8 \right)}{n^3 \left( a + \frac{2}{n^3} \right)} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\left( \frac{1}{n^3} - \frac{6}{n^2} + \frac{12}{n} - 8 \right)}{\left( a + \frac{2}{n^3} \right)} \right) = -\frac{8}{a}$$

$$\text{Khi đó } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-2n)^3}{an^3+2} = 4 \Leftrightarrow -\frac{8}{a} = 4 \Leftrightarrow -4a = 8 \Leftrightarrow a = -2. \text{ Vậy } a - a^2 = -2 - (2)^2 = -6$$

**Câu 13:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **Sai**?

**A.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 - x + 1} - x \right) = -\frac{1}{2}$ .                                      **B.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 2}{2x + 3} \right) = \frac{1}{2}$

**C.**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = +\infty$ .                                      **D.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2}{2-x} = -3$ .

**Lời giải**

**Đáp án A kết quả sai:**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 - x + 1} - x \right) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 \left( 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right)} - x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -x \sqrt{\left( 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right)} - x \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x \left( -\sqrt{\left( 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right)} - 1 \right) \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\sqrt{\left( 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right)} - 1 \right) = +\infty \end{aligned}$$

**Đáp án B kết quả đúng:** Ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\sqrt{x^2 \left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)} - 2}{x \left(2 + \frac{3}{x}\right)} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x \left( \sqrt{\left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) - \frac{2}{x}} \right)}{x \left(2 + \frac{3}{x}\right)} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\left( \sqrt{\left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) - \frac{2}{x}} \right)}{\left(2 + \frac{3}{x}\right)} \right) = \frac{1}{2}$$

**Đáp án C kết quả đúng:** Ta có  $\lim_{x \rightarrow -1^-} (x+1) = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^-} (3x+2) = -1 < 0$ ;  $x \rightarrow -1^- \Rightarrow x+1 < 0$

**Vậy**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x+2}{x+1} = +\infty$

**Đáp án D kết quả đúng:** Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2}{2-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(3 - \frac{2}{x}\right)}{x \left(\frac{2}{x} - 1\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(3 - \frac{2}{x}\right)}{\left(\frac{2}{x} - 1\right)} = -3$

**Câu 14:** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{-4x+2}$

- A.  $L = 1$ .                      B.  $L = \frac{1}{2}$ .                      **C.  $L = -\frac{1}{2}$ .**                      D.  $L = -\frac{3}{4}$ .

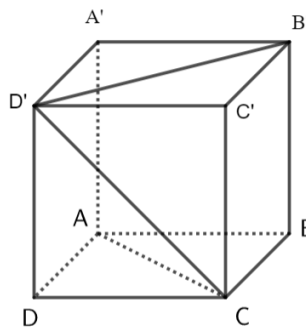
**Lời giải**

$$L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{-4x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{3}{x}}{-4 + \frac{2}{x}} = \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4) + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x}} = \frac{2-0}{-4+0} = -\frac{1}{2}.$$

**Câu 15:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Góc giữa hai đường thẳng  $B'D'$  và  $AA'$  bằng  $60^\circ$ .**  
 B. Góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $B'D'$  bằng  $90^\circ$ .  
 C. Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $D'C$  bằng  $45^\circ$ .  
 D. Góc giữa hai đường thẳng  $D'C$  và  $A'C'$  bằng  $60^\circ$ .

**Lời giải**

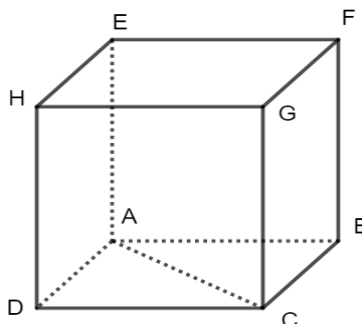


- + Đáp án A sai vì: Theo giả thiết  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình lập phương nên  $AA' \perp (A'B'C'D')$   
 $\Rightarrow AA' \perp B'D'$  hay góc giữa hai đường thẳng  $B'D'$  và  $AA'$  bằng  $90^\circ$ .  
 + Đáp án B đúng vì: góc giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $B'D'$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $A'C'$  và  $B'D'$  ( $A'C' // AC$ ) bằng  $90^\circ$ .  
 + Đáp án C đúng vì: góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $D'C$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $D'C'$  và  $D'C$  ( $D'C' // AB$ ) bằng  $45^\circ$ .  
 + Đáp án D đúng vì góc giữa hai đường thẳng  $D'C$  và  $A'C'$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $D'C$  và  $AC$  ( $A'C' // AC$ ) bằng  $60^\circ$

**Câu 16:** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$  có cạnh bằng  $a$ . Tính  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EF}$

- A.  $2a^2$ .                      B.  $a\sqrt{2}$ .                      C.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .                      D.  $a^2$ .

Lời giải



+ Do  $ABCD.EFGH$  là hình lập phương nên  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ ;  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$   
 + Ta có:  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = AC \cdot AB \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) = a\sqrt{2} \cdot a \cdot \cos 45^\circ = a^2$

**Câu 17:** Trong không gian cho điểm  $O$  và đường thẳng  $d$ . Qua điểm  $O$  có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng  $d$ ?

- A. Ba.                              B. Hai.                              C. Một.                              D. Vô số.

Lời giải

Qua một điểm bất kỳ có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

**Câu 18:** Biết bốn số  $6; x; -2; y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức  $x + 2y$  bằng

- A.  $-10$ .                              B.  $12$ .                              C.  $14$ .                              D.  $-2$ .

Lời giải

Bốn số  $6; x; -2; y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên theo tính chất của cấp số cộng ta có

$$\begin{cases} x = \frac{6-2}{2} \\ -2 = \frac{x+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -6 \end{cases}$$

Vậy  $x + 2y = -10$ .

**Câu 19:** Chọn mệnh đề đúng

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 1}{3 - 2n} = -\infty$ .                      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (3n^2 - n^3 + 1) = +\infty$ .  
 C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 3n}{2n + 5} = \frac{1}{2}$ .                      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 0$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 1}{3 - 2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left( 2 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} \right)}{n \left( \frac{3}{n} - 2 \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n \cdot \frac{2 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}}{\frac{3}{n} - 2} \right) = -\infty$$

$$\left( \text{vì } \lim_{n \rightarrow \infty} n = +\infty, \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}}{\frac{3}{n} - 2} = -1 \right).$$

Vậy đáp án A đúng.



- Câu 20:** Tính giới hạn  $\lim \frac{2017^n - 2019^{n-2}}{3 \cdot 2018^n - 2019^{n-1}}$
- A.  $\frac{-1}{2019}$ .      B.  $\frac{1}{2019}$       C.  $-2019$       D.  $0$

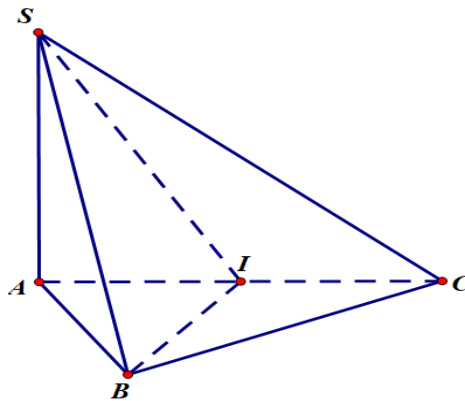
Lời giải

Ta có:  $\lim \frac{2017^n - 2019^{n-2}}{3 \cdot 2018^n - 2019^{n-1}} = \lim \frac{2019^2 \cdot 2017^n - 2019^n}{3 \cdot 2019^2 \cdot 2018^n - 2019 \cdot 2019^n}$

$$\lim \frac{2019^2 \left( \frac{2017}{2019} \right)^n - 1}{3 \cdot 2019^2 \left( \frac{2018}{2019} \right)^n - 2019} = \frac{1}{2019}.$$

- Câu 21:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $B$ ,  $AB = a$ .  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$ . Tính  $(\alpha)$ .
- A.  $\alpha = 30^\circ$ .      B.  $\alpha = 60^\circ$ .      C.  $\alpha = 45^\circ$ .      D.  $\alpha = 90^\circ$ .

Lời giải



Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC$ . Ta có:  $BI \perp AC, BI \perp SA \Rightarrow BI \perp (SAC)$ .

Do  $SB \cap (SAC) = S$  và  $BI \perp (SAC)$  nên góc giữa  $SB$  và  $(SAC)$  là  $\widehat{BSI} = \alpha$ .

Xét  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $B$ . Theo định lí Py – ta – go, ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2}.$$

Do  $I$  là trung điểm  $AC$  và  $\triangle ABC$  vuông cân tại  $B$  nên  $BI = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Xét  $\triangle SAB$  vuông tại  $A$  theo định lý Py – ta – go ta có:  $SB^2 = SA^2 + AB^2 = 2a^2 \Rightarrow SB = a\sqrt{2}$ .

Xét  $\triangle SBI$  vuông tại  $I$  ta có:  $\sin \widehat{BSI} = \frac{BI}{SB} = \frac{a\sqrt{2}}{2} : a\sqrt{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSI} = 30^\circ$ . Vậy  $\alpha = 30^\circ$ .

- Câu 22:** Cho hai đường thẳng  $a, b$  phân biệt và mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b \perp (P)$ .      B. Nếu  $a \perp (P)$  và  $b \perp a$  thì  $b // (P)$ .
- C. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $a \perp b$ .      D. Nếu  $a // (P)$  và  $b \perp (P)$  thì  $b // a$ .

- Câu 23:** Tính tổng  $S = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$
- A.  $4$       B.  $3$       C.  $5$       D.  $\frac{8}{3}$

Lời giải

Có  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$  là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn với  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$ .

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1.$$

$$\Rightarrow S = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 3.$$

**Câu 24:** Tính  $\lim \frac{2n^2 - 3n + 5}{2n + n^2}$

A.  $I = 1$

B.  $I = \frac{-3}{2}$

**C. 2**

D. 0

Lời giải

Có:  $\lim \frac{2n^2 - 3n + 5}{2n + n^2} = \lim \frac{2 - \frac{3}{n} + \frac{5}{n^2}}{\frac{2}{n} + 1} = 2$

Vì  $\begin{cases} \lim(2 - \frac{3}{n} + \frac{5}{n^2}) = 2 \\ \lim(\frac{2}{n} + 1) = 1 \end{cases}$ .

**Câu 25:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 3n + 2$ . Tìm số hạng thứ 5 của dãy số

A. 7.

B. 15.

**C. 17.**

D. 5.

Lời giải

Có:  $u_5 = 3 \cdot 5 + 2 = 17$ .

**Câu 26:** Nếu  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)]$  bằng bao nhiêu?

A. -18.

B. -1.

C. 1.

**D. -17.**

Lời giải

$\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)] = 3 - 4 \cdot 5 = -17$ .

**Câu 27:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Đặt  $\overline{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overline{AB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AC} = \vec{c}$ . Phân tích vectơ  $\overline{BC'}$  qua các vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .

**A.  $\overline{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .**

B.  $\overline{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

C.  $\overline{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .

D.  $\overline{BC'} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ .

Lời giải

$\overline{BC'} = \overline{BA} + \overline{AC} + \overline{CC'} = -\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AA'} = -\vec{b} + \vec{a} + \vec{c}$ .

**Câu 28:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Tính góc giữa hai vectơ  $\overline{DA}$  và  $\overline{BD}$ .

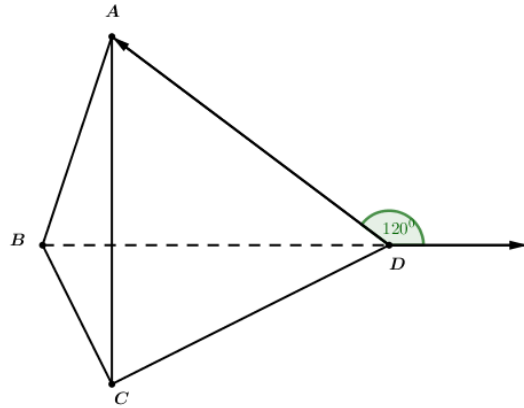
A.  $60^\circ$ .

B.  $90^\circ$ .

C.  $30^\circ$ .

**D.  $120^\circ$ .**

Lời giải



**Câu 29:** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x^2 + x + 3} - 3}{4 - x^2}$ .

A.  $L = -\frac{2}{7}$ .

**B.  $L = -\frac{7}{24}$ .**

C.  $L = -\frac{9}{31}$ .

D.  $L = 0$ .

**Lời giải**

$$L = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2x^2 + x + 3} - 3}{4 - x^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(2x-3)}{(2-x)(2+x)(\sqrt{2x^2 + x + 3} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(2x-3)}{(2-x)(\sqrt{2x^2 + x + 3} + 3)} = \frac{-7}{24}$$

**Câu 30:** Cho biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{4x^2 - x + 5}}{a|x| + 2} = \frac{2}{3}$ . Giá trị của  $a$  bằng

A. 3.

B.  $-\frac{2}{3}$ .

**C. -3.**

D.  $\frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} + \sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}}}{-a + \frac{2}{x}} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{-a} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow a = -3$$

**Câu 31:** Cho hình chóp tam giác  $S.ABC$  có  $SA = SB$  và  $AC = CB$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

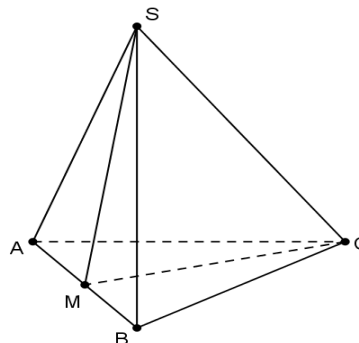
A.  $BC \perp (SAC)$ .

B.  $SB \perp AB$ .

C.  $SA \perp (ABC)$ .

**D.  $AB \perp SC$ .**

**Lời giải**



Do  $SA = SB$  nên tam giác  $SAB$  cân tại  $S$ . Do  $AC = CB$  nên tam giác  $ABC$  cân tại  $C$ .

Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ , ta có:  $\begin{cases} AB \perp SM \\ AB \perp CM \end{cases} \Rightarrow AB \perp SC$ .

**Câu 32:** Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 6} + 2x}{2x - 3}$  bằng

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.**  $\frac{9}{17}$ .

**C.**  $\frac{3}{2}$ .

**D.** 1.

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 6} + 2x}{2x - 3} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 \left(1 - \frac{3}{x} + \frac{6}{x^2}\right)} + 2x}{2x - 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{\left(1 - \frac{3}{x} + \frac{6}{x^2}\right)} + 2x}{2x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{\left(1 - \frac{3}{x} + \frac{6}{x^2}\right)} + 2}{2 - \frac{3}{x}} = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **D.**

**Câu 33:** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 7x + 12}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

**A.**  $(3; 4)$ .

**B.**  $(-\infty; 4)$ .

**C.**  $(-4; 3)$ .

**D.**  $(-4; +\infty)$ .

**Lời giải**

Điều kiện xác định:  $x^2 + 7x + 12 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq -4 \end{cases}$ .

Tập xác định của hàm số là  $D = (-\infty; -4) \cup (-4; -3) \cup (-3; +\infty)$ .

Vậy hàm số liên tục trên các khoảng  $(-\infty; -4); (-4; -3); (-3; +\infty)$ .

Do  $(3; 4) \subset (-3; +\infty)$  nên chọn đáp án **A.**

**Câu 34:** Tính giới hạn  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(3-n)+1}{1+3+5+\dots+2n-1}$ .

**A.**  $I = 2$ .

**B.**  $I = 1$ .

**C.**  $I = -2$ .

**D.**  $I = -3$ .

**Lời giải**

Ta có  $1, 3, 5, \dots, 2n-1$  là cấp số cộng có  $n$  số hạng với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \\ u_n = 2n-1 \end{cases}$

$$\Rightarrow 1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1 = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = n^2.$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } I &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(3-n)+1}{1+3+5+\dots+2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n(3-n)+1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n^2 + 6n + 1}{n^2} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-2 + \frac{6}{n} + \frac{1}{n^2}\right) = -2. \text{ Chọn đáp án } \mathbf{C}. \end{aligned}$$

**Câu 35:** Tính giới hạn  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 4^{n+1} + 3^{n-2}}{2^{2n+1} + 1}$ .

**A.**  $I = +\infty$ .

**B.**  $I = 10$ .

**C.**  $I = 0$ .

**D.**  $I = 20$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 4^{n+1} + 3^{n-2}}{2^{2n+1} + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20 \cdot 4^n + \frac{1}{9} \cdot 3^n}{2 \cdot 4^n + 1}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20 \cdot 4^n + \frac{1}{9} \cdot 3^n}{2 \cdot 4^n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{20 + \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n}{2 + \left(\frac{1}{4}\right)^n} = \frac{20 + 0}{2 + 0} = 10.$$

Vậy  $I = 10$ .

**Câu 36:** Nếu  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + a \cdot x + b}{x - 2} = 3$  thì  $S = a + b$  bằng

- A. -4.                      B. 8.                      C. -3.                      D. -6.

**Lời giải**

• Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) = 0$  và  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + a \cdot x + b}{x - 2} = 3$  là số hữu hạn nên ta có  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + a \cdot x + b) = 0$ . Do đó ta có  $4 + 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a - 4$ . Khi đó, ta có:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + a \cdot x + b}{x - 2} = 3 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + a \cdot x - 2a - 4}{x - 2} = 3 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2) + a \cdot (x - 2)}{x - 2} = 3$$

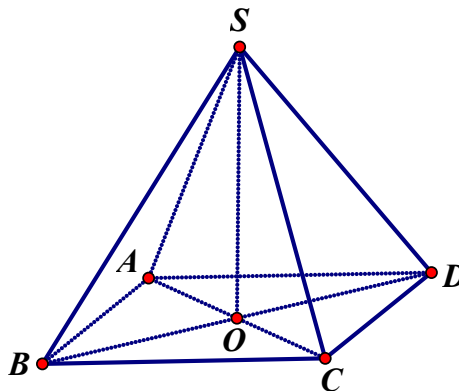
$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2 + a) = 3 \Leftrightarrow 4 + a = 3 \Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow b = -2.$$

- Vậy  $a = -1; b = -2$  nên  $S = -3$ .
- Kết luận:  $S = -3$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$ ,  $SO$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi  $\alpha$  là góc giữa  $SD$  và mặt phẳng đáy.

- A.  $\alpha = \widehat{SDA}$ .                      B.  $\alpha = \widehat{SDO}$ .                      C.  $\alpha = \widehat{SAD}$ .                      D.  $\alpha = \widehat{ASD}$ .

**Lời giải**



Do hình chiếu của đường thẳng  $SD$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $DO$  nên góc giữa  $SD$  và mặt phẳng đáy là góc giữa  $SD$  và  $DO$ . Từ đó suy ra  $\alpha = \widehat{SDO}$ .

**Câu 38:** Cho các hàm số  $y = \sin x$  (I),  $y = \cos \sqrt{x}$  (II),  $y = \tan x$  (III). Hàm số nào liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

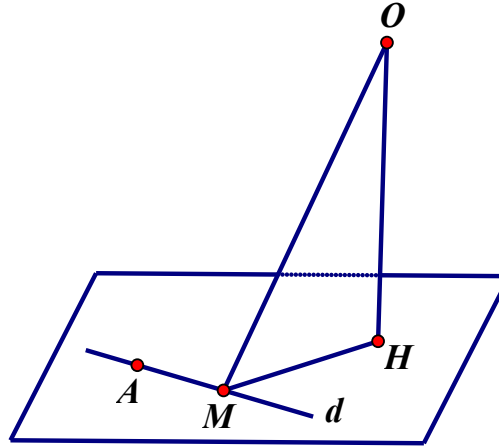
- A. (I), (II).                      B. (I).                      C. (I), (II), (III).                      D. (III).

**Lời giải**

Do các hàm số lượng giác liên tục trên các khoảng xác định của nó, mà hai hàm  $y = \cos \sqrt{x}$  và  $y = \tan x$  không có tập xác định là  $\mathbb{R}$ , hàm số  $y = \sin x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$  nên chỉ có hàm số  $y = \sin x$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- Câu 39:** Cho điểm  $O$  ở ngoài mặt phẳng  $(\alpha)$ . Trong mặt phẳng  $(\alpha)$  có đường thẳng  $d$  đi động qua điểm  $A$  cố định. Gọi  $H, M$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $O$  trên mặt phẳng  $(\alpha)$  và đường thẳng  $d$ . Độ dài đoạn  $OM$  lớn nhất khi
- A. Đường thẳng  $d$  trùng với  $HA$ .                      B. Đường thẳng  $d$  tạo với  $HA$  một góc  $45^\circ$ .  
 C. Đường thẳng  $d$  tạo với  $HA$  một góc  $60^\circ$ .      D. Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $HA$ .

Lời giải



Do  $M$  là hình chiếu của điểm  $O$  trên mặt phẳng  $(\alpha)$  nên  $OM \leq OA$ , suy ra  $OM$  lớn nhất bằng  $OA$  khi  $M \equiv A$ . Khi đó  $d \perp OH, d \perp OA$  nên  $d \perp (OHA)$  suy ra đường thẳng  $d$  vuông góc với  $HA$ .

- Câu 40:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 1+3x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .                      B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 3$   
 C. Hàm số gián đoạn tại  $x = 0$ .              D. Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

Lời giải

+ Với  $x > 0$  thì  $f(x) = \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x}$  lên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

+ Với  $x < 0$  thì  $f(x) = 1+3x$  lên tục trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

+ Xét tính liên tục của hàm số đã cho tại  $x = 0$ :

Ta có:  $f(0) = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$

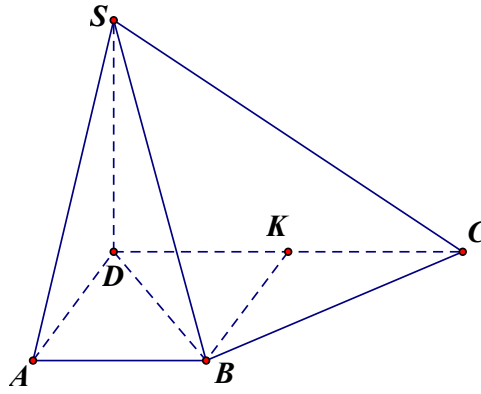
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sqrt{1+2x}-1)(\sqrt{1+2x}+1)}{x(\sqrt{1+2x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{\sqrt{1+2x}+1} = 1$$

Suy ra  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$  nên hàm số đã cho liên tục tại  $x = 0$ .

Vậy hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  hình thang vuông tại  $A$  và  $D, AB = AD = a, CD = 2a$ ,  $SD$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Có bao nhiêu mặt bên của hình chóp là tam giác vuông
- A. 1.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 4

Lời giải



Ta có:  $\triangle SDA, \triangle SDC$  vuông tại  $D$ .

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp AD \\ AB \perp SD \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp SA \text{ nên } \triangle SAB \text{ vuông tại } A.$$

Tính được:  $BD = a\sqrt{2} = BC$  và  $CD = 2a$

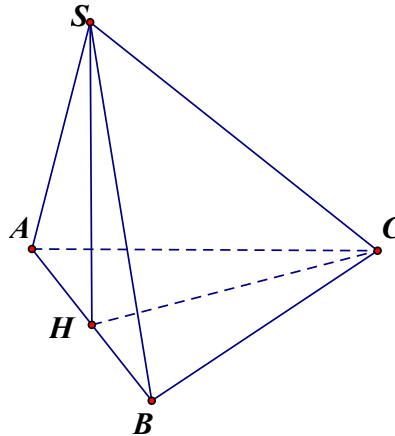
$\Rightarrow CB \perp BD$  và  $CB \perp SD \Rightarrow CB \perp (SBD) \Rightarrow CB \perp SB$  nên  $\triangle SBC$  vuông tại  $B$ .

Vậy có 4 mặt bên của hình chóp là tam giác vuông.

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ . Gọi  $H$  là hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $H$  trùng với trọng tâm của tam giác  $ABC$ .
- B.  $H$  trùng với trung điểm của  $AB$ .**
- C.  $H$  trùng với trực tâm của tam giác  $ABC$ .
- D.  $H$  trùng với trung điểm của  $BC$ .

**Lời giải**



Ta có:  $SA = SB = SC$  nên  $SH$  thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy và  $H$  trùng với trung điểm của  $AB$  vì  $HB = HC = HA$ .

Suy ra:  $SH \perp (ABC)$

**Câu 43:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m^2 + mx - 8 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ . Tính tổng các giá trị tìm được của tham số  $m$  để

hàm số liên tục tại  $x = -2$ .

- A. 2.**
- B. 4.
- C. 1.
- D. 5.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2)(2x - 1)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (2x - 1) = -5.$$

Và  $f(-2) = m^2 - 2m - 8$ .

Hàm số liên tục tại  $x = -2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -2} f(x) = f(-2)$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 = -5 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}.$$

Ta có  $3 + (-1) = 2$ .

**Câu 44:** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos x & \text{khi } \sin x \geq 0 \\ 3 - \cos x & \text{khi } \sin x < 0 \end{cases}$  có bao nhiêu điểm gián đoạn trên khoảng  $(0; 2019)$ ?

A. Vô số.

B. 320.

C. 321.

D. 319.

**Lời giải**

Ta thấy hàm số liên tục với mọi  $x$  thỏa mãn  $\sin x \neq 0$ .

Ta chỉ cần xét tại  $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{N}^*)$ , (Do  $x \in (0; 2019)$ ).

+) Xét  $x = k2\pi (k \in \mathbb{N}^*)$

$$\lim_{x \rightarrow (k2\pi)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (k2\pi)^+} (1 + \cos x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow (k2\pi)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (k2\pi)^-} (3 - \cos x) = 2$$

$$f(k2\pi) = 2.$$

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow (k2\pi)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (k2\pi)^-} f(x) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow k2\pi} f(x) = 2 = f(k2\pi)$$

$\Rightarrow f(x)$  liên tục khi  $x = k2\pi (k \in \mathbb{N}^*)$ .

+) Xét  $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{N}^*)$

$$\lim_{x \rightarrow (\pi + k2\pi)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\pi + k2\pi)^-} (1 + \cos x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow (\pi + k2\pi)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\pi + k2\pi)^+} (3 - \cos x) = 4$$

Vì  $\lim_{x \rightarrow (\pi + k2\pi)^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow (\pi + k2\pi)^-} f(x)$ , suy ra không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow \pi + k2\pi} f(x)$

$\Rightarrow f(x)$  gián đoạn với  $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{N}^*)$ .

$$\text{Vì } 0 < x < 2019 \Rightarrow 0 < \pi + k2\pi < 2019 \Rightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{2019 - \pi}{2\pi} \Rightarrow -\frac{1}{2} < k < \frac{2019 - \pi}{2\pi} < 320,9.$$

Mà  $k \in \mathbb{Z}$  suy ra  $k \in \{0; 1; 2; \dots; 320\}$ . Do đó có 321 giá trị  $k$  thỏa mãn.

**Câu 45:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  và  $f(1) = 2, f(5) = 10$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Phương trình  $f(x) = 6$  vô nghiệm.

B. Phương trình  $f(x) = 7$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(1; 5)$ .

C. Phương trình  $f(x) = 2$  có hai nghiệm  $x = 1, x = 5$ .

D. Phương trình  $f(x) = 7$  vô nghiệm.

**Lời giải**

Đặt  $g(x) = f(x) - m$ .

Vì  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$  nên  $g(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 5]$ .

Ta xét các trường hợp sau :



+ Với  $m = 6 \Rightarrow g(x) = f(x) - 6$ .

Ta có  $g(1).g(5) = [f(1) - 6].[f(5) - 6] = -4.4 = -16 < 0$ .

Suy ra phương trình  $g(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(1; 5)$ .

Hay phương trình  $f(x) = 6$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(1; 5)$ . Suy ra phương án A sai.

+ Với  $m = 7 \Rightarrow g(x) = f(x) - 7$ .

Ta có  $g(1).g(5) = [f(1) - 7].[f(5) - 7] = -5.3 = -15 < 0$ .

Suy ra phương trình  $f(x) = 7$  có ít nhất một nghiệm trên khoảng  $(1; 5)$ . Suy ra phương án B đúng; phương án D sai.

+ Với  $m = 2 \Rightarrow g(x) = f(x) - 2$ .

Ta có  $g(1) = f(1) - 2 = 0$ . Suy ra  $x = 1$  là một nghiệm của phương trình  $g(x) = 0$ .

Hay  $x = 1$  là một nghiệm của phương trình  $f(x) = 2$ .

Ta có  $g(5) = f(5) - 2 = 8 \neq 0$ . Suy ra  $x = 5$  không là nghiệm của phương trình  $g(x) = 0$ .

Hay  $x = 5$  không là nghiệm của phương trình  $f(x) = 2$ . Phương án C sai

**Câu 46:** Cho  $a, b$  là các số dương. Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) = \frac{7}{27}$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $ab$ .

A.  $\frac{49}{18}$

B.  $\frac{59}{34}$

C.  $\frac{43}{58}$

D.  $\frac{75}{68}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} + 3x + \sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} + 3x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x). \end{aligned}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 - ax} + 3x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-ax}{\sqrt{9x^2 - ax} - 3x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a}{\sqrt{9 - \frac{a}{x}} + 3} = \frac{a}{6}.$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} - 3x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{bx^2 + 5}{\sqrt[3]{(27x^3 + bx^2 + 5)^2} + 3x\sqrt[3]{27x^3 + bx^2 + 5} + 9x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{b + \frac{5}{x^2}}{\sqrt[3]{\left(27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^3}\right)^2} + 3\sqrt[3]{27 + \frac{b}{x} + \frac{5}{x^2}} + 9} = \frac{b}{27}.$$

Do đó  $\frac{a}{6} + \frac{b}{27} = \frac{7}{27}$ .

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương, ta có :  $\frac{a}{6} + \frac{b}{27} \geq 2\sqrt{\frac{a}{6} \cdot \frac{b}{27}}$

$$\Rightarrow \frac{7}{27} \geq \frac{2}{9\sqrt{2}} \sqrt{ab} \Rightarrow ab \leq \frac{49}{18}.$$

Đẳng thức xảy ra khi 
$$\begin{cases} \frac{a}{6} = \frac{b}{27} \\ \frac{a}{6} + \frac{b}{27} = \frac{7}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{9} \\ b = \frac{7}{2} \end{cases}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của  $ab$  bằng  $\frac{49}{18}$ .

**Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh bằng  $a$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $B$  và vuông góc với  $SC$ . Tính diện tích thiết diện tạo bởi hình chóp và mặt phẳng  $(\alpha)$ ?

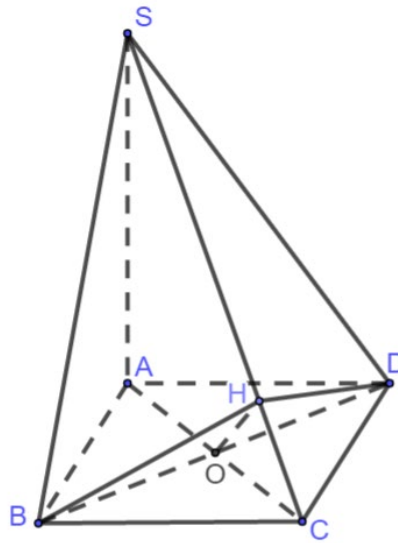
**A.**  $\frac{a^2\sqrt{15}}{10}$ .

**B.**  $\frac{a^2\sqrt{15}}{5}$ .

**C.**  $\frac{a^2\sqrt{15}}{20}$ .

**D.**  $\frac{a^2\sqrt{5}}{10}$ .

**Lời giải**



Vì  $ABCD$  là hình vuông nên  $BD \perp AC$  tại  $O$ .

Hình chiếu của  $SC$  lên  $(ABCD)$  là  $AC$  mà  $BD \perp AC$  nên  $BD \perp SC$ .

Trong  $(SAC)$ , dựng  $OH \perp AC$ ,  $H \in SC$ .

Ta có  $SC \perp BD, SC \perp OH \Rightarrow SC \perp (BHD)$ , hay  $(BHD)$  chính là mặt phẳng qua  $B$  và vuông góc với  $SC$ . Thiết diện của mặt phẳng này với hình chóp cũng chính là tam giác  $BHD$ .

Xét tam giác vuông  $SAC$  vuông tại  $A$  có  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ , ta được

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{3a^2 + 2a^2} = a\sqrt{5}.$$

Tam giác  $HOC$  vuông tại  $H$  nên

$$OH = OC \cdot \sin \widehat{OCH} = OC \cdot \sin \widehat{ACS} = OC \cdot \frac{SA}{SC} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

$$\text{Do đó, } S_{BHD} = \frac{1}{2} \cdot OH \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{10} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{15}}{10}.$$

**Câu 48:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{f(x)+1}{x-1} \right) = -1$ . Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x) \cdot f(x) + 2}{x-1}$ .

**A.**  $I = 5$ .

**B.**  $I = -4$ .

**C.**  $I = 4$ .

**D.**  $I = -5$ .

**Lời giải**

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x)(f(x) + 1) - x^2 - x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x) \frac{f(x) + 1}{x - 1} - \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2) = 2 \cdot (-1) - 3 = -5.$$

**Câu 49:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} \right) = \frac{a}{b}$  ( $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản,  $a, b$  nguyên). Tính tổng

$$L = a^2 + b^2.$$

A. 150.

B. 143.

C. 140.

D. 145.

Lời giải

$$\text{Ta có: } I = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2 + 2 - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x^2 - 1} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} = A + B.$$

- Với

$$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 + x + 2} - 2)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)}{(x^2 - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x - 2)}{(x^2 - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{(x+1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} = \frac{3}{8}.$$

- Với

$$B = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2 - \sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1})(4 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1} + 2 - \sqrt[3]{(2x^3 + 5x + 1)^2})}{(x^2 - 1)(4 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1} + 2 - \sqrt[3]{(2x^3 + 5x + 1)^2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^3 - 5x + 7}{(x^2 - 1)(4 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1} + 2 - \sqrt[3]{(2x^3 + 5x + 1)^2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(-2x^2 - 2x - 7)}{(x-1)(x+1)(4 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1} + 2 - \sqrt[3]{(2x^3 + 5x + 1)^2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 - 2x - 7}{(x+1)(4 + 2\sqrt[3]{2x^3 + 5x + 1} + \sqrt[3]{(2x^3 + 5x + 1)^2})} = -\frac{11}{24}.$$

$$\text{Ta có } I = A + B = \frac{3}{8} - \frac{11}{24} = -\frac{1}{12}. \text{ Suy ra } a = -1, b = 12.$$

$$\text{Vậy } L = a^2 + b^2 = 1 + 144 = 145.$$

**Câu 50:** Cho tam giác đều  $ABC$  có cạnh bằng  $2a$ . Người ta dựng tam giác đều  $A_1B_1C_1$  có cạnh bằng đường cao của tam giác  $ABC$ ; dựng tam giác đều  $A_2B_2C_2$  có cạnh bằng đường cao của tam giác  $A_1B_1C_1$  và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích  $S$  của tất cả các tam giác  $ABC, A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$  bằng  $24\sqrt{3}$  thì  $a$  bằng

A.  $4\sqrt{3}$ .

B. 3.

C.  $\sqrt{6}$ .

D.  $3\sqrt{3}$ .

Lời giải

Tam giác  $ABC$  có độ dài cạnh là  $a_0 = 2a$  đường cao là  $h_0 = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ ; diện tích là

$$S_0 = \frac{a_0^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}.$$

Tam giác  $A_1B_1C_1$  có độ dài cạnh là  $a_1 = h_0 = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ , suy ra đường cao là  $h_1 = \frac{h_0\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2}$

; Diện tích là  $S_1 = \frac{a_1^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(a\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$ .

Tam giác  $A_2B_2C_2$  có độ dài cạnh là  $a_2 = h_1 = \frac{3a}{2}$ , suy ra đường cao là  $h_2 = \frac{h_1\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}a}{4}$ ; Diện

tích là  $S_2 = \frac{a_2^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}a^2}{16}$ .

...

Tam giác  $A_nB_nC_n$  có độ dài cạnh là  $a_n = h_{n-1} = \frac{h_{n-2}\sqrt{3}}{2}$ , suy ra đường cao là  $h_n = \frac{h_{n-1}\sqrt{3}}{2}$ ; Diện

tích là  $S_n = \frac{a_n^2 \sqrt{3}}{4}$ .

Xét cấp số nhân  $\begin{cases} u_0 = a^2 \sqrt{3} \\ q = \frac{3}{4} \end{cases}$ .

Tổng diện tích  $S$  của tất cả các tam giác  $ABC, A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, \dots$  là

$$S = S_0 + S_1 + \dots + S_n + \dots = \lim \left( u_0 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} \right) = \lim \left( a^2 \sqrt{3} \cdot \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{1 - \frac{3}{4}} \right) = 4a^2 \sqrt{3} = 24\sqrt{3}$$

$$4a^2 \sqrt{3} = 24\sqrt{3} \Leftrightarrow a^2 = 6 \Leftrightarrow a = \sqrt{6}.$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 03

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2019}{2n+1}$  bằng
- A. 4.                                      B. 2.                                      C. 2019.                                      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 2:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2019x - 2020)$  bằng
- A. 0.                                      B. 1.                                      C.  $-\infty$ .                                      D.  $+\infty$ .
- Câu 3:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.
- A.  $(AC, B'D') = 90^\circ$ .    B.  $(BD, BD') = 60^\circ$ .    C.  $(BD, BA') = 60^\circ$ .    D.  $(AB, DD') = 90^\circ$ .
- Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-1}{2-x}$  có giá trị bằng
- A.  $-\frac{1}{2}$ .                                      B. -5.                                      C.  $\frac{3}{2}$ .                                      D. 5.
- Câu 5:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Các véc tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc tơ  $\overrightarrow{AB}$  là
- A.  $\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{D'C'}; \overrightarrow{A'B'}$ .                                      B.  $\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{A'B'}; \overrightarrow{C'D'}$ .  
 C.  $\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{C'D'}; \overrightarrow{B'A'}$ .                                      D.  $\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{A'B'}; \overrightarrow{D'C'}$ .
- Câu 6:** Cho  $a, b$  là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a, b$  để hàm số
- $$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 4x^2 + 5b & \text{khi } x = 0 \end{cases}$$
- liên tục tại
- $x = 0$
- .
- A.  $a = 5b$ .                                      B.  $a = 10b$ .                                      C.  $a = b$ .                                      D.  $a = 2b$ .
- Câu 7:** Biết  $(u_n): \begin{cases} u_1 = -5 \\ u_{n+1} = 5u_n - 20, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Khi đó  $\lim(u_n + 2 \cdot 5^n)$  là:
- A. 100.                                      B.  $-\infty$ .                                      C. -100.                                      D. 5.
- Câu 8:** Cho tứ diện  $ABCD$ , các điểm  $M, N, P$  lần lượt thuộc các cạnh  $AB, BC, CD$  nhưng không trùng với các đỉnh của tứ diện. Thiết diện của tứ diện khi cắt bởi  $mp(MNP)$  là:
- A. Một ngũ giác.                                      B. Một lục giác.                                      C. Một tứ giác.                                      D. Một tam giác.
- Câu 9:** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , có cạnh  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  và  $mp(ABCD)$
- A.  $30^\circ$ .                                      B.  $45^\circ$ .                                      C.  $60^\circ$ .                                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 10:**  $\lim_{x \rightarrow -2} (2x+1)$  có giá trị bằng
- A.  $-\infty$ .                                      B. 5.                                      C. -3.                                      D.  $+\infty$ .
- Câu 11:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n - 1}{-2n + 3}$  có giá trị bằng
- A.  $-\frac{3}{2}$ .                                      B.  $+\infty$ .                                      C.  $-\infty$ .                                      D.  $\frac{3}{2}$ .

- Câu 12:**  $\lim \frac{3^n + 4^n}{2 - 4^{n+1}}$  có giá trị bằng
- A.  $+\infty$ .                      B.  $\frac{1}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $-\frac{1}{4}$ .
- Câu 13:** Giá trị của  $m$  để  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx + \sqrt{x^2 + 2}) = -\infty$  là
- A.  $m < 0$ .                      B.  $m > -1$ .                      C.  $m > 0$ .                      D.  $m > 1$ .
- Câu 14:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. Ba đường thẳng cắt nhau đôi một thì đồng quy.  
 B. Ba đường thẳng cắt nhau đôi một và không đồng phẳng thì đồng quy.  
 C. Ba đường thẳng đồng quy thì đồng phẳng.  
 D. Ba đường thẳng cắt nhau đôi một thì đồng phẳng.
- Câu 15:**  $\lim u_n$ , với  $u_n = \frac{5n^2 + 3n - 7}{n^2}$  bằng
- A. 0.                      B. 5.                      C. 3.                      D. -7.
- Câu 16:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , biết  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$  và  $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b})$ .                      B.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} - 2\vec{a})$ .  
 C.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$ .                      D.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$ .
- Câu 17:**  $\lim \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$  bằng
- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 0.                      D. 1.
- Câu 18:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ . Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  bằng
- A. -3.                      B.  $+\infty$ .                      C. 3.                      D.  $-\infty$ .
- Câu 19:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3\sqrt{x^2 - 2}}{x}$  bằng
- A.  $-\infty$ .                      B.  $+\infty$ .                      C. 3.                      D. -3.
- Câu 20:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 1$ ?
- A.  $y = \frac{2x+1}{x^2+1}$ .                      B.  $y = x^3 + x + 1$ .                      C.  $y = \frac{x}{x^2-1}$ .                      D.  $y = \sin x$ .
- Câu 21:** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Đẳng thức nào sau đây sai?
- A.  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$ .                      B.  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$ .                      D.  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{A_1D_1}$ .
- Câu 22:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$ .
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 23:** Tính  $I = \lim (\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)$ .
- A.  $I = 1$ .                      B.  $I = -1$ .                      C.  $I = 0$ .                      D.  $I = +\infty$ .

- Câu 24:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác cân tại  $A$ ,  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $J$  là trung điểm của  $BM$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.**  $BC \perp (SAM)$ .      **B.**  $BC \perp (SAC)$ .      **C.**  $BC \perp (SAB)$ .      **D.**  $BC \perp (SAJ)$ .
- Câu 25:** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-5x+4}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?  
**A.**  $(-\infty; 4)$ .      **B.**  $(-1; 2)$ .      **C.**  $[1; +\infty)$ .      **D.**  $(2; 3)$ .
- Câu 26:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 0$ .  
**A.**  $m = 1$ .      **B.**  $m = -2$ .      **C.**  $m = -1$ .      **D.**  $m = 0$
- Câu 27:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $BC = \sqrt{2}$ , các cạnh còn lại bằng 1. Tính góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$ .  
**A.**  $120^\circ$ .      **B.**  $90^\circ$ .      **C.**  $30^\circ$ .      **D.**  $60^\circ$ .
- Câu 28:**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3-x^2}}{\sqrt{x-1}+1-x}$  có giá trị bằng  
**A.** 0.      **B.** -1.      **C.**  $+\infty$ .      **D.** 1.
- Câu 29:** Cho biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3+2^3+\dots+n^3}{n^4+1} = \frac{b}{a}$  ( $a, b \in \mathbb{N}$ ), đồng thời  $\frac{b}{a}$  là phân số tối giản. Giá trị của  $2a^2 + b^2$  là  
**A.** 99..      **B.** 33..      **C.** 73..      **D.** 51.
- Câu 30:** Tìm  $m$  sao cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + mx + 2}) = 2$   
**A.**  $m = 0$ .      **B.**  $m = 2$ .      **C.**  $m = -4$ .      **D.**  $m = -5$ .
- Câu 31:** Trong hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Gọi  $x$  là số lần rút thẻ ít nhất từ hộp để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn  $\frac{5}{6}$ . Hãy cho biết  $x$  thuộc tập nào?  
**A.**  $(2; 6)$ .      **B.**  $(4; 8)$ .      **C.**  $(0; 4)$ .      **D.**  $(6; 9)$ .
- Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và  $SA = SB = SC = b$  ( $a > b\sqrt{2}$ ). Gọi  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$ . Xét mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $G$  vuông góc với  $SC$  tại điểm  $I$  nằm giữa  $S$  và  $C$ . Diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  $(P)$  là?  
**A.**  $S = \frac{a^2\sqrt{3b^2+a^2}}{2b}$ .      **B.**  $S = \frac{a^2\sqrt{3b^2-a^2}}{9b}$ .      **C.**  $S = \frac{a^2\sqrt{3b^2+a^2}}{9b}$ .      **D.**  $S = \frac{a^2\sqrt{3b^2-a^2}}{2b}$ .
- Câu 33:** Cho ba số dương  $a, b, c$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{\sqrt{a^2+8bc}+3}{\sqrt{(a+2c)^2+1}}$  có dạng  $x\sqrt{y}$  ( $x, y \in \mathbb{N}$ ). Hỏi  $x + y$  bằng bao nhiêu:  
**A.** 11..      **B.** 13..      **C.** 9..      **D.** 7.

**Câu 34:** Cho hàm số  $f(x) = (1 + m^2)x^8 - m^5x^3 + mx - 1$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Phương trình  $f(x) = 0$  vô nghiệm với mọi  $m$ .
- B.  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = 1$ .
- C. Phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .
- D.  $f(x)$  luôn nhận giá trị âm với mọi  $m$ .

**Câu 35:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-4} + 3, & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{x+1}{x^2-2mx+3m+2}, & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để

hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m = 3$ .
- B.  $m = 4$ .
- C.  $m = 5$ .
- D.  $m = 6$ .

**Câu 36:** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng

- A. Mọi dãy số có giới hạn thì luôn luôn tăng hoặc luôn luôn giảm.
- B. Nếu  $(u_n)$  là dãy số tăng thì  $\lim u_n = +\infty$ .
- C. Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = +\infty$  thì  $\lim(u_n - v_n) = 0$ .
- D. Nếu  $u_n = a^n$  và  $-1 < a < 0$  thì  $\lim u_n = 0$ .

**Câu 37:** Giới hạn  $\lim \frac{n + n^3}{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}$  bằng:

- A. 2018.
- B. 6.
- C.  $+\infty$ .
- D. 3.

**Câu 38:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$ .
- B.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^4} = +\infty$ .
- C.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = -\infty$ .
- D.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = -\infty$ .

**Câu 39:** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x^3 + 2\sqrt{2}}{x^2 - 2}$

- A.  $-\frac{1}{2}$ .
- B.  $\frac{1}{2}$ .
- C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .
- D.  $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 40:** Tìm  $\lim u_n$  biết  $u_n = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \dots + \frac{1}{n^2-1}$ .

- A.  $\frac{3}{4}$ .
- B.  $\frac{3}{5}$ .
- C.  $\frac{2}{3}$ .
- D.  $\frac{4}{3}$ .

**Câu 41:** Cho lăng trụ tứ giác  $ABCD.A'B'C'D'$ . Có đáy là hình vuông và cạnh bên bằng  $2a$ . Hình chiếu của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là trung điểm của cạnh  $AD$ , đường thẳng  $A'C$  hợp với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc  $45^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.  $\frac{8a^3\sqrt{30}}{9}$ .
- B.  $\frac{8a^3\sqrt{30}}{27}$ .
- C.  $\frac{16a^3}{3}$ .
- D.  $\frac{16a^3}{9}$ .

**Câu 42:** Nếu  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)]$  bằng

- A. -18.
- B. -1.
- C. 1.
- D. -17.



**Câu 43:** Giới hạn  $\lim(\sqrt{n+2018}-\sqrt{n})\sqrt{n}$  bằng

- A. 1009.                      B. 2018.                      C.  $+\infty$ .                      D. 0.

**Câu 44:** Giới hạn  $\lim \frac{n+n^3}{1^2+2^2+\dots+n^2}$  bằng:

- A. 2018.                      B. 6.                      C.  $+\infty$ .                      D. 3.

**Câu 45:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC$  và  $SB$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $(\overline{SD, BC}) = 60^\circ$ .                      B.  $BD \perp (SAC)$ .                      C.  $BD \perp (IJK)$ .                      D.  $(IJK) // (SAC)$ .

**Câu 46:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2}$  có giá trị là:

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{2}{5}$ .                      C.  $-\frac{9}{20}$ .                      D. 0.

**Câu 47:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+x+2} - \sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)} = \frac{a\sqrt{2}}{b} + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị của

$a+b+c$  bằng:

- A. 5.                      B. 37.                      C. 13.                      D. 51.

**Câu 48:** Giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2-x+3}}{x}$  bằng kết quả nào trong các kết quả sau?

- A. 2.                      B. -2.                      C.  $-\sqrt{2}$ .                      D. 0.

**Câu 49:** Giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^4-3}}{\sqrt{x^2+1+x}}$  bằng kết quả nào trong các kết quả sau?

- A. 0.                      B.  $-\infty$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. 1.

**Câu 50:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{3x+5} - \sqrt{x+3}}{x-1}$  có giá trị bằng:

- A.  $-\frac{1}{6}$ .                      B. 0.                      C.  $\frac{1}{4}$ .                      D.  $-\frac{1}{5}$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2019}{2n+1}$  bằng

- A. 4.                      **B. 2.**                      C. 2019.                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+2019}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{2019}{n}}{2 + \frac{1}{n}} = 2$ .

**Câu 2:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2019x - 2020)$  bằng

- A. 0.                      **B. 1.**                      C.  $-\infty$ .                      **D.  $+\infty$ .**

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2019x - 2020) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left( 1 - \frac{2019}{x^2} - \frac{2020}{x^3} \right)$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 - \frac{2019}{x^2} - \frac{2020}{x^3} \right) = 1 > 0$

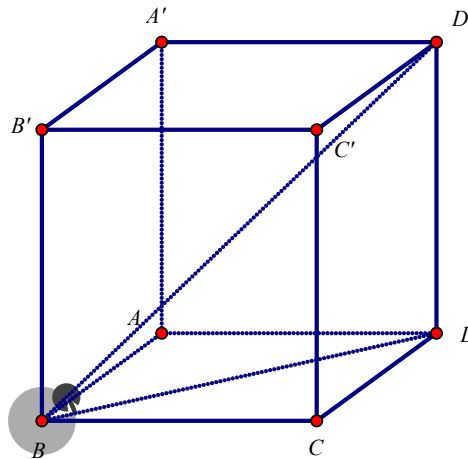
nên theo quy tắc 2,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2019x - 2020) = +\infty$ .

**Câu 3:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

- A.  $(AC, B'D') = 90^\circ$ .    **B.  $(BD, BD') = 60^\circ$ .**    C.  $(BD, BA') = 60^\circ$ .    D.  $(AB, DD') = 90^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Đáp án A ta có  $(AC, B'D') = (AC, BD) = 90^\circ$

Đáp án B ta có

$(BD, BD') = \widehat{DBD'}$ . Xét  $\triangle BDD'$  có  $\tan \widehat{DBD'} = \frac{DD'}{BD} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{DBD'} \approx 35,26^\circ \neq 60^\circ$ .

Đáp án C ta có  $(BD, BA') = \widehat{DBA'} = 60^\circ$  vì  $\triangle DBA'$  là tam giác đều

Đáp án D ta có  $(AB, DD') = (CD, DD') = \widehat{CDD'} = 90^\circ$

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-1}{2-x}$  có giá trị bằng

A.  $-\frac{1}{2}$ .

B.  $-5$ .

C.  $\frac{3}{2}$ .

D. 5.

Lời giải

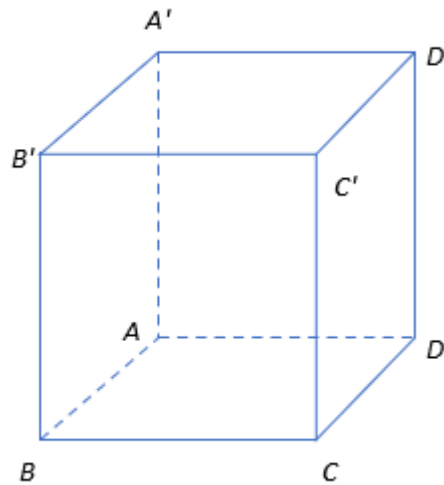
Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x-1}{2-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-\frac{1}{x}}{\frac{2}{x}-1} = \frac{5-0}{0-1} = -5$ . (Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x} = 0$ ).

**Câu 5:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Các véc tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc tơ  $\overrightarrow{AB}$  là

A.  $\overrightarrow{CD}; \overrightarrow{D'C'}; \overrightarrow{A'B'}$ . B.  $\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{A'B'}; \overrightarrow{C'D'}$ .

C.  $\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{C'D'}; \overrightarrow{B'A'}$ . D.  $\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{A'B'}; \overrightarrow{D'C'}$ .

Lời giải



Dựa vào hình ta có: Các véc tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc tơ  $\overrightarrow{AB}$  là  $\overrightarrow{DC}; \overrightarrow{A'B'}; \overrightarrow{D'C'}$ .

**Câu 6:** Cho  $a, b$  là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a, b$  để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 4x^2 + 5b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

A.  $a = 5b$ .

B.  $a = 10b$ .

C.  $a = b$ .

D.  $a = 2b$ .

Lời giải

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

Hàm số đã cho liên tục tại  $x = 0$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ .

Mà  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt{ax+1}+1} = \frac{a}{2}$ ;

$f(0) = 5b$ .

Suy ra  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{a}{2} = 5b \Leftrightarrow a = 10b$ .

**Câu 7:** Biết  $(U_n): \begin{cases} u_1 = -5 \\ u_{n+1} = 5u_n - 20, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Khi đó  $\lim(u_n + 2.5^n)$  là:

A. 100.

B.  $-\infty$ .

C. -100.

D. 5.

**Lời giải**

Đặt  $u_n = v_n + 5, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_{n+1} = v_{n+1} + 5$

$\Leftrightarrow v_{n+1} = u_{n+1} - 5 \Leftrightarrow v_{n+1} = 5u_n - 20 - 5 \Leftrightarrow v_{n+1} = 5(v_n + 5) - 25, \forall n \in \mathbb{N}^*$

$\Leftrightarrow v_{n+1} = 5v_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

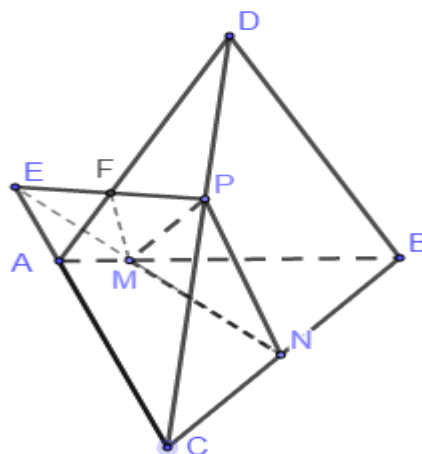
Vậy  $(v_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = 5$ ,  $v_1 = u_1 - 5 = -10$  và SHTQ:  $v_n = -10.5^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Suy ra  $u_n = -10.5^{n-1} + 5 \Rightarrow \lim(u_n + 2.5^n) = \lim(-10.5^{n-1} + 10.5^{n-1} + 5) = 5$ .

**Câu 8:** Cho tứ diện  $ABCD$ , các điểm  $M, N, P$  lần lượt thuộc các cạnh  $AB, BC, CD$  nhưng không trùng với các đỉnh của tứ diện. Thiết diện của tứ diện khi cắt bởi  $mp(MNP)$  là:

- A. Một ngũ giác.      B. Một lục giác.      **C. Một tứ giác.**      D. Một tam giác.

**Lời giải**

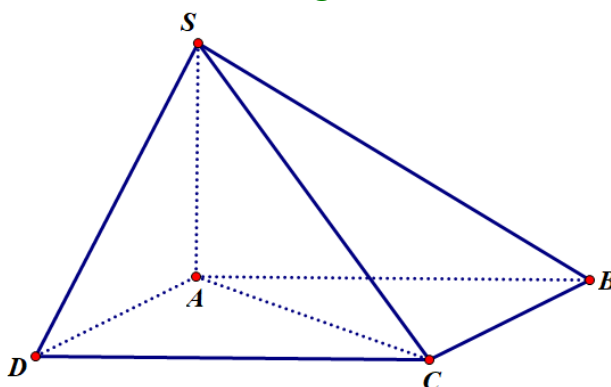


Gọi  $E = MN \cap AC, F = EP \cap DA$  ta có thiết diện cần tìm là tứ giác  $MNPF$ .

**Câu 9:** Cho hình chóp  $SABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , có cạnh  $SA = a\sqrt{2}$  và  $SA$  vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  và  $mp(ABCD)$

- A.  $30^\circ$ .      **B.  $45^\circ$**       C.  $60^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**



Ta có  $AC$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên  $mp(ABCD)$  nên góc giữa  $SC$  và  $mp(ABCD)$  là góc  $\widehat{SCA}$

Xét tam giác vuông  $SAC$  có  $SA = a\sqrt{2}, AC = a\sqrt{2}$  (đường chéo của hình vuông)

Hay  $\Delta SAC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ . Vậy  $\widehat{SCA} = 45^\circ$ .

**Câu 10:**  $\lim_{x \rightarrow -2} (2x+1)$  có giá trị bằng

- A.  $-\infty$ .                      B. 5.                      C. **-3.**                      D.  $+\infty$ .

Lời giải

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -2} (2x+1) = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$ .

**Câu 11:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n - 1}{-2n + 3}$  có giá trị bằng

- A.  $-\frac{3}{2}$ .                      B.  $+\infty$ .                      C.  **$-\infty$ .**                      D.  $\frac{3}{2}$ .

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n - 1}{-2n + 3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot \left(3 - \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}\right)}{-2 + \frac{3}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}}{-2 + \frac{3}{n}}$$

$$\text{Mà } \lim_{n \rightarrow \infty} n = +\infty; \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{2}{n} - \frac{1}{n^2}}{-2 + \frac{3}{n}} = -\frac{3}{2} \text{ nên } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n - 1}{-2n + 3} = -\infty.$$

**Câu 12:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n}{2 - 4^{n+1}}$  có giá trị bằng

- A.  $+\infty$ .                      B.  $\frac{1}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  **$-\frac{1}{4}$ .**

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n}{2 - 4^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n}{2 - 4 \cdot 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n + 1}{2\left(\frac{1}{4}\right)^n - 4} = -\frac{1}{4}.$$

**Câu 13:** Giá trị của  $m$  để  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (mx + \sqrt{x^2 + 2}) = -\infty$  là

- A.  $m < 0$ .                      B.  $m > -1$ .                      C.  $m > 0$ .                      D.  **$m > 1$ .**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} (mx + \sqrt{x^2 + 2}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( m - \sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} \right)$$

$$\text{Mà } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( m - \sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} \right) = m - 1 \end{cases} \Rightarrow \text{Để } \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( m - \sqrt{1 + \frac{2}{x^2}} \right) = -\infty \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1.$$

**Câu 14:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Ba đường thẳng cắt nhau đôi một thì đồng quy.  
**B. Ba đường thẳng cắt nhau đôi một và không đồng phẳng thì đồng quy.**  
 C. Ba đường thẳng đồng quy thì đồng phẳng.  
 D. Ba đường thẳng cắt nhau đôi một thì đồng phẳng.

Lời giải

**Câu 15:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ , với  $u_n = \frac{5n^2 + 3n - 7}{n^2}$  bằng

A. 0.

**B. 5.**

C. 3.

D. -7.

Lời giải

$$\text{Ta có } \lim u_n = \lim \left( \frac{5n^2}{n^2} + \frac{3n}{n^2} - \frac{7}{n^2} \right) = \lim \left( 5 + \frac{3}{n} - \frac{7}{n^2} \right) = 5.$$

**Câu 16:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , biết  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$  và  $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b})$ . B.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} - 2\vec{a})$ .

**C.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$**  D.  $\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$ .

Lời giải

Ta có

$$\overrightarrow{DM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c}).$$

**Câu 17:**  $\lim \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n}$  bằng

A.  $+\infty$ .

B.  $-\infty$ .

**C. 0.**

D. 1.

Lời giải

Ta có

$$\lim \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n} = \lim \frac{3^n - 2 \cdot 2^n - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n} = \lim \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 2 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^n - 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n}{3 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^n + 1} = 0.$$

**Câu 18:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ . Giá trị  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  bằng

A. -3.

B.  $+\infty$ .

C. 3.

**D.  $-\infty$ .**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 3x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left( 1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right).$$

$$\text{Do } \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} \right) = 1 \text{ nên } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$$

**Câu 19:**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3\sqrt{x^2 - 2}}{x}$  bằng

A.  $-\infty$ .

B.  $+\infty$ .

C. 3.

**D. -3.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3\sqrt{x^2 - 2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3|x|\sqrt{1 - \frac{2}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x\sqrt{1 - \frac{2}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -3\sqrt{1 - \frac{2}{x^2}} \right) = -3.$$

**Câu 20:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 1$ ?

A.  $y = \frac{2x+1}{x^2+1}$ .

B.  $y = x^3 + x + 1$ .

**C.  $y = \frac{x}{x^2-1}$ .**

D.  $y = \sin x$ .

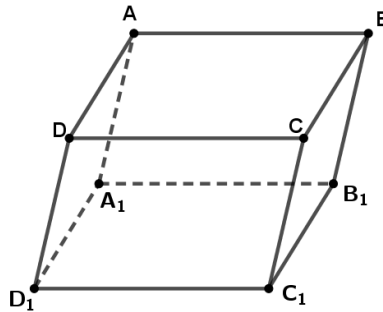
Lời giải

Xét hàm số  $y = \frac{x}{x^2-1}$ , hàm số này không xác định tại  $x = 1$ . Do đó hàm số gián đoạn tại  $x = 1$ .

**Câu 21:** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Đẳng thức nào sau đây **sai**?

- A.  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} = 2\overrightarrow{AC}$ .    B.  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CC_1}$ .    **D.  $\overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{A_1D_1}$ .**

Lời giải

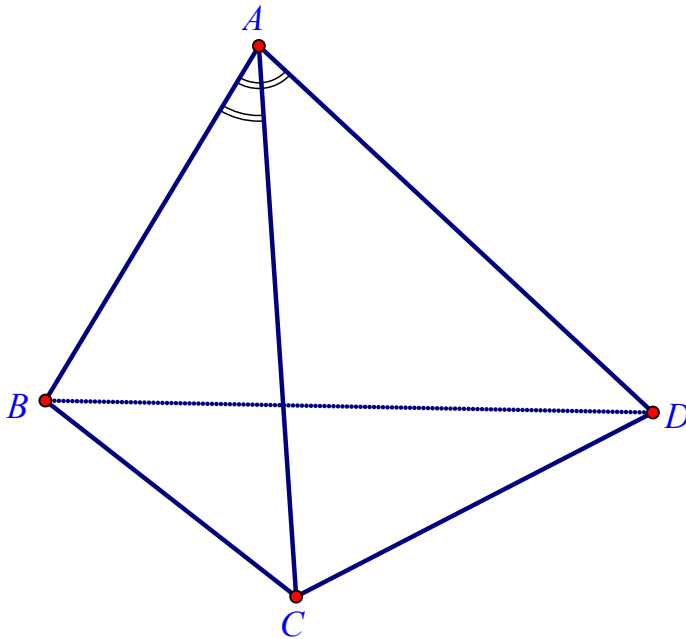


$$\begin{aligned}
 + \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{A_1C} &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC_1} + \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}. \\
 + \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA_1} + 2\overrightarrow{C_1C} &= \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{C_1C} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C_1A_1} = \vec{0}. \\
 + \overrightarrow{CA_1} + \overrightarrow{AC} &= \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{CC_1}. \\
 + \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CD} &= \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{C_1D_1} = \overrightarrow{AD_1}.
 \end{aligned}$$

**Câu 22:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = AC = AD$  và  $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$ .

- A.  $30^\circ$ .    B.  $45^\circ$ .    C.  $60^\circ$ .    **D.  $90^\circ$ .**

Lời giải



Ta có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} - AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 0$ .

Do đó  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD}$ , tức  $AB \perp CD$ . Vậy  $(AB, CD) = 90^\circ$ .

**Câu 23:** Tính  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)$ .

- A.  $I = 1$ .    **B.  $I = -1$ .**    C.  $I = 0$ .    D.  $I = +\infty$ .

Lời giải

Ta có

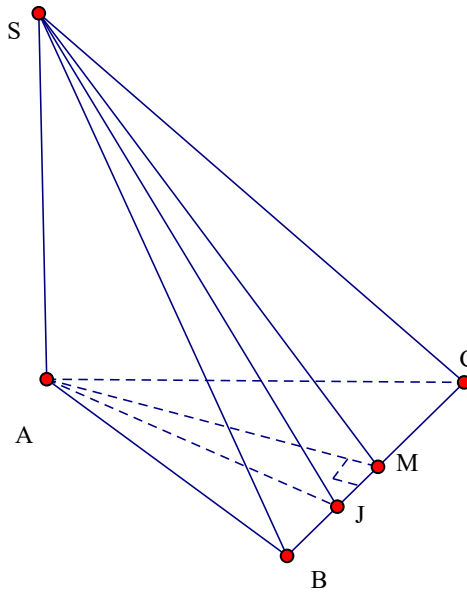
$$I = \lim \left( \sqrt{n^2 - 2n + 3} - n \right) = \lim \frac{(\sqrt{n^2 - 2n + 3} - n)(\sqrt{n^2 - 2n + 3} + n)}{\sqrt{n^2 - 2n + 3} + n} = \lim \frac{(n^2 - 2n + 3) - n^2}{\sqrt{n^2 - 2n + 3} + n}$$

$$= \lim \frac{-2n + 3}{\sqrt{n^2 - 2n + 3} + n} = \lim \frac{-2 + \frac{3}{n}}{\sqrt{1 - \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}} + 1} = \frac{-2}{\sqrt{1} + 1} = -1.$$

**Câu 24:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác cân tại  $A$ ,  $SA$  vuông góc với đáy,  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $J$  là trung điểm của  $BM$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $BC \perp (SAM)$ .      **B.**  $BC \perp (SAC)$ .      **C.**  $BC \perp (SAB)$ .      **D.**  $BC \perp (SAJ)$ .

**Lời giải**



Ta có  $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$  (1).

$\Delta ABC$  cân tại  $A \Rightarrow AM \perp BC$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $BC \perp (SAM)$ .

**Câu 25:** Hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 5x + 4}$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A.**  $(-\infty; 4)$ .      **B.**  $(-1; 2)$ .      **C.**  $[1; +\infty)$ .      **D.**  $(2; 3)$ .

**Lời giải**

Ta có  $f(x)$  là hàm số phân thức hữu tỉ có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$  nên  $f(x)$  liên tục trên các khoảng  $(-\infty; 1)$ ,  $(1; 4)$ ,  $(4; +\infty)$ .

Do đó  $f(x)$  liên tục trên  $(2; 3)$ .

**Câu 26:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} & \text{khi } x < 0 \\ m + \frac{1-x}{1+x} & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$  liên tục tại

$x = 0$ .

- A.**  $m = 1$ .      **B.**  $m = -2$ .      **C.**  $m = -1$ .      **D.**  $m = 0$



**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left( m + \frac{1-x}{1+x} \right) = m+1$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{-2x}{x(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{-2}{(\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x})} \right) = -1$$

$$f(0) = m+1$$

$f(x)$  liên tục tại  $x=0$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow m+1 = -1 \Rightarrow m = -2$ .

**Câu 27:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $BC = \sqrt{2}$ , các cạnh còn lại bằng 1. Tính góc giữa hai đường thẳng  $SB$  và  $AC$ .

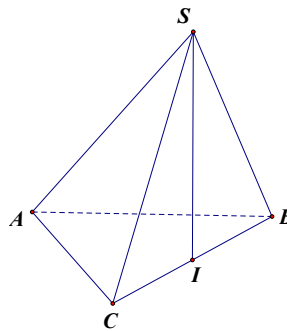
**A.**  $120^\circ$ .

**B.**  $90^\circ$ .

**C.**  $30^\circ$ .

**D.**  $60^\circ$ .

**Lời giải**



Ta có  $SB = SC = 1$ ,  $BC = \sqrt{2}$  nên tam giác  $SBC$  vuông cân tại  $S$ .

Vì  $SA = SB = AB = 1$  nên tam giác  $SAB$  là tam giác đều.

$$\text{Ta có } \cos(SB, AC) = \left| \cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{AC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{SB \cdot AC}$$

$$\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{SB}(\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SA} = SB \cdot SC \cdot \cos 90^\circ - SB \cdot SA \cdot \cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(AB, SC) = \frac{\left| \frac{-1}{2} \right|}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{(AB, SC)} = 60^\circ$$

**Câu 28:**  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3 - x^2}}{\sqrt{x-1} + 1 - x}$  có giá trị bằng

**A.** 0.

**B.** -1.

**C.**  $+\infty$ .

**D.** 1.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^3 - x^2}}{\sqrt{x-1} + 1 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1} - (x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{1 - \sqrt{x-1}} = \frac{1}{1 - \sqrt{1-1}} = 1$$

**Câu 29:** Cho biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}{n^4 + 1} = \frac{b}{a}$  ( $a, b \in \mathbb{N}$ ), đồng thời  $\frac{b}{a}$  là phân số tối giản. Giá trị của  $2a^2 + b^2$

là

**A.** 99..

**B.** 33..

**C.** 73..

**D.** 51.

**Lời giải**

Ta có  $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{(n^2 + n)^2}{4}$  (có thể chứng minh đẳng thức này bằng quy nạp). Do đó

$$\frac{b}{a} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + \dots + n^3}{n^4 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + 2n^3 + n^2}{4(n^4 + 1)} = \frac{1}{4}$$

Mà theo đề, đồng thời  $\frac{b}{a}$  là phân số tối giản nên ta suy ra  $b = 1, a = 4$ . Vậy  $2a^2 + b^2 = 33$ .

- Câu 30:** Tìm  $m$  sao cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + mx + 2}) = 2$
- A.  $m = 0$ .                      B.  $m = 2$ .                      C.  $m = -4$ .                      D.  $m = -5$ .

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + mx + 2}) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - (x^2 + mx + 2)}{x + \sqrt{x^2 + mx + 2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-(mx + 2)}{x + \sqrt{x^2 + mx + 2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-m - \frac{2}{x}}{1 + \sqrt{1 + \frac{m}{x} + \frac{2}{x^2}}} = \frac{-m}{2} = 2 \Rightarrow m = -4 \end{aligned}$$

- Câu 31:** Trong hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Gọi  $x$  là số lần rút thẻ ít nhất từ hộp để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn  $\frac{5}{6}$ . Hãy cho biết  $x$  thuộc tập nào?
- A. (2;6).                      B. (4;8).                      C. (0;4).                      D. (6;9).

Lời giải

Số cách chọn  $x$  thẻ ( $1 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$ ) từ 9 thẻ là:  $C_9^x \Rightarrow n(\Omega) = C_9^x$

Gọi  $A$ : “trong  $x$  thẻ rút ra có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4”

Suy ra:  $\bar{A}$  “Trong  $x$  thẻ rút ra không có thẻ nào mang số chia hết cho 4”

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = C_7^x \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{C_7^x}{C_9^x} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{C_7^x}{C_9^x}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} P(A) > \frac{5}{6} &\Leftrightarrow 1 - \frac{C_7^x}{C_9^x} > \frac{5}{6} \Leftrightarrow 1 - \frac{7!}{x!(7-x)!} > \frac{5}{6} \\ &\Leftrightarrow 1 - \frac{(9-x)(8-x)}{72} > \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{(9-x)(8-x)}{72} < \frac{1}{6} \Leftrightarrow x^2 - 17x + 60 < 0 \Leftrightarrow 5 < x < 12. \end{aligned}$$

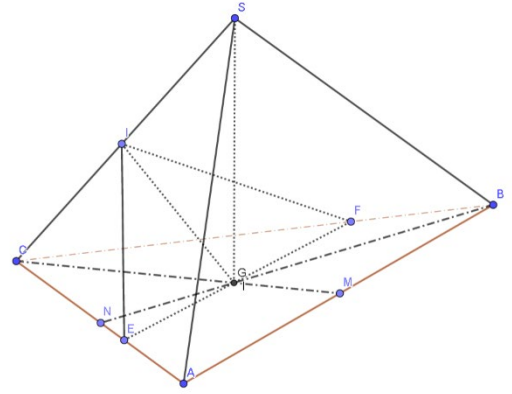
Kết hợp điều kiện, ta có  $6 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$ .

Vậy phải rút ít nhất 6 thẻ nên  $x \in (4;8)$ .

- Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và  $SA = SB = SC = b$  ( $a > b\sqrt{2}$ ). Gọi  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$ . Xét mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $G$  vuông góc với  $SC$  tại điểm  $I$  nằm giữa  $S$  và  $C$ . Diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  $(P)$  là?

- A.  $S = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 + a^2}}{2b}$ .                      B.  $S = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{9b}$ .                      C.  $S = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 + a^2}}{9b}$ .                      D.  $S = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{2b}$ .

Lời giải



Trong  $(ABC)$  kẻ đường thẳng đi qua  $G$  song song với  $AB$  cắt  $AC, BC$  lần lượt tại  $E, F$ .  
 Khi đó,  $EF \perp CG$  (1)

Theo giả thiết ta suy ra hình chóp  $S.ABC$  là hình chóp đều suy ra:  $SG \perp (ABC)$  (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra  $SC \perp EF \Rightarrow (P) \equiv (IEF) \Rightarrow$  thiết diện có được là tam giác  $IEF$ .

Ta có:  $EF = \frac{2}{3} AB = \frac{2}{3} a$ . Tam giác  $SGC$  vuông tại  $G$ ,  $GI \perp SC \Rightarrow GI = \frac{GC \cdot GS}{SC}$ .

$$GC = \frac{a\sqrt{3}}{3}, GS = \sqrt{SC^2 - GC^2} = \sqrt{b^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{3b^2 - a^2} \Rightarrow GI = \frac{SG \cdot GC}{SC} = \frac{a\sqrt{3b^2 - a^2}}{3b}$$

Diện tích tam giác  $IEF$  là  $\frac{1}{2} FE \cdot GI = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{9b}$ .

**Câu 33:** Cho ba số dương  $a, b, c$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{a^2 + 8bc + 3}}{\sqrt{(a+2c)^2 + 1}}$$

có dạng  $x\sqrt{y}$  ( $x, y \in \mathbb{N}$ ). Hỏi  $x + y$  bằng bao nhiêu:

**A. 11.**

**B. 13..**

**C. 9..**

**D. 7.**

**Lời giải**

Vì  $a, b, c$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng  $\Rightarrow a + c = 2b \Rightarrow \sqrt{a^2 + 8bc} = a + 2c$

$$\Rightarrow P = \frac{(a+2c)+3}{\sqrt{(a+2c)^2 + 1}}. \text{ Dễ thấy } P > 0.$$

Đặt  $a + 2c = t$  ( $t > 0$ )

$$\text{Ta có } P = \frac{t+3}{\sqrt{t^2+1}} \Leftrightarrow P^2 = \frac{t^2+6t+9}{t^2+1} \Leftrightarrow P^2 t^2 + P^2 = t^2 + 6t + 9 \Leftrightarrow (P^2 - 1)t^2 - 6t + P^2 - 9 = 0 (*)$$

Để tồn tại  $P$  thì phương trình  $(*)$  phải có nghiệm  $t > 0$

$P^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow P = \pm 1, (*) \Leftrightarrow t = -\frac{4}{3} < 0$  (không thỏa mãn, do đó loại  $P = \pm 1$ ).

$(*)$  có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - (p^2 - 1)(p^2 - 9) \geq 0 \\ \frac{6}{p^2 - 1} > 0 \\ \frac{p^2 - 9}{p^2 - 1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P^2(10 - P^2) \geq 0 \\ P^2 - 1 > 0 \\ P^2 - 9 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P^2 \leq 10 \\ P^2 > 9 \end{cases} \Rightarrow P \leq \sqrt{10}$$

Vậy  $P_{\max} = \sqrt{10} \Rightarrow x = 1; y = 10 \Rightarrow x + y = 11$ .

**Câu 34:** Cho hàm số  $f(x) = (1 + m^2)x^8 - m^5x^3 + mx - 1$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Phương trình  $f(x) = 0$  vô nghiệm với mọi  $m$ .
- B.  $f(x)$  gián đoạn tại  $x = 1$ .
- C. Phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .**
- D.  $f(x)$  luôn nhận giá trị âm với mọi  $m$ .

**Lời giải**

**FB Tác giả: Anh Bùi**

$f(x)$  là hàm đa thức nên liên tục trên  $\mathbb{R} \Rightarrow$  Loại. **B.**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow$  Loại. **D.**

$f(0) = -1, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow f(x)$  có nghiệm thuộc  $(0; +\infty) \Rightarrow$  Loại. **A.**

Vậy đáp án đúng là. **C.**

**Câu 35:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x-4} + 3, & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{x+1}{x^2-2mx+3m+2}, & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  để

hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $m = 3$ .
- B.  $m = 4$ .
- C.  $m = 5$ .**
- D.  $m = 6$ .

**Lời giải**

Ta có  $f(2) = 3$ .

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (\sqrt{2x-4} + 3) = 3.$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x^2-2mx+3m+2} = \frac{3}{6-m}.$$

Hàm số liên tục tại  $x_0 = 2$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \frac{3}{6-m} = 3 \Leftrightarrow m = 5$ .

Suy ra khi  $m = 5$  thì hàm số đã cho liên tục tại  $x_0 = 2$ .

Mặt khác, với  $x \geq 2$  thì  $f(x) = \sqrt{2x-4} + 3$  liên tục.

Với  $x < 2$  thì hàm  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-10x+17}$  liên tục.

Vậy với  $m = 5$  thì hàm  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 36:** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng

- A. Mọi dãy số có giới hạn thì luôn luôn tăng hoặc luôn luôn giảm.

- B. Nếu  $(u_n)$  là dãy số tăng thì  $\lim u_n = +\infty$ .
- C. Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = +\infty$  thì  $\lim(u_n - v_n) = 0$ .
- D. Nếu  $u_n = a^n$  và  $-1 < a < 0$  thì  $\lim u_n = 0$ .**

**Lời giải**

A sai. Vì có dãy số không tăng cũng không giảm, ví dụ dãy hằng.

B sai. Phản ví dụ:  $u_n = \frac{n}{n+1}$  là dãy tăng nhưng  $\lim u_n = 1$ .

C sai. Phản ví dụ:  $\begin{cases} u_n = 2n \\ v_n = n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim u_n = +\infty \\ \lim v_n = +\infty \\ \lim(u_n - v_n) = +\infty \end{cases}$ .

D đúng vì  $\lim a^n = 0$  với  $|a| < 1$ .

**Câu 37:** Giới hạn  $\lim \frac{n + n^3}{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}$  bằng:

- A. 2018.                      B. 6.                      C.  $+\infty$ .                      **D. 3.**

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \lim \frac{n + n^3}{1^2 + 2^2 + \dots + n^2} &= \lim \frac{n + n^3}{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}} = \lim \frac{6(n + n^3)}{n(n+1)(2n+1)} \\ &= \lim \frac{6n^3 \left( \frac{1}{n^2} + 1 \right)}{n^3 \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \left( 2 + \frac{1}{n} \right)} = \lim \frac{6 \left( \frac{1}{n^2} + 1 \right)}{\left( 1 + \frac{1}{n} \right) \left( 2 + \frac{1}{n} \right)} = 3 \end{aligned}$$

Vậy  $\lim \frac{n + n^3}{1^2 + 2^2 + \dots + n^2} = 3$ .

**Câu 38:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$ .**                      B.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^4} = +\infty$ .                      C.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = -\infty$ .                      **D.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = -\infty$ .**

**Lời giải**

$\frac{1}{\sqrt{x}}$  xác định với  $x > 0$  nên không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}}$ . Đó đó phương án A sai.

Các phương án còn lại đều đúng.

**Câu 39:** Tính giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x^3 + 2\sqrt{2}}{x^2 - 2}$

- A.  $\frac{-1}{2}$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      **D.  $\frac{-3\sqrt{2}}{2}$ .**

**Lời giải**

Ta có:

$$I = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{x^3 + 2\sqrt{2}}{x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{(x + \sqrt{2})(x^2 - \sqrt{2}x + 2)}{(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} \frac{(x^2 - \sqrt{2}x + 2)}{(x - \sqrt{2})} = \frac{2 + 2 + 2}{-2\sqrt{2}} = \frac{-3\sqrt{2}}{2}.$$

**Câu 40:** Tìm  $\lim u_n$  biết  $u_n = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \dots + \frac{1}{n^2-1}$ .

- A.**  $\frac{3}{4}$                       **B.**  $\frac{3}{5}$                       **C.**  $\frac{2}{3}$                       **D.**  $\frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

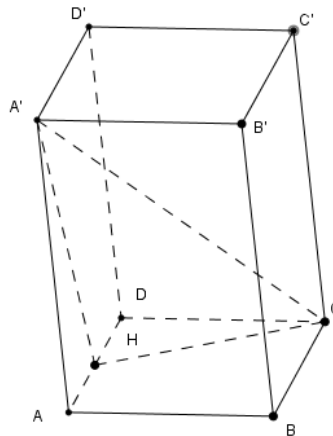
$$\begin{aligned} \text{Ta có: } u_n &= \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \dots + \frac{1}{n^2-1} = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(n-1)(n+1)} \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2(n+1)}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra: } \lim u_n = \lim \left[ \frac{3}{4} - \frac{1}{2(n+1)} \right] = \frac{3}{4}.$$

**Câu 41:** Cho lăng trụ tứ giác  $ABCD.A'B'C'D'$ . Có đáy là hình vuông và cạnh bên bằng  $2a$ . Hình chiếu của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là trung điểm của cạnh  $AD$ , đường thẳng  $A'C$  hợp với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc  $45^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.**  $\frac{8a^3\sqrt{30}}{9}$                       **B.**  $\frac{8a^3\sqrt{30}}{27}$                       **C.**  $\frac{16a^3}{3}$                       **D.**  $\frac{16a^3}{9}$ .

**Lời giải:**



Gọi H là trung điểm AD, ta có:  $A'H \perp (ABCD)$

$\Rightarrow HC$  là hình chiếu của  $A'C$  trên  $(ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{(A'C, (ABCD))} = \widehat{(A'C, HC)} = \widehat{HCA'} = 45^\circ$

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác HDC vuông tại D ta có:

$$HC = \sqrt{HD^2 + DC^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow A'H = HC \cdot \tan 45^\circ = a\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'H \cdot S_{ABCD} = a\sqrt{5} \cdot (2a)^2 = 4a^3\sqrt{5}.$$

**Câu 42:** Nếu  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)]$  bằng

- A. -18.                      B. -1.                      C. 1.                      D. -17.

Lời giải

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)] = \lim_{x \rightarrow 2} 3 - 4 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3 - 4.5 = -17$ .

**Câu 43:** Giới hạn  $\lim(\sqrt{n+2018} - \sqrt{n})\sqrt{n}$  bằng

- A. 1009.                      B. 2018.                      C.  $+\infty$ .                      D. 0.

Lời giải

$$\begin{aligned} \lim(\sqrt{n+2018} - \sqrt{n})\sqrt{n} &= \lim \frac{\sqrt{n}(\sqrt{n+2018} - \sqrt{n})(\sqrt{n+2018} + \sqrt{n})}{\sqrt{n+2018} + \sqrt{n}} \\ &= \lim \frac{2018\sqrt{n}}{\sqrt{n+2018} + \sqrt{n}} = \lim \frac{2018}{\sqrt{1 + \frac{2018}{n}} + 1} = \frac{2018}{1+1} = 1009 \end{aligned}$$

**Câu 44:** Giới hạn  $\lim \frac{n+n^3}{1^2+2^2+\dots+n^2}$  bằng:

- A. 2018.                      B. 6.                      C.  $+\infty$ .                      D. 3.

Lời giải

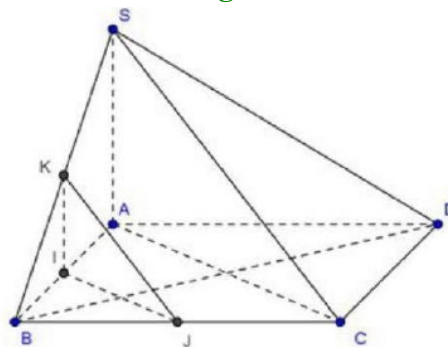
$$\begin{aligned} \lim \frac{n+n^3}{1^2+2^2+\dots+n^2} &= \lim \frac{n+n^3}{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}} = \lim \frac{6(n+n^3)}{n(n+1)(2n+1)} \\ &= \lim \frac{6n^3\left(\frac{1}{n^2}+1\right)}{n^3\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(2+\frac{1}{n}\right)} = \lim \frac{6\left(\frac{1}{n^2}+1\right)}{\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(2+\frac{1}{n}\right)} = 3 \end{aligned}$$

Vậy  $\lim \frac{n+n^3}{1^2+2^2+\dots+n^2} = 3$ .

**Câu 45:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông,  $SA \perp (ABCD)$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC$  và  $SB$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $(\widehat{SD, BC}) = 60^\circ$ .                      B.  $BD \perp (SAC)$ .                      C.  $BD \perp (IJK)$ .                      D.  $(IJK) // (SAC)$ .

Lời giải



Ta có:  $(\widehat{SD, BC}) = (\widehat{SD, AD}) = \widehat{SDA}$

Mà theo giả thiết không có số liệu  $AD, SA$  nên đáp án A là sai.

**Câu 46:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2}$  có giá trị là:

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.**  $\frac{2}{5}$ .

**C.**  $-\frac{9}{20}$ .

**D.** 0.

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+2x} - 1 - x) + (1 + x - \sqrt[3]{1+3x})}{x^2}$ .

+)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1 - x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + 2x - (1 + x)^2}{x^2(\sqrt{1+2x} + 1 + x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\sqrt{1+2x} + 1 + x} = -\frac{1}{2}$ .

+)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^3 - (1 + 3x)}{x^2 \left[ (1 + x)^2 + (1 + x)\sqrt[3]{1+3x} + (\sqrt[3]{1+3x})^2 \right]}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 + x}{(1 + x)^2 + (1 + x)\sqrt[3]{1+3x} + (\sqrt[3]{1+3x})^2} = 1$

Vậy  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt[3]{1+3x}}{x^2} = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$ .

**Câu 47:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = \frac{a\sqrt{2}}{b} + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị của

$a + b + c$  bằng:

**A.** 5.

**B.** 37.

**C.** 13.

**D.** 51.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2 + 2 - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)}$

$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{\sqrt{2}(x - 1)} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = I + J$ .

Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - 2}{\sqrt{2}(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 2 - 4}{\sqrt{2}(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 2)}{\sqrt{2}(x - 1)(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2}{\sqrt{2}(\sqrt{x^2 + x + 2} + 2)} = \frac{3}{4\sqrt{2}}$ .

và  $J = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{8 - 7x - 1}{\sqrt{2}(x - 1) \left[ 4 + 2\sqrt[3]{7x + 1} + (\sqrt[3]{7x + 1})^2 \right]}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-7}{\sqrt{2} \left[ 4 + 2\sqrt[3]{7x + 1} + (\sqrt[3]{7x + 1})^2 \right]} = \frac{-7}{12\sqrt{2}}$ .

Do đó  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt[3]{7x + 1}}{\sqrt{2}(x - 1)} = I + J = \frac{\sqrt{2}}{12}$







ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 04

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 + x - 2}$ .
- A. -5.                      B.  $-\infty$ .                      C. 0.                      D. 1.
- Câu 2:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$ .
- A. -1.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.
- Câu 3:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DD'$  là
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $120^\circ$ .
- Câu 4:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ , trong đó  $a \perp (\alpha)$ . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?
- A. Nếu  $b // a$  thì  $b \perp (\alpha)$ .                      B. Nếu  $b // (\alpha)$  thì  $b \perp a$ .  
 C. Nếu  $a \perp b$  thì  $b // (\alpha)$ .                      D. Nếu  $b \perp (\alpha)$  thì  $a // b$ .
- Câu 5:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Tính độ dài vector  $\vec{x} = \overline{AB'} + \overline{AD'}$  theo  $a$ .
- A.  $|\vec{x}| = 2a\sqrt{2}$ .                      B.  $|\vec{x}| = 2a\sqrt{6}$ .                      C.  $|\vec{x}| = a\sqrt{2}$ .                      D.  $|\vec{x}| = a\sqrt{6}$ .
- Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa  $SA$  và  $(SBD)$  là
- A.  $\widehat{ASD}$ .                      B.  $\widehat{ASO}$ .                      C.  $\widehat{ASB}$ .                      D.  $\widehat{SAB}$ .
- Câu 7:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1+a^2)x + a}{x^3 - a^3}$ .
- A.  $\frac{2a^2}{a^2 + 3}$ .                      B.  $\frac{2a^2 - 1}{3a^2}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{2a^2 - 1}{3}$ .
- Câu 8:** Tìm  $\lim u_n$  biết  $u_n = \frac{1}{2^2 - 1} + \frac{1}{3^2 - 1} + \dots + \frac{1}{n^2 - 1}$ .
- A.  $\frac{3}{4}$ .                      B.  $\frac{3}{5}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{4}{3}$ .
- Câu 9:** Cho hàm  $f(x)$  và  $g(x)$  là hai hàm số liên tục tại điểm  $x_0$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. Hàm số  $f(x) - g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .                      B. Hàm số  $f(x).g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .  
 C. Hàm số  $\frac{f(x)}{g(x)}$  liên tục tại điểm  $x_0$ .                      D. Hàm số  $f(x) + g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .
- Câu 10:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 2$ ?
- A.  $y = \frac{3x-4}{x-2}$ .                      B.  $y = \sin x$ .                      C.  $y = x^4 - 2x^2 + 1$                       D.  $y = \tan x$ .
- Câu 11:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 2})$ .
- A. -1.                      B.  $-\infty$ .                      C.  $+\infty$ .                      D. 1.

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^3-8} & \text{khi } x > 2 \\ x + \frac{m^2}{2} - 2m & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ . Với giá trị nào của tham số  $m$  thì hàm số có giới

hạn tại  $x = 2$ .

**A.**  $m = 3$  hoặc  $m = -2$ . **B.**  $m = 1$  hoặc  $m = 3$ . **C.**  $m = 0$  hoặc  $m = 1$ . **D.**  $m = 2$  hoặc  $m = 1$ .

**Câu 13:** Tính tổng  $S = -1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{6^2} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{6^n} + \dots$

**A.**  $S = \frac{7}{6}$  **B.**  $S = -\frac{6}{7}$  **C.**  $S = \frac{6}{7}$  **D.**  $S = -\frac{7}{6}$

**Câu 14:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$  có giới hạn bằng phân số tối giản  $\frac{a}{b}$ . Tính  $a.b$

**A.** 192 **B.** 68 **C.** 32 **D.** 128

**Câu 15:** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

**A.** Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim(u_n v_n) = +\infty$ .

**B.** Nếu  $\lim u_n = a \neq 0$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = 0$ .

**C.** Nếu  $\lim u_n = a > 0$  và  $\lim v_n = 0$  thì  $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$ .

**D.** Nếu  $\lim u_n = a < 0$  và  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = -\infty$ .

**Câu 16:** Tính giới hạn  $\lim \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2}$ .

**A.**  $\frac{1}{5}$ . **B.** 0. **C.**  $-\frac{3}{2}$ . **D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 17:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0?

**A.**  $\lim\left(\frac{\pi}{4}\right)^n$  **B.**  $\lim\left(\frac{4}{3}\right)^n$  **C.**  $\lim \frac{1-3n}{5n+1}$  **D.**  $\lim n^{2021}$

**Câu 18:** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - x + 1)$

**A.**  $L = -1$  **B.**  $L = \frac{1}{2}$  **C.**  $L = -\frac{1}{2}$  **D.**  $L = 1$

**Câu 19:** Tính giới hạn  $J = \lim \frac{(n+1)(2n+3)}{n^3-2}$

**A.**  $J = -\frac{3}{2}$ . **B.**  $J = 2$ . **C.**  $J = 0$ . **D.**  $J = -2$ .

**Câu 20:** Mệnh đề nào sau đây sai?

**A.**  $\lim \frac{3}{n+1} = 0$ . **B.**  $\lim (-2)^n = +\infty$ .

**C.**  $\lim(\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) = 1$ . **D.**  $\lim \frac{1}{2^n} = 0$ .



- Câu 33:** Cho hình chóp  $SABC$ , có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  và  $SA = SB = SC$ . Gọi  $H$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Khẳng định nào sau đây sai?
- A.  $SH \perp (SBC)$ .      B.  $SH \perp BC$ .      C.  $SH \perp AC$ .      D.  $SH \perp (ABC)$ .
- Câu 34:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0
- A.  $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n$ .      B.  $\lim\left(\frac{5}{3}\right)^n$ .      C.  $\lim\left(\frac{4}{3}\right)^n$ .      D.  $\lim(2)^n$ .
- Câu 35:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{(4x+1)^3(2x+1)^4}{(3+2x)^7}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- A. 2.      B. 8.      C. 4.      D. 0.
- Câu 36:** Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn  $P = 2,13131313\dots$ ,
- A.  $P = \frac{212}{99}$       B.  $P = \frac{213}{100}$       C.  $P = \frac{211}{100}$       D.  $P = \frac{211}{99}$ .
- Câu 37:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx^2 - 7x + 5}{2x^2 + 8x - 1} = -4$ .
- A.  $m = -4$ .      B.  $m = -8$ .      C.  $m = 2$ .      D.  $m = -3$ .
- Câu 38:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. Trong không gian, nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì đường thẳng đó song song với đường thẳng còn lại
- B. Trong không gian, nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
- C. Trong không gian, nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì hai đường thẳng đó song song.
- D. Trong không gian, nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì hai đường thẳng đó vuông góc với nhau.
- Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật tâm  $O$ , cạnh  $SA$  vuông góc với mặt đáy. Hỏi trong các mặt bên của hình chóp, có bao nhiêu mặt là tam giác vuông.
- A. 4.      B. 3.      C. 2.      D. 1.
- Câu 40:** Biết hàm số  $f(x) = \begin{cases} 3x + b & \text{khi } x \leq -1 \\ x + a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = -1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.  $a = b - 2$ .      B.  $a = -2 - b$ .      C.  $a = 2 - b$ .      D.  $a = b + 2$ .
- Câu 41:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1}$ .
- A. 0.      B.  $+\infty$ .      C. 1.      D.  $-\infty$ .
- Câu 42:** Tính giới hạn của dãy số  $u_n = \frac{-2 + 3n - 2n^3}{3n - 2}$
- A.  $\frac{-2}{3}$ .      B.  $-\infty$ .      C. 1.      D.  $+\infty$ .
- Câu 43:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính  $\cos(\overline{BD}, \overline{A'C'})$
- A.  $\cos(\overline{BD}, \overline{A'C'}) = 0$ .      B.  $\cos(\overline{BD}, \overline{A'C'}) = 1$ .      C.  $\cos(\overline{BD}, \overline{A'C'}) = \frac{1}{2}$ .      D.  $\cos(\overline{BD}, \overline{A'C'}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- Câu 44:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?  
**A.**  $\overline{BC} + \overline{AB} = \overline{DA} - \overline{DC}$ . **B.**  $\overline{AC} - \overline{AD} = \overline{BD} - \overline{BC}$ .  
**C.**  $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{DB} - \overline{DC}$ . **D.**  $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{CD} + \overline{BC}$ .
- Câu 45:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB'$  và  $CD'$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?  
**A.**  $\overline{AI} = \overline{CJ}$ . **B.**  $\overline{D'A'} = \overline{IJ}$ . **C.**  $\overline{BI} = \overline{D'J}$ . **D.**  $\overline{A'I} = \overline{JC}$ .
- Câu 46:** Cho hai số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) = 0$ . Khi đó  $a + b$  bằng  
**A.**  $-4$ . **B.**  $4$ . **C.**  $7$ . **D.**  $-7$ .
- Câu 47:** Giới hạn của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2n-1}{3-n}, n \in \mathbb{N}^*$  là:  
**A.**  $-2$ . **B.**  $\frac{2}{3}$ . **C.**  $1$ . **D.**  $-\frac{1}{3}$ .
- Câu 48:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = 2AB = 2a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
**A.**  $60^\circ < \alpha < 90^\circ$ . **B.**  $\alpha < 30^\circ$ . **C.**  $\alpha = 90^\circ$ . **D.**  $30^\circ < \alpha < 60^\circ$ .
- Câu 49:** Tính giới hạn  $\lim \frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2 \cdot 3^{n+1}}{4 + 3^n}$ .  
**A.**  $\frac{3}{2}$ . **B.**  $0$ . **C.**  $\frac{6}{5}$ . **D.**  $-6$ .
- Câu 50:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng:  
**A.**  $30^\circ$ . **B.**  $60^\circ$ . **C.**  $45^\circ$ . **D.**  $90^\circ$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 + x - 2}$ .

- A. -5.                      B.  $-\infty$ .                      **C. 0.**                      D. 1.

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{2x-1})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x+2)(x + \sqrt{2x-1})} = 0.$$

**Câu 2:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2}$ .

- A. -1.**                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x + 1) = -1.$$

**Câu 3:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Số đo của góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $DD'$  là

- A.  $90^\circ$ .**                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $45^\circ$ .                      D.  $120^\circ$ .

Lời giải

**Chọn A**

Do  $DD' \perp (ABCD)$  nên  $DD' \perp AB \Rightarrow (AB; DD') = 90^\circ$ .

**Câu 4:** Cho hai đường thẳng phân biệt  $a, b$  và mặt phẳng  $(\alpha)$ , trong đó  $a \perp (\alpha)$ . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. Nếu  $b // a$  thì  $b \perp (\alpha)$ .                      B. Nếu  $b // (\alpha)$  thì  $b \perp a$ .  
**C. Nếu  $a \perp b$  thì  $b // (\alpha)$ .**                      D. Nếu  $b \perp (\alpha)$  thì  $a // b$ .

Lời giải

**Chọn C**

Mệnh đề C sai vì có khả năng  $b \subset (\alpha)$ .

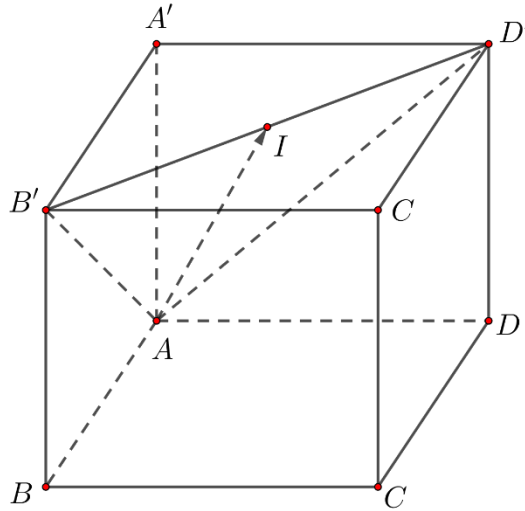
**Câu 5:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Tính độ dài vectơ  $\vec{x} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$  theo  $a$ .

- A.  $|\vec{x}| = 2a\sqrt{2}$ .                      B.  $|\vec{x}| = 2a\sqrt{6}$ .                      C.  $|\vec{x}| = a\sqrt{2}$ .                      **D.  $|\vec{x}| = a\sqrt{6}$ .**

Lời giải

**Chọn D**





Ta có  $\vec{x} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'} = 2\overrightarrow{AI}$ , với  $I$  là trung điểm của  $B'D'$ . Khi đó  $|\vec{x}| = 2AI$ .

Do tam giác  $AB'D'$  đều cạnh  $a\sqrt{2}$  nên  $AI = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Vậy  $|\vec{x}| = a\sqrt{6}$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa  $SA$  và  $(SBD)$  là

A.  $\widehat{ASD}$ .

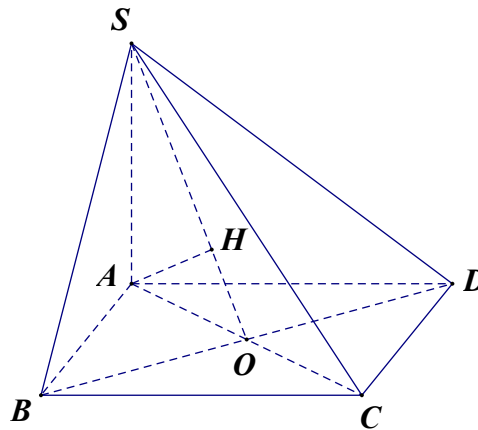
**B.  $\widehat{ASO}$ .**

C.  $\widehat{ASB}$ .

D.  $\widehat{SAB}$ .

Lời giải

**Chọn B**



Do  $SA \perp BD, AC \perp BD \Rightarrow BD \perp (SAC)$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên  $SO$ . Khi đó  $AH \perp SO, AH \perp BD \Rightarrow AH \perp (SBD)$ .

Do đó hình chiếu của  $SA$  xuống  $(SBD)$  là  $SH$ .

Vậy góc giữa  $SA$  và  $(SBD)$  là  $\widehat{ASH} = \widehat{ASO}$ .

**Câu 7:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1+a^2)x + a}{x^3 - a^3}$ .

A.  $\frac{2a^2}{a^2 + 3}$ .

**B.  $\frac{2a^2 - 1}{3a^2}$ .**

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{2a^2 - 1}{3}$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1+a^2)x + a}{x^3 - a^3} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^2x - x + a}{(x-a)(x^2 + ax + a^2)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x(x+a) - 1}{x^2 + ax + a^2} = \frac{2a^2 - 1}{3a^2}.$$

**Câu 8:** Tìm  $\lim u_n$  biết  $u_n = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \dots + \frac{1}{n^2-1}$ .

- A.**  $\frac{3}{4}$ .                      **B.**  $\frac{3}{5}$ .                      **C.**  $\frac{2}{3}$ .                      **D.**  $\frac{4}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } u_n &= \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \dots + \frac{1}{n^2-1} = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(n-1)(n+1)} \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2(n+1)}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra: } \lim u_n = \lim \left[ \frac{3}{4} - \frac{1}{2(n+1)} \right] = \frac{3}{4}.$$

**Câu 9:** Cho hàm  $f(x)$  và  $g(x)$  là hai hàm số liên tục tại điểm  $x_0$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Hàm số  $f(x) - g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .    **B.** Hàm số  $f(x).g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .  
**C.** Hàm số  $\frac{f(x)}{g(x)}$  liên tục tại điểm  $x_0$ .                      **D.** Hàm số  $f(x) + g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Theo định lý về sự liên tục của hàm số thì các phương án **A, B, D** đúng.

Phương án **C** sai do chưa có điều kiện  $g(x_0) \neq 0$ .

**Câu 10:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 2$ ?

- A.**  $y = \frac{3x-4}{x-2}$ .                      **B.**  $y = \sin x$ .                      **C.**  $y = x^4 - 2x^2 + 1$                       **D.**  $y = \tan x$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $y = \frac{3x-4}{x-2}$  có tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ , do đó gián đoạn tại  $x = 2$ .

**Câu 11:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 2})$ .

- A.**  $-1$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.**  $+\infty$ .                      **D.** **1.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 2}) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{-2}{x^2 + x\sqrt[3]{x^3 + 2} + (\sqrt[3]{x^3 + 2})^2} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{-2}{x^2 \left( 1 + \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} + \left( \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} \right)^2 \right)} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{\frac{-2}{x^2}}{1 + \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} + \left( \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x^3}} \right)^2} \right) = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 2}) = 1$$

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^3-8} & \text{khi } x > 2 \\ x + \frac{m^2}{2} - 2m & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ . Với giá trị nào của tham số  $m$  thì hàm số có giới

hạn tại  $x = 2$ .

**A.**  $m = 3$  hoặc  $m = -2$ . **B.**  $m = 1$  hoặc  $m = 3$ .

**C.**  $m = 0$  hoặc  $m = 1$ . **D.**  $m = 2$  hoặc  $m = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2+2x-8}{(x-2)(x^2+2x+4)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+4}{x^2+2x+4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left( x + \frac{m^2}{2} - 2m \right) = \frac{m^2}{2} - 2m + 2$$

$$\text{Hàm số có giới hạn tại } x = 2 \text{ khi chỉ khi } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \Leftrightarrow \frac{m^2}{2} - 2m + 2 = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2}{2} - 2m + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$$

**Câu 13:** Tính tổng  $S = -1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{6^2} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{6^n} + \dots$

**A.**  $S = \frac{7}{6}$

**B.**  $S = -\frac{6}{7}$

**C.**  $S = \frac{6}{7}$

**D.**  $S = -\frac{7}{6}$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \dots = -\frac{1}{6} (|q| < 1). \text{ Do đó: } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{-1}{1+\frac{1}{6}} = \frac{-6}{7}$$

**Câu 14:** Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$  có giới hạn bằng phân số tối giản  $\frac{a}{b}$ . Tính  $ab$

**A.** 192

**B.** 68

**C.** 32

**D.** 128

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(3 - \frac{1}{n}\right) \left(\frac{3}{n} - 1\right)^2}{\left(4 - \frac{5}{n}\right)^3} = \frac{3}{64} = \frac{a}{b}. \text{ Do đó: } ab = 192$$

**Câu 15:** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

**A.** Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim(u_n v_n) = +\infty$ .

**B.** Nếu  $\lim u_n = a \neq 0$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = 0$ .

**C.** Nếu  $\lim u_n = a > 0$  và  $\lim v_n = 0$  thì  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = +\infty$ .

**D.** Nếu  $\lim u_n = a < 0$  và  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = -\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Nếu  $\lim u_n = a > 0$  và  $\lim v_n = 0$  thì  $\lim \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = +\infty$  là mệnh đề **sai** vì chưa rõ dấu của  $v_n$  là dương hay âm.

**Câu 16:** Tính giới hạn  $\lim \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2}$ .

**A.**  $\frac{1}{5}$ .

**B.** 0.

**C.**  $-\frac{3}{2}$ .

**D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \lim \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2} = \lim \frac{n^3 \left( \frac{1}{n} - 3 \right)}{n^3 \left( 2 + \frac{5}{n^2} - \frac{2}{n^3} \right)} = \lim \frac{\frac{1}{n} - 3}{2 + \frac{5}{n^2} - \frac{2}{n^3}} = -\frac{3}{2}.$$

**Câu 17:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0?

**A.**  $\lim \left( \frac{\pi}{4} \right)^n$

**B.**  $\lim \left( \frac{4}{3} \right)^n$

**C.**  $\lim \frac{1-3n}{5n+1}$

**D.**  $\lim n^{2021}$

**Lời giải**

Ta có:  $\lim q^n = 0$  với  $|q| < 1$ .

Do đó  $\lim \left( \frac{\pi}{4} \right)^n = 0$ .

**Câu 18:** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - x + 1)$

**A.**  $L = -1$

**B.**  $L = \frac{1}{2}$

**C.**  $L = -\frac{1}{2}$

**D.**  $L = 1$

**Lời giải**

Ta có:  $L = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - x + 1) = 1^2 - 1 + 1 = 1$ .

**Câu 19:** Tính giới hạn  $J = \lim \frac{(n+1)(2n+3)}{n^3 - 2}$

**A.**  $J = -\frac{3}{2}$ .

**B.**  $J = 2$ .

**C.**  $J = 0$ .

**D.**  $J = -2$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } J = \lim \frac{(n+1)(2n+3)}{n^3 - 2} = \lim \frac{n^2 \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \left( 2 + \frac{3}{n} \right)}{1 - \frac{2}{n^3}}.$$

Ta có:



Ta có  $I = \lim(-3n^2 - n + 2021) = \lim n^2 \left(-3 - \frac{1}{n} + \frac{2021}{n^2}\right) = \lim n^2 \left(-3 - \frac{1}{n} + \frac{2021}{n^2}\right) = -\infty$

**Câu 24:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI.

**A.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 2} - x) = -\frac{1}{2}$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 - x + 2} - 2}{2x + 5}\right) = \frac{1}{2}$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x - 1}{x + 1} = +\infty$ .      **D.**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{3 - x} = -3$ .

**Lời giải**

Để xác định mệnh đề sai, ta đi tính giới hạn ở từng phương án rồi chọn.

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 2} - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x \sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}} - x\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot \left(-\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}} - 1\right) = +\infty$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{1 - \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}} - 1\right) = -2$ .

**Ghi chú:** Ở câu này, có thể dùng máy tính cầm tay Casio để tính.

**Câu 25:** Tính giới hạn  $I = \lim \frac{5 \cdot 4^{n+1} + 3^{n-2}}{2^{2n+1} + 1}$ .

**A.**  $I = +\infty$ .

**B.**  $I = 10$ .

**C.**  $I = 0$ .

**D.**  $I = 20$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$\begin{aligned} I &= \lim \frac{5 \cdot 4^{n+1} + 3^{n-2}}{2^{2n+1} + 1} = \lim \frac{20 \cdot 4^n + \frac{1}{9} \cdot 3^n}{2 \cdot 4^n + 1} \\ &= \lim \frac{20 \cdot 4^n + \frac{1}{9} \cdot 3^n}{2 \cdot 4^n + 1} = \lim \frac{20 + \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n}{2 + \left(\frac{1}{4}\right)^n} = \frac{20 + 0}{2 + 0} = 10. \end{aligned}$$

Vậy  $I = 10$ .

**Câu 26:** Tính  $I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$ .

**A.**  $I = 1$ .

**B.**  $I = -2$ .

**C.**  $I = 2$ .

**D.**  $I = -1$ .

**Lời giải**

Ta có:  $I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-3}{x-1} = 2$

Vậy  $I = 2$ .

**Câu 27:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 2x})$

**A.** 2.

**B.**  $-\infty$ .

**C.** 1.

**D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 2x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(|x| \sqrt{1 + \frac{1}{x} + 2}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-x \sqrt{1 + \frac{1}{x} + 2}\right)$

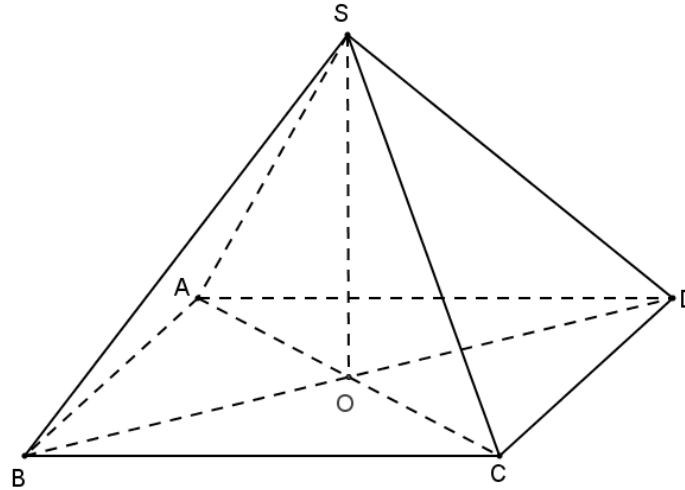
$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( x \left( 2 - \sqrt{1 + \frac{1}{x}} \right) \right) = -\infty \text{ vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2 - \sqrt{1 + \frac{1}{x}} \right) = 1.$$

**Câu 28:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$  và  $SA = SC$ ,  $SB = SD$ . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A.  $AC \perp SD$ .      B.  $BD \perp AC$ .      C.  $BD \perp SA$ .      **D.  $AC \perp SA$ .**

Lời giải

**Chọn D**



Ta có tam giác  $SAC$  cân tại  $S$  và  $SO$  là đường trung tuyến cũng đồng thời là đường cao. Do đó  $SO \perp AC$ .

Trong tam giác vuông  $SOA$  thì  $AC$  và  $SA$  không thể vuông tại  $A$ .

**Câu 29:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 + 2x - 3}$ .

- A.  $-\frac{5}{2}$ .      **B.  $-\frac{2}{5}$ .**      C.  $\frac{1}{5}$ .      D.  $+\infty$ .

Lời giải

**Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x^3 + 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(x^2-2)}{(x-1)(x^2+x+3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x^2-2)}{x^2+x+3} = -\frac{2}{5}.$$

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tìm  $a$  để hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$ .

- A.  $a = 0$ .      B.  $a = -\frac{1}{2}$ .      **C.  $a = \frac{1}{2}$ .**      D.  $a = 1$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2}.$$

Để hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$  khi  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$ .

**Câu 31:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 2} + x + 2)$ .

**A.**  $\frac{3}{2}$ .

**B.** 0.

**C.**  $-\infty$ .

**D.** -2.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + x + 2} + x + 2 \right) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 2 - (x + 2)^2}{\sqrt{x^2 + x + 2} - x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x - 2}{\sqrt{x^2 + x + 2} - x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3 - \frac{2}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}} - 1 - \frac{2}{x}} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

**Câu 32:** Cho hình chóp  $SABCD$  với  $ABCD$  là hình chữ nhật;  $SA \perp (ABCD)$ . Góc giữa  $SB$  và  $(SAD)$  là góc nào trong các phương án dưới đây?

**A.**  $\widehat{BSD}$ .

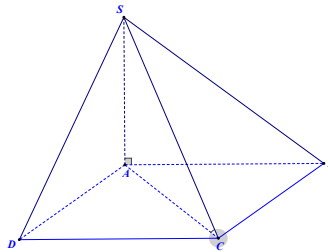
**B.**  $\widehat{SBA}$ .

**C.**  $\widehat{BSA}$ .

**D.**  $\widehat{SBD}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Ta có:  $SB \cap (SAD) = S$ .

$$\left. \begin{array}{l} BA \perp SA \\ BA \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow BA \perp (SAD) \text{ tại } A.$$

$\Rightarrow SA$  là hình chiếu  $SB$  lên  $(SAD)$ .

$$\Rightarrow (SB; (SAD)) = (SB; SA) = \widehat{BSA}.$$

**Câu 33:** Cho hình chóp  $SABC$ , có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$  và  $SA = SB = SC$ . Gọi  $H$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.**  $SH \perp (SBC)$ .

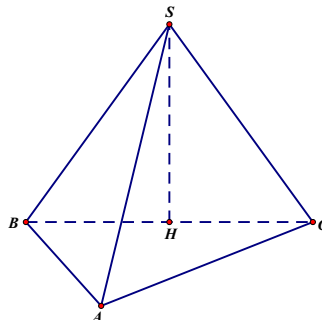
**B.**  $SH \perp BC$ .

**C.**  $SH \perp AC$ .

**D.**  $SH \perp (ABC)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Có  $HA = HB = HC$  ( trong tam giác vuông trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền) và  $SA = SB = SC$



$$\Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp AC.$$

**Câu 34:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0

- A.**  $\lim \left(\frac{2}{3}\right)^n$ .      **B.**  $\lim \left(\frac{5}{3}\right)^n$ .      **C.**  $\lim \left(\frac{4}{3}\right)^n$ .      **D.**  $\lim (2)^n$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\lim q^n = 0 \quad (|q| < 1).$$

**Câu 35:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{(4x+1)^3(2x+1)^4}{(3+2x)^7}$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

- A.** 2.      **B.** 8.      **C.** 4.      **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(4x+1)^3(2x+1)^4}{(3+2x)^7} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(4 + \frac{1}{x}\right)^3 \left(2 + \frac{1}{x}\right)^4}{\left(\frac{3}{x} + 2\right)^7} = 2^3 = 8.$$

**Câu 36:** Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn  $P = 2,13131313\dots$ ,

- A.**  $P = \frac{212}{99}$       **B.**  $P = \frac{213}{100}$ .      **C.**  $P = \frac{211}{100}$ .      **D.**  $P = \frac{211}{99}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Lấy máy tính bấm từng phương án thì phần D ra kết quả đề bài

**Câu 37:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx^2 - 7x + 5}{2x^2 + 8x - 1} = -4$ .

- A.**  $m = -4$ .      **B.**  $m = -8$ .      **C.**  $m = 2$ .      **D.**  $m = -3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$-4 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx^2 - 7x + 5}{2x^2 + 8x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{m - \frac{7}{x} + \frac{5}{x^2}}{2 + \frac{8}{x} - \frac{1}{x^2}} = \frac{m}{2} \Rightarrow m = -8$$

**Câu 38:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

**A.** Trong không gian, nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì đường thẳng đó song song với đường thẳng còn lại

**B.** Trong không gian, nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.

**C.** Trong không gian, nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì hai đường thẳng đó song song.

**D.** Trong không gian, nếu hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì hai đường thẳng đó vuông góc với nhau.

**Lời giải:**

**Chọn B**

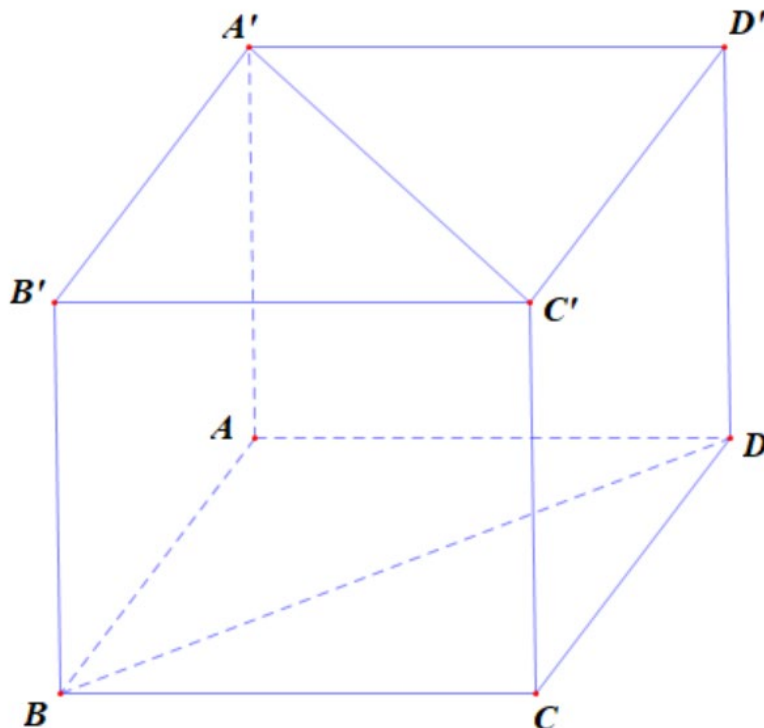
Nếu  $a \perp c$  thì  $(a; c) = 90^\circ$ ; khi  $a // b$  ta có  $(b; c) = (a; c) = 90^\circ$  vậy  $b \perp c$



- A.**  $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 0$ . **B.**  $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 1$ .  
**C.**  $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{1}{2}$ . **D.**  $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Lời giải

Chọn A



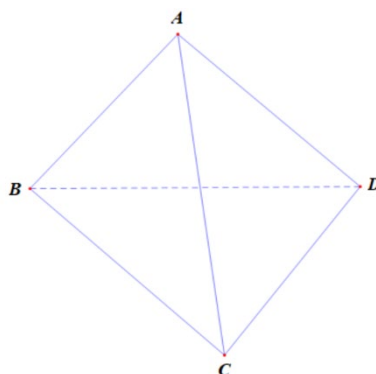
$$BD \perp AC \parallel A'C' \Rightarrow BD \perp A'C' \Rightarrow \cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 0.$$

**Câu 44:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A.**  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$ . **B.**  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$ . **D.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$ .

Lời giải

Chọn C



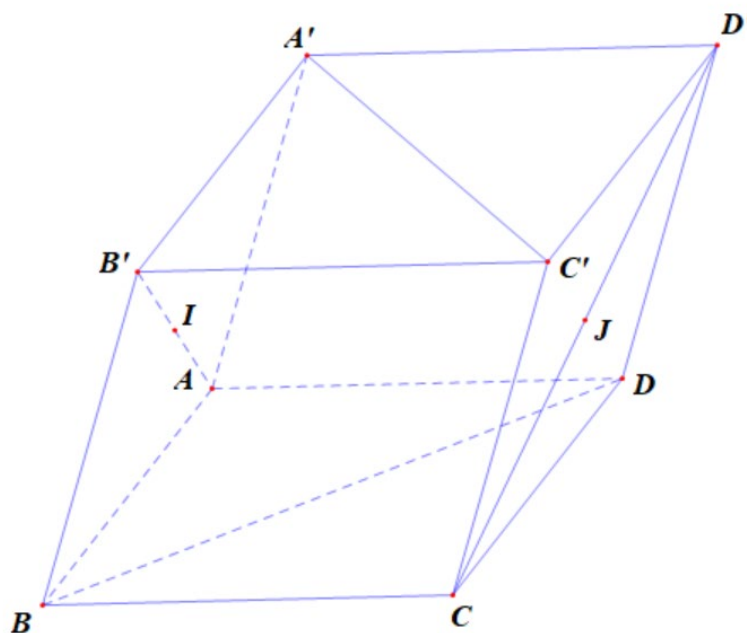
$$\text{Có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$

**Câu 45:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB'$  và  $CD'$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.**  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CJ}$ . **B.**  $\overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{IJ}$ . **C.**  $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{D'J}$ . **D.**  $\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{J'C}$ .

Lời giải

Chọn D



**Câu 46:** Cho hai số thực  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) = 0$ . Khi đó  $a + b$  bằng

- A. -4.                      B. 4.                      C. 7.                      D. -7.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x^2 - 3x + 1}{x + 2} - ax - b \right) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( (4-a)x - b - 11 + \frac{23}{x+2} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-a=0 \\ -11-b=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-11 \end{cases} \Rightarrow a+b=-7.$$

**Câu 47:** Giới hạn của dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{2n-1}{3-n}, n \in \mathbb{N}^*$  là:

- A. -2.                      B.  $\frac{2}{3}$ .                      C. 1.                      D.  $-\frac{1}{3}$ .

Lời giải

Chọn D

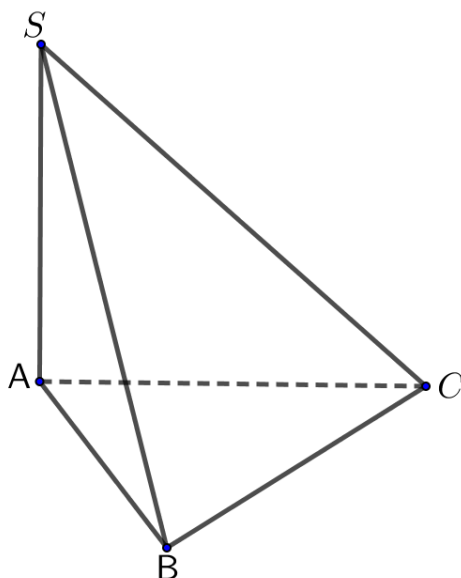
$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n-1}{3-n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2-\frac{1}{n}}{\frac{3}{n}-1} = -\frac{1}{3}.$$

**Câu 48:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  và  $SA = 2AB = 2a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $60^\circ < \alpha < 90^\circ$ .                      B.  $\alpha < 30^\circ$ .                      C.  $\alpha = 90^\circ$ .                      D.  $30^\circ < \alpha < 60^\circ$ .

Lời giải

Chọn A



Ta có góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  $\alpha = \widehat{SCA}$ .

Xét tam giác vuông  $SAC$ :  $\tan \alpha = \frac{SA}{AC} = 2 \Rightarrow \alpha \approx 63^\circ$ .

**Câu 49:** Tính giới hạn  $\lim \frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2 \cdot 3^{n+1}}{4 + 3^n}$ .

A.  $\frac{3}{2}$ .

B. 0.

C.  $\frac{6}{5}$ .

**D. -6.**

Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \lim \frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2 \cdot 3^{n+1}}{4 + 3^n} = \lim \frac{6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n - 6}{4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n + 1} = -6.$$

**Câu 50:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng:

A.  $30^\circ$ .

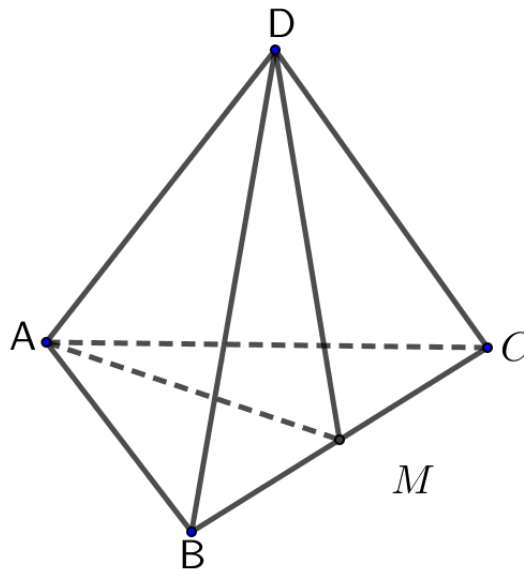
B.  $60^\circ$ .

C.  $45^\circ$ .

**D.  $90^\circ$ .**

Lời giải

**Chọn D**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Vì các tam giác  $DBC$  và  $ABC$  đều nên

$$\begin{cases} BC \perp DM \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ADM) \Rightarrow BC \perp AD$$

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 05

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1:** Tính  $A = \lim \left( 3 + \frac{1}{n^2} \right)$
- A.  $A = 3$ .                      B.  $A = -\infty$ .                      C.  $A = +\infty$ .                      D.  $A = 0$ .
- Câu 2:** Giới hạn  $J = \lim \frac{2n+3}{n+1}$  bằng
- A. 3.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 0.
- Câu 3:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy có giới hạn 0?
- A.  $u_n = \frac{n^3 + n}{n^2 + 2}$ .                      B.  $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2n + 3}$ .                      C.  $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 - n^3}$ .                      D.  $u_n = \frac{3 - n^2}{n^2 + 1}$ .
- Câu 4:** Kết quả của  $\lim \frac{2 - 5^{n-2}}{3^n + 2.5^n}$  là
- A.  $\frac{-25}{2}$ .                      B.  $\frac{5}{2}$ .                      C.  $\frac{-1}{50}$ .                      D.  $\frac{-5}{2}$ .
- Câu 5:** Dãy số nào sau đây có giới hạn  $+\infty$ ?
- A.  $u_n = \frac{2n^2 + 2n - 1}{n^3 + 4}$ .                      B.  $u_n = \frac{n^2 - 2}{2 - n}$ .                      C.  $u_n = 3n^2 - 13n$ .                      D.  $u_n = 3n^2 - 4n^3$ .
- Câu 6:** Tính  $\lim \frac{3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n}{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n}$ .
- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B. 3.                      C.  $\frac{1}{2}$ .                      D.  $+\infty$ .
- Câu 7:** Tính  $I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$
- A.  $I = 1$ .                      B.  $I = -2$ .                      C.  $I = 2$ .                      D.  $I = -1$ .
- Câu 8:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x+5} - 2}{x-3}$ .
- A.  $\frac{1}{12}$ .                      B. 0.                      C.  $\frac{1}{10}$ .                      D.  $\frac{1}{4}$ .
- Câu 9:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 2}{x - 2}$ :
- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 0.                      D.  $\frac{3}{2}$ .
- Câu 10:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $a$  sao cho  $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{-2x + 3}{x - a} = +\infty$ ?
- A.  $a > \frac{3}{2}$ .                      B.  $a > -1$ .                      C.  $a < \frac{3}{2}$ .                      D.  $a < -1$ .
- Câu 11:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx + 2 & \text{khi } x > 1 \\ 2x^2 - x + 3m & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số đã cho có giới hạn khi  $x \rightarrow 1$  là:
- A.  $m = 2$ .                      B.  $m = -2$ .                      C.  $m = -1$ .                      D.  $m = 1$ .







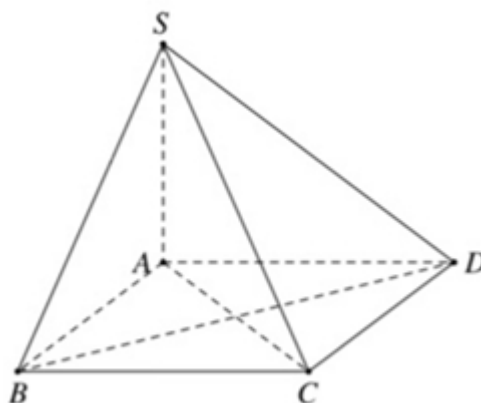
**Câu 29:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa một mặt bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính khoảng cách từ  $S$  đến mặt  $ABC$ .

- A.  $\frac{a}{2}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $a$ .                      D.  $\frac{3a}{2}$ .

**Câu 30:** Cho các giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ . Tính  $M = \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - 4g(x)]$ .

- A.  $M = 3$ .                      B.  $M = +\infty$ .                      C.  $M = -3$ .                      D.  $M = -\infty$ .

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $BD \perp (SAC)$ .                      B.  $CD \perp (SAD)$ .                      C.  $AC \perp (SBD)$ .                      D.  $BC \perp (SCD)$ .

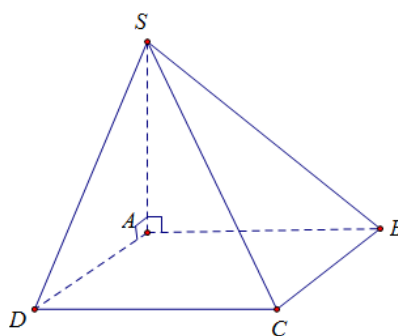
**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, SA)$  bằng.

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

**Câu 33:** Khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có mặt đáy là:

- A. Hình thang cân.                      B. Hình vuông.                      C. Hình thang vuông.                      D. tam giác đều

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$  và  $SA = 2a$ . Tính tang của góc tạo bởi hai đường thẳng  $SC$  và  $AB$ .



- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\sqrt{5}$ .                      C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{2}$ .

**Câu 35:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4} = \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $T = a^2 + b^2$ .

- A.  $T = 256$                       B.  $T = 257$                       C.  $T = 17$                       D.  $T = 0$

- Câu 36:** Biết  $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x})$ . Tính  $M = \sin\left(\frac{a\pi}{6}\right)$ ?
- A.  $M = -\frac{1}{2}$ .                      B.  $M = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $M = \frac{1}{2}$ .                      D.  $M = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- Câu 37:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & \text{khi } x > 2 \\ \sqrt{x+2} - 2 & \\ m^2x - 4m + 6 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Có bao nhiêu giá trị của  $m$  để hàm số đã cho liên tục tại  $x = 2$ ?
- A. 0.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 3.
- Câu 38:** Phương trình nào sau đây có ít nhất một nghiệm thuộc  $(0;1)$ ?
- A.  $3x^{2019} - 18x + 10 = 0$ .    B.  $2x^5 + x^3 + 3 = 0$ .            C.  $x^2 - 2x + 8 = 0$ .            D.  $-x^7 - x^5 + 3 = 0$ .
- Câu 39:** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?
- A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.  
 B. Một mặt phẳng  $(\alpha)$  và một đường thẳng  $a$  không nằm trong  $(\alpha)$  cùng vuông góc với đường thẳng  $b$  thì  $(\alpha)$  song song với đường thẳng  $a$ .  
 C. Góc giữa hai mặt thẳng bằng bằng góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.  
 D. Hai mặt phẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì cắt nhau.
- Câu 40:** Cho đường thẳng  $DE$  song song với mặt phẳng  $(ABC)$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?
- A.  $\overline{AD}, \overline{AB}, \overline{AC}$  đồng phẳng.                      B.  $\overline{DE}, \overline{AB}, \overline{AC}$  đồng phẳng.  
 C.  $\overline{AE}, \overline{AB}, \overline{AC}$  đồng phẳng.                      D.  $\overline{DE}, \overline{DB}, \overline{DC}$  đồng phẳng.
- Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ .  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$ .
- A.  $60^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 42:** Cho tứ diện  $SABC$  có  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc và  $SB = SC = a\sqrt{6}$ ,  $SA = a$ . Khi đó góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(SBC)$  bằng
- A.  $60^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 43:** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Điểm  $M$  và  $N$  tương ứng là trung điểm các đoạn  $AC, BB'$ . Cosin góc giữa đường thẳng  $MN$  và  $(B'AC)$  bằng:
- A.  $\frac{3\sqrt{7}}{14}$ .                      B.  $\frac{5\sqrt{7}}{14}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{7}}{14}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{105}}{21}$ .
- Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật cạnh  $AB = a; AD = 2a; SA = a$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với mặt đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$ , khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng:
- A.  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{15}}{15}$ .                      D.  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Tính  $A = \lim\left(3 + \frac{1}{n^2}\right)$

- A.**  $A = 3$ .                      **B.**  $A = -\infty$ .                      **C.**  $A = +\infty$ .                      **D.**  $A = 0$ .

**Lời giải**

Ta có:  $A = \lim\left(3 + \frac{1}{n^2}\right) = 3 + 0 = 3$ .

**Câu 2:** Giới hạn  $J = \lim \frac{2n+3}{n+1}$  bằng

- A.** 3.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** 0.

**Lời giải**

Ta có:  $J = \lim \frac{2n+3}{n+1} = \lim \frac{2 + \frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{2}{1} = 2$

**Câu 3:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy có giới hạn 0 ?

- A.**  $u_n = \frac{n^3 + n}{n^2 + 2}$ .                      **B.**  $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2n + 3}$ .                      **C.**  $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 - n^3}$ .                      **D.**  $u_n = \frac{3 - n^2}{n^2 + 1}$ .

**Lời giải**

$\lim \frac{n^2 + 2n - 1}{n^2 - n^3} = \lim \frac{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2} - \frac{1}{n^3}}{\frac{1}{n} - 1} = 0$ .

**Câu 4:** Kết quả của  $\lim \frac{2 - 5^{n-2}}{3^n + 2.5^n}$  là

- A.**  $\frac{-25}{2}$ .                      **B.**  $\frac{5}{2}$ .                      **C.**  $\frac{-1}{50}$ .                      **D.**  $\frac{-5}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim \frac{2 - 5^{n-2}}{3^n + 2.5^n} = \lim \frac{2 - 5^n . 5^{-2}}{3^n + 2.5^n} = \lim \frac{5^n \left(\frac{2}{5^n} - \frac{1}{25}\right)}{5^n \left(\frac{3^n}{5^n} + 2\right)} = \lim \frac{\left(\frac{2}{5^n} - \frac{1}{25}\right)}{\left(\frac{3^n}{5^n} + 2\right)} = \frac{-1}{50}$ .

**Câu 5:** Dãy số nào sau đây có giới hạn  $+\infty$  ?

- A.**  $u_n = \frac{2n^2 + 2n - 1}{n^3 + 4}$ .                      **B.**  $u_n = \frac{n^2 - 2}{2 - n}$ .                      **C.**  $u_n = 3n^2 - 13n$ .                      **D.**  $u_n = 3n^2 - 4n^3$ .

**Lời giải**

Xét phương án:  $u_n = 3n^2 - 13n \Rightarrow \lim u_n = \lim(3n^2 - 13n) = \lim \left[ n^2 \cdot \left(3 - \frac{13}{n}\right) \right] = +\infty$

Vì  $\lim n^2 = +\infty$ ;  $\lim \left(3 - \frac{13}{n}\right) = 3 > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 6:** Tính  $\lim \frac{3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n}{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n}$ .

- A.**  $\frac{3}{2}$ .                      **B.** 3.                      **C.**  $\frac{1}{2}$ .                      **D.**  $+\infty$ .

**Lời giải**

Ta có tử thức là tổng của  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và  $q = 3$ .

$$\text{Do đó } 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = 3 \cdot \frac{3^n - 1}{3 - 1} = \frac{3}{2}(3^n - 1).$$

Mẫu thức là tổng của  $n + 1$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân  $(v_n)$  với  $v_1 = 1$  và  $q = 2$ . Do đó

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 1 \cdot \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} = 2 \cdot 2^n - 1.$$

$$\text{Suy ra: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n}{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{2} \cdot \frac{3^n - 1}{2 \cdot 2^n - 1} = \frac{3}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^n - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n} = +\infty$$

**Câu 7:** Tính  $I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$

- A.**  $I = 1$ .                      **B.**  $I = -2$ .                      **C.**  $I = 2$ .                      **D.**  $I = -1$ .

**Lời giải**

Ta có

$$I = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-3}{x-1} = 2$$

**Câu 8:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x+5} - 2}{x-3}$ .

- A.**  $\frac{1}{12}$ .                      **B.**  $0$ .                      **C.**  $\frac{1}{10}$ .                      **D.**  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x+5} - 2}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt[3]{x+5} - 2) \left( (\sqrt[3]{x+5})^2 + 4 + 2\sqrt[3]{x+5} \right)}{(x-3) \left( (\sqrt[3]{x+5})^2 + 4 + 2\sqrt[3]{x+5} \right)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3) \left( (\sqrt[3]{x+5})^2 + 4 + 2\sqrt[3]{x+5} \right)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(\sqrt[3]{x+5})^2 + 4 + 2\sqrt[3]{x+5}} = \frac{1}{12}. \end{aligned}$$

**Câu 9:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 2}{x - 2}$ :

- A.**  $+\infty$ .                      **B.**  $-\infty$ .                      **C.**  $0$ .                      **D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x^2 + 2) = 6 > 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x - 2) = 0$  và  $x - 2 < 0$  khi  $x \rightarrow 2^-$ .

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 2}{x - 2} = -\infty.$$

**Câu 10:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $a$  sao cho  $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{-2x + 3}{x - a} = +\infty$ ?

- A.  $a > \frac{3}{2}$ .                      B.  $a > -1$ .                      C.  $a < \frac{3}{2}$ .                      D.  $a < -1$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow a^+} (-2x+3) = -2a+3$ ;  $\lim_{x \rightarrow a^+} (x-a) = 0$  và  $x-a > 0, \forall x > a$ .

Do đó  $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{-2x+3}{x-a} = +\infty$  khi  $-2a+3 > 0 \Leftrightarrow a < \frac{3}{2}$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx + 2 & \text{khi } x > 1 \\ 2x^2 - x + 3m & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$ . Giá trị của tham số  $m$  để hàm số đã cho có giới

hạn khi  $x \rightarrow 1$  là:

- A.  $m = 2$ .                      B.  $m = -2$ .                      C.  $m = -1$ .                      D.  $m = 1$ .

**Lời giải**

Để hàm số đã cho có giới hạn khi  $x \rightarrow 1$  thì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + mx + 2) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x^2 - x + 3m) \Leftrightarrow m + 3 = 3m + 1 \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy  $m = 1$  thì hàm số đã cho có giới hạn khi  $x \rightarrow 1$ .

**Câu 12:** Giả sử  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2 - 3x - 2}{2x^2 + x + 1} = -2$ . Giá trị của  $a$  bằng.

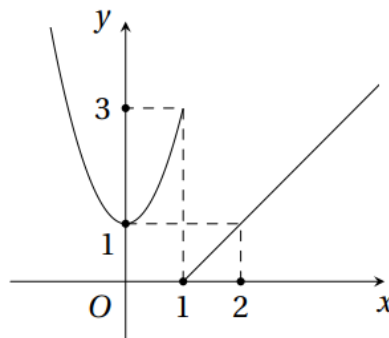
- A.  $-6$ .                      B.  $-4$ .                      C.  $-8$ .                      D.  $-1$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2 - 3x - 2}{2x^2 + x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 \left( a - \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2} \right)}{x^2 \left( 2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a - \frac{3}{x} - \frac{2}{x^2}}{2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} = \frac{a}{2}$$

Theo yêu cầu bài ra ta có:  $\frac{a}{2} = -2 \Leftrightarrow a = -4$ .

**Câu 13:** Hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình bên. Hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?



- A. 0.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 1.

**Lời giải**

Dựa vào đồ thị của hàm số, ta thấy hàm số gián đoạn tại điểm có hoành độ bằng 1.

**Câu 14:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Giá trị của  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$  là

- A.  $m = 3$ .                      B.  $m = 1$ .                      C.  $m = -1$ .                      D.  $m = 0$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$f(2) = m$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x - 1) = 1.$$

Vậy giá trị của  $m$  để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 2$  là:  $m = 1$ .

**Câu 15:** Tìm giá trị của  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 2$

**A.**  $m = 2$ .

**B.**  $m = 4$ .

**C.**  $m = 6$ .

**D.**  $m = 12$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = 12.$

$$f(2) = 2m.$$

Hàm số đã cho liên tục tại điểm  $x_0 = 2$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$

$$\Leftrightarrow 2m = 12 \Leftrightarrow m = 6.$$

**Câu 16:** Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 2x^2} - \sqrt{x^2 - 2x})$ .

**A.**  $I = \frac{5}{3}$ .

**B.**  $I = 1$ .

**C.**  $I = \frac{2}{3}$ .

**D.**  $I = \frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 2x^2} - \sqrt{x^2 - 2x}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ (\sqrt[3]{x^3 + 2x^2} - x) + (x - \sqrt{x^2 - 2x}) \right]$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \left( \frac{x^3 + 2x^2 - x^3}{\sqrt[3]{(x^3 + 2x^2)^2} + x \sqrt[3]{x^3 + 2x^2} + x^3} \right) + \left( \frac{x^2 - x^2 + 2x}{x + \sqrt{x^2 - 2x}} \right) \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{2x^2}{\sqrt[3]{(x^3 + 2x^2)^2} + x \sqrt[3]{x^3 + 2x^2} + x^3} + \frac{2x}{x + \sqrt{x^2 - 2x}} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{2}{\sqrt[3]{\left(1 + \frac{2}{x}\right)^2} + \sqrt[3]{1 + \frac{2}{x}} + 1} + \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{2}{x}}} \right] = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}.$$

**Câu 17:** Biết giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{8x^3 - x^2} + \sqrt{4x^2 + 3x}) = -\frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $a^2 + b^2$ .

**A.** 11.

**B.** 61.

**C.** 30.

**D.** 9.

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{8x^3 - x^2} + \sqrt{4x^2 + 3x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{8x^3 - x^2} - 2x + 2x + \sqrt{4x^2 + 3x})$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{8x^3 - x^2} - 2x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 + 3x})$$



$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{\left(\sqrt[3]{8x^3 - x^2}\right)^2 + \sqrt[3]{8x^3 - x^2} \cdot 2x + 4x^2} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{\sqrt{4x^2 + 3x} - 2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{x^2 \left( \left(\sqrt[3]{8 - \frac{1}{x}}\right)^2 + \sqrt[3]{8 - \frac{1}{x}} \cdot 2 + 4 \right)} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x \left( -\sqrt{4 + \frac{3}{x}} - 2 \right)} = -\frac{1}{12} - \frac{3}{4} = -\frac{5}{6}$$

Vậy  $a = 5, b = 6 \Rightarrow a^2 + b^2 = 61$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi,  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $SA$  vuông góc với đáy. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Tam giác  $SAD$  vuông. **B. Tam giác  $SBC$  vuông**  
 C.  $BD \perp (SAC)$ . D. Tam giác  $SAB$  vuông

**Lời giải:**

**Chọn B**

A đúng vì:  $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ AD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp AD$ : do đó, tam giác  $SAD$  vuông tại  $A$ .

C đúng vì:  $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SA \perp BD \\ AC \perp BD \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

D đúng vì:  $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ AB \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp AB$ : do đó, tam giác  $SAB$  vuông tại  $A$ .

**Câu 19:** Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn khác 0?

- A.  $u_n = (0,92)^n$ . B.  $u_n = \frac{\cos(2020n)}{n}$ .  
 C.  $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$ . **D.  $u_n = \frac{\sqrt{2019n^3 - n + 1}}{n\sqrt{n+3} + 1}$ .**

**Lời giải:**

**Chọn D**

A. Dãy  $u_n = (0,92)^n$  có  $|0,92| < 1$  nên có giới hạn bằng 0

B. Dãy  $u_n = \frac{\cos(2020n)}{n}$  có:  $0 < \left| \frac{\cos(2020n)}{n} \right| < \frac{1}{n}$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$  nên dãy này có giới hạn bằng 0

C. Dãy  $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$  có:  $0 < \left| \frac{(-1)^n}{n} \right| \leq \frac{1}{n}$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$  nên dãy này có giới hạn bằng 0

D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2019n^3 - n + 1}}{n\sqrt{n+3} + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3} \cdot \sqrt{2019 - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3}}}{\sqrt{n^3} \left( \sqrt{1 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^3}} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2019 - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3}}}{\sqrt{1 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^3}}} = 2019$ .

**Câu 20:** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-2x+1}{x^2-3x+2}$ .

**A.**  $-\infty$ .

**B.** 0.

**C.**  $+\infty$ .

**D.** -1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-2x+1}{x^2-3x+2} = -\infty$  (vì  $\lim_{x \rightarrow 1^-} (-2x+1) = -1 < 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2-3x+2) = 0$  và  $x^2-3x+2 > 0$  với  $x < 1$ ).

**Câu 21:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm thỏa mãn  $f'(2) = 2$ . Tính giá trị biểu thức  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ .

**A.**  $\frac{1}{3}$ .

**B.** 12.

**C.**  $\frac{1}{2}$ .

**D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn D**

Theo định nghĩa đạo hàm ta có  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = 2$ .

**Câu 22:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng của hai véc-tơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{A'C'}$ .

**A.**  $a^2$ .

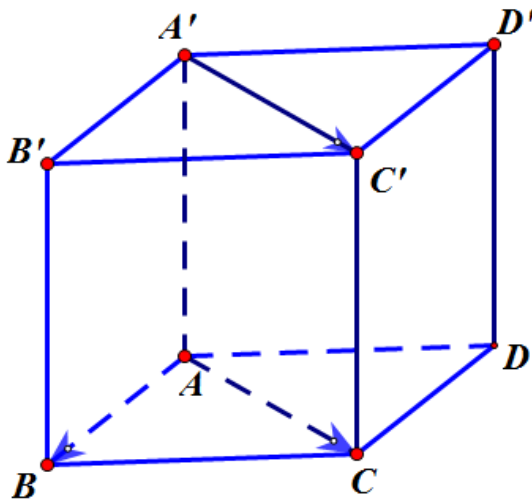
**B.** 0.

**C.**  $a^2\sqrt{2}$

**D.**  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Ta có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = a^2 + 0 = a^2$ .

**Câu 23:** Tính giới hạn  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2019n^4 + 2020}}{3n^2 + 2018}$ .

**A.**  $I = \frac{2020}{2018}$ .

**B.**  $I = +\infty$ .

**C.**  $I = \frac{\sqrt{2019}}{3}$ .

**D.**  $I = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2019n^4 + 2020}}{3n^2 + 2018} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{\sqrt{2019n^4 + 2020}}{n^2}}{\frac{3n^2 + 2018}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2019 + \frac{2020}{n^4}}}{3 + \frac{2018}{n^2}} = \frac{\sqrt{2019}}{3}$ .

- Câu 24:** Giới hạn  $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{8x^3 + \sqrt{2}x^2 + 1} + 2x)$
- A.  $-\frac{\sqrt{2}}{12}$ .      B.  $-\frac{\sqrt{2}}{6}$ .      C.  $I = -\infty$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}}{12}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có:  $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{8x^3 + \sqrt{2}x^2 + 1} + 2x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( \sqrt[3]{8 + \frac{\sqrt{2}}{x} + \frac{1}{x^3}} + 2 \right) = -\infty$

(Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{8 + \frac{\sqrt{2}}{x} + \frac{1}{x^3}} + 2 = 4 > 0$ ).

- Câu 25:** Cho hàm số  $y = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2 + 3m & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ . Tìm  $m$  để hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .
- A.  $m \neq 1$       B.  $m = -4$       C.  $m = 1, m = -4$       D.  $m \neq 1, m \neq -4$

Lời giải

**Chọn D**

Tập xác định:  $\mathbb{R}$ .

•  $\lim_{x \rightarrow 2} y = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$

•  $f(2) = m^2 + 3m$ , để hàm số gián đoạn tại  $x = 2 \Leftrightarrow m^2 + 3m \neq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -4 \end{cases}$

- Câu 26:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên khoảng  $K$  chứa  $a$ , hàm số liên tục tại  $x = a$  nếu
- A.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = a$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$ .
- C.  $f(x)$  có giới hạn hữu hạn khi  $x \rightarrow a$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

Lời giải

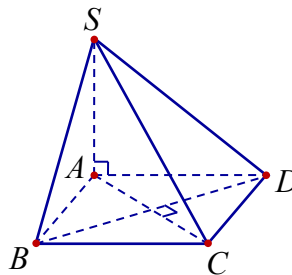
**Chọn D**

Theo định nghĩa

- Câu 27:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = a\sqrt{3}$  và vuông góc với mặt đáy. Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  là
- A.  $45^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $90^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

Lời giải

**Chọn B**



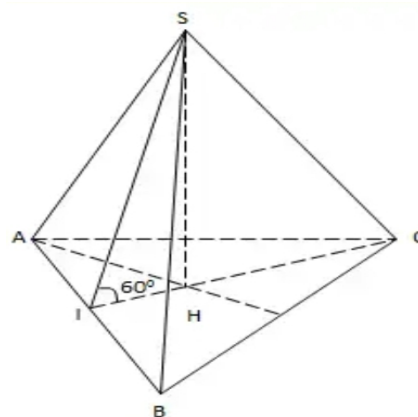
Do  $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp BC$ . Suy ra  $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ SB \subset (SBC), SB \perp BC \\ AB \subset (ABCD), AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((SBC);(ABCD)) = (SB; AB) = \widehat{SBA}$$

Xét tam giác  $SBA$  vuông tại  $A$ . Ta có

$$\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$$

Vậy  $((SBC);(ABCD)) = 60^\circ$



**Câu 28:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên đoạn  $[a;b]$ . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **đúng**?

**A.** Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục, đồng biến trên đoạn  $[a;b]$  và  $f(a).f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trong khoảng  $(a,b)$ .

**B.** Nếu phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm trong khoảng  $(a,b)$  thì hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(a;b)$ .

**C.** Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a;b]$  và  $f(a).f(b) > 0$  thì phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm trong khoảng  $(a,b)$ .

**D.** Nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên nửa khoảng  $[a;b]$  nếu nó liên tục trên khoảng  $(a;b)$  và  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x); \lim_{x \rightarrow b^-} f(x)$  tồn tại và hữu hạn.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 29:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa một mặt bên và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính khoảng cách từ  $S$  đến mặt  $ABC$ .

**A.**  $\frac{a}{2}$ .

**B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**C.**  $a$ .

**D.**  $\frac{3a}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} CI \perp AB \\ SI \perp AB \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Góc giữa  $(SAB)$  và  $(ABC)$  là góc  $\widehat{SIC}$ .

$$\text{Ta có } CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, HI = \frac{1}{3}CI = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Vậy } d(S, (ABC)) = SH = HI \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}.$$

**Câu 30:** Cho các giới hạn  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ . Tính  $M = \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - 4g(x)]$ .

**A.**  $M = 3$ .

**B.**  $M = +\infty$ .

**C.**  $M = -3$ .

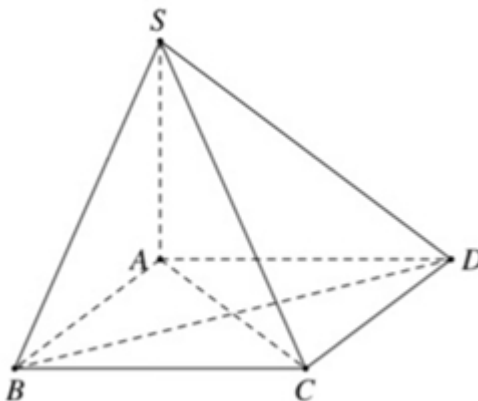
**D.**  $M = -\infty$ .

Lời giải

Chọn A

$$M = \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - 4g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) - 4 \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3.$$

**Câu 31:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $BD \perp (SAC)$ .      B.  $CD \perp (SAD)$ .      C.  $AC \perp (SBD)$ .      D.  $BC \perp (SCD)$ .

Lời giải

Chọn B

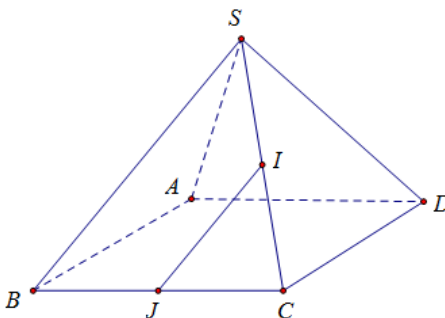
$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, SA)$  bằng.

- A.  $45^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .

Lời giải

Chọn C



Vì  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$  nên  $IJ \parallel SB$ .

Do đó số đo góc  $(IJ, SA) = (SB, SA)$ .

Vì tam giác  $SAB$  đều nên  $(SB, SA) = 60^\circ$ .

Vậy  $(IJ, SA) = 60^\circ$ .

**Câu 33:** Khối chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có mặt đáy là:

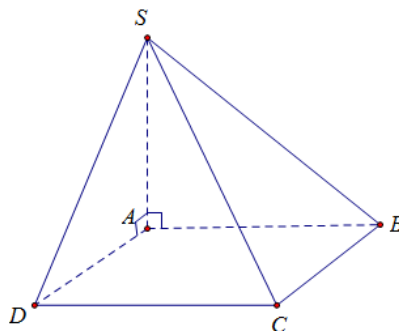
- A. Hình thang cân.      B. Hình vuông.      C. Hình thang vuông.      D. tam giác đều

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa về hình chóp tứ giác đều, ta có đáy  $ABCD$  là hình vuông.

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ . Đường thẳng  $SA$  vuông góc với mặt đáy ( $ABCD$ ) và  $SA = 2a$ . Tính tang của góc tạo bởi hai đường thẳng  $SC$  và  $AB$ .



A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**B.  $\sqrt{5}$ .**

C.  $\sqrt{3}$

D.  $\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Vì  $ABCD$  là hình vuông nên  $BC \perp AD$ .

Theo giả thiết ta có  $SA$  vuông góc với đáy nên suy ra  $SA \perp CD$ .

Do đó,  $CD \perp (SAD)$ . Hay tam giác  $SCD$  vuông ở  $D$ .

Vì  $ABCD$  là hình vuông nên  $AB \parallel CD$ , vậy  $(SC, AB) = (SC, CD) = \alpha$ .

$$\text{Suy ra } \tan \alpha = \frac{SD}{CD} = \frac{\sqrt{SA^2 + AB^2}}{a} = \frac{\sqrt{5}a}{a} = \sqrt{5}.$$

**Câu 35:** Biết  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4} = \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $T = a^2 + b^2$ .

A.  $T = 256$

**B.  $T = 257$**

C.  $T = 17$

D.  $T = 0$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2-4}{(x+2)(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x+2)(\sqrt{x+2}+2)} = \frac{1}{16}$$

$$\text{Suy ra } a = 1, b = 16 \Rightarrow T = a^2 + b^2 = 257.$$

**Câu 36:** Biết  $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-4x} - \sqrt{x^2-x})$ . Tính  $M = \sin\left(\frac{a\pi}{6}\right)$ ?

A.  $M = -\frac{1}{2}$ .

**B.  $M = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .**

C.  $M = \frac{1}{2}$ .

D.  $M = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

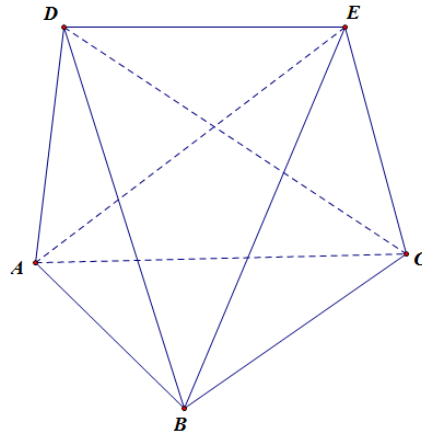
**Lời giải**

**Chọn B**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } a &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-4x} - \sqrt{x^2-x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2-4x} - \sqrt{x^2-x})(\sqrt{x^2-4x} + \sqrt{x^2-x})}{\sqrt{x^2-4x} + \sqrt{x^2-x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-4x-x^2+x}{\sqrt{x^2-4x} + \sqrt{x^2-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{\sqrt{x^2-4x} + \sqrt{x^2-x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3}{-\sqrt{1-\frac{4}{x}} - \sqrt{1-\frac{1}{x}}} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } M = \sin\left(\frac{a\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$





Ta có  $DE \parallel (ABC)$  và  $AB, AC$  nằm trong mặt phẳng  $(ABC)$  do đó  $\overline{DE}, \overline{AB}, \overline{AC}$  đồng phẳng.

**Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ .  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$ .

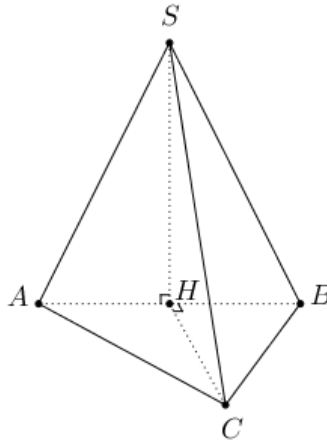
A.  $60^\circ$ .

**B.  $45^\circ$ .**

C.  $30^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .

**Lời giải**



**Chọn B**

Gọi  $H$  là trung điểm  $AB$ , ta có  $SH \perp AB$  (do  $\Delta SAB$  đều) và  $CH \perp AB$  (do  $\Delta ABC$  đều).

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \Rightarrow SH \perp (ABC). \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} CH \perp AB \\ CH \perp SH \text{ (do } SH \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow CH \perp (SAB).$$

Suy ra  $SH$  là hình chiếu vuông góc của  $SC$  lên mặt phẳng  $(SAB)$ .

$$\Rightarrow \widehat{(SC, (SAB))} = \widehat{CSH}.$$

$$\text{Xét } \Delta SHC \text{ vuông tại } H \text{ ta có } \begin{cases} SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \\ CH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases} \text{ nên } \Delta SHC \text{ vuông cân tại } H.$$

$$\text{Vậy } \widehat{CSH} = 45^\circ.$$



**Câu 42:** Cho tứ diện  $SABC$  có  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc và  $SB = SC = a\sqrt{6}, SA = a$ . Khi đó góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(SBC)$  bằng

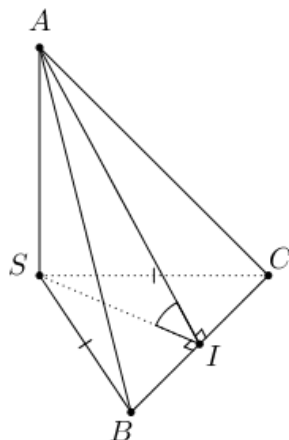
A.  $60^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

**C.  $30^\circ$ .**

D.  $90^\circ$ .

Lời giải



**Chọn C**

Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp SI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp AI.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SI \subset (SBC), SI \perp BC \\ AI \subset (ABC), AI \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{SIA}.$$

Xét  $\Delta SIA$  vuông tại  $S$  ta có  $SA = a, SI = \frac{1}{2} \cdot SC\sqrt{2} = a\sqrt{3}$ .

$$\Rightarrow \tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{SI} = \frac{a}{a\sqrt{3}}.$$

Vậy  $\widehat{SIA} = 30^\circ$ .

**Câu 43:** Cho hình lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Điểm  $M$  và  $N$  tương ứng là trung điểm các đoạn  $AC, BB'$ . Cosin góc giữa đường thẳng  $MN$  và  $(B'AC)$  bằng:

A.  $\frac{3\sqrt{7}}{14}$ .

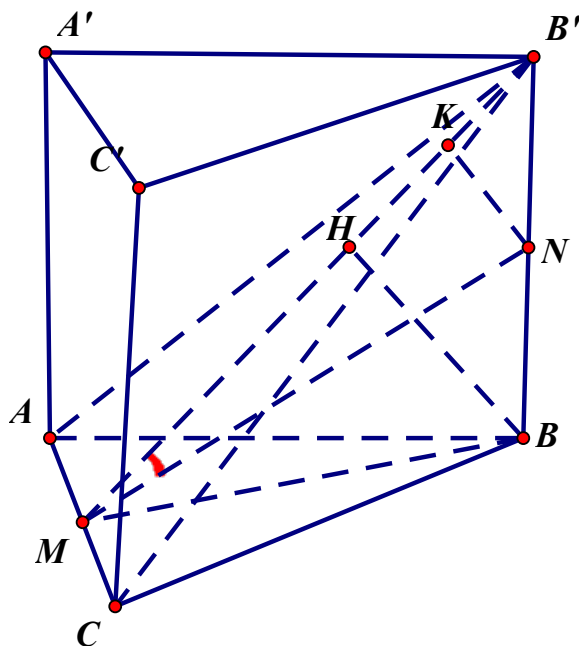
**B.  $\frac{5\sqrt{7}}{14}$ .**

C.  $\frac{\sqrt{7}}{14}$ .

D.  $\frac{\sqrt{105}}{21}$ .

Lời giải

**Chọn B**



Gọi  $K$  và  $H$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $N$  và  $B$  trên  $MB'$   
 Dễ dàng chứng minh  $BH$ ,  $NK$  vuông góc với  $(B'AC)$

Ta có:  $\widehat{KMN} = (\widehat{MN}; (\widehat{B'AC}))$

$$\text{Tính } \frac{KN}{BH} = \frac{B'N}{B'B} = \frac{1}{2} \text{ mà } \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{(BB')^2} + \frac{1}{BM^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{21}}{7} \Rightarrow KN = \frac{a\sqrt{21}}{14}$$

$$\text{Tính } MN = \sqrt{BN^2 + BM^2} = a$$

$$\text{Vậy ta có: } \sin \widehat{KMN} = \frac{NK}{MN} = \frac{\sqrt{21}}{14} \Rightarrow \cos \widehat{KMN} = \frac{5\sqrt{7}}{14}$$

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật cạnh  $AB = a$ ;  $AD = 2a$ ;  $SA = a$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SAD)$  cùng vuông góc với mặt đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SB$ , khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng:

**A.**  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .

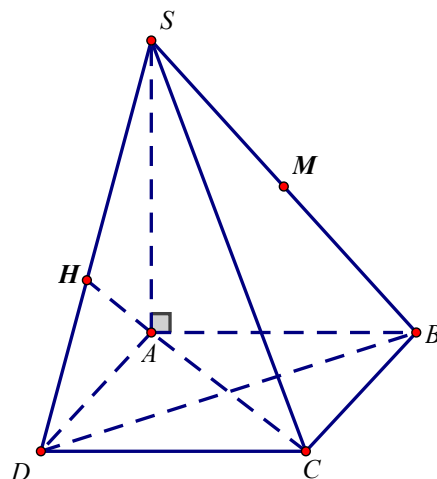
**B.**  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .

**C.**  $\frac{a\sqrt{15}}{15}$ .

**D.**  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$ .

Lời giải

**Chọn A**



Ta có:  $d(M;(SCD)) = \frac{1}{2}d(B;(SCD)) = \frac{1}{2}d(A;(SCD))$

Kẻ  $AH$  vuông góc  $SD \Rightarrow AH = d(A;(SCD)) \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$   
 $\Rightarrow d(M;(SCD)) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$ .

**Câu 45:** Biết  $a, b$  là các số thực thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} + ax}{x^2 - 3x + 2} = b$  và  $T = \frac{5}{a+b}$ . Tính  $T$ .

A.  $\frac{-25}{4}$ .

B. 4.

C. -4.

D.  $\frac{25}{4}$ .

Lời giải

**Chọn C**

Ta có  $x \rightarrow 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 \rightarrow 0$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} + ax}{x^2 - 3x + 2} = b \Rightarrow x \rightarrow 2$  thì  $\sqrt{3x-2} + ax \rightarrow 0 \Rightarrow \sqrt{3 \cdot 2 - 2} + 2a = 0 \Rightarrow a = -1$ .

Ta có  $b = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - x}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 2 - x^2}{(x-1)(x-2)(\sqrt{3x-2} + x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{\sqrt{3x-2} + x} = \frac{-1}{4}$

$T = \frac{5}{a+b} = \frac{5}{-1 - \frac{1}{4}} = -4$ .

**Câu 46:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AB = 2a$ ,  $AD = CD = a$ ,  $SA = a\sqrt{2}$  và vuông góc với  $(ABCD)$ . Tính cosin của góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABCD)$ .

A.  $\frac{1}{2}$ .

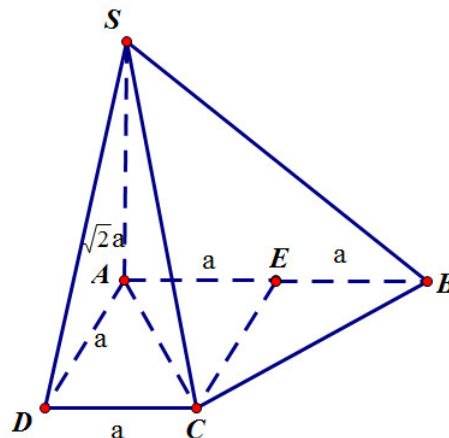
B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

C.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .

D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Lời giải

**Chọn B**



Gọi  $E$  là trung điểm của  $AB$ . Từ giả thiết suy ra  $AE = DC = a$  và  $AE \parallel DC$  nên  $AECD$  là hình bình hành  $\Rightarrow EC = a$ .

Xét tam giác  $ABC$  có  $EC = EA = EB = a \Rightarrow \Delta ABC$  vuông tại  $C \Rightarrow BC \perp CA$ .

Ta có  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ .

$$\text{Vậy } \begin{cases} BC \perp CA, BC \perp SA \\ CA \cap SA = A \\ CA, SA \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC).$$

$$\text{Xét mp}(SBC) \text{ và mp}(ABCD) \text{ có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp (SAC) \\ (SAC) \cap (SBC) = SC \\ (SAC) \cap (ABCD) = AC \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = \widehat{SCA}. (*)$$

Vì  $ABCD$  là hình thang vuông nên  $\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$ .

Trong tam giác  $(SAC)$  có  $\widehat{A} = 90^\circ, SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow \cos \widehat{SCA} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) ta có  $\Rightarrow \cos((SBC), (ABCD)) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 47:** Cho tam giác đều  $C_1$  có cạnh bằng  $2a$ . Chia mỗi cạnh của tam giác đều thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có tam giác đều  $C_2$  (tham khảo hình vẽ).



Từ tam giác đều  $C_2$  lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các tam giác đều  $C_1, C_2, C_3, \dots$ . Gọi  $S_i$  là diện tích của tam giác đều  $C_i$  ( $i \in \{1; 2; 3; \dots\}$ ). Đặt  $S = S_1 + S_2 + \dots + S_n + \dots$ . Biết  $S = \frac{64\sqrt{3}}{3}$ , tính  $a^2$ .

**A.** 6.

**B.** 12.

**C.**  $9\sqrt{2}$ .

**D.**  $6\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Diện tích của tam giác đều  $C_1$  là  $S_1 = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$

Tổng diện tích của ba tam giác nhỏ bao phủ tam giác đều  $C_2$ :  $s = 3 \cdot \frac{a}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{32} a^2$

Diện tích của tam giác đều  $C_2$   $S_2 = a^2 \sqrt{3} - \frac{9\sqrt{3}}{32} a^2 = \frac{23\sqrt{3}}{32} a^2$ . Như vậy  $S_2 = \frac{23}{32} S_1$

Diện tích các tam giác đều là các số hạng của cấp số nhân với  $q = \frac{23}{32}$ . Tổng diện tích của cấp số

nhân lùi vô hạn này được tính như sau:  $S = \frac{1}{1 - \frac{23}{32}} a^2 \sqrt{3} = \frac{32}{9} a^2 \sqrt{3} = \frac{64\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow a^2 = 6$ .

**Câu 48:** Giá trị của  $a \cdot b$  với  $a, b$  để  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} + ax + b) = \frac{1}{2}$  thuộc tập hợp nào?

A.  $[-1; 0]$ .

B.  $[3; 6]$ .

**C.  $[1; 2]$ .**

D.  $[2; 3]$ .

Lời giải

**Chọn C**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} + ax + b) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 + x + 1 - a^2x^2 - 2abx - b^2}{\sqrt{4x^2 + x + 1} - ax - b} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(4 - a^2)x^2 + (1 - 2ab)x + 1 - b^2}{\sqrt{4x^2 + x + 1} - ax - b}$$

Mà giá trị của biểu thức  $\lim$  bằng  $\frac{1}{2}$  thì: 
$$\begin{cases} 4 - a^2 = 0 \\ -2 - a = 2(1 - 2ab) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{3}{4} \end{cases} \text{ Suy ra } a \cdot b = \frac{3}{2}$$

**Câu 49:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$ .  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $SA = a$  và vuông góc với đáy. Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC$  và  $(P)$  là mặt phẳng qua  $M$  vuông góc với  $SA$ . Diện tích thiết diện của mặt phẳng  $(P)$  với khối chóp bằng

**A.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$ .**

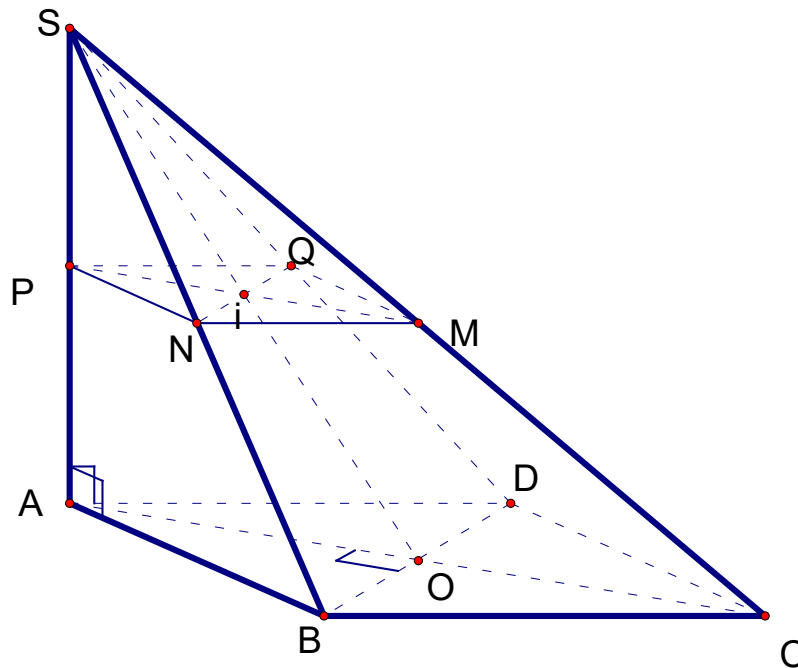
B.  $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $\frac{a^2}{4}$ .

D.  $\frac{a^2}{8}$ .

Lời giải

**Chọn A**



Gọi  $P, N, Q, I$  lần lượt là trung điểm của  $SA, SB, SD, SO$ , dễ dàng chứng minh được  $(MNPQ) \perp SA \Rightarrow (P) \equiv (MNPQ)$

Ta có  $MNPQ$  là hình thoi có  $NQ = \frac{1}{2}BD = \frac{a}{2}$ ,  $PM = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{1}{2}PM \cdot NQ = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$

**Câu 50:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = \sqrt{2019} \\ u_{n+1} = u_n^2 - 2 \end{cases} \text{ với mọi } n = 1, 2, 3, \dots \text{ Tính } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}^2}{u_1^2 \cdot u_2^2 \cdot \dots \cdot u_n^2}.$$

A. 1.

**B. 2015.**

C. 2023

D. 0.

Lời giải

**Chọn B**

Dễ dàng chứng minh được  $\lim(u_n) = +\infty$ .

$$\text{Ta có: } u_{n+1} = u_n^2 - 2 \Rightarrow u_{n+1}^2 - 4 = (u_n^2 - 2)^2 - 4$$

$$\Rightarrow u_{n+1}^2 - 4 = u_n^2 \cdot (u_n^2 - 4) = u_n^2 \cdot u_{n-1}^2 \cdot (u_{n-1}^2 - 4) = \dots = u_n^2 \cdot u_{n-1}^2 \cdot \dots \cdot u_1^2 \cdot (u_1^2 - 4)$$

$$\Rightarrow \frac{u_{n+1}^2 - 4}{u_n^2 \cdot u_{n-1}^2 \cdot \dots \cdot u_1^2} = u_1^2 - 4 \Rightarrow \frac{u_{n+1}^2}{u_n^2 \cdot u_{n-1}^2 \cdot \dots \cdot u_1^2} = 2019 - 4 + \frac{4}{u_n^2 \cdot u_{n-1}^2 \cdot \dots \cdot u_1^2}$$

$$\Rightarrow \lim \frac{u_{n+1}^2}{u_n^2 \cdot u_{n-1}^2 \cdot \dots \cdot u_1^2} = 2015 + \lim \frac{4}{u_n^2 \cdot u_{n-1}^2 \cdot \dots \cdot u_1^2}$$

$$\text{Mà } \lim(u_n) = +\infty \text{ nên } \lim \frac{4}{u_n^2 \cdot u_{n-1}^2 \cdot \dots \cdot u_1^2} = 0$$

$$\text{Do đó } \lim \frac{u_{n+1}^2}{u_n^2 \cdot u_{n-1}^2 \cdot \dots \cdot u_1^2} = 2015.$$

---- HẾT ----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 06

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

**Câu 1:** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

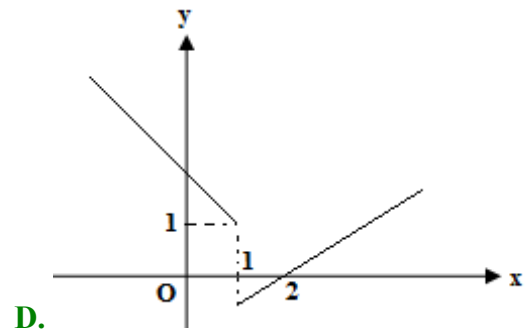
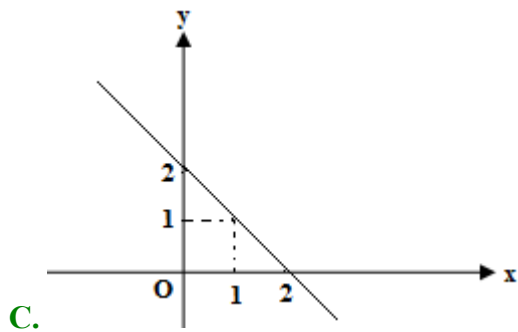
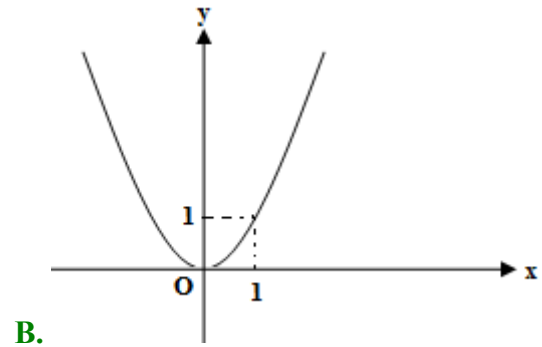
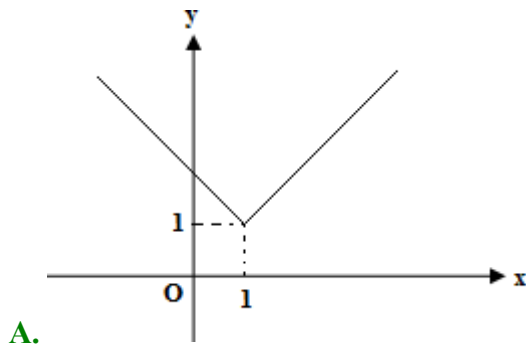
A. Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim(u_n v_n) = +\infty$ .

B. Nếu  $\lim u_n = a \neq 0$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = 0$ .

C. Nếu  $\lim u_n = a > 0$  và  $\lim v_n = 0$  thì  $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$ .

D. Nếu  $\lim u_n = a < 0$  và  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = -\infty$ .

**Câu 2:** Hình nào trong các hình dưới đây là đồ thị của hàm số không liên tục tại  $x = 1$ ?



**Câu 3:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - \sqrt{9x^2 - 1})$  bằng:

A.  $+\infty$ .

B. 0.

C.  $-\infty$ .

D. -1.

**Câu 4:** Cho  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$ . Chọn kết luận đúng trong các kết luận sau:

A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ .

B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 2$ .

C.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$ .

D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ .

**Câu 5:**  $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5}$  là

A.  $+\infty$ .

B. 0.

C.  $-\frac{1}{2}$ .

D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 6:** Tính  $l = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{x+7}}{x^2 - 1}$

A.  $l = -\infty$ .

B.  $l = 0$ .

C.  $l = \frac{1}{12}$ .

D.  $l = -\frac{1}{12}$ .

**Câu 7:** Cho  $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+m}{x+2}$ . Để  $A = 5$ , giá trị của  $m$  là bao nhiêu?

- A. 3.                                      B. 14.                                      C. 3.                                      D.  $\frac{10}{3}$ .

**Câu 8:** Tìm giới hạn  $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x)$  ta được kết quả.

- A.  $+\infty$ .                                      B.  $-\infty$ .                                      C.  $-\frac{1}{2}$ .                                      D. 0.

**Câu 9:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right)$ .

- A.  $+\infty$ .                                      B.  $-\infty$ .                                      C. 0.                                      D. -1.

**Câu 10:** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ . Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu ?

- A. 6.                                      B. 10.                                      C. -10.                                      D. -6.

**Câu 11:** Cho phương trình  $f(x) = x^4 - 3x^3 + x - \frac{1}{8} = 0$ . Chọn khẳng định đúng:

- A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng  $(-1; 3)$ .  
 B. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng  $(-1; 3)$ .  
 C. Phương trình (1) có đúng ba nghiệm trên khoảng  $(-1; 3)$ .  
 D. Phương trình (1) có đúng bốn nghiệm trên khoảng  $(-1; 3)$ .

**Câu 12:** Cho  $a$  và  $b$  là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a$  và  $b$  để hàm số

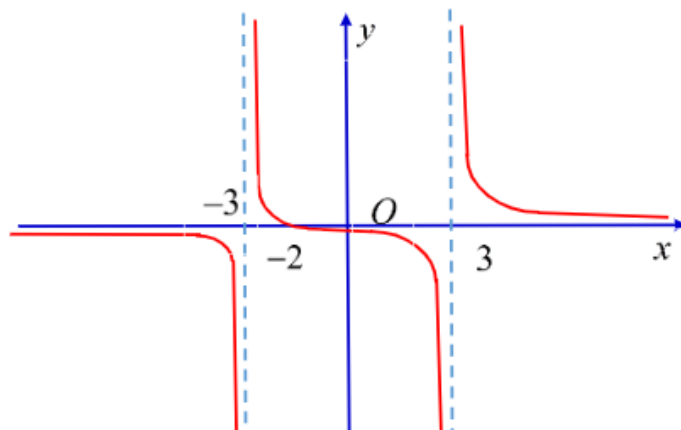
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 4x^2 + 5b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

- A.  $a = 5b$ .                                      B.  $a = 10b$ .                                      C.  $a = b$ .                                      D.  $a = 2b$ .

**Câu 13:** Tìm giới hạn của hàm số  $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3}$ .

- A.  $+\infty$ .                                      B.  $-\infty$ .                                      C.  $\frac{3}{2}$ .                                      D. 1.

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Trong các giới hạn sau giới hạn có kết quả  $+\infty$ :

- A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .                                      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .                                      C.  $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$ .                                      D.  $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x)$ .



**Câu 15:** Tìm  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 2, & \text{khi } x > 1 \\ 2x^2 - x + 3a, & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$  có giới hạn khi  $x \rightarrow 1$ .

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $-\frac{1}{6}$ .                      D. 1.

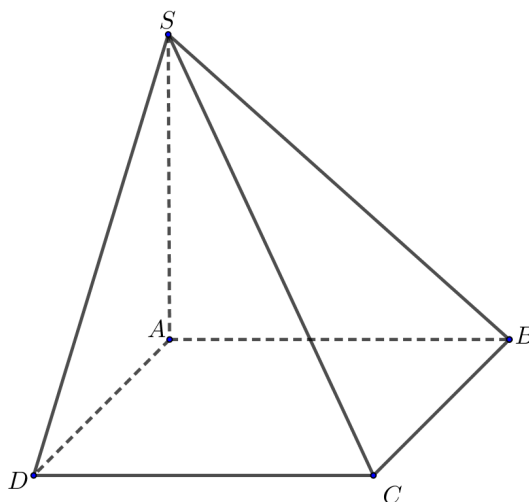
**Câu 16:** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1} \right)$

- A.  $L = \frac{-1}{2}$ .                      B.  $L = -\infty$ .                      C.  $L = 0$ .                      D.  $L = \frac{1}{2}$ .

**Câu 17:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5}}{4x - 1}$ .

- A.  $-\frac{1}{4}$ .                      B. 1.                      C. 0.                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  (tham khảo hình vẽ bên). Đường thẳng  $SA$  **không** vuông góc với đường thẳng nào dưới đây.



- A.  $BC$ .                      B.  $AB$ .                      C.  $SC$ .                      D.  $CD$ .

**Câu 19:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = -\sqrt{2}$  ?

- A.  $y = \cos x$ .                      B.  $y = \frac{3x + 2\sqrt{2}}{x^2 - 2}$ .                      C.  $y = x + \sqrt{2}$ .                      D.  $y = \tan x$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $f(x) = 3x^3 + 2x - 2$ . Xét phương trình  $f(x) = 0$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Phương trình có 4 nghiệm.                      B. Phương trình có ít nhất một nghiệm.  
C. Phương trình vô nghiệm.                      D. Phương trình có nghiệm trên khoảng  $(1; 2)$ .

**Câu 21:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0$  với  $k$  nguyên dương.  
B.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$ .  
C. Nếu  $u_n = c$  ( $c$  là hằng số) thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} c = c$ .  
D.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$ .





**Câu 42:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(CB'D')$  và  $(ABCD)$ .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 43:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  với  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ , cạnh bên  $SA = a\sqrt{3}$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua trung điểm  $M$  của  $AB$  và vuông góc với  $SB$  cắt  $AC, SC, SB$  lần lượt tại  $N, P, Q$ . Diện tích của tứ giác  $MNPQ$  bằng

- A.  $\frac{11a^2\sqrt{3}}{64}$ .                      B.  $\frac{33a^2\sqrt{3}}{64}$ .                      C.  $\frac{33a^2}{64}$ .                      D.  $\frac{33a^2}{16}$ .

**Câu 44:** Cho  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^3 + 5x^2} + \sqrt{3}x}{x^4 + 4x^3 + 16} = \frac{a}{b\sqrt{c}}$ , với  $\frac{a}{b}, a > 0, b > 0$  là phân số tối giản. Tính giá trị của  $M = a + b + c$ .

- A. 2019.                      B. 12.                      C. 20.                      D. 19.

**Câu 45:** Có bao nhiêu giá trị  $a > 0$  sao cho  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - (1 + a^2)x + a}{x^3 - a^3} = \frac{1}{3}$ ?

- A. 0.                      B. 2.                      C. 4.                      D. 1.

**Câu 46:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{3x + a}, & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x + a, & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Tìm các giá trị của tham số  $a$  để  $f(x)$  liên tục tại

- $x = 1$ .  
A.  $a \in \mathbb{R}$ .                      B.  $a \in \emptyset$ .                      C.  $a \neq -3$ .                      D.  $a = -3$ .

**Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ ,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a\sqrt{2}$  và góc giữa  $SD$  và  $(SAC)$  bằng  $45^\circ$ . Tính diện tích  $S$  của hình thoi.

- A.  $S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$ .                      B.  $S = 3a^2\sqrt{3}$ .                      C.  $S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{5}$ .                      D.  $S = 2a^2\sqrt{3}$ .

**Câu 48:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{x - 1} = 5$ . Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4f(x) + 9} + 3)}$  bằng

- A.  $\frac{5}{3}$ .                      B. 2.                      C. 10.                      D. 1.

**Câu 49:** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + 2n + 1}{3n^2 + 4} = \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $a^2 - 4ab + b^2$

- A. 4.                      B. 2.                      C. 0.                      D. -2.

**Câu 50:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  cạnh đáy bằng  $a$ , đường cao  $SO = 2a$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$ . Xét mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M$  và vuông góc với  $AH$ . Đặt  $AM = x$ . Tìm  $x$  để diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  $(P)$  đạt giá trị lớn nhất.

- A.  $x = \frac{3a\sqrt{3}}{8}$                       B.  $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$                       C.  $x = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$                       D.  $x = \frac{a\sqrt{3}}{8}$

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

**A.** Nếu  $\lim u_n = +\infty$  và  $\lim v_n = a > 0$  thì  $\lim(u_n v_n) = +\infty$ .

**B.** Nếu  $\lim u_n = a \neq 0$  và  $\lim v_n = \pm\infty$  thì  $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = 0$ .

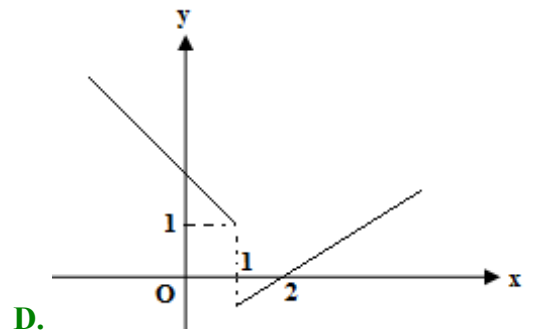
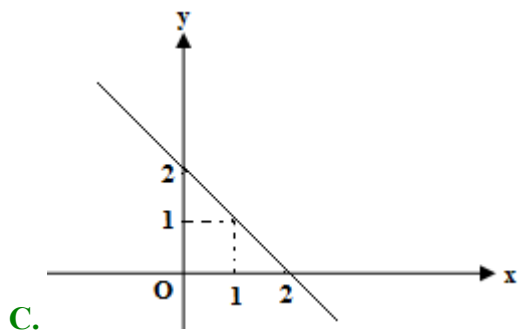
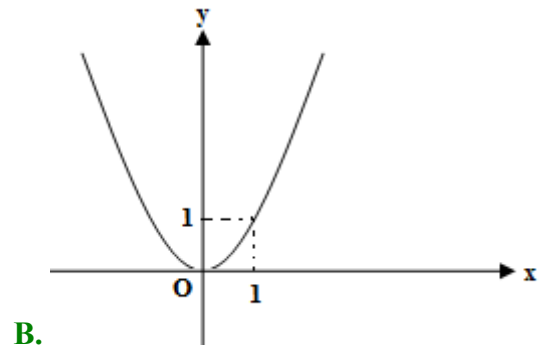
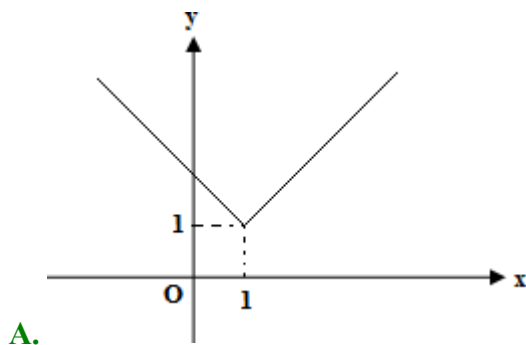
**C.** Nếu  $\lim u_n = a > 0$  và  $\lim v_n = 0$  thì  $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$ .

**D.** Nếu  $\lim u_n = a < 0$  và  $\lim v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = -\infty$ .

**Lời giải**

Nếu  $\lim u_n = a > 0$  và  $\lim v_n = 0$  thì  $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$  là mệnh đề **sai** vì chưa rõ dấu của  $v_n$  là dương hay âm.

**Câu 2:** Hình nào trong các hình dưới đây là đồ thị của hàm số không liên tục tại  $x = 1$ ?



**Lời giải**

Từ hình vẽ trong các phương án A, B, C ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} y = y(1)$  nên hàm số liên tục tại  $x = 1$ , suy ra phương án A, B, C đúng.

Từ hình vẽ trong phương án D: ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y \neq 1$  nên  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} y$ , hàm số không liên tục tại  $x = 1$ , suy ra phương án D sai.

**Câu 3:** Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - \sqrt{9x^2 - 1})$  bằng:

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $0$ .

**C.**  $-\infty$ .

**D.**  $-1$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x - \sqrt{9x^2 - 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 3x + x \sqrt{9 - \frac{1}{x^2}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left( 3 + \sqrt{9 - \frac{1}{x^2}} \right) = -\infty$$

**Câu 4:** Cho  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$ . Chọn kết luận đúng trong các kết luận sau:

- A.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ .      **B.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 2$ .      **C.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$ .      **D.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ .

**Lời giải**

Dựa vào định lý ta chọn phương án **A**.

**Câu 5:**  $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5}$  là

- A.**  $+\infty$ .      **B.**  $0$ .      **C.**  $-\frac{1}{2}$ .      **D.**  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{|10 - 2x|}{x^2 - 6x + 5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x - 10}{x^2 - 6x + 5} = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2}{x - 1} = \frac{1}{2}.$$

**Câu 6:** Tính  $l = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{x+7}}{x^2 - 1}$

- A.**  $l = -\infty$ .      **B.**  $l = 0$ .      **C.**  $l = \frac{1}{12}$ .      **D.**  $l = -\frac{1}{12}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} l &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt[3]{x+7}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+3} - 2) + (2 - \sqrt[3]{x+7})}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+3} - 2)}{(x-1)(x+1)} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2 - \sqrt[3]{x+7})}{(x-1)(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+3} - 2)(\sqrt{x+3} + 2)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3} + 2)} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2 - \sqrt[3]{x+7})(4 + 2\sqrt[3]{x+7} + \sqrt[3]{(x+7)^2})}{(x-1)(x+1)(4 + 2\sqrt[3]{x+7} + \sqrt[3]{(x+7)^2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3} + 2)} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^3 - (\sqrt[3]{x+7})^3}{(x-1)(x+1)(4 + 2\sqrt[3]{x+7} + \sqrt[3]{(x+7)^2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3} + 2)} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{(x-1)(x+1)(4 + 2\sqrt[3]{x+7} + \sqrt[3]{(x+7)^2})} \\ &= \frac{1}{8} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)}{(x-1)(x+1)(4 + 2\sqrt[3]{x+7} + \sqrt[3]{(x+7)^2})} \\ &= \frac{1}{8} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{(x+1)(4 + 2\sqrt[3]{x+7} + \sqrt[3]{(x+7)^2})} = \frac{1}{8} - \frac{1}{24} = \frac{1}{12}. \end{aligned}$$

**Câu 7:** Cho  $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+m}{x+2}$ . Để  $A = 5$ , giá trị của  $m$  là bao nhiêu?

- A.**  $3$ .      **B.**  $14$ .      **C.**  $3$ .      **D.**  $\frac{10}{3}$ .

**Lời giải**

Cách 1:  $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+m}{x+2} = \frac{6+m}{4}$ , mà  $A = 5 \Rightarrow \frac{6+m}{4} = 5 \Leftrightarrow m = 14$ .

Cách 2: Bấm máy tính như sau  $\frac{3x+M}{x+2} + \text{CACL} + x = 2 + 10^{-9}$  và  $M =$  (đáp án: A, B, C, D)

đáp án cho kết quả = 5 ta chọn.

**Câu 8:** Tìm giới hạn  $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - x)$  ta được kết quả.

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $-\frac{1}{2}$ .                      D. 0.

**Lời giải**

Cách 1 : Ta có:  $A = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} - x)(\sqrt{x^2 - x + 1} + x)}{\sqrt{x^2 - x + 1} + x}$ .

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1 - x^2}{\sqrt{x^2 - x + 1} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 1}{\sqrt{x^2 - x + 1} + x} = -\frac{1}{2}.$$

Cách 2: Bấm máy tính như sau  $\sqrt{x^2 - x + 1} - x + \text{CACL} + x = 10^{10}$  và so đáp án.

**Câu 9:** Tính  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right)$ .

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C. 0.                      D. -1.

**Lời giải**

$$L = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{1}{(x-2)(x+2)} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2-1}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{(x-2)(x+2)}.$$

Ta có  $x \rightarrow 2^- \Rightarrow x < 2 \Rightarrow x-2 < 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-2) = 0^-$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x+1) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x+2) = 4$ .

Kết luận  $L = -\infty$ .

**Câu 10:** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$ . Giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu ?

- A. 6.                      B. 10.                      C. -10.                      D. -6.

**Lời giải**

Cách 1:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a.x + 5}{\sqrt{x^2 + ax + 5} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a.x + 5}{-x \sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + \frac{5}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{a}{x} + \frac{5}{x^2}} - 1} = -\frac{a}{2}$$

Mà  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5 \Rightarrow -\frac{a}{2} = 5 \Leftrightarrow a = -10$ .

Cách 2: Bấm máy tính như sau  $\sqrt{x^2 + Ax + 5} + x + \text{CACL} + x = -10^{10}$  và A = ( đáp án: A, B, C, D ), đáp án cho kết quả = 5 ta chọn.

**Câu 11:** Cho phương trình  $f(x) = x^4 - 3x^3 + x - \frac{1}{8} = 0$ . Chọn khẳng định đúng:

- A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng  $(-1; 3)$ .  
 B. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng  $(-1; 3)$ .  
 C. Phương trình (1) có đúng ba nghiệm trên khoảng  $(-1; 3)$ .  
 D. Phương trình (1) có đúng bốn nghiệm trên khoảng  $(-1; 3)$ .

**Lời giải**

**Cách 1:** Xét hàm số  $f(x) = x^4 - 3x^3 + x - \frac{1}{8} = 0$  liên tục trên  $[-1; 3]$ .

Ta có:  $f(-1) = \frac{23}{8}; f(0) = -\frac{1}{8}; f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16}; f(1) = -\frac{9}{8}; f(3) = \frac{23}{8}$ .

Suy ra:  $f(-1).f(0) < 0; f(0).f\left(\frac{1}{2}\right) < 0; f\left(\frac{1}{2}\right).f(1) < 0$  và  $f(1).f(3) < 0$

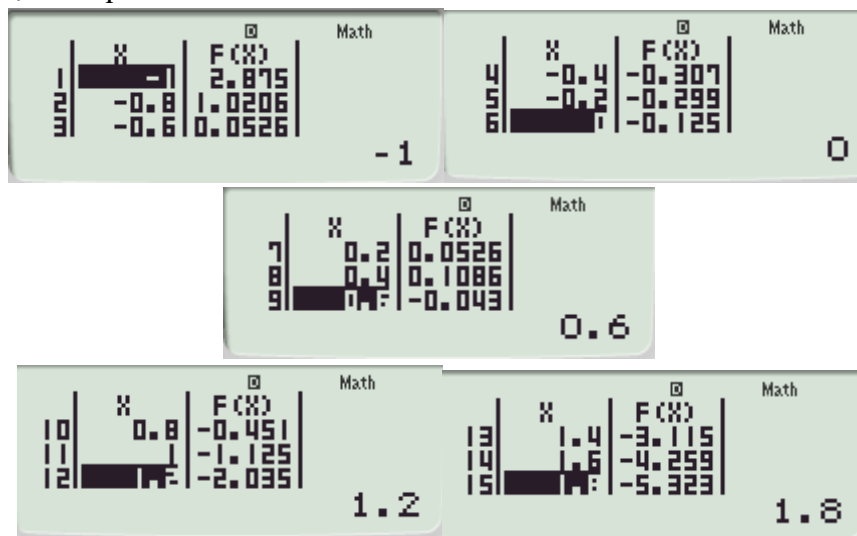
Do đó phương trình có ít nhất 4 nghiệm thuộc khoảng  $(-1;3)$ .

Mặt khác phương trình bậc 4 có tối đa bốn nghiệm.

Vậy phương trình có đúng 4 nghiệm thuộc khoảng  $(-1;3)$ .

**Cách 2:** Sử dụng chức năng Table trên MTCT:  $f(X) = X^4 - 3X^3 + X - \frac{1}{8}$  Start: -1 End: 3

Step: 0.2 ta được kết quả như sau:



Quan sát kết quả ta thấy giá trị của  $f(X)$  tại các điểm trong khoảng  $(-1;3)$  đổi dấu 4 lần. Mà phương trình bậc 4 thì có tối đa 4 nghiệm thực. Vậy phương trình (1) có đúng bốn nghiệm trên khoảng  $(-1;3)$ . Do đó D là đáp án đúng.

**Cách 3:** Sử dụng chức năng Shift Calc (Solve) của MTCT để tìm nghiệm xấp xỉ của phương trình trong khoảng  $(-1;3)$ . Tuy nhiên cách này tiềm ẩn nhiều may rủi hơn cách sử dụng chức năng Table như trên.

**Câu 12:** Cho  $a$  và  $b$  là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a$  và  $b$  để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 4x^2 + 5b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

**A.**  $a = 5b$ .

**B.**  $a = 10b$ .

**C.**  $a = b$ .

**D.**  $a = 2b$ .

**Lời giải**

**Cách 1:** Ta có  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{x(\sqrt{ax+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a}{\sqrt{ax+1}+1} = \frac{a}{2}$ .

Mặt khác  $f(0) = 5b$ .

Để hàm số đã cho liên tục tại  $x = 0$  thì  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{a}{2} = 5b \Leftrightarrow a = 10b$ .



**Cách 2:** Sử dụng MTCT. Chọn các giá trị cụ thể của  $a$  và  $b$  thỏa mãn từng hệ thức rồi tính toán cho đến khi được kết quả  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ . Chẳng hạn với hệ thức ở đáp án A, chọn

$a = 5; b = 1$  ta tìm được  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5x+1}-1}{x} = \frac{5}{2}; f(0) = 5$  nên không thỏa mãn. Với hệ thức ở đáp

án B, chọn  $a = 10; b = 1$  ta được  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{10x+1}-1}{x} = 5; f(0) = 5$  nên thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ .

Do đó đáp án là **B**.

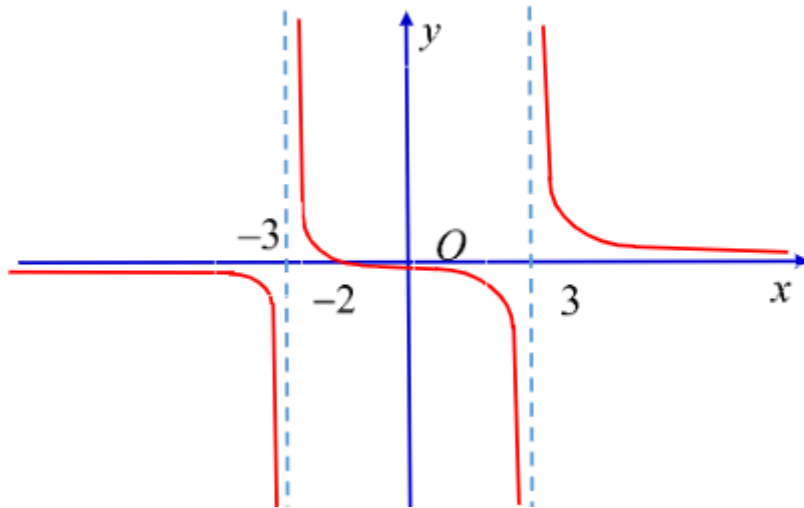
**Câu 13:** Tìm giới hạn của hàm số  $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3}$ .

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D. 1.

**Lời giải**

Ta có:  $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 - 2x - 2)}{(x-1)(x-3)} = \frac{3}{2}$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Trong các giới hạn sau giới hạn có kết quả  $+\infty$ :

- A.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .                      C.  $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x)$ .

**Lời giải**

+Khi  $x \rightarrow -3^+$ , đồ thị hàm số là một đường cong đi lên từ phải qua trái. Do đó,  
 $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = +\infty$ .

+Tương tự như vậy ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0; \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = -\infty$ .

**Câu 15:** Tìm  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 2, & \text{khi } x > 1 \\ 2x^2 - x + 3a, & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$  có giới hạn khi  $x \rightarrow 1$ .

- A.  $+\infty$ .                      B.  $-\infty$ .                      C.  $-\frac{1}{6}$ .                      D. 1.

**Lời giải**

Ta có:  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + ax + 2) = a + 3 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x^2 - x + 3a) = 3a + 1 \end{cases}$

Để hàm số có giới hạn khi  $x \rightarrow 1$  thì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Leftrightarrow a+3 = 3a+1 \Leftrightarrow a = 1$ .

**Câu 16:** Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1})$

- A.**  $L = \frac{-1}{2}$ .                      **B.**  $L = -\infty$ .                      **C.**  $L = 0$ .                      **D.**  $L = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} L &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1}) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ (\sqrt{x^2 + x + 1} + x) + (\sqrt[3]{x^3 + 1} - x) \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{x^2 + x + 1 - x^2}{(\sqrt{x^2 + x + 1} - x)} + \frac{x^3 + 1 - x^3}{\sqrt[3]{(x^3 + 1)^2} + x\sqrt[3]{x^3 + 1} + x^2} \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{x \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{x \left(-\sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - 1\right)} + \frac{1}{x^2 \left(\sqrt[3]{\left(1 + \frac{1}{x^3}\right)^2} + \sqrt[3]{1 + \frac{1}{x^3}} + 1\right)} \right] = \frac{-1}{2}. \end{aligned}$$

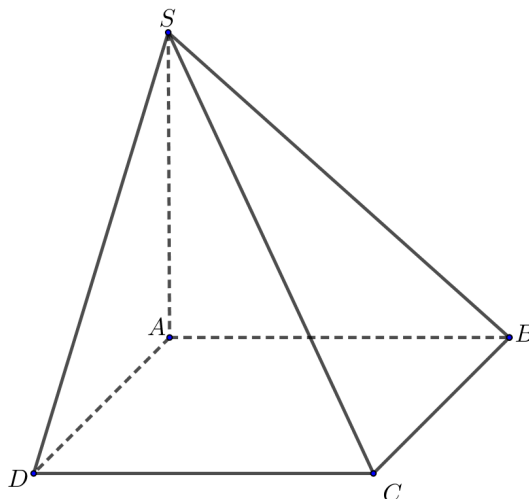
**Câu 17:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5}}{4x - 1}$ .

- A.**  $-\frac{1}{4}$ .                      **B.** 1.                      **C.** 0.                      **D.**  $\frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5}}{4x - 1} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 \cdot \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}\right)}}{4x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}\right)}}{4x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}}}{4 - \frac{1}{x}} = -\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  (tham khảo hình vẽ bên). Đường thẳng  $SA$  **không** vuông góc với đường thẳng nào dưới đây.



- A.  $BC$ .                      B.  $AB$ .                      C.  $SC$ .                      D.  $CD$ .

Lời giải

**Chọn C**

Vì  $SA \perp (ABCD)$  mà  $BC, AB, CD \subset (ABCD)$  nên  $SA \perp BC$ ,  $SA \perp AB$ ,  $SA \perp CD$ . Do đó các phương án A, B, D đúng.

**Câu 19:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = -\sqrt{2}$  ?

- A.  $y = \cos x$ .                      B.  $y = \frac{3x+2\sqrt{2}}{x^2-2}$ .                      C.  $y = x + \sqrt{2}$ .                      D.  $y = \tan x$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta thấy hàm số  $y = \frac{3x+2\sqrt{2}}{x^2-2}$  có tập xác định là  $D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$  nên hàm số gián đoạn tại  $x = -\sqrt{2}$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $f(x) = 3x^3 + 2x - 2$ . Xét phương trình  $f(x) = 0$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Phương trình có 4 nghiệm.                      B. Phương trình có ít nhất một nghiệm.  
C. Phương trình vô nghiệm.                      D. Phương trình có nghiệm trên khoảng  $(1; 2)$ .

Lời giải

**Chọn B**

Ta có hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  nên nó liên tục trên đoạn  $[0; 1]$ . Mà  $f(0) \cdot f(1) < 0$  nên phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm. Do đó phương án B đúng.

**Câu 21:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0$  với  $k$  nguyên dương.  
B.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$ .  
C. Nếu  $u_n = c$  ( $c$  là hằng số) thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} c = c$ .  
D.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$ .

Lời giải

**Chọn D**

Phương án D sai vì khi  $q > 1$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$ .

**Câu 22:** Mệnh đề nào dưới đây **Đúng**?

**A.**  $\lim(2019n + n^2) = 2018$ .

**B.**  $\lim(2019n + n^2) = -\infty$ .

**C.**  $\lim(2019n - n^2) = -\infty$ .

**D.**  $\lim(2019n - n^2) = +\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:

$$\lim(2019n + n^2) = \lim\left(n^2 \cdot \left(1 + \frac{2019}{n}\right)\right) = +\infty \text{ nên loại A và B.}$$

$$\lim(2019n - n^2) = \lim\left(n^2 \cdot \left(-1 + \frac{2019}{n}\right)\right) = -\infty \text{ nên } \mathbf{Chọn C}$$

**Câu 23:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB'$  và  $CD'$ . Khẳng định nào dưới đây là khẳng định **Đúng** ?

**A.**  $\overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{IJ}$ .

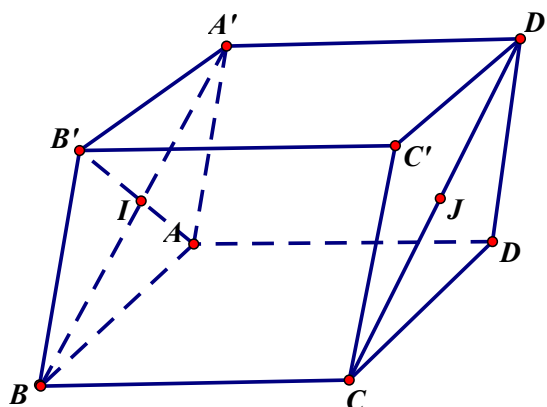
**B.**  $\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{JC}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CJ}$ .

**D.**  $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{D'J}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Theo tính chất của hình hộp ta có  $\begin{cases} AB' = CD' \\ AB' // CD' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A'I = JC \\ A'I // JC \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{JC}$

Nên **Chọn C**

**Câu 24:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}$ .

**A.**  $+\infty$ .

**B.**  $-2$ .

**C.**  $-1$

**D.**  $1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x + 2) \cdot (x + 3)}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} (x + 3) = -2 + 3 = 1.$$

**Câu 25:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  vuông tại  $A$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy.  $I$  là trung điểm của  $AC$ ,  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  trên  $SC$ . Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

**A.**  $(SBC) \perp (SAB)$ .

**B.**  $(BIH) \perp (SBC)$ .

**C.**  $(SAC) \perp (SAB)$ .

**D.**  $(SAC) \perp (SBC)$

**Lời giải**

**Chọn C**



**Chọn B**

Loại A vì dễ thấy  $x \neq 0$ .

Loại C do  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0 + k\pi$ .

Loại D vì điều kiện  $2x^2 - 1 \geq 0$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = |x|$ . Chọn khẳng định sai:

A. Hàm số có đạo hàm tại  $x = 1$ .

B. Hàm số liên tục tại  $x = 0$ .

C. Hàm số liên tục tại  $x = 1$ .

D. Hàm số có đạo hàm tại  $x = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $y' = \frac{x}{|x|}$  nên hàm số không có đạo hàm tại  $x = 0$ .

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ . Các mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hãy xác định đường thẳng vuông góc với  $(ABCD)$  trong những đường sau đây:

A.  $SA$ .

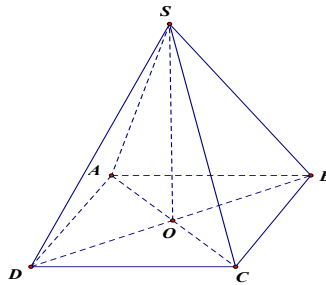
B.  $SO$ .

C.  $SC$ .

D.  $SB$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



$$\text{Do } \begin{cases} (SAC) \cap (SBD) = SO \\ (SAC) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD).$$

**Câu 31:** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

A. Với mọi số thực  $k$  khác 0, nếu  $\vec{u}$  là véc-tơ chỉ phương của  $d$  thì véc-tơ  $k\vec{u}$  là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ .

B. Trong không gian, nếu các đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì các đường thẳng đó cùng song song với một mặt phẳng.

C. Nếu hai véc-tơ chỉ phương của  $d$  và  $d'$  cùng phương thì  $d$  song song với  $d'$ .

D. Trong không gian nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì đường thẳng đó vuông góc với đường thẳng còn lại.

**Lời giải**

**Chọn C**

Câu C có thể xảy ra trường hợp  $d$  và  $d'$  trùng nhau.

**Câu 32:** Cho dãy số  $(u_n)$  với có  $u_1 = \frac{\sqrt{2n^3 + n + 3n - 1}}{\sqrt{6n^3 + 2n^2 + n}}$  có giới hạn bằng phân số tối giản  $\sqrt{\frac{a}{b}}$ ,  $a > 0, b > 0$

. Hãy tính giá trị của  $a^2 + b^2$ .

A. 5.

B. 40.

C. 9.

D. 10.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^3 + n + 3n - 1}}{\sqrt{6n^3 + 2n^2 + n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 + \frac{1}{n^2} + \frac{3}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n^3}}}}{\sqrt{6 + \frac{2}{n} + \frac{1}{\sqrt{n}}}} = \sqrt{\frac{1}{3}}.$$

Vậy  $a = 1, b = 3 \Rightarrow a^2 + b^2 = 10$ .

**Câu 33:** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 3} \left| \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2 - 7x + 12} \right|$ .

- A.  $+\infty$ .                      B. 0.                      C.  $-\frac{1}{3}$                       **D.  $\frac{1}{3}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2 - 7x + 12} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(x-3)}{(x-3)(x-4)(\sqrt{2x+3} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{(x-4)(\sqrt{2x+3} + 3)} = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 3} \left| \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2 - 7x + 12} \right| = \frac{1}{3}.$$

**Câu 34:** Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  nếu nó liên tục tại mọi điểm thuộc đoạn  $[a; b]$ .  
 B. Cho hàm số  $y = f(x)$  có tập xác định là  $D$  và  $a \in D$ . Ta nói rằng  $f$  là hàm liên tục tại  $x = a$  khi  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .  
 C. Các hàm số đa thức, phân thức hữu tỉ, lượng giác liên tục trên các khoảng mà nó xác định.  
**D. Tổng, hiệu, tích, thương các hàm số liên tục tại một điểm là những hàm liên tục tại điểm đó.**

**Lời giải**

**Chọn D**

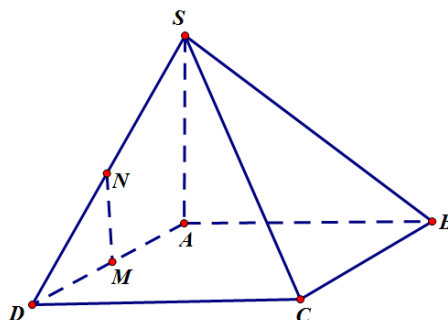
D. Sai ví dụ trong trường hợp thương nếu mẫu có giới hạn bằng 0.

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh bằng  $a$  và  $SA = a\sqrt{3}$  vuông góc với mặt  $(ABCD)$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $SD$ . Số đo góc  $(MN, SB)$  bằng

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      **D.  $30^\circ$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**



Vì  $MN \parallel SA \Rightarrow (MN; SB) = (SA; SB) = \widehat{ASB}$

$$\tan \widehat{ASB} = \frac{AB}{SA} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow (SA; SB) = \widehat{ASB} = 30^\circ.$$

**Câu 36:** Trong không gian cho các đường thẳng  $a, b, c$  và mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. Nếu**  $a \perp b, c \perp b$  và  $a$  cắt  $c$  thì  $b$  vuông góc với mặt phẳng chứa  $a$  và  $c$ .  
**B. Nếu**  $a \perp (P)$  và  $b \parallel (P)$  thì  $a \perp b$ .  
**C. Nếu**  $a \perp b$  và  $b \perp c$  thì  $a \parallel c$ .  
**D. Nếu**  $a \parallel b$  và  $b \perp c$  thì  $c \perp a$ .

Lời giải

**Chọn C**

A, B, D đúng theo sách giáo khoa.

C sai vì  $a$  có thể cắt  $c$ , có thể chéo nhau với  $c$  và có thể  $a \parallel c$ .

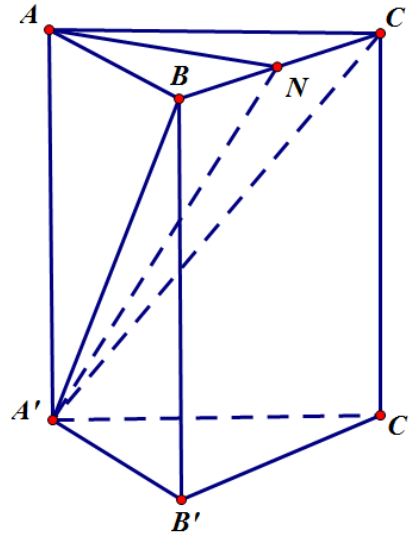
**Câu 37:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$  và  $AA' = \frac{3a}{2}$ . Tính

góc  $\beta$  giữa hai mặt phẳng  $(A'BC)$  và  $(ABC)$ .

- A.**  $\beta = 30^\circ$ .      **B.**  $\beta = 60^\circ$ .      **C.**  $\beta = 45^\circ$ .      **D.**  $\beta = 90^\circ$ .

Lời giải

**Chọn B**



Tam giác  $ABC$  đều và tam giác  $BA'C$  cân tại  $A$  nên nếu gọi  $N$  là trung điểm  $BC$  thì ta có  $AN \perp BC, A'N \perp BC$ .

Vậy  $\beta = (AN, A'N) = \widehat{ANA'}$ .

Xét tam giác  $ANA'$  vuông tại  $A$ :  $\tan \widehat{ANA'} = \frac{AA'}{AN} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{ANA'} = 60^\circ$ .

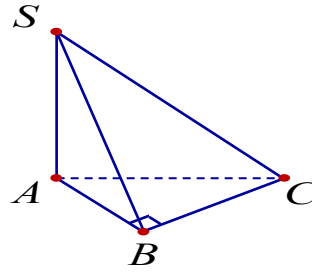
**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$  với  $AB = 3a, BC = 4a$ . Biết  $SA \perp (ABC)$  và góc giữa  $(SBC)$  và  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Tính diện tích tam giác  $SBC$ .

- A.**  $6a^2$ .      **B.**  $18a^2$ .      **C.**  $3a^2\sqrt{3}$ .      **D.**  $12a^2$ .

Lời giải

**Chọn D**





Ta có:  $(ABC) \cap (SBC) = BC$ ,  $BC \perp AB$ ,  $SB \perp BC \Rightarrow \left( \widehat{(ABC), (SBC)} \right) = \left( \widehat{SB, AB} \right) = \widehat{SBA} = 60^\circ$

Xét  $\Delta SAB$  ta có:  $\cos 60^\circ = \frac{AB}{SB} \Rightarrow SB = 6a$

Nên diện tích tam giác  $SBC$  là:  $S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} SB \cdot BC = 12a^2$ .

**Câu 39:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh bằng  $a\sqrt{3}$  và  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Biết số đo góc  $\left( (ABCD), (SCD) \right)$  bằng  $60^\circ$ . Tính  $SO$  với  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ .

A.  $\frac{a\sqrt{10}}{2}$ .

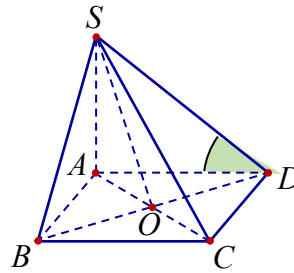
B.  $\frac{a\sqrt{30}}{2}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ .

**D.**  $\frac{a\sqrt{42}}{2}$ .

Lời giải

**Chọn D**



Ta có:  $(ABCD) \cap (SDC) = DC$ ,  $DC \perp AD$ ,  $SD \perp DC$

$\Rightarrow \left( \widehat{(ABCD), (SDC)} \right) = \left( \widehat{SD, AD} \right) = \widehat{SDA} = 60^\circ$

Xét  $\Delta SAD$  ta có:  $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AD} \Rightarrow SA = AD \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3a$

Xét  $\Delta CAD$  ta có:  $AC = \sqrt{3a^2 + 3a^2} = a\sqrt{6} \Rightarrow OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Xét  $\Delta SAO$  ta có:  $SO = \sqrt{9a^2 + \frac{3a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{42}}{2}$

**Câu 40:**  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5-2x}{x^2-5x+6}$  bằng

A.  $-\infty$ .

B. 1.

C. 0

**D.**  $+\infty$ .

Lời giải

**Chọn A**

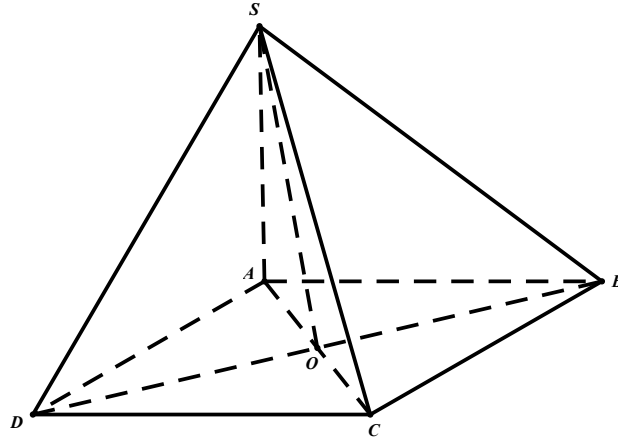
Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (5-2x) = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2-5x+6) = 0$  và  $x^2-5x+6 < 0$  với  $2 < x < 3$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5-2x}{x^2-5x+6} = -\infty$









Gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ .

Đặt  $AB = x$  và tam giác  $ABC$  đều nên  $OA = \frac{x}{2}$ ;  $OB = \frac{x\sqrt{3}}{2}$ .

Ta có  $(SD; (SAC)) = \widehat{DSO} = 45^\circ$  suy ra  $\triangle SDO$  vuông cân tại  $O$  hay  $SO = OD = \frac{x\sqrt{3}}{2}$ .

Xét tam giác  $SAO$  có  $SO^2 = SA^2 + OA^2 \Leftrightarrow \frac{3x^2}{4} = 2a^2 + \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow x = 2a$ .

Vậy  $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a\sqrt{3} = 2\sqrt{3}a^2$ .

**Câu 48:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{x - 1} = 5$ . Giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4f(x) + 9} + 3)}$  bằng

**A.**  $\frac{5}{3}$ .

**B.** 2.

**C.** 10.

**D.** 1.

**Lời giải**

**Cách 1:**

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{x - 1} = 5$  nên  $f(x) - 10 \xrightarrow{x \rightarrow 1} 5(x - 1)$  hay  $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow 1} 5x + 5$ .

Do đó:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4f(x) + 9} + 3)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x + 5 - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4(5x + 5) + 9} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5(x - 1)(\sqrt{x} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{20x + 29} + 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{20x + 29} + 3} = 1. \end{aligned}$$

**Cách 2:**

Giả sử:  $f(x) - 10 = (x - 1)g(x)$ .

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)g(x)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 5$ .

Vậy:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 10}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{4f(x) + 9} + 3)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)g(x)(\sqrt{x} + 1)}{(x-1)(\sqrt{4[(x-1)g(x) + 10]} + 9 + 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x)(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{4[(x-1)g(x) + 10]} + 9 + 3} = \frac{5(1+1)}{\sqrt{4(0.5+10)} + 9 + 3} = 1. \end{aligned}$$

- Câu 49:** Biết  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+2n+1}{3n^2+4} = \frac{a}{b}$  với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Tính  $a^2 - 4ab + b^2$
- A. 4.                                      B. 2.                                      C. 0.                                      D. -2.

Lời giải

Chọn D

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+2n+1}{3n^2+4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[2.1+(n-1)2] \cdot \frac{n}{2}}{3n^2+4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{3n^2+8} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

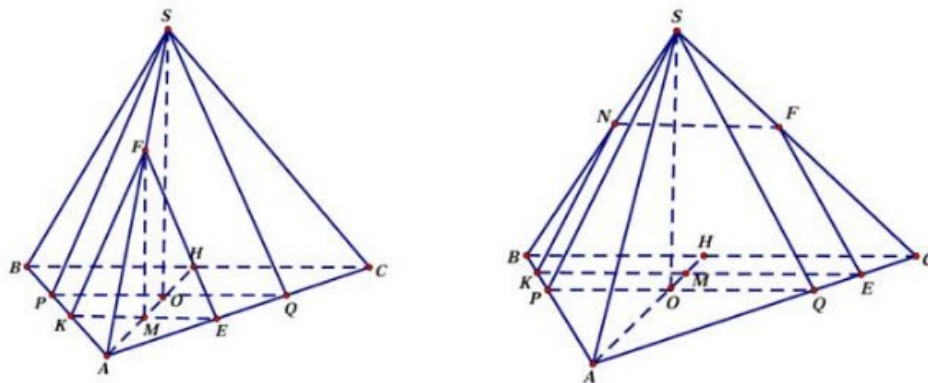
$$a^2 - 4ab + b^2 = 1^2 - 4.1.3 + 3^2 = -2.$$

- Câu 50:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  cạnh đáy bằng  $a$ , đường cao  $SO = 2a$ . Gọi  $M$  là điểm thuộc đường cao  $AH$  của tam giác  $ABC$ . Xét mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M$  và vuông góc với  $AH$ . Đặt  $AM = x$ . Tìm  $x$  để diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  $(P)$  đạt giá trị lớn nhất.

- A.  $x = \frac{3a\sqrt{3}}{8}$                                       B.  $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$                                       C.  $x = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$                                       D.  $x = \frac{a\sqrt{3}}{8}$

Lời giải

Chọn A



Ta xét 2 trường hợp của điểm M:

+) Trường hợp 1:  $x \leq \frac{a\sqrt{3}}{3}$  thì khi đó thiết diện là tam giác  $\Delta KEF$  trong hình 1

$$\Rightarrow S_{\Delta KEF} \leq S_{\Delta SPQ} = \frac{1}{2} SO.PQ = \frac{2a^2}{3}.$$

Do đó diện tích thiết diện đạt GTLN là  $\frac{2a^2}{3}$ .

+) Trường hợp 1:  $\frac{a\sqrt{3}}{2} \geq x \geq \frac{a\sqrt{3}}{3}$  thì khi đó thiết diện là hình thang KEFN trong hình 2

$$\text{Ta có: } \frac{KE}{BC} = \frac{AM}{AH} = \frac{2x}{a\sqrt{3}} \Rightarrow KE = \frac{2x}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{FN}{BC} = \frac{SF}{SC} = \frac{QE}{QC} = \frac{OM}{OH} = \frac{x - \frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = \frac{6x - 2a\sqrt{3}}{a\sqrt{3}} \Rightarrow NF = \frac{6x - 2a\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{d(F; KE)}{SO} = \frac{CF}{CS} = \frac{CE}{CQ} = \frac{HM}{HO} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} - x}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = \frac{3a\sqrt{3} - 6x}{a\sqrt{3}} \Rightarrow d(F; KE) = \frac{2(3a\sqrt{3} - 6x)}{\sqrt{3}}$$

$$S_{KEFN} = \frac{1}{2} \frac{2(3a\sqrt{3} - 6x)}{\sqrt{3}} \left[ \frac{2x}{\sqrt{3}} + \frac{6x - 2a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right] = (a\sqrt{3} - 2x)(8x - 2a\sqrt{3}) = -6a^2 + 12\sqrt{3}ax - 16x^2$$

$$= \frac{3}{4}a^2 - \left( 4x - \frac{3\sqrt{3}}{2}a \right)^2 \leq \frac{3a^2}{4}.$$

Do đó diện tích thiết diện đạt GTLN là  $\frac{3a^2}{4}$ .

Dấu bằng xảy ra khi  $\left( 4x - \frac{3\sqrt{3}}{2}a \right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3a\sqrt{3}}{8}$ .

---- HẾT ----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ II

Môn: TOÁN 11 – ĐỀ SỐ 07

Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

- Câu 1:** Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x).g(x)] = a.b$ .                      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$ .
- C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .                      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$ .
- Câu 2:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 8}{6n^2 - 3n + 4}$  bằng
- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B. 2.                      C.  $\frac{1}{6}$ .                      D. 6.
- Câu 3:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 2n^3}{5n^3 + n^2 + 1}$  có kết quả là
- A.  $\frac{a}{5}$                       B.  $-\frac{2}{5}$                       C.  $+\infty$                       D.  $-\infty$
- Câu 4:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 4^{n+2}}{3^n - 4^n}$  có kết quả là
- A. -16                      B. -8                      C.  $\frac{2}{3}$                       D.  $\frac{4}{3}$
- Câu 5:** Tính  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = a\sqrt{b}$  ( $a, b$  nguyên). Khi đó giá trị của  $P = a + b$  bằng
- A. 5.                      B. 7.                      C. 10.                      D. 6.
- Câu 6:** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ , hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng
- A. 5.                      B. 2.                      C. -6.                      D. 3.
- Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$ . Khi đó hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên khoảng nào sau đây?
- A.  $(-\infty; 3)$ .                      B.  $(2; 3)$ .                      C.  $(-3; 2)$ .                      D.  $[-2; +\infty)$ .
- Câu 8:** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(3) = 5$ . Hàm số  $f(x)$  nào sau đây liên tục tại  $x_0 = 3$ ?
- A.  $f(x) = x^2 - 4$                       B.  $f(x) = 5x - 1$                       C.  $f(x) = \frac{9}{x}$                       D.  $f(x) = 3$
- Câu 9:** Tìm giá trị của  $a$  để  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2.4^n - 7 + 3^n}{2.9^n + 6 - 2.4^n - 2.3^n} = -1$  (với  $n \in \mathbb{N}^*$ ).
- A.  $a = 0$ .                      B.  $a = 3n$ .  
C.  $a = 2n$ .                      D. Không tồn tại giá trị của  $a$ .
- Câu 10:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 2}{3 - x^2}$  có giá trị bằng bao nhiêu?
- A. 1.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\infty$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .



**Câu 11:** Giới hạn nào trong các giới hạn sau có giá trị là  $\frac{1}{2}$

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 5}{10 - 3x^3}$

B.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{9x^2 - 1}$

C.  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^+} \frac{3}{\sqrt{1-3x}}$

D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 5}{10 - 3x^3}$

**Câu 12:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 5x - 3}{2x - 1} = 3.$

B.  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 + 5x - 3}{2x - 1} = -\frac{7}{2}.$

C.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{2x - 1} = -\infty.$

D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{2x - 1} = +\infty.$

**Câu 13:** Hàm số nào sau đây không liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \sin 3x - \cos x.$

B.  $y = \frac{x-3}{3x^2+4}.$

C.  $y = \sin x + \tan x.$

D.  $y = -x^4 + 8x^3 - 3.$

**Câu 14:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 2x^3 - x + 2}{x^2 + 3}$  có giá trị là bao nhiêu?

A.  $\frac{2}{3}.$

B. 0.

C.  $-\infty.$

D.  $+\infty.$

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành.  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $MN$  và song song với  $SC$  cắt hình chóp theo một thiết diện. Thiết diện là hình gì?

A. Tam giác.

B. Tứ giác.

C. Ngũ giác.

D. Lục giác.

**Câu 16:** Trong không gian cho hai hình vuông  $ABCD$  và  $ABC'D'$  có chung cạnh  $AB$  và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau, lần lượt có tâm  $O$  và  $O'$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{OO'}$ ?

A.  $60^\circ$

B.  $120^\circ$

C.  $90^\circ$

D.  $45^\circ$

**Câu 17:** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu  $a \parallel b$  và  $c \perp a$  thì  $c \perp b$

B. Nếu  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với  $c$  thì  $a \parallel b$

C. Nếu  $a$  và  $b$  cùng nằm trong  $(\alpha)$  và  $(\alpha) \parallel c$  thì góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$

D. Nếu góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$  thì  $a \parallel b$

**Câu 18:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $BC \perp (SAB).$

B.  $AB \perp (SBC).$

C.  $BC \perp (SAC).$

D.  $AC \perp (SBC).$

**Câu 19:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5} & \text{khi } x \neq 5 \\ a-1 & \text{khi } x = 5 \end{cases}$ . Để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 5$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $\left(1; \frac{3}{2}\right).$

B.  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$

C.  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

D.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right).$

- Câu 20:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x^2 - x - 6}$ . Khẳng định nào sau đây đúng nhất?
- A. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; -2)$ ,  $(-2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .  
 B. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; -3)$ ,  $(-3; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .  
 C. Hàm số liên tục trên  $[-4; -3)$ ,  $(-3; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .  
 D. Hàm số liên tục trên  $[-4; -2)$ ,  $(-2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .
- Câu 21:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overline{AB}, \overline{DD'}$ ?
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $120^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 22:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .
- Câu 23:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , có cạnh  $a$ . Hãy tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:
- A.  $\overline{AD'} \cdot \overline{CC'} = -a^2$ .      B.  $\overline{AD'} \cdot \overline{AB'} = a^2$ .      C.  $\overline{AB'} \cdot \overline{CD'} = 0$ .      D.  $|\overline{AC'}| = a\sqrt{3}$ .
- Câu 24:** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $\overline{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overline{AB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AC} = \vec{c}$ . Hãy phân tích (biểu diễn) véc tơ  $\overline{BC'}$  qua các véc tơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .
- A.  $\overline{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .      B.  $\overline{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .      C.  $\overline{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .      D.  $\overline{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .
- Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Biết luôn tồn tại số thực  $k$  thỏa mãn đẳng thức vectơ  $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = k \cdot \overline{AG}$ . Hỏi số thực đó bằng bao nhiêu?
- A. 2.                      B. 4.                      C. 1.                      D. 3.
- Câu 26:** Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng?
- A. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó cùng có giá thuộc một mặt phẳng.  
 B. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ cùng phương.  
 C. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có một trong ba vectơ đó bằng vectơ  $\vec{0}$ .  
 D. Cho hai vectơ không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  và một vectơ  $\vec{c}$  trong không gian. Khi đó  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số thực  $m, n$  duy nhất sao cho  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .
- Câu 27:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, CD$ . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A.  $MN \perp CD$ .                      B.  $AB \perp CD$ .                      C.  $MN \perp AB$ .                      D.  $MN \perp BD$ .
- Câu 28:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính góc giữa  $B'D'$  với  $A'A$ .
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .
- Câu 29:** Trong không gian cho điểm  $O$  và bốn điểm  $A, B, C, D$  không thẳng hàng. Tìm điều kiện cần và đủ để  $ABCD$  là hình thang.
- A.  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD} = \vec{0}$ .                      B.  $\overline{OA} + \overline{OC} = \overline{OB} + \overline{OD}$ .  
 C.  $\overline{OA} + \frac{1}{2}\overline{OB} = \overline{OC} + \frac{1}{2}\overline{OD}$ .                      D.  $\overline{OA} + \frac{1}{2}\overline{OC} = \overline{OB} + \frac{1}{2}\overline{OD}$ .
- Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, có  $SA$  vuông góc với đáy  $(ABCD)$ . Xác định hình chiếu của cạnh  $SC$  lên mặt phẳng  $(SAD)$ .
- A.  $AC$ .                      B.  $SD$ .                      C.  $SA$ .                      D.  $AD$ .

- Câu 31:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a = 12$ , gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $B$  và vuông góc với  $AD$ . Thiết diện của  $(P)$  và hình chóp có diện tích bằng:
- A. 36.                      B.  $36\sqrt{3}$ .                      C. 40.                      D.  $36\sqrt{2}$ .
- Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Tìm giá trị của  $k$  thích hợp thỏa mãn:  $\overline{AB} \cdot \overline{CD} + \overline{AC} \cdot \overline{DB} + \overline{AD} \cdot \overline{BC} = k$ .
- A.  $k = 2$ .                      B.  $k = 1$ .                      C.  $k = 0$ .                      D.  $k = 4$ .
- Câu 33:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  và  $BC = a$ . Trên đường thẳng qua  $A$  vuông góc với  $(ABC)$  lấy điểm  $S$  sao cho  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Tính số đo giữa đường thẳng  $SA$  và  $(ABC)$ .
- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .
- Câu 34:** Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:
- A. Qua một điểm  $O$  cho trước có một mặt phẳng duy nhất vuông góc với một đường thẳng  $\Delta$  cho trước.
- B. Qua một điểm  $O$  cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- C. Qua một điểm  $O$  cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.
- A. Hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Khi đó có một và chỉ một mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.
- Câu 35:** Cho hình vuông  $ABCD$  có tâm  $O$  và cạnh bằng  $2a$ . Trên đường thẳng qua  $O$  vuông góc với  $(ABCD)$  lấy điểm  $S$ . Biết góc giữa  $SA$  và  $(ABCD)$  có số đo bằng  $45^\circ$ . Tính độ dài  $SO$ .
- A.  $SO = a\sqrt{2}$ .                      B.  $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $SO = a$ .                      D.  $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .
- Câu 36:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Chọn khẳng định đúng
- A.  $O$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mp  $(ABCD)$ .
- B.  $O$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mp  $(SAC)$ .
- C. Trung điểm của  $AD$  là hình chiếu vuông góc của  $C$  lên mp  $(SAD)$ .
- D.  $A$  là hình chiếu vuông góc của  $C$  lên mp  $(SAB)$ .
- Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA$  vuông góc với đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?
- A.  $AC \perp (SBD)$ .                      B.  $CD \perp (SAD)$ .                      C.  $BD \perp (SAC)$ .                      D.  $BC \perp (SAB)$ .
- Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy là hình vuông. Từ  $A$  kẻ  $AM \perp SD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.  $AM \perp (SCD)$ .                      B.  $AM \perp (SBD)$ .                      C.  $AM \perp (SAD)$ .                      D.  $AM \perp (SBC)$ .
- Câu 39:** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Tìm giá trị của  $k$  thích hợp điền vào đẳng thức vectơ  $\overline{AB} + \overline{B_1C_1} + \overline{DD_1} = k\overline{AC_1}$ .
- A.  $k = 2$ .                      B.  $k = 1$ .                      C.  $k = 4$ .                      D.  $k = 0$ .



**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$ , cosin góc giữa 2 đường thẳng  $CM$  và  $SB$  là:

A.  $\frac{2\sqrt{2}}{7}$ .

B.  $\frac{\sqrt{2}}{8}$ .

C.  $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ .

D.  $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ .

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Giả sử ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$  và  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$ .
- C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$ .

Lời giải

**Chọn C**

Phương án C sai vì thiếu điều kiện  $b \neq 0$ .

**Câu 2:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 8}{6n^2 - 3n + 4}$  bằng

- A.  $\frac{2}{3}$ .      B. 2.      C.  $\frac{1}{6}$       D. 6.

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 8}{6n^2 - 3n + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{n} + \frac{8}{n^2}}{6 - \frac{3}{n} + \frac{4}{n^2}} = \frac{1}{6}.$$

**Câu 3:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 2n^3}{5n^3 + n^2 + 1}$  có kết quả là

- A.  $\frac{a}{5}$       B.  $-\frac{2}{5}$       C.  $+\infty$       D.  $-\infty$

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 2n^3}{5n^3 + n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 \left( a \frac{1}{n} - 2 \right)}{n^3 \left( 5 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^3} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \frac{1}{n} - 2}{5 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^3}} = \frac{-2}{5}.$$

**Câu 4:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 4^{n+2}}{3^n - 4^n}$  có kết quả là

- A. -16      B. -8      C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{4}{3}$

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 4^{n+2}}{3^n - 4^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{2}{4}\right)^n + 16}{\left(\frac{3}{4}\right)^n - 1} = -16.$$

**Câu 5:** Tính  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = a\sqrt{b}$  ( $a, b$  nguyên). Khi đó giá trị của  $P = a + b$  bằng

- A. 5.      B. 7.      C. 10.      D. 6.

Lời giải

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2(x^2 - 3)}{x - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} 2(x + \sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$ .

Suy ra  $a = 4, b = 3$ . Vậy  $P = a + b = 7$ .

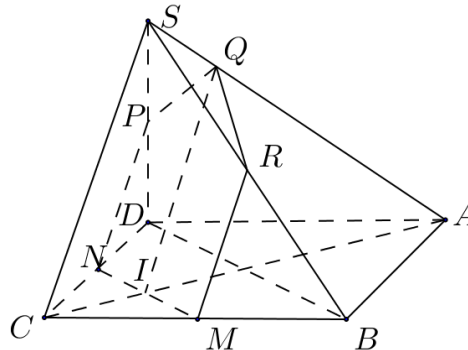






- Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành.  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BC$  và  $CD$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $MN$  và song song với  $SC$  cắt hình chóp theo một thiết diện. Thiết diện là hình gì?  
**A.** Tam giác.                      **B.** Tứ giác.                      **C.** Ngũ giác.                      **D.** Lục giác.

**Lời giải**



Trong  $(ABCD)$ , gọi  $I = MN \cap AC$

Trong  $(SCD)$ , kẻ đường thẳng qua  $N$  song song với  $SC$  cắt  $SD$  tại  $P$

Trong  $(SBC)$ , kẻ đường thẳng qua  $M$  song song với  $SC$  cắt  $SB$  tại  $R$

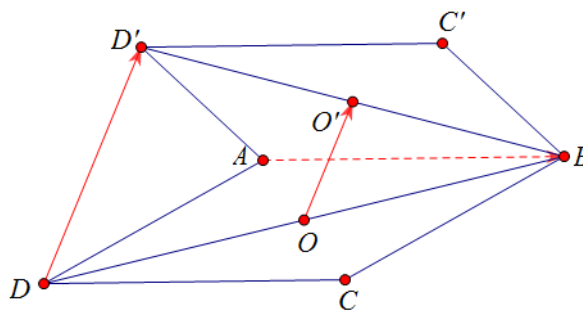
Trong  $(SAC)$ , kẻ đường thẳng qua  $I$  song song với  $SC$  cắt  $SA$  tại  $Q$

Thiết diện là ngũ giác  $MNPQR$ . **Chọn C**

- Câu 16:** Trong không gian cho hai hình vuông  $ABCD$  và  $ABC'D'$  có chung cạnh  $AB$  và nằm trong hai mặt phẳng khác nhau, lần lượt có tâm  $O$  và  $O'$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overline{AB}$  và  $\overline{OO'}$ ?  
**A.**  $60^\circ$                       **B.**  $120^\circ$                       **C.**  $90^\circ$                       **D.**  $45^\circ$

**Lời giải:**

**Chọn C**



Ta có:  $(\overline{AB}, \overline{OO'}) = (\overline{AB}, \overline{DD'})$

Mặt khác,  $\begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp AD' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ADD') \Rightarrow AB \perp DD'$

Vậy  $(\overline{AB}, \overline{OO'}) = (\overline{AB}, \overline{DD'}) = 90^\circ$

- Câu 17:** Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt  $a, b, c$ . Khẳng định nào sau đây đúng?  
**A.** Nếu  $a \parallel b$  và  $c \perp a$  thì  $c \perp b$   
**B.** Nếu  $a$  và  $b$  cùng vuông góc với  $c$  thì  $a \parallel b$   
**C.** Nếu  $a$  và  $b$  cùng nằm trong  $(\alpha)$  và  $(\alpha) \parallel c$  thì góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$

D. Nếu góc giữa  $a$  và  $c$  bằng góc giữa  $b$  và  $c$  thì  $a \parallel b$

Lời giải:

Chọn A

Câu 18: Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ . Cạnh  $SA$  vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $BC \perp (SAB)$ .      B.  $AB \perp (SBC)$ .      C.  $BC \perp (SAC)$ .      D.  $AC \perp (SBC)$ .

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có  $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$  (1)

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  suy ra  $BA \perp BC$  (2)

Tuỳ (1) và (2) suy ra  $BC \perp (SAB)$

Câu 19: Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5} & \text{khi } x \neq 5 \\ a-1 & \text{khi } x = 5 \end{cases}$ . Để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 5$  thì  $a$  thuộc khoảng

nào dưới đây?

- A.  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ .      B.  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$       C.  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$       D.  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

Lời giải

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1}-2}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{(x-5)(\sqrt{x-1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{\sqrt{x-1}+2} = \frac{1}{4}$ ,  $f(5) = a-1$ .

Để hàm số liên tục tại  $x = 5$  thì  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = f(5) \Rightarrow \frac{1}{4} = a-1 \Leftrightarrow a = \frac{5}{4}$ .

Vậy với  $a = \frac{5}{4} \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$  thì hàm số liên tục tại  $x = 5$ .

Câu 20: Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x^2-x-6}$ . Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

- A. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; -2)$ ,  $(-2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .  
 B. Hàm số liên tục trên  $(-\infty; -3)$ ,  $(-3; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .  
 C. Hàm số liên tục trên  $[-4; -3)$ ,  $(-3; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .  
 D. Hàm số liên tục trên  $[-4; -2)$ ,  $(-2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .

Lời giải

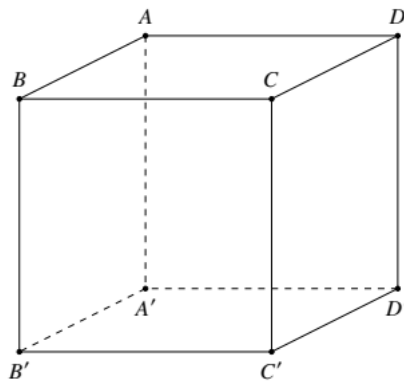
Tập xác định của hàm số  $D = [-4; +\infty) \setminus \{-2; 3\}$ .

Hàm số liên tục trên  $[-4; -2)$ ,  $(-2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .

Câu 21: Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\vec{AB}$ ,  $\vec{DD'}$ ?

- A.  $45^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $120^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

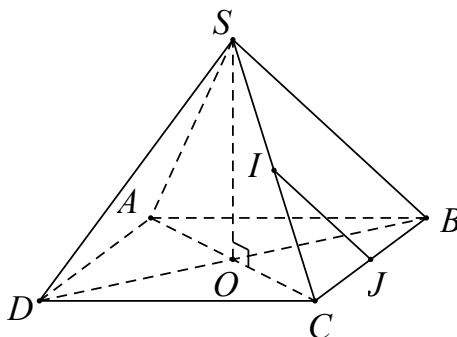
Lời giải



Ta có:  $(\overline{AB}; \overline{DD'}) = (\overline{DC}; \overline{DD'}) = 90^\circ$ .

- Câu 22:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $SC$  và  $BC$ . Số đo của góc  $(IJ, CD)$  bằng
- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

Lời giải



Từ giả thiết ta có:  $IJ \parallel SB$  (do  $IJ$  là đường trung bình của  $\Delta SBC$ ).

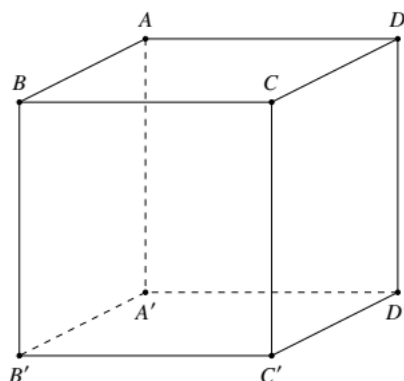
Lại có  $AB \parallel CD$  (do  $ABCD$  là hình thoi)

$$\Rightarrow (IJ, CD) = (SB, AB).$$

Mặt khác, ta lại có  $\Delta SAB$  đều, do đó  $\widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (SB, AB) = \widehat{SBA} = 60^\circ \Rightarrow (IJ, CD) = 60^\circ$ .

- Câu 23:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , có cạnh  $a$ . Hãy tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:
- A.  $\overline{AD'} \cdot \overline{CC'} = -a^2$ .                      B.  $\overline{AD'} \cdot \overline{AB'} = a^2$ .  
 C.  $\overline{AB'} \cdot \overline{CD'} = 0$ .                      D.  $|\overline{AC'}| = a\sqrt{3}$ .

Lời giải



Ta có:  $\overline{AD'} \cdot \overline{CC'} = \overline{AD'} \cdot \overline{AA'} = |\overline{AD'}| \cdot |\overline{AA'}| \cos 45^\circ = a^2$ .

$$\overline{AD'} \cdot \overline{AB'} = |\overline{AD'}| \cdot |\overline{AB'}| \cos 60^\circ = a^2.$$

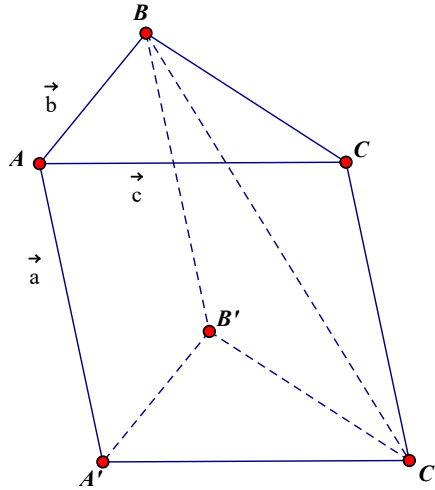
$$\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{CD'} = \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BA'} = 0.$$

$$|\overrightarrow{AC'}| = AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CC'^2} = a\sqrt{3}.$$

**Câu 24:** Cho lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Hãy phân tích (biểu diễn) véc tơ  $\overrightarrow{BC'}$  qua các véc tơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .

- A.  $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .    B.  $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .    C.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .    D.  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .

Lời giải

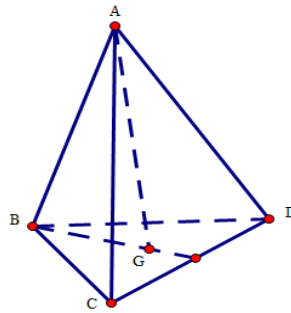


Vì mặt bên  $(BCC'B')$  là hình bình hành nên  $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$  nên  $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Biết luôn tồn tại số thực  $k$  thỏa mãn đẳng thức vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k \cdot \overrightarrow{AG}$ . Hỏi số thực đó bằng bao nhiêu?

- A. 2.    B. 4.    C. 1.    D. 3.

Lời giải



Vì  $G$  là trọng tâm  $\triangle BCD$  nên  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG}$ .

Vậy  $k = 3$ .

**Câu 26:** Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng?

- A. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi ba vectơ đó cùng có giá thuộc một mặt phẳng.  
 B. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ cùng phương.  
 C. Ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng nếu có một trong ba vectơ đó bằng vectơ  $\vec{0}$ .  
 D. Cho hai vectơ không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  và một vectơ  $\vec{c}$  trong không gian. Khi đó  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng khi và chỉ khi có cặp số thực  $m, n$  duy nhất sao cho  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ .

Lời giải

Chọn D

A sai vì không phải là cùng có giá nằm trên một mặt phẳng mà là có giá cùng song song với một mặt phẳng.

B sai vì nếu vectơ còn lại có giá không song song với mặt phẳng chứa hai vectơ kia thì ba vectơ không đồng phẳng.

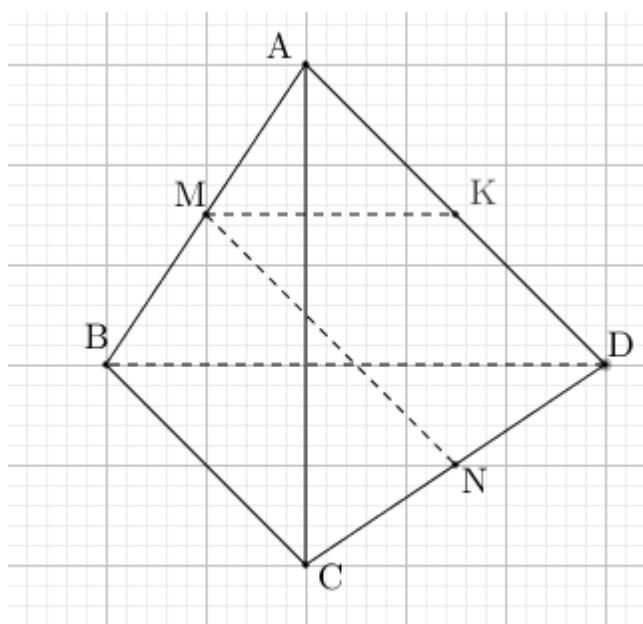
C sai.

**Câu 27:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, CD$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $MN \perp CD$ .                      B.  $AB \perp CD$ .                      C.  $MN \perp AB$ .                      D.  $MN \perp BD$ .

Lời giải

Chọn D



Gọi  $K$  là trung điểm của  $AD$ . Suy ra  $MK \parallel BD \Rightarrow (\widehat{MN, BD}) = (\widehat{MK, MN})$ .

Xét tam giác  $MNK$  có  $MK = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AC = NK$ . Suy ra tam giác  $MNK$  không vuông tại  $M$ .

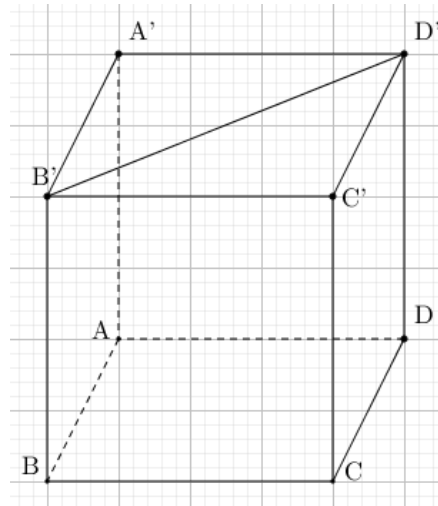
Suy ra  $MN$  và  $BD$  không vuông góc.

**Câu 28:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính góc giữa  $B'D'$  với  $A'A$ .

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

Lời giải

Chọn B



Ta có  $A'A \perp (A'B'C'D') \Rightarrow A'A \perp B'D' \Rightarrow (\widehat{A'A, B'D'}) = 90^\circ$ .

**Câu 29:** Trong không gian cho điểm  $O$  và bốn điểm  $A, B, C, D$  không thẳng hàng. Tìm điều kiện cần và đủ để  $ABCD$  là hình thang.

**A.**  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$ .

**B.**  $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$ .

**C.**  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .

**D.**  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

- Xét  $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0} \Leftrightarrow O$  là trọng tâm tứ giác  $ABCD$ .

- Xét  $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{OD}$

+ Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AC, BD \Rightarrow 2\vec{OM} = 2\vec{ON} \Rightarrow M \equiv N$  (Vô lý).

- Xét  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OB} = \vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OD} \Leftrightarrow \vec{CA} = \frac{1}{2}\vec{BD} \Rightarrow ABCD$  không phải là hình thang.

- Xét  $\vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{OC} = \vec{OB} + \frac{1}{2}\vec{OD} \Leftrightarrow \vec{AB} = \frac{1}{2}\vec{DC} \Rightarrow ABCD$  là hình thang.

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông, có  $SA$  vuông góc với đáy ( $ABCD$ ). Xác định hình chiếu của cạnh  $SC$  lên mặt phẳng ( $SAD$ ).

**A.**  $AC$ .

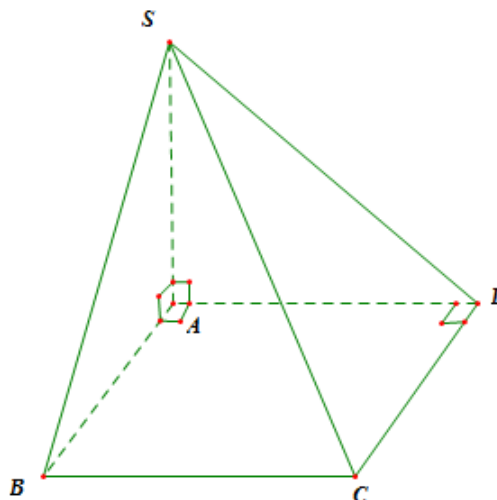
**B.**  $SD$ .

**C.**  $SA$ .

**D.**  $AD$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Ta có  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$

Mà  $CD \perp AD \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ .

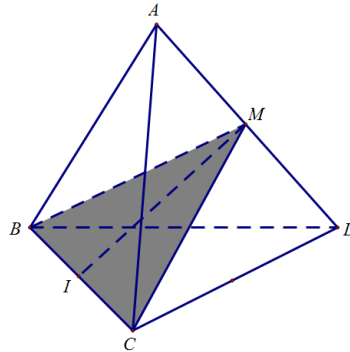
$\Rightarrow$  hình chiếu của cạnh  $SC$  lên mặt phẳng  $(SAD)$  là  $SD$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện đều  $ABCD$  cạnh  $a = 12$ , gọi  $(P)$  là mặt phẳng qua  $B$  và vuông góc với  $AD$ . Thiết diện của  $(P)$  và hình chóp có diện tích bằng:

- A. 36.                      B.  $36\sqrt{3}$ .                      C. 40.                      D.  $36\sqrt{2}$ .

Lời giải

Chọn D



Gọi  $M$  là trung điểm của  $AD \Rightarrow \begin{cases} BM \perp AD \\ CM \perp AD \end{cases} \Rightarrow AD \perp (BCM) \Rightarrow (P) \equiv (BCM)$ .

Vậy thiết diện của  $(P)$  và hình chóp là  $\triangle BCM$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$

Ta có:  $MB = MC = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ ,  $MI = \sqrt{MB^2 - BI^2} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 - 6^2} = 6\sqrt{2}$ .

Diện tích thiết diện:  $S_{\triangle BCM} = \frac{1}{2} MI \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{2} \cdot 12 = 36\sqrt{2}$ .

**Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Tìm giá trị của  $k$  thích hợp thỏa mãn:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = k$ .

- A.  $k = 2$ .                      B.  $k = 1$ .                      C.  $k = 0$ .                      D.  $k = 4$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} \\ &= \overrightarrow{AC}(\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{AD}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} = \vec{0}. \end{aligned}$$

Vậy  $k = 0$ .

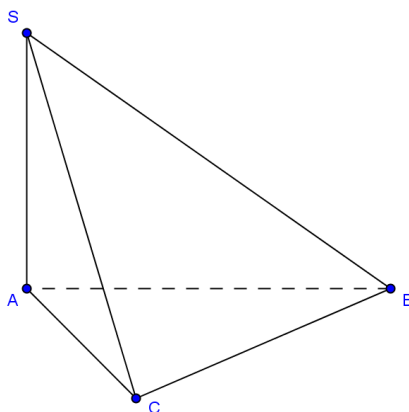
**Câu 33:** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  và  $BC = a$ . Trên đường thẳng qua  $A$  vuông góc với  $(ABC)$

lấy điểm  $S$  sao cho  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Tính số đo giữa đường thẳng  $SA$  và  $(ABC)$ .

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $60^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

Lời giải

Chọn C



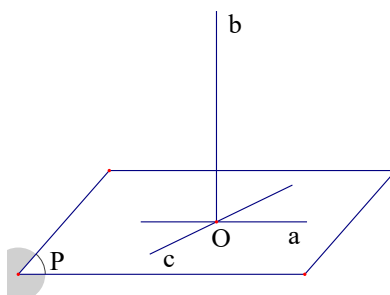
Do  $SA \perp (ABC) \Rightarrow (SA, (ABC)) = 90^\circ$ .

**Câu 34:** Chỉ ra mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A.** Qua một điểm  $O$  cho trước có một mặt phẳng duy nhất vuông góc với một đường thẳng  $\Delta$  cho trước.
- B.** Qua một điểm  $O$  cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- C.** Qua một điểm  $O$  cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.
- A.** Hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Khi đó có một và chỉ một mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.

**Lời giải**

**Chọn C**



Mệnh đề C sai vì qua một điểm  $O$  cho trước có vô số đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.

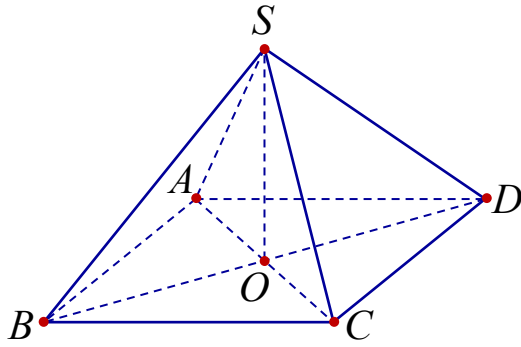
**Câu 35:** Cho hình vuông  $ABCD$  có tâm  $O$  và cạnh bằng  $2a$ . Trên đường thẳng qua  $O$  vuông góc với  $(ABCD)$  lấy điểm  $S$ . Biết góc giữa  $SA$  và  $(ABCD)$  có số đo bằng  $45^\circ$ . Tính độ dài  $SO$ .

- A.**  $SO = a\sqrt{2}$ .
- B.**  $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .
- C.**  $SO = a$ .
- D.**  $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**





Ta có  $SO \perp (ABCD)$ .

Hình chiếu vuông góc của  $SA$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là  $AO$ .

Khi đó, góc giữa  $SA$  và  $(ABCD)$  là  $\widehat{SAO}$ .

Trong tam giác vuông  $SOA$ , ta có  $SO = AO \cdot \tan \widehat{SAO}$ .

$$\text{Mà } AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}2a\sqrt{2} = a\sqrt{2}.$$

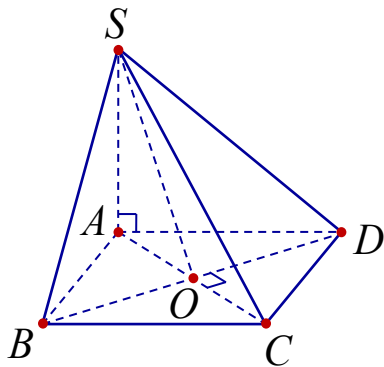
$$\text{Vậy, } SO = a\sqrt{2} \tan 45^\circ = a\sqrt{2}.$$

**Câu 36:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Chọn khẳng định đúng

- A.  $O$  là hình chiếu vuông góc của  $S$  lên mp  $(ABCD)$ .
- B.  $O$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mp  $(SAC)$ .
- C. Trung điểm của  $AD$  là hình chiếu vuông góc của  $C$  lên mp  $(SAD)$ .
- D.  $A$  là hình chiếu vuông góc của  $C$  lên mp  $(SAB)$ .

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có: } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Suy ra  $BO \perp (SAC)$ .

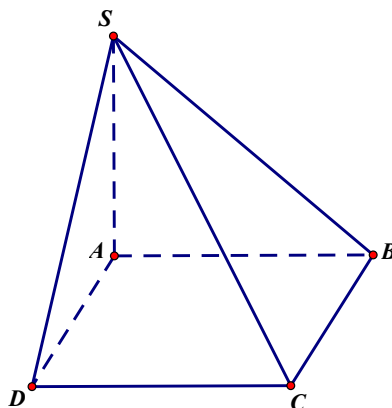
Vậy,  $O$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên mp  $(SAC)$ .

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và  $SA$  vuông góc với đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $AC \perp (SBD)$ .
- B.  $CD \perp (SAD)$ .
- C.  $BD \perp (SAC)$ .
- D.  $BC \perp (SAB)$ .

Lời giải

Chọn A



Ta có

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

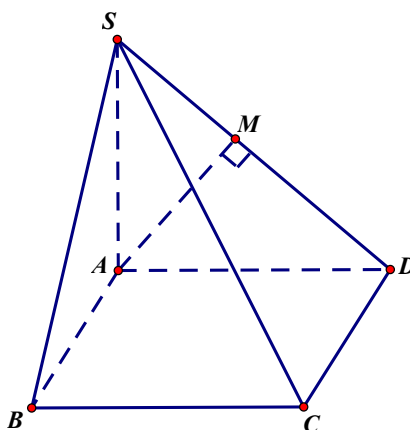
Như vậy 3 đáp án B, C, D đúng còn A sai.

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$  và đáy là hình vuông. Từ A kẻ  $AM \perp SD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $AM \perp (SCD)$ .    B.  $AM \perp (SBD)$ .    C.  $AM \perp (SAD)$ .    D.  $AM \perp (SBC)$ .

Lời giải

Chọn A



Ta có

$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

$$\Rightarrow CD \perp AM \quad (AM \subset (SAD))$$

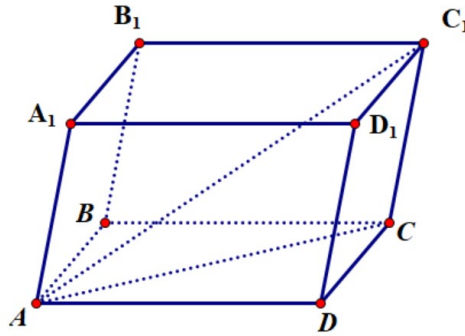
$$\begin{cases} AM \perp CD \\ AM \perp SD \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SCD)$$

**Câu 39:** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Tìm giá trị của  $k$  thích hợp điền vào đẳng thức vectơ  $\overline{AB} + \overline{B_1C_1} + \overline{DD_1} = k\overline{AC_1}$ .

- A.  $k = 2$ .    B.  $k = 1$ .    C.  $k = 4$ .    D.  $k = 0$ .

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AC_1}$ .

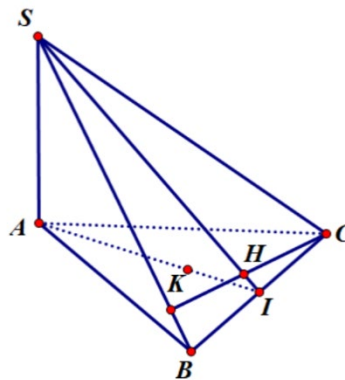
Vậy  $k = 1$ .

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ . Gọi  $H, K$  lần lượt là trực tâm các tam giác  $SBC$  và  $ABC$ . Mệnh đề nào sau đây sai trong các mệnh đề sau?

- A.  $BC \perp (SAB)$ .      B.  $BC \perp (SAH)$ .  
 C.  $SH, AK$  và  $BC$  đồng quy.      D.  $HK \perp (SBC)$ .

Hướng dẫn giải

Chọn A



A. Ta có  $BC \perp SA$  mà không có dữ liệu nào chứng tỏ  $BC$  vuông góc thêm với bất kì đường thẳng nào nằm trong  $(SAB)$  nên ta không thể suy ra  $BC \perp (SAB)$ .

B. Ta có  $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH)$

C. Gọi  $I$  là giao điểm của  $SH$  và  $BC$ .

Ta có  $\begin{cases} BC \perp SH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH)$ . Từ đó  $BC \perp AI$  (1).

Mà  $AK \perp BC$  (vì  $K$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ ) (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra  $A, K, I$  thẳng hàng.

Vậy  $SH, AK$  và  $BC$  đồng quy.

D. Từ câu C ta có  $BC \perp (SAH)$  và  $K, H$  thuộc  $(SAH)$ . Nên  $HK \perp BC$  (3)

Vì  $AB$  là hình chiếu của  $SB$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  và  $CK \perp AB$  nên  $CK \perp SB$ .

Ta có  $\begin{cases} CK \perp SB \\ CH \perp SB \end{cases} \Rightarrow SB \perp (CKH)$ . Từ đó  $SB \perp HK$  (4).

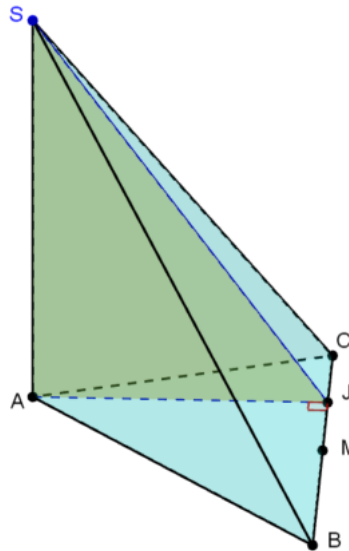
Từ (3), (4), ta có  $\begin{cases} HK \perp BC \\ HK \perp SB \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBC)$ .

**Câu 41:** Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác cân tại B, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC, J là hình chiếu của A lên BC. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $BC \perp (SAJ)$ .      B.  $BC \perp (SAB)$ .      C.  $BC \perp (SAM)$ .      D.  $BC \perp (SAC)$ .

Lời giải

Chọn A



• Vì  $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AJ \\ SA \cap AJ = A \text{ trong } (SAJ) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAJ)$  nên ta **Chọn A**

**Câu 42:** Có bao nhiêu giá trị số thực  $a$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 5x + 3 & , \text{khi } x \neq a \\ -4 & , \text{khi } x = a \end{cases}$  liên tục tại  $x_0 = a$

A. 3      B. 1      C. 2      D. 0

Lời giải

Chọn C

Hàm số liên tục tại  $x_0 = a$  khi và chỉ khi  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} (-2x^2 + 5x + 3) = -4$

$$\Leftrightarrow -2a^2 + 5a + 3 = -4 \Leftrightarrow 2a^2 - 5a - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Kết luận: có 2 giá trị  $a$

**Câu 43:** Cho  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^4 - 3x^2 + 4} - x^2 + 3) = \frac{a}{b}$ . ( $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản, b là số nguyên dương). Tính

tổng a và b

- A. 5      B. 0      C. 4      D. 6

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^4 - 3x^2 + 4} - x^2 + 3 \right) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{\left( \sqrt{x^4 - 3x^2 + 4} \right)^2 - (x^2 - 3)^2}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 4} + (x^2 - 3)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^4 - 3x^2 + 4 - x^4 + 6x - 9}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 4} + (x^2 - 3)} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3x^2 - 5}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 4} + (x^2 - 3)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{3 - \frac{5}{x^2}}{\sqrt{1 - \frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^4}} + \left(1 - \frac{3}{x^2}\right)} \right) = \frac{3}{2} \\ \Rightarrow a = 3, b = 2 \Rightarrow a + b = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

**Câu 44:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left( \frac{1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{1}{x^2 - 5x + 6} \right) = +\infty$       B.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{1}{x^2 - 5x + 6} \right) = -\infty$

C.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{1}{x^2 - 5x + 6} \right) = 0$       D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{1}{x^2 - 5x + 6} \right) = \frac{1}{3}$

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} \left( \frac{1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{1}{x^2 - 5x + 6} \right) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left( \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{(x-1)(x-6)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left( \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{(x-1)(x-6)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left( \frac{-4}{(x-1)(x-2)(x-6)} \right) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{1}{x^2 - 5x + 6} \right) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{1}{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{(x-1)(x-6)} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{-4}{(x-1)(x-2)(x-6)} \right) = +\infty \end{aligned}$$

**Câu 45:** Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 5 + 3n}{5n^3 - 4 + 2n^2 + bn^3} = -1$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Tính  $A = a - b$ .

A.  $A = 5$ .      B.  $A = -3$ .      C.  $A = 3$ .      D.  $A = -5$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 5 + 3n}{(5+b)n^3 - 4 + 2n^2}$ .

Nếu  $5 + b \neq 0 \Leftrightarrow b \neq -5$  thì  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{a}{n} - \frac{5}{n^3} + \frac{3}{n^2}}{(5+b) - \frac{4}{n^3} + \frac{2}{n}} = 0$  (loại vì  $L = -1$ ).

Suy ra  $b = -5$ .

$$\text{Với } b = -5 \text{ thì } L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 - 5 + 3n}{-4 + 2n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a - \frac{5}{n^2} + \frac{3}{n}}{-\frac{4}{n^2} + 2} = \frac{a}{2} = -1 \Leftrightarrow a = -2.$$

Vậy  $A = a - b = -2 + 5 = 3$ .

**Câu 46:** Tính tổng  $S = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots + \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \dots$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- A.  $S = \frac{3}{4}$ .                      B.  $S = \frac{3}{2}$ .                      C.  $S = 1$ .                      D.  $S = +\infty$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $S$  là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 1$  và  $q = -\frac{1}{3}$ .

$$\text{Vậy } S = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{1}{1 - (-\frac{1}{3})} = \frac{3}{4}.$$

**Câu 47:** Biết hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2a - 3\sqrt{x-3} & \text{khi } x > 3 \\ \sqrt{3-x} - b & \text{khi } x < 3 \\ 4 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$  liên tục tại  $x_0 = 3$ . Tính hiệu  $a - b$

- A.  $-2$ .                      B.  $6$ .                      C.  $0$ .                      D.  $-1$ .

**Lời giải:**

**Chọn A**

+) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

+) Ta có  $x_0 = 3 \in D$  và  $f(3) = 4$

$$\text{+) } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (2a - 3\sqrt{x-3}) = 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (\sqrt{3-x} - b) = b$$

+) Hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x_0 = 3$  khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 2a = b = 4 \Leftrightarrow a = 2, b = 4$$

Do đó :  $a - b = -2$

**Câu 48:** Có bao nhiêu giá trị nguyên lớn hơn  $-10$  của  $m$  để  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{4n^2 + 3} - m.n - 5) = +\infty$ ?

- A.  $12$ .                      B.  $9$ .                      C.  $10$ .                      D.  $11$

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Vì : } \lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{4n^2 + 3} - m.n - 5) = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \left( \sqrt{4 + \frac{3}{n^2}} - m - \frac{5}{n} \right) = +\infty$$

$$\text{Nên : } \sqrt{4} - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$$

Vì : số nguyên  $m$  lớn hơn  $-10$  nên  $m \in \{-9; -8; \dots; 0; 1\}$

**Câu 49:** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}+2017}{x+2018} = \frac{1}{2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+bx+1}-x) = 2$ . Tính  $P = 4a+b$ .

- A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. -1.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}+2017}{x+2018} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left( -a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{2017}{x}} \right)}{x \left( 1+\frac{2018}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-a\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{2017}{x}}}{1+\frac{2018}{x}} = -a.$$

$$\text{Nên } -a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+bx+1}-x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+bx+1}-x)(\sqrt{x^2+bx+1}+x)}{\sqrt{x^2+bx+1}+x} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx+1}{x \left( \sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left( b+\frac{1}{x} \right)}{x \left( \sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1 \right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{b+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{b}{x}+\frac{1}{x^2}}+1} = \frac{b}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Nên } \frac{b}{2} = 2 \Leftrightarrow b = 4.$$

$$\text{Vậy } P = 4 \left( -\frac{1}{2} \right) + 4 = 2.$$

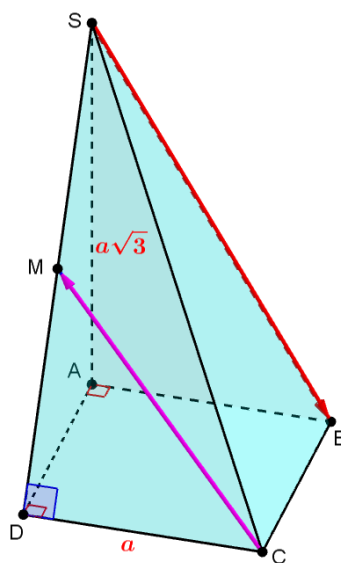
**Câu 50:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông ABCD cạnh a,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Gọi M là trung điểm của SD, cosin góc giữa 2 đường thẳng CM và SB là:

- A.  $\frac{2\sqrt{2}}{7}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{8}$ .                      C.  $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ .                      D.  $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

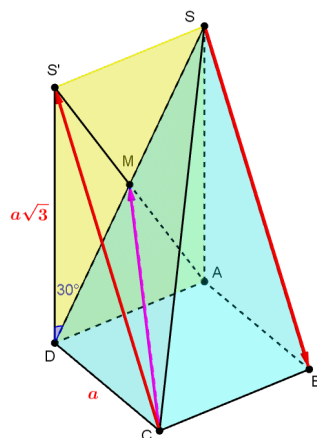
**Cách 1**



• Vì  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$  nên  $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{SA} = 0$  (1)

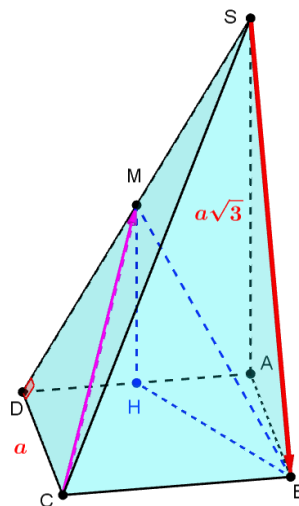
- Và  $AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp DM \Rightarrow \overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$  (2)
- Từ (1), (2);  $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{SB} = (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DM}) \cdot (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB}) = \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{AB}$   
 $= -AB^2 - \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{SD} \cdot \overrightarrow{SA} = -a^2 - \frac{1}{4} \cdot (SD^2 + SA^2 - AD^2) = \frac{-5a^2}{2}$  (3)
- $\Delta SAD \perp A$ ;  $SD = 2a \Rightarrow DM = a$  và  $\begin{cases} \Delta CDM \perp D \\ \Delta SAB \perp A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CM = a\sqrt{2} \\ SB = 2a \end{cases}$  (4)
- Từ (3), (4);  $\cos(\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{SB}) = \left| \cos(\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{SB}) \right| = \frac{|\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{SB}|}{CM \cdot SB} = \frac{5\sqrt{2}}{8}$ .
- Vậy ta **Chọn C**

**Cách 2**



- Đặt  $\overrightarrow{DS'} = \overrightarrow{AS} \Rightarrow \overrightarrow{SB} = -\overrightarrow{CS'}$ ;
- $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{SB} = -\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CS'} = \frac{-1}{2} (MC^2 + S'C^2 - S'M^2) = \frac{-5a^2}{2}$
- Lúc đó;  $\cos(\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{SB}) = \left| \cos(\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{SB}) \right| = \left| \cos(\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{S'C}) \right| = \frac{|\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{S'C}|}{CM \cdot S'C} = \frac{5\sqrt{2}}{8}$ .
- Vậy  $\cos(\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{SB}) = \frac{5\sqrt{2}}{8}$ .

**Cách 3**



- Áp dụng **Bài toán**: Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $\alpha = (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD})$ .



Khi đó;  $\cos\alpha = \frac{|AD^2 + BC^2 - AC^2 - BD^2|}{2.AB.CD}$

• Ta có;  $\cos(CM; SB) = \frac{|BC^2 + SM^2 - SC^2 - BM^2|}{2.CM.SB} = \frac{5\sqrt{2}}{8}$ ;

Với  $BC = SM = a$ ,  $SC^2 = SA^2 + AC^2 = 5a^2$ ,  $BM^2 = MH^2 + HB^2 = 2a^2$ ,  $CM = a\sqrt{2}$ ,  $SB = 2a$ .

• Vậy  $\cos(CM; SB) = \frac{5\sqrt{2}}{8}$ .

---- HẾT ----