

GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH
LUYỆN THI VÀO 10

Câu 1. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Khảo sát vòng 1- Ái Mộ -Long Biên -2019-2020)

Một máy bơm theo kế hoạch phải bơm đầy nước vào một bể cạn có dung tích 50 m^3 trong một thời gian nhất định. Người công nhân vận hành máy đã cho máy bơm hoạt động với công suất tăng thêm 5 m^3 /giờ, cho nên đã bơm đầy bể sớm hơn quy định 1 giờ 40 phút. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ máy bơm phải bơm được bao nhiêu mét khối nước.

Hướng dẫn

Gọi công suất dự định của máy bơm là x (m^3 /giờ, $x > 0$)

Công suất thực tế là $x+5$ (m^3 /giờ)

Thời gian bơm đầy bể dự định là $\frac{50}{x}$ (giờ)

Thời gian bơm đầy bể thực tế là $\frac{50}{x+5}$ (giờ)

Đổi 1 giờ 40 phút = $\frac{5}{3}$ giờ

Theo đầu bài ta có phương trình: $\frac{50}{x} - \frac{50}{x+5} = \frac{5}{3}$

$$\Rightarrow 3(50x + 250 - 50x) = 5x(x+5) \Leftrightarrow 5x^2 + 25x - 750 = 0.$$

Các em giải phương trình được $\begin{cases} x = 10 \text{ (tm)} \\ x = -15 \text{ (l)} \end{cases}$

Vậy công suất dự định của máy bơm là 10 m^3 /giờ.

Câu 2. (Thầy Nguyễn Chí Thành) Trung tâm Bồi dưỡng Văn hóa Hà Nội – Amsterdam 07/6/2020

Hội trường 200 chỗ của trường THPT Chuyên Hà Nội – Amsterdam có đúng 200 ghế được chia đều vào các dãy. Nhằm giãn cách xã hội, trong đợt phòng chống dịch COVID -19 để mỗi dãy bớt đi 2 ghế mà số ghế trong hội trường không đổi thì nhà trường phải kê thêm 5 dãy như thế nữa. Hỏi ban đầu, số ghế trong hội trường được chia thành bao nhiêu dãy?

Hướng dẫn

Gọi số dãy ghế ban đầu là x (ghế, $x \in \mathbb{N}$).

Số ghế trong một dãy ban đầu là y (dãy, $y \in \mathbb{N}$).

Vì số ghế là 200 nên ta có: $x.y = 200(1)$.

Mỗi dãy bớt đi 2 ghế mà số ghế trong hội trường không đổi thì nhà trường phải kê thêm 5 dãy như thế nữa nên ta có: $(x+5)(y-2) = 200(2)$.

$$\begin{cases} x \cdot y = 200 \\ (x+5)(y-2) = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot y = 200 \\ xy - 2x + 5y - 10 = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 200 \\ -2x + 5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{200}{y} \\ -2 \cdot \frac{200}{y} + 5y = 10 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{200}{y} \\ -400 + 5y^2 = 10y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{200}{y} \\ 5y^2 - 10y - 400 = 0 \end{cases}$$

Các em giải hệ được:
$$\begin{cases} x = 20(TM) \\ y = 10(TM) \\ y = -8(Loai) \end{cases}$$

Vậy ban đầu hội trường có 20 dãy ghế.

Câu 3. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (HK2-Amsterdam-2019-2020)

Một ca nô đi xuôi dòng 54 km rồi quay ngược dòng 46 km và tổng thời gian cả đi lẫn về là 4 giờ. Nếu ca nô đi xuôi dòng 81 km và ngược dòng 23 km thì tổng thời gian đi cũng hết 4 giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước, biết các vận tốc đó không đổi.

Hướng dẫn

1) Gọi vận tốc riêng của Ca nô là x (km/h), $x > 0$

Gọi vận tốc của dòng nước là y (km/h), $y < x$

Vận tốc của ca nô khi đi xuôi dòng là: $x + y$ (km/h)

Vận tốc của ca nô khi đi ngược dòng là: $x - y$ (km/h)

Thời gian Ca nô đi xuôi dòng 54 km là: $\frac{54}{x+y}$ (h)

Thời gian ca nô đi ngược dòng 46 km là: $\frac{46}{x-y}$ (h)

Vì ca nô đi xuôi dòng 54 km và ngược dòng 46 km thì hết tổng thời gian là 4 giờ nên ta có phương

trình:
$$\frac{54}{x+y} + \frac{46}{x-y} = 4 \quad (1)$$

Thời gian ca nô đi xuôi dòng 81 km là: $\frac{81}{x+y}$ (h)

Thời gian ca nô đi ngược dòng 23 km là: $\frac{23}{x-y}$ (h)

Vì ca nô đi xuôi dòng 81 km và ngược dòng 23 km thì hết tổng thời gian là 4 giờ nên ta có phương

$$\text{trình: } \frac{81}{x+y} + \frac{23}{x-y} = 4 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{54}{x+y} + \frac{46}{x-y} = 4 \\ \frac{81}{x+y} + \frac{23}{x-y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{27} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{23} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=27 \\ x-y=23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=25 \\ y=2 \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện ta thấy $x=25, y=2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Vậy: Vận tốc riêng của Ca nô là 25 km/h

Vận tốc của dòng nước là 2 km/h

Câu 4. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (ARCHIMEDES ACADEMY - 15/05/2020)

Hai tỉnh A, B cách nhau 180 km, cùng một lúc một ô tô đi từ A đến B , một xe máy đi từ B về A . Hai xe gặp nhau tại C . Từ C đến B ô tô đi hết 2 giờ, còn từ C về A đi xe máy đi hết 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc mỗi xe biết trên đường AB hai xe đều chạy với vận tốc không đổi.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của ô tô và xe máy lần lượt là $v_A; v_B$ ($v_A, v_B > 0$).

Đổi 4 giờ 30 phút = 4,5 giờ.

Ta có thời gian xe máy đi từ B đến A nhiều hơn thời gian ô tô đi từ A đến B là 2,5 giờ nên ta

$$\text{được: } \frac{180}{v_B} - \frac{180}{v_A} = 2,5 \quad (1)$$

Mặt khác, ô tô đi trên quãng đường BC hết 2 giờ và xe máy đi trên quãng đường AC hết 4,5 giờ nên ta có: $2v_A + 4,5v_B = 180$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{180}{v_B} - \frac{180}{v_A} = 2,5 \\ 2v_A + 4,5v_B = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{v_B} - \frac{1}{v_A} = \frac{1}{72} \\ v_A = \frac{180 - 4,5v_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{v_B} - \frac{2}{180 - 4,5v_B} = \frac{1}{72} \\ v_A = \frac{180 - 4,5v_B}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4,5v_B^2 - 648v_B + 12960 = 0 \\ v_A = \frac{180 - 4,5v_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_B = 24 \\ v_B = 120 \\ v_A = \frac{180 - 4,5v_B}{2} \end{cases} \stackrel{v_A, v_B > 0}{\Leftrightarrow} \begin{cases} v_A = 36 \\ v_B = 24 \end{cases}$$

Vậy vận tốc của xe máy là 24 km/h và vận tốc của ô tô là 36 km/h.

Câu 5. (Thầy Nguyễn Chí Thành) KHẢO SÁT LỚP 9 – BA ĐÌNH NĂM HỌC 2019-2020

Hai giá sách có 540 cuốn sách. Nếu chuyển 60 cuốn sách từ giá sách thứ nhất sang giá sách thứ hai thì số sách ở giá sách thứ hai bằng 125% số sách ở giá thứ nhất. Tính số sách lúc đầu trong mỗi giá sách.

Hướng dẫn

Gọi số sách ở giá thứ nhất, giá thứ hai lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*$) (cuốn)

Ta có $x + y = 540$ (1)

* Khi chuyển giá thứ nhất qua giá thứ hai là 60 quyển thì giá thứ nhất còn $x - 60$ (quyển).

Giá thứ hai có $y + 60$ (quyển).

* Theo đầu bài ta có: $125\%(x - 60) = y + 60$ (2)

* Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} x + y = 540 \\ 125\%(x - 60) = y + 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 540 \\ 1,25x - y = 60 + 1,25 \cdot 60 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 540 \\ 1,25x - y = 135 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 240 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy số sách ở giá thứ nhất 300, giá thứ hai là 240.

Câu 6. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Khảo sát – Bắc Từ Liêm-2019-2020)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một phân xưởng sản xuất thiết bị y tế theo kế hoạch phải sản xuất 1100 nhiệt kế điện tử phục vụ công tác đo thân nhiệt để phòng chống dịch bệnh trong một thời gian quy định. Nhưng do tình hình diễn biến dịch bệnh phức tạp, để đáp ứng nhu cầu nhiệt kế điện tử của thị trường, mỗi ngày phân xưởng đã sản xuất vượt mức 5 nhiệt kế nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định là 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng sản xuất bao nhiêu nhiệt kế điện tử?

Hướng dẫn

Gọi số nhiệt kế điện tử theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng sản xuất là x (cái, $x \in \mathbb{N}^*$).

Số nhiệt kế điện tử trên thực tế mỗi ngày phân xưởng sản xuất là $x + 5$ (cái, $x \in \mathbb{N}^*$).

Theo kế hoạch, thời gian để phân xưởng đó hoàn thành 1100 nhiệt kế điện tử là: $\frac{1100}{x}$ ngày.

Trên thực tế, thời gian để phân xưởng đó hoàn thành 1100 nhiệt kế điện tử là: $\frac{1100}{x + 5}$ ngày.

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{1100}{x} - \frac{1100}{x + 5} = 2 \Leftrightarrow \frac{1100(x + 5)}{x(x + 5)} - \frac{1100x}{x(x + 5)} = \frac{2x(x + 5)}{x(x + 5)} \Leftrightarrow 1100x + 5500 - 1100x = 2x^2 + 10x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 2750 = 0 \Leftrightarrow (x - 50)(x + 55) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 50 = 0 \\ x + 55 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ x = -55 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện đề bài ta có: $x = 50$ thỏa mãn.

Vậy số nhiệt kế điện tử theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng sản xuất theo kế hoạch là: 50 cái

Câu 7. (Thầy Nguyễn Chí Thành) KHẢO SÁT PHỨC DIỄN – 2019 – 2020

Một mảnh vườn hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13 m và chiều dài lớn hơn chiều rộng 7 m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó?

Hướng dẫn

Gọi chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là x (m) ($0 < x < 6$).

Chiều rộng của mảnh vườn hình chữ nhật là: $x+7$ (m).

Vì độ dài đường chéo của mảnh vườn hình chữ nhật là 13 m nên theo định lí Pytago ta có phương trình:

$$x^2 + (x+7)^2 = 13^2 \Leftrightarrow x^2 + x^2 + 14x + 49 - 169 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 14x - 120 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 60 = 0.$$

$$\Delta = 7^2 - 4.1.(-60) = 49 + 240 = 289 = 17^2 > 0$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt: } x_1 = \frac{-7+17}{2.1} = 5 \text{ (thỏa mãn); } x_2 = \frac{-7-17}{2.1} = -12 \text{ (loại)}$$

Vậy chiều rộng của mảnh vườn là 5 m, chiều dài của mảnh vườn là 12 m.

Câu 8. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Khảo sát chất lượng – Bồ Đề - Long Biên-30/6/2020)

Lúc 6 giờ sáng một tàu cao tốc đi xuôi dòng nước từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 100 km. Sau khi nghỉ lại bến sông B một giờ tàu lại phải đi ngược dòng nước trở về bến sông C cách bến sông B là 120 km. Tính vận tốc thực của tàu biết vận tốc dòng nước là 3 km/h và thời gian tàu đi ngược dòng nước nhiều hơn thời gian tàu đi xuôi dòng nước là $\frac{5}{9}$ giờ. Hỏi lúc 11 giờ trưa của ngày hôm đó tàu đã về đến bến sông C chưa?

Hướng dẫn

Lúc 6 giờ sáng một tàu cao tốc đi xuôi dòng nước từ bến sông A đến bến sông B cách nhau 100 km. Sau khi nghỉ lại bến sông B một giờ tàu lại phải đi ngược dòng nước trở về bến sông C cách bến sông B là 120 km. Tính vận tốc thực của tàu biết vận tốc dòng nước là 3 km/h và thời gian tàu đi ngược dòng nước nhiều hơn thời gian tàu đi xuôi dòng nước là $\frac{5}{9}$ giờ. Hỏi lúc 11 giờ trưa của ngày hôm đó tàu đã về đến bến sông C chưa?

Gọi vận tốc thực của tàu cao tốc là x (km/h); $x > 3$.

Vận tốc tàu đi xuôi dòng là $x+3$ (km/h).

Vận tốc tàu đi ngược dòng là $x-3$ (km/h).

Thời gian tàu xuôi dòng từ A đến B là $\frac{100}{x+3}$ (h).

Thời gian tàu ngược dòng từ B đến C là $\frac{120}{x-3}$ (h).

Vì thời gian tàu đi ngược dòng nhiều hơn thời gian tàu đi xuôi dòng là $\frac{5}{9}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x-3} - \frac{100}{x+3} = \frac{5}{9}$$

Giải phương trình được:
$$\begin{cases} x = 57 \text{ (tm)} \\ x = -21 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

⇒ Vận tốc thực của tàu cao tốc là 57 km/h.

Tổng thời gian tàu đi từ A đến B, nghỉ ở B, rồi đến C là: $\frac{100}{57+3} + \frac{120}{57-3} + 1 = \frac{44}{9} < 5$ (giờ).

Vì tàu xuất phát ở A lúc 6 giờ đến 11 giờ trưa là 5 giờ nên tàu chưa về đến C.

Vậy: +) Vận tốc thực của tàu cao tốc là 57 km/h.

+) Lúc 11 giờ trưa cùng ngày thì tàu chưa về đến C.

Câu 9. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (HK2-Cầu Giấy-2019-2020)

Một lọ thuốc hình trụ có chiều cao 10cm và bán kính đáy 5cm. Nhà sản xuất phủ kin mặt xung quanh của lọ thuốc bằng giấy in các thông tin về loại thuốc ấy. Hãy tính diện tích phần giấy cần dùng của lọ thuốc đó (cho biết độ dày của giấy in và lọ thuốc không đáng kể)?

Hướng dẫn

Gọi x (chiếc) là số xe ban đầu của đoàn xe ($x \in \mathbb{N}^*$)

Khối lượng hàng ban đầu mỗi xe dự định chở là: $\frac{90}{x}$ (tấn)

Số xe tham gia chở hàng thực tế là: $x+5$ (chiếc)

Khối lượng hàng thực tế mỗi xe chở là: $\frac{90}{x+5}$ (tấn)

Vì mỗi xe chở ít hơn dự định ban đầu là 0,2 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{90}{x} - \frac{90}{x+5} = 0,2 \Leftrightarrow 90(x+5) - 90x = 0,2x(x+5) \Leftrightarrow x^2 + 5x - 2250 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (TM)} \\ x = -50 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Vậy số xe ban đầu của đoàn xe là 40 chiếc.

Câu 10. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Khảo sát lần 2 – Cầu Giấy – 2019-2020)

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 3 giờ 36 phút đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 1 giờ 30 phút sau đó mở tiếp vòi thứ hai thì sau 3 giờ bể đầy. Hỏi mỗi vòi nếu mở một mình thì mất bao lâu bể đầy?

Hướng dẫn

Gọi x, y lần lượt là thời gian vòi 1 và vòi 2 một mình chảy đầy bể (đơn vị: giờ; điều kiện $x, y > \frac{18}{5}$).

Đổi 3 giờ 36 phút $3 + \frac{36}{60} = \frac{18}{5}$ (giờ); 1 giờ 30 phút $= 1 + \frac{30}{60} = \frac{3}{2}$ (giờ).

Khi đó 1 giờ vòi 1 chảy được $\frac{1}{x}$ (bể), vòi 2 chảy được $\frac{1}{y}$ (bể).

Do cả 2 vòi cùng chảy vào bể thì sau 3 giờ 36 phút đầy bể nên 1 giờ cả hai vòi chảy được 1: $\frac{18}{5} = \frac{5}{18}$

(bể) nên ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{18}$ (1).

Vòi 1 chảy 1 giờ 30 phút sau đó vòi 2 chảy 3 giờ thì đầy bể nên ta có phương trình

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 1 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{18} \\ \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{x} + 3 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{18} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy vòi 1 một mình chảy đầy bể mất 9 giờ; vòi 2 một mình chảy đầy bể mất 6 giờ.

Câu 11. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Đề minh họa vào 10 – Câu Giấy – 2019-2020)

Trong thời gian nghỉ COVID 19, lớp 9A chia làm hai đội thi đa làm đề ôn tập. Tháng thứ nhất tổng số đề ôn tập hai đội làm được là 1230 đề. Sang tháng thứ hai, đội I vượt mức 25%, và đội II vượt mức 20% so với tháng đầu. Do đó, tháng thứ hai cả hai đội làm được là 1560 đề ôn tập. Hỏi mỗi đội làm được bao nhiêu đề ôn tập trong tháng nghỉ COVID 19 tháng thứ 2.

Hướng dẫn

Gọi số đề cương đội 1 làm trong tháng thứ nhất là x (đề cương; $x > 0$)

Gọi số đề cương đội 2 làm trong tháng thứ nhất là y (đề cương; $y > 0$)

Vì Trong tháng thứ nhất 2 đội làm được 1230 đề cương

Ta có pt: $x + y = 1230$ (1)

Sang tháng thứ 2 đội 1 làm vượt mức 25% so với tháng đầu

Trong tháng thứ 2 đội 1 vượt mức: $25\% \cdot x = 0,25x$ (đề cương)

Sang tháng thứ 2 đội 2 làm vượt mức 20% so với tháng đầu

Trong tháng thứ 2 đội 2 vượt mức: $20\% \cdot y = 0,2y$ (đề cương)

Vì Trong tháng thứ hai 2 đội làm được 1560 đề cương

Tháng thứ hai 2 đội vượt mức: $1560 - 1230 = 276$ (đề cương)

Suy ra phương trình: $0,25x + 0,2y = 276$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 1230 \\ 0,25x + 0,2y = 276 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1230 \\ 25x + 20y = 27600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1230 \\ 5x + 4y = 5520 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 5y = 6150 \\ 5x + 4y = 5520 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1230 \\ y = 630 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1230 - 630 \\ y = 630 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 600(tm) \\ y = 630(tm) \end{cases}$$

Tháng 2 đội 2 làm được: $630 + 20\%.630 = 756$ (đề cương)

Câu 12. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Khảo sát tháng 4/2020-Dịch Vọng Hậu- Cầu Giấy)

Hai tổ công nhân làm chung trong 2 giờ sẽ hoàn thành xong công việc đã định. Nếu mỗi tổ làm một mình để làm xong công việc thì tổ I cần ít thời gian hơn tổ II là 3 giờ. Hỏi mỗi tổ làm công việc một mình thì bao lâu sẽ hoàn thành?

Hướng dẫn

Gọi thời gian tổ I,II làm một mình xong công việc lần lượt là $x; y$ (giờ), ($x, y > 2$)

Một giờ tổ I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Một giờ tổ II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Một giờ cả hai tổ làm được $\frac{1}{2}$ (công việc)

Suy ra ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$.

Lại có $y - x = 3$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} (*) \\ y - x = 3 \end{cases}$$

$$(*) \Leftrightarrow 2x + 6 + 2x = x^2 + 3x \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 (l) \\ x = 3 (n) \end{cases}$$

$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y = 6$ (thỏa mãn). Kết luận :

Câu 13. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Khảo sát tháng 5/2020-Dịch Vọng Hậu- Cầu Giấy)

Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì làm xong trong 4 giờ. Nếu mỗi đội làm một mình xong công việc đó thì đội thứ nhất cần ít thời gian hơn đội thứ hai là 6 giờ. Hỏi mỗi đội làm một mình xong công việc đó trong bao lâu.

Hướng dẫn

Gọi thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ nhất là: x (giờ), điều kiện $x > 4$

Thì thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ hai là: $x + 6$ (giờ).

Trong một giờ thì khối lượng công việc mà đội thứ nhất làm được là: $\frac{1}{x}$ (công việc).

Trong một giờ thì khối lượng công việc mà đội thứ hai làm được là: $\frac{1}{x + 6}$ (công việc).

Vì hai đội công nhân cùng làm một công việc thì làm xong trong 4 giờ nên trong một giờ khối lượng

công việc cả hai đội làm được là $\frac{1}{4}$ (công việc) do đó ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{4(x+6)}{4x(x+6)} + \frac{4x}{4x(x+6)} = \frac{x(x+6)}{4x(x+6)}$$

$$\Rightarrow 4x+24+4x = x^2 + 6x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 6x - 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x+4) - 6(x+4) = 0 \Leftrightarrow (x+4)(x-6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+4=0 \\ x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ x=6 \end{cases}$$

So sánh với điều kiện, $x = 6$ thỏa mãn.

Vậy thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ nhất là 6 (giờ)

Vậy thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ hai là 12 (giờ)

Câu 14. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Đề thi thử vào 10- Dương Nội – 2019-2020)

Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất theo kế hoạch là x (sản phẩm) ($x > 0$)

Thực tế mỗi ngày phân xưởng sản xuất được số sản phẩm là: $x + 5$ sản phẩm

Thời gian dự định là $\frac{1100}{x}$ ngày

Thời gian thực tế là $\frac{1100}{x+5}$ ngày

Do phân xưởng hoàn thành sớm hơn thời gian quy định 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{1100}{x} - \frac{1100}{x+5} = 2 \Rightarrow 1100(x+5) - 1100x = 2x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 10x - 5500 = 0 \Leftrightarrow (x-50)(x+55) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=50(TM) \\ x=-55(KTM) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất 50 sản phẩm.

Câu 15. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Khảo sát Đại Áng – Thanh Trì tháng 5 – 2020)

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định. Nếu xe chạy mỗi giờ nhanh hơn 10km thì đến sớm hơn dự định 3 giờ, còn xe chạy chậm lại mỗi giờ 10km thì đến nơi chậm mất 5 giờ. Tính vận tốc của xe lúc đầu, thời gian dự định và chiều dài quãng đường AB.

Hướng dẫn

Gọi thời gian dự định là x (giờ), vận tốc của xe lúc đầu là y (km/h) ($x, y > 0$) thì chiều dài quãng đường AB là xy (km).

Tuyển tập câu hỏi giải bài toán bằng cách lập phương trình – hệ phương trình

Khi xe chạy nhanh hơn 10 km mỗi giờ thì vận tốc của xe lúc này là: $y + 10$ (km/h)

Thời gian xe đi hết quãng đường AB là: $x - 3$ (giờ)

Ta có phương trình: $(x - 3)(y + 10) = xy$ (1)

Khi xe chạy chậm hơn 10 km mỗi giờ thì vận tốc của xe lúc này là: $y - 10$ (km/h)

Thời gian xe đi hết quãng đường AB là: $x + 5$ (giờ)

Ta có phương trình: $(x + 5)(y - 10) = xy$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x-3)(y+10) = xy \\ (x+5)(y-10) = xy \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy + 10x - 3y - 30 = xy \\ xy - 10x + 5y - 50 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 3y = 30 \\ -10x + 5y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 3y = 30 \\ 2y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 40 \end{cases} (TM)$$

Vậy thời gian xe dự định đi hết quãng đường AB là 15 giờ, vận tốc của xe lúc đầu là 40 km/h

Quãng đường AB có độ dài là $15 \cdot 40 = 600$ (km).

Câu 16. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Đề khảo sát vào 10 – Đan Phượng-2019-2020)

Hưởng ứng phong trào Tết trồng cây, chi đoàn thanh niên dự định trồng 30 cây trong một thời gian nhất định. Do mỗi giờ chi đoàn trồng nhiều hơn dự định 5 cây nên đã hoàn thành công việc trước dự định 20 phút và trồng thêm được 10 cây nữa. Tính số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ.

Hướng dẫn

Gọi số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ là: x ($x \in \mathbb{N}^*$, $x < 30$) (cây).

Thời gian trồng cây theo dự định: $\frac{30}{x}$ (phút)

Thực tế mỗi giờ chi đoàn trồng được: $x + 5$ (cây).

Số cây trồng thực tế: 40 cây.

Thời gian trồng cây thực tế: $\frac{40}{x+5}$ (phút)

20 phút = $\frac{1}{3}$ (giờ)

Ta có PT: $\frac{30}{x} - \frac{40}{x+5} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{30x+150-40x}{x(x+5)} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{150-10x}{x(x+5)} = \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow 450 - 30x = x^2 + 5x \Leftrightarrow x^2 + 35x - 450 = 0$. Giải phương trình được
$$\begin{cases} x = 10(tm) \\ x = -45(ktm) \end{cases}$$

Vậy số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ là 10 cây.

Câu 17. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Đề khảo sát chất lượng Lần 6-Đền Lừ-2019-2020)

Một đội xe tải được phân công chở 112 tấn hàng. Trước giờ khởi hành có 2 xe phải đi làm nhiệm vụ khác, vì vậy mỗi xe còn lại phải chở thêm 1 tấn hàng nữa so với dự định. Tính số xe ban đầu của đội, biết mỗi xe đều chở số lượng hàng như nhau

Hướng dẫn

Gọi x là số xe ban đầu, với $x \in \mathbb{Z}, x > 2$, theo dự kiến mỗi xe phải chở $\frac{112}{x}$ (tấn)

Khi khởi hành số xe còn lại là $x - 2$ và mỗi xe phải chở $\frac{112}{x - 2}$ (tấn)

Theo bài toán ta có phương trình : $\frac{112}{x} = \frac{112}{x - 2} - 1$

$112.(x - 2) = 112x - x(x - 2) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 224 = 0$. Giải phương trình được $\begin{cases} x = 16 \\ x = -14 \end{cases}$

Đổi chiều điều kiện và kết luận số xe ban đầu là 16 (xe)

Câu 18. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Đề HK2-Đông Đa-2019-2020)

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì cả hai người làm được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Hướng dẫn

Gọi thời gian người thứ nhất hoàn thành công việc một mình là x (h) ($x > 0$)

Gọi thời gian người thứ hai hoàn thành công việc một mình là y (h) ($y > 0$)

Trong một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Trong một giờ cả hai người làm được $1:16 = \frac{1}{16}$ (công việc)

Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16}$ (1)

Trong 3 giờ người thứ nhất làm được $\frac{3}{x}$ (công việc),

trong 6 giờ người thứ hai làm được $\frac{6}{y}$ (công việc)

thì cả hai người làm được 25% công việc nên ta có phương trình: $\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Đặt $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b$ ($a, b > 0$)

Ta có:
$$\begin{cases} a + b = \frac{1}{16} \\ 3a + 6b = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 3b = \frac{3}{16} \\ 3a + 6b = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3b = \frac{1}{16} \\ a + b = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{48} \\ a = \frac{1}{24} \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{24} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{48} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 48 \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy thời gian người thứ nhất hoàn thành công việc một mình là 24 giờ, thời gian người thứ hai hoàn thành công việc một mình là 48 giờ.

Câu 19. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Đề Khảo sát-Đông Đa-20/6/2020)

Một tổ sản xuất dự định làm 600 chiếc khẩu trang để tặng lực lượng phòng chống dịch Covid – 19 trong thời gian định trước. Sau khi làm xong 400 chiếc, tổ sản xuất đã tăng năng suất lao động, mỗi giờ làm thêm được 10 chiếc khẩu trang. Vì vậy công việc được hoàn thành sớm hơn dự định một giờ. Hỏi theo dự định, mỗi giờ tổ sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang?

Hướng dẫn

Gọi số khẩu trang tổ sản xuất được mỗi giờ theo dự định là x (chiếc, $x \in \mathbb{N}^*$).

Thời gian dự định tổ hoàn thành công việc là: $\frac{600}{x}$ (chiếc).

Thời gian thực tế để tổ sản xuất 400 chiếc là: $\frac{400}{x}$ (chiếc).

Thời gian thực tế để tổ sản xuất 200 chiếc là: $\frac{200}{x+10}$ (chiếc).

Vì công việc được hoàn thành sớm hơn dự định một giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{600}{x} - \left(\frac{400}{x} + \frac{200}{x+10} \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = 1 \Leftrightarrow \frac{200(x+10) - 200x}{x(x+10)} = \frac{x(x+10)}{x(x+10)}$$

$$\Rightarrow 200x + 2000 - 200x = x^2 + 10x \Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 50x - 40x - 2000 = 0 \Leftrightarrow x(x+50) - 40(x+50) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+50)(x-40)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+50=0 \\ x-40=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-50 \text{ (ktm)} \\ x=40 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy theo dự định, mỗi giờ tổ sản xuất được 40 chiếc khẩu trang.

Câu 20. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Đề thi thử vào 10 – EDUFLY - 2019-2020)

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể sau 90 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 120 phút rồi mở tiếp vòi thứ hai thì sau 30 phút đầy bể. Hỏi vòi thứ nhất chảy một mình mấy giờ thì đầy bể.

Hướng dẫn

1) Gọi thời gian vòi thứ nhất, vòi thứ hai chảy một mình đầy bể lần lượt là x ; y (phút)

(Điều kiện: $x > 120$; $y > 90$).

Mỗi phút vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể), vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ (bể).

Vì hai vòi nước cùng chảy vào bể sau 90 phút thì đầy bể nên mỗi phút hai vòi chảy được $\frac{1}{90}$ bể. Do

đó, ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{90}$. (1)

Vì nếu mở vòi thứ nhất chảy một mình trong 120 phút rồi mở tiếp vòi thứ hai thì sau 30 phút đầy bể nên ta có phương trình: $\frac{120}{x} + \frac{30}{x} + \frac{30}{y} = 1 \Leftrightarrow \frac{150}{x} + \frac{30}{y} = 1$. (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{90} \\ \frac{150}{x} + \frac{30}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{150}{x} + \frac{150}{y} = \frac{5}{3} \\ \frac{150}{x} + \frac{30}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{120}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{90} - \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 180 \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{180} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 180 \\ y = 180 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy vòi thứ nhất chảy một mình trong 180 phút hay trong 3 giờ thì đầy bể.

Câu 21. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Đề thi khảo sát vào lớp 10- Gia Lâm – 25/6/2020)

Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng biết thời gian xuôi dòng ít thời gian ngược dòng là 60 phút.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là x (km/h, $x > 2$)

Vận tốc của tàu tuần tra khi đi ngược dòng là $x-2$ (km/h) và vận tốc của tàu tuần tra khi đi xuôi dòng là $x+2$ (km/h).

Thời gian chạy ngược dòng của tàu tuần tra là $\frac{60}{x-2}$ (h) và thời gian chạy xuôi dòng của tàu tuần tra là

$$\frac{48}{x+2} \text{ (h)}.$$

Vì thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x-2} - \frac{48}{x+2} = 1 \Leftrightarrow \frac{60(x+2)}{x-2} - \frac{48(x-2)}{x+2} = \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$\Rightarrow 60(x+2) - 48(x-2) = (x+2)(x-2) \Leftrightarrow -x^2 + 12x + 220 = 0 (*)$$

$$\text{Giải phương trình ta có } \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \text{ (loại)} \\ x = 22 \text{ (t/m)} \end{cases}.$$

Vậy vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng là 22 (km/h).

Câu 22. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Đề thi thử Giảng Võ – 28/5/2020)

Tại hội khỏe phù đổng của thành phố Hà Nội, có 56 đội bóng đá đăng ký tham gia. Lúc đầu ban tổ chức dự kiến chia 56 đội thành các bảng đấu với số đội ở mỗi bảng bằng nhau. Tuy nhiên, đến ngày bốc thăm chia bảng thì có 1 đội không tham gia được, vì vậy ban tổ chức quyết định tăng thêm ở mỗi bảng 1 đội, do đó tổng số bảng đấu giảm đi 3 bảng. Hỏi số bảng dự kiến lúc đầu là bao nhiêu?

Hướng dẫn

Gọi số bảng dự kiến lúc đầu là x (bảng) ($x \in \mathbb{N}^*$, $x > 3$).

Số đội một bảng theo dự kiến là $\frac{56}{x}$ (đội).

Vì đến ngày bốc thăm chia bảng thì 1 đội không tham dự nên số đội thực tế là: $56 - 1 = 55$ (đội).

Số bảng theo thực tế sau khi giảm 3 bảng là: $x - 3$ (bảng).

Số đội một bảng theo thực tế là: $\frac{55}{x-3}$ (đội).

Vì thực tế ban tổ chức tăng thêm mỗi bảng 1 đội nên ta có phương trình:

$$\frac{55}{x-3} - \frac{56}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{55x}{x(x-3)} - \frac{56(x-3)}{x(x-3)} = \frac{x(x-3)}{x(x-3)}$$

$$\Rightarrow 55x - 56x + 168 = x^2 - 3x \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 168 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 168 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 14x + 12x - 168 = 0 \Leftrightarrow x(x-14) + 12(x-14) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-14)(x+12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-14=0 \\ x+12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=14 \text{ (thỏa mãn)} \\ x=-12 \text{ (không thỏa mãn)} \end{cases}.$$

Vậy số bảng dự kiến lúc đầu là 14 bảng.

Câu 23. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thi thử vào 10- Giảng Võ – 2019-2020)

Đạp xe là một hình thức tập thể dục đơn giản, rất tốt cho sức khỏe và thân thiện với môi trường. Sáng sớm, Mai dự định đạp xe từ nhà ra Hồ Gươm rồi lại đạp xe về để tập thể dục. Khi ra đến Hồ Gươm, bạn

dừng lại nghỉ 3 phút. Do đó để về nhà đúng giờ, bạn phải tăng tốc thêm 2 km/h. Tính vận tốc dự định và thời gian đi xe đạp của bạn Mai. Biết quãng đường lúc đi và lúc về đều là 3 km.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc đạp xe dự định của bạn Mai là x (km/h), $x > 0$.

Thời gian bạn Mai dự định đi từ nhà ra Hồ Gươm rồi lại quay về nhà là: $2 \cdot \frac{3}{x} = \frac{6}{x}$ (giờ)

Thời gian Mai đi từ nhà ra Hồ Gươm là: $\frac{3}{x}$ (giờ)

Vận tốc đạp xe của Mai lúc về là: $x + 2$ (km/h)

Thời gian Mai đi từ Hồ Gươm về nhà là: $\frac{3}{x+2}$ (giờ)

Đổi 3 phút = $\frac{1}{20}$ (giờ)

Vì Mai về nhà đúng giờ, nên ta có PT: $\frac{3}{x} + \frac{1}{20} + \frac{3}{x+2} = \frac{6}{x}$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x} - \frac{3}{x+2} = \frac{1}{20} \Leftrightarrow \frac{6}{x(x+2)} = \frac{1}{20} \Leftrightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-10)(x+12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \text{ (TM)} \\ x = -12 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc đạp xe dự định của bạn Mai là 10(km/h)

Thời gian Mai đi xe đạp là: $\frac{3}{x} + \frac{3}{x+2} = \frac{3}{10} + \frac{3}{12} = \frac{33}{60}$ (giờ) = 33 (phút)

Câu 24. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thi thử vào 10- Giảng Võ – 2019-2020)

Một hình chữ nhật ban đầu có chu vi bằng 2010cm. Biết rằng nếu tăng chiều dài của hình chữ nhật đó thêm 20cm và tăng chiều rộng thêm 10cm thì được hình chữ nhật mới có diện tích lớn hơn diện tích của hình chữ nhật ban đầu là 13300cm². Tính chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu.

Hướng dẫn

Gọi chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật ban đầu lần lượt là a (cm), b (cm).

Điều kiện: $0 < a \leq b < 1005$.

Vì diện tích hình chữ nhật ban đầu tăng thêm 13300 m² nên theo bài ra ta có hệ PT:

$$\begin{cases} a + b = 1005 \\ (a+10)(b+20) - ab = 13300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1005 \\ ab + 20a + 10b + 200 - ab = 13300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1005 \\ 20a + 10b = 13100 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1005 \\ 2a + b = 1310 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1005 \\ a = 305 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 700 \\ a = 305 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy hình chữ nhật ban đầu có chiều rộng là 305cm, chiều dài là 700cm.

Câu 25. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thi vào 10 – Hà Đông 2019-2020)

Một người mua một cái bàn là và một cái quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng. Khi trả tiền người đó được khuyến mại giảm 20% đối với giá tiền bàn là và 10% đối với giá tiền quạt điện với giá niêm yết. Vì vậy, người đó phải trả tổng cộng 740 nghìn đồng. Tính giá tiền của cái bàn là và cái quạt điện theo giá niêm yết

Hướng dẫn

Gọi giá tiền của bàn là và quạt điện theo giá niêm yết lần lượt là x, y (đơn vị: nghìn đồng; điều kiện $0 < x, y < 850$).

Do tổng số tiền mua bàn là và quạt điện theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng nên ta có phương trình $x + y = 850$ (1).

Bàn là giảm giá 20% nên số tiền cần trả cho bàn là là $x - \frac{20}{100}x = \frac{4}{5}x$ (nghìn đồng).

Quạt điện giảm giá 10% nên số tiền trả cho quạt điện là $y - \frac{10}{100}y = \frac{9}{10}y$ (nghìn đồng).

Tổng số tiền phải trả theo giá khuyến mại là 740 nghìn nên ta có phương trình:

$$\frac{4}{5}x + \frac{9}{10}y = 740 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 850 \\ \frac{4}{5}x + \frac{9}{10}y = 740 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 8y = 6800 \\ 8x + 9y = 7400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 600 \\ x = 850 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 250 \\ y = 600 \end{cases} \text{.(Thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy giá tiền của bàn là là 250 nghìn đồng, của quạt điện là 600 nghìn đồng.

Câu 26. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thi vào 10 – THCS Hà Đông 2019-2020)

Một phân xưởng theo kế hoạch cần sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do cải tiến kỹ thuật, mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất theo kế hoạch là x (sản phẩm; $x \in \mathbb{N}^*$)

Khi đó trên thực tế mỗi ngày phân xưởng làm được số sản phẩm là: $x + 5$ (sp)

Số ngày làm theo kế hoạch là: $\frac{1100}{x}$ (ngày)

Số ngày làm trên thực tế là: $\frac{1100}{x + 5}$ (ngày)

Vì thời gian thực tế ít hơn kế hoạch 2 ngày, ta có phương trình:

$$\frac{1100}{x} - \frac{1100}{x+5} = 2 \Rightarrow 550(x+5) - 550x = x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 550x + 2750 - 550x = x^2 + 5x \Leftrightarrow x^2 + 5x - 2750 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 50x + 55x - 2750 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-50) + 55(x+50) = 0 \Leftrightarrow (x-50)(x+55) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ x = -55 \end{cases}$$

Do $x \in \mathbb{N}^*$ nên theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng sản xuất được 50 sản phẩm.

Câu 27. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Văn Quán-Hà Đông-2019-2020)

Quãng đường AB dài 120 km. Một xe máy khởi hành từ A đi đến B với vận tốc không đổi. Khi từ B trở về A , xe máy giảm vận tốc 10 km/h so với lúc đi vì vậy thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 1 giờ. Tính vận tốc lúc đi của xe máy.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc lúc đi của xe máy là x (km/h) ($x > 10$)

Vận tốc của xe máy lúc về là $x - 10$ (km/h)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (giờ)

Thời gian xe máy đi từ B về A là $\frac{120}{x-10}$ (giờ)

Vì thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 1 giờ nên ta có phương trình: $\frac{120}{x-10} - \frac{120}{x} = 1$

Giải phương trình đã cho ta được:

$$\frac{120}{x-10} - \frac{120}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{120x}{x(x-10)} - \frac{120(x-10)}{x(x-10)} = \frac{x(x-10)}{x(x-10)} \Leftrightarrow 120x - 120x + 1200 = x^2 - 10x$$

$$\Leftrightarrow 1200 = x^2 - 10x \Leftrightarrow x^2 - 10x - 1200 = 0;$$

$$\Delta' = (-5)^2 - 1 \cdot (-1200) = 1225 = 35^2 > 0$$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-5+35}{1} = 30 \text{ (thỏa mãn); } x_2 = \frac{-5-35}{1} = -40 \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc của xe máy lúc đi là 30 km/h.

Câu 28. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS – Hà Huy Tập-Hai Bà Trưng-Lần 1 – 2019-2020)

Một xe tải khởi hành từ A đến B dài 100 km. Sau đó 30 phút một xe máy cũng xuất phát từ A đuổi theo xe tải trên cùng một con đường đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải là 10 km/h. Hai xe đến B cùng một lúc. Tìm vận tốc của xe tải.

Hướng dẫn

Đổi đơn vị: 30 phút = $\frac{1}{2}$ (h).

Gọi vận tốc xe tải khởi hành từ A đến B là x (km/h) (điều kiện: $x > 0$)

Thời gian xe tải đi hết quãng đường 100km là: $\frac{100}{x}$ (h).

Vì vận tốc xe máy nhanh hơn vận tốc xe ~~đạp~~tải là 10 km/h nên vận tốc xe máy là: $x + 10$ (km/h).

Thời gian xe máy đi hết quãng đường 100km là: $\frac{100}{x+10}$ (h).

Vì xe máy khởi hành sau xe tải $\frac{1}{2}$ giờ và đến B cùng lúc nên ta có phương trình.

$$\frac{100}{x} - \frac{100}{x+10} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{100(x+10)}{x(x+10)} - \frac{100x}{x(x+10)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{100(x+10) - 100x}{x(x+10)} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1000}{x(x+10)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x(x+10) = 2000 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 25 = 2025 \Leftrightarrow (x+5)^2 = 2025$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+5 = 45 \\ x+5 = -45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (nhận)} \\ x = -50 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe tải là 40 km/h và vận tốc xe máy là 50 km/h .

Câu 29. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Hà Thành – 2019-2020)

Trong thời gian nghỉ dịch Covid 19, hai lớp 9A và 9B của trường THCS – THPT Hà Thành phát động thi đua làm đề ôn tập toán. Tháng thứ nhất cả hai lớp làm được 210 đề ôn tập. Sang tháng thứ hai, lớp 9A làm vượt mức 20% và lớp 9B làm vượt mức 15% so với tháng trước nên cả hai lớp làm được tất cả 246 đề. Hỏi trong cả hai tháng mỗi lớp làm được bao nhiêu đề toán?

Hướng dẫn

Gọi số đề toán lớp 9A làm được trong tháng thứ nhất là x ($x \in \mathbb{N}^*, x < 210$)

Gọi số đề toán lớp 9B làm được trong tháng thứ nhất là y ($y \in \mathbb{N}^*, y < 210$)

Vì tháng thứ nhất cả 2 lớp làm được 210 đề

Nên ta có phương trình: $x + y = 210$ (1)

Tháng thứ hai:

Lớp 9A làm được: $1,2x$ (đề)

Lớp 9B làm được: $1,15y$ (đề)

Vì cả 2 lớp làm được 246 đề

Nên ta có phương trình: $1,2x + 1,15y = 246$ (2)

Từ (1),(2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 210 \\ 1,2x + 1,15y = 246 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 90(TM) \\ y = 120(TM) \end{cases}$$

Vậy số đề toán lớp 9A làm được trong tháng thứ nhất là: 90 đề; lớp 9B làm được trong tháng thứ nhất là: 120 đề

Câu 30. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Hai Bà Trưng – 2019-2020)

Theo kế hoạch trong tháng 3 năm 2020, hai tổ phải may 1500 chiếc khẩu trang để phục vụ công tác phòng chống dịch Covid -19. Nhưng thực tế tổ I đã may vượt mức 10% , tổ II may vượt mức 12% nên cả hai tổ đã may được 1664 chiếc khẩu trang . Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ phải may bao nhiêu chiếc khẩu trang?

2) Một cửa hàng bán xăng dầu dự định đặt làm một chiếc bồn chứa dầu bằng sắt hình trụ có chiều cao 1,8 m, bán kính đáy 0,6 m. Hỏi chiếc bồn đó chứa đầy được bao nhiêu lít dầu ? (Bỏ qua bề dày của bồn)

Hướng dẫn

Gọi x, y (chiếc) là số khẩu trang tổ I, tổ II phải may theo kế hoạch ($x, y \in N^*; x, y < 1500$)

Ta có $x + y = 1500$ (1)

Số khẩu trang tổ I may trong thực tế là : $x + 10\% x = 110\% x$ (chiếc)

Số khẩu trang tổ II may trong thực tế là: $y + 12\% y = 112\% y$ (chiếc)

Vì thực tế hai tổ may được 1664 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình:

$110\% x + 112\% y = 1664$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ 110\% x + 112\% y = 1664 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1500 \\ 1,1x + 1,12y = 1664 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,1y = 1650 \\ 1,1x + 1,12y = 1664 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 \\ y = 700 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy theo kế hoạch tổ I phải may 800 chiếc khẩu trang, tổ II cần phải may 700 chiếc khẩu trang.

Câu 31. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THPT Hoàng Mai - 2020)

Nếu hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn thì sau 4 giờ 48 phút bể sẽ đầy. Nếu chỉ mở cho mỗi vòi chảy một mình thì vòi thứ nhất đầy bể chậm hơn vòi thứ hai là 4 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Hướng dẫn

Đổi 4 giờ 48 phút = $\frac{24}{5}$ giờ

Gọi thời gian bể một chảy một mình để đầy bể là: x (giờ)

Gọi thời gian bể hai chảy một mình để đầy bể là: y (giờ)

Hai vòi cùng chảy thì sau $\frac{24}{5}$ giờ đầy bể, ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \text{ (1)}$$

Nếu chỉ mở cho mỗi vòi chảy một mình thì vòi thứ nhất đầy bể chậm hơn vòi thứ hai 4 giờ nên ta có phương trình: $x - y = 4$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y \\ \frac{1}{4+y} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y \\ 24(4+2y) = 5y(4+y) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y \\ 5y^2 + 20y = 24(4+2y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y \\ 5y^2 - 28y - 96 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y \\ y = 8(TM) \\ y = -\frac{12}{5}(KTM) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 8 \end{cases}$$

Vậy: Vòi 1 chảy một mình mất 12 giờ thì đầy bể, vòi 2 chảy một mình mất 8 giờ thì đầy bể.

Câu 32. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Hoàng Mai-26/6/2020)

Theo kế hoạch, một đội xe vận tải dùng một số xe cùng loại để vận chuyển 120 tấn hàng. Khi chuẩn bị xuất phát, đội được điều động thêm 2 xe cùng loại, do đó thực tế, mỗi xe trở giảm đi 3 tấn so với kế hoạch đề ra. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe? Biết rằng các xe trở số lượng hàng là như nhau

Hướng dẫn

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Gọi số xe của đội ban đầu là x (chiếc). Đk $x \in \mathbb{N}^*$

Số hàng mỗi xe phải trở theo kế hoạch là $\frac{120}{x}$ (tấn)

Gọi số xe của đội thực tế là $x + 2$ (chiếc).

Số hàng mỗi xe phải trở theo kế hoạch là $\frac{120}{x+2}$ (tấn)

Do thực tế mỗi xe trở giảm đi 3 tấn hàng nên ta có phương trình: $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+2} = 3$

Biến đổi về phương trình: $x^2 + 2x - 80 = 0$

Giải phương trình ta tìm được $x_1 = 8(tm)$ và $x_2 = -10(ktm)$

Vậy: Số xe ban đầu của đội là 8 xe.

Câu 33. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Hoàng Mai – 2019-2020)

Quãng đường AB dài 6 km. Một người đi xe đạp từ A đến B với vận tốc không đổi. Khi từ B trở về A người đó giảm vận tốc 3 km/h so với lúc đi từ A đến B . Biết thời gian lúc đi ít hơn thời gian lúc về là 6 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B .

Hướng dẫn

Đổi 6 phút = $\frac{1}{10}h$

Gọi vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là x (km/h), $x > 3$.

Thời gian người đi xe đạp khi đi từ A đến B là $\frac{6}{x}$ (h)

Vận tốc của người đi xe đạp khi từ B trở về A là $x-3$ (km/h)

Thời gian người đi xe đạp khi từ B trở về A là $\frac{6}{x-3}$ (h)

Do thời gian lúc đi ít hơn thời gian lúc về là 6 phút = $\frac{1}{10}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{6}{x-3} - \frac{6}{x} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow 6 \cdot \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{10} \Leftrightarrow 6 \cdot \left(\frac{x}{x(x-3)} - \frac{x-3}{x(x-3)} \right) = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow 60(x-x+3) = x(x-3) \Leftrightarrow x^2 - 3x - 180 = 0 \Leftrightarrow (x+12)(x-15) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+12=0 \\ x-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-12 \\ x=15 \end{cases}$$

Giá trị $x = -12$ không thỏa mãn điều kiện của ẩn

Giá trị $x = 15$ thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B là 15 km/h.

Câu 34. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Hồ Văn Long – Bình Tân – 2020) Do mẫu Toyota mới sắp ra mắt nên Toyota cũ được bán giảm giá 2 lần. Lần 1, giảm 5% so với giá bán đầu. Lần 2, giảm 10% so với giá bán sau khi giảm lần 1. Sau 2 lần giảm giá của xe cũ là 684 000 000 đồng. Giá chiếc xe mới cao hơn xe cũ là 25%. Hỏi xe mới giá bao nhiêu tiền?

Hướng dẫn

Gọi giá tiền ban đầu của chiếc xe cũ là x (triệu đồng, $x > 684$)

Vì lần 1, giá chiếc xe cũ giảm 5% so với giá bán đầu nên giá tiền của chiếc xe cũ sau khi giảm lần 1 là:

$$x - 5\%.x = x - \frac{1}{20}x = \frac{19}{20}x \text{ (triệu đồng)}$$

Vì lần 2, giá chiếc xe cũ giảm 10% so với giá bán sau khi giảm lần 1 nên giá tiền của chiếc xe cũ sau khi

giảm lần 2 là: $\frac{19}{20}x - 10\% \cdot \frac{19}{20}x = \frac{19}{20}x - \frac{19}{200}x = \frac{171}{200}x$ (triệu đồng)

Vì sau 2 lần giảm giá của xe cũ là 684 000 000 đồng nên ta có phương trình:

$$\frac{171}{200}x = 684 \Leftrightarrow x = 800 \text{ (thỏa mãn)}$$

\Rightarrow Giá tiền ban đầu của chiếc xe cũ là 800 triệu đồng.

Vì giá chiếc xe mới cao hơn xe cũ là 25% nên giá tiền chiếc xe mới là:

$$800 + 800 \cdot 25\% = 1000 \text{ (triệu đồng)}$$

Vậy chiếc xe mới có giá là 1 000 000 000 (đồng).

Câu 35. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Hồ Văn Long – Bình Tân – 2020) Trong kì thi học kì II môn

Toán lớp 9, một phòng thi của trường có 24 thí sinh dự thi. Các thí sinh đều phải làm bài trên giấy thi của trường phát cho. Cuối buổi thi, sau khi thu bài, giám thị coi thi đếm được tổng số tờ là 53 tờ giấy thi. Hỏi trong phòng thi có bao nhiêu thí sinh làm bài 2 tờ giấy thi, bao nhiêu thí sinh làm bài 3 tờ giấy thi? Biết rằng có 3 thí sinh chỉ làm 1 tờ giấy thi.

Hướng dẫn

Gọi số thí sinh làm bài 2 tờ giấy thi là x (thí sinh, $x \in \mathbb{N}^*, x < 21$)

Gọi số thí sinh làm bài 3 tờ giấy thi là y (thí sinh, $y \in \mathbb{N}^*, y < 21$)

Vì phòng thi có 24 thí sinh dự thi mà có 3 thí sinh chỉ làm 1 tờ giấy thi

Nên số thí sinh làm bài 2 tờ giấy thi và 3 tờ giấy thi là: $24 - 3 = 21$ (thí sinh)

Ta có phương trình: $x + y = 21$ (1)

Có x thí sinh làm bài 2 tờ giấy thi nên tổng số tờ giấy thi của thí sinh là bài 2 tờ giấy thi là $2x$ (tờ)

Có y thí sinh làm bài 3 tờ giấy thi nên tổng số tờ giấy thi của thí sinh là bài 3 tờ giấy thi là $3y$ (tờ)

Vì cuối buổi thi, sau khi thu bài, giám thị coi thi đếm được tổng số tờ là 53 tờ giấy thi mà có 3 thí sinh chỉ làm 1 tờ giấy thi nên tổng số tờ giấy thi của thí sinh làm bài 2 tờ giấy thi và 3 tờ giấy thi là $53 - 3 = 50$ (tờ)

Ta có phương trình: $2x + 3y = 50$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 21 \\ 2x + 3y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 42 \\ 2x + 3y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x + 8 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số thí sinh làm bài 2 tờ giấy thi là 13 (thí sinh);

Số thí sinh làm bài 3 tờ giấy thi là 8 (thí sinh).

Câu 36. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Huyện Ba Vì -2019-2020)

Trong tháng đầu hai tổ công nhân của một công ty sản xuất được 800.000 chiếc khẩu trang phục vụ cho việc chống dịch. Sang tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 20%. Do đó, cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945.000 chiếc khẩu trang. Hỏi trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang.

Hướng dẫn

Gọi số chiếc khẩu trang sản xuất được trong tháng đầu của tổ I là x ($x \in \mathbb{N}^*, x < 800.000$).

Gọi số chiếc khẩu trang sản xuất được trong tháng đầu của tổ II là y ($y \in \mathbb{N}^*, y < 800.000$).

Vì trong tháng đầu hai tổ sản xuất được 800.000 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình

$$x + y = 800000 \quad (1).$$

Vì trong tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 20% và cả hai tổ sản xuất được 945000 chiếc khẩu trang. Do đó ta có phương trình

$$x + \frac{15x}{100} + y + \frac{20y}{100} = 945000 \Leftrightarrow \frac{115}{100}x + \frac{120}{100}y = 945000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 800000 \\ \frac{115}{100}x + \frac{120}{100}y = 945000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300000 \\ y = 500000 \end{cases}$$

Ta thấy $x = 300000, y = 500000$ thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy trong tháng đầu, tổ I sản xuất được 300000 chiếc khẩu trang, tổ II sản xuất được 500000 chiếc khẩu trang.

Câu 37. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Huyện Sóc Sơn 2019-2020)

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 6h đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 5h và vòi thứ hai chảy trong 2h thì được $\frac{8}{15}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình vào bể không có nước thì sau bao lâu đầy bể.

Hướng dẫn

Gọi thời gian vòi 1 chảy một mình đầy bể là x (h) ($x > 6$)

Thời gian vòi 2 chảy một mình đầy bể là y (h) ($y > 6$)

Một giờ vòi 1 chảy được $\frac{1}{x}$ (bể)

Một giờ vòi 2 chảy được $\frac{1}{y}$ (bể)

Vì cả hai vòi chảy 6h đầy bể nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ (1)

5h vòi 1 chảy được $\frac{5}{x}$ bể

2h vòi 2 chảy được $\frac{2}{y}$ bể

Vì mở vòi 1 trong 5h và vòi 2 trong 2 giờ thì được $\frac{8}{15}$ bể nên ta có phương trình: $\frac{5}{x} + \frac{2}{y} = \frac{8}{15}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \text{ (1)} \\ \frac{5}{x} + \frac{2}{y} = \frac{8}{15} \text{ (2)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{15} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \text{ (TM)} \\ y = 10 \text{ (TM)} \end{cases}$$

Vậy vòi 1 chảy một mình đầy bể trong 15h, vòi 2 chảy một mình đầy bể trong 10h.

Câu 38. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Huyện Ứng Hòa-2019-2020)

Theo kế hoạch, trong tháng 3 năm 2020, hai tổ phải may 1500 chiếc khẩu trang để phòng chống dịch Covid – 19. Nhưng thực tế tổ I đã may vượt mức 10% , tổ II đã vượt mức 12% nên cả hai tổ đã may được 1664 chiếc khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ phải may bao nhiêu khẩu trang?

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Gọi số khẩu trang tổ I phải may theo kế hoạch là x (chiếc), $x \in \mathbb{Z}^+$

Thì số khẩu trang tổ II phải may theo kế hoạch là $1500 - x$ (chiếc) ($x < 1500$)

Thực tế, số khẩu trang tổ I may được là $x + 10\% \cdot x = \frac{110}{100}x$ (chiếc)

Thực tế, số khẩu trang tổ II may được là:

$(1500 - x) + 12\%(1500 - x) = \frac{112}{100}(1500 - x)$ (chiếc)

Thực tế, cả hai tổ may được 1664 chiếc khẩu trang, ta có phương trình: $\frac{110x}{100} + \frac{112}{100}(1500 - x) = 1664$

$$\Leftrightarrow 110x + 112(1500 - x) = 166400 \Leftrightarrow 2x = 168000 - 166400 \Leftrightarrow 2x = 1600 \Leftrightarrow x = 800$$

Giá trị $x = 800$ thỏa mãn điều kiện của ẩn

Vậy theo kế hoạch tổ I phải may 800 khẩu trang, tổ II phải may 700 khẩu trang.

Câu 39. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Huyện Ứng Hòa-2019-2020)

Để chuẩn bị cho một xe hàng từ thiện chống dịch COVID – 19, hai thanh niên cần chuyển một số lượng thực phẩm lên xe. Nếu người thứ nhất chuyển xong một nửa số lượng thực phẩm, và sau đó người thứ hai chuyển hết số còn lại lên xe thì thời gian người thứ hai hoàn thành lâu hơn người thứ nhất là 1 giờ. Nếu cả hai cùng làm chung thì thời gian chuyển hết số lượng thực phẩm lên xe là $\frac{4}{3}$ giờ. Hỏi nếu làm riêng một mình thì mỗi người chuyển hết số lượng thực phẩm đó lên xe trong thời gian bao lâu?

Hướng dẫn

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình chuyển hết số lượng thực lên xe là x (giờ; $x > \frac{4}{3}$)

Gọi thời gian người thứ hai làm một mình chuyển hết số lượng thực lên xe là y (giờ; $y > \frac{4}{3}$)

Nếu người thứ nhất chuyển xong một nửa số lượng thực phẩm, và sau đó người thứ hai chuyển hết số còn lại lên xe thì thời gian người thứ hai hoàn thành lâu hơn người thứ nhất là 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{y}{2} - \frac{x}{2} = 1$$

Nếu cả hai cùng làm chung thì thời gian chuyển hết số lượng thực phẩm lên xe là $\frac{4}{3}$ giờ nên ta có phương

trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4}$

Vậy ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{y}{2} - \frac{x}{2} = 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 2 \\ 3x^2 - 2x - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 2 \\ x = \frac{-4}{3} \text{ (KTM)} \\ x = 2 \text{ (TM)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (TM)} \\ y = 4 \text{ (TM)} \end{cases}$$

Vậy Người thứ nhất chuyển một mình mất 2 giờ, người thứ 2 chuyển một mình mất 4 giờ.

Câu 40. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Khương Mai-Thanh Xuân_2019-2020)

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 4 giờ 48 phút đầy bể. Mỗi giờ, lượng nước vòi một chảy được bằng 1,5 lượng nước của vòi thứ hai. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu đầy bể.

Hướng dẫn

4 giờ 48 phút = $\frac{24}{5}$ giờ.

Gọi thời gian vòi I, vòi II chảy một mình đầy bể lần lượt là $x; y$ (giờ).

Điều kiện: $x > 4,8; y > 4,8$.

Trong 1 giờ vòi I và vòi II lần lượt chảy được $\frac{1}{x}$ và $\frac{1}{y}$ (bể).

Trong 1 giờ cả vòi I và II chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (bể).

* Do cả hai vòi cùng chảy thì sau 4 giờ 48 phút sẽ đầy bể nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{5} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \quad (1)$$

* Vì mỗi giờ, lượng nước vòi một chảy được bằng $1,5 = \frac{3}{2}$ lượng nước của vòi thứ hai nên ta có phương

trình: $\frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} \\ \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{y} \\ y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{12} \\ y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy nếu chảy một mình thì để đầy bể, vòi I cần 8 giờ, vòi II cần 12 giờ.

Câu 41. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Khương Thượng-Quận Đống Đa-2019-2020).

Quãng đường AB dài 400 km, một ô tô đi từ A đến B với vận tốc không đổi. Khi từ B trở về A, ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h. Tổng thời gian đi và về của ô tô là 18 giờ. Tính vận tốc lúc đi của ô tô?

Gọi vận tốc lúc đi của ô tô là x (đơn vị: km/h; điều kiện $x > 0$)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{400}{x}$ (giờ)

Vì khi từ B trở về A, ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h nên vận tốc của ô tô lúc về là $x+10$ (km/h)

Thời gian ô tô đi từ B về A là $\frac{400}{x+10}$ (giờ)

Do tổng thời gian đi và về của ô tô là 18 giờ nên ta có phương trình

$$\frac{400}{x} + \frac{400}{x+10} = 18 \quad (\text{điều kiện } x \neq -10, x \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow 400(x+10) + 400x = 18x(x+10) \Leftrightarrow 800x + 4000 = 18x^2 + 180x$$

$$\Leftrightarrow 18x^2 - 620x - 4000 = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 310x - 2000 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = (-155)^2 - 9 \cdot (-2000) = 42025 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 205$$

\Rightarrow Phương trình (1) có 2 nghiệm

$$x_1 = \frac{155 - 205}{9} = -\frac{50}{9} < 0 \quad (\text{Loại}); \quad x_2 = \frac{155 + 205}{9} = 40 > 0 \quad (\text{Thỏa mãn}).$$

Vậy vận tốc lúc đi của ô tô là 40 km/h.

Câu 42. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Kim Giang-2019-2020)

Một mảnh vườn trồng rau quả hình chữ nhật có diện tích là 60 m^2 . Đoạn thẳng dài nhất nối hai điểm bất kì trên khu vườn có độ dài bằng 13 m. Người ta cần xây tường bao quanh khu vườn với chiều cao 1,5 m để đảm bảo an toàn cho các loại cây hoa màu. Hỏi diện tích tường bao cần xây là bao nhiêu m^2 ?

Hướng dẫn

Gọi x (m) và y (m) lần lượt là chiều dài và chiều rộng mảnh vườn ($0 < y < x < 13$)

Vì diện tích mảnh vườn hình chữ nhật là 60 m^2 nên ta có phương trình: $xy = 60 \quad (1)$

Vì đoạn thẳng dài nhất nối hai điểm bất kì trên khu vườn có độ dài bằng 13 m nên độ dài đường chéo của mảnh vườn hình chữ nhật là 13 m. Ta có phương trình: $x^2 + y^2 = 13^2 \quad (2)$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} xy = 60 \\ x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ (x+y)^2 - 2xy = 169 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ (x+y)^2 = 289 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ x+y = 17 \end{cases} \quad (\text{do } x, y > 0)$$

$\Rightarrow x, y$ là nghiệm của phương trình: $t^2 - 17t + 60 = 0$ (Điều kiện: $t > 0$)

$\Delta' = (-17)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 60 = 49 > 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$t_1 = \frac{17+7}{2} = 12 \text{ (thỏa mãn); } t_2 = \frac{17-7}{2} = 5 \text{ (thỏa mãn)}$$

Do $x > y \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$ (thỏa mãn) \Rightarrow chiều dài mảnh vườn là 12 m và chiều rộng là 5 m

$$\Rightarrow \text{diện tích tường bao cần xây là: } 2 \cdot (12 + 5) \cdot 1,5 = 51 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\text{Vậy diện tích tường bao cần xây là: } 2 \cdot (12 + 5) \cdot 1,5 = 51 \text{ (m}^2\text{)}$$

Chú ý: Để tính diện tích tường bao quanh, không nhất thiết tìm x, y mà chỉ cần tính tổng $x + y$

Câu 43. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Lê Lợi-Hà Đông lần 2 – 2019-2020)

Hai tổ của một nhà máy sản xuất khẩu trang trong một ngày sản xuất được 1500 chiếc khẩu trang. Để đáp ứng nhu cầu khẩu trang trong dịch cúm do chủng mới virus Corona gây ra nên mỗi ngày tổ một vượt mức 75% , tổ hai vượt mức 68% , cả hai tổ sản xuất được 2583 chiếc khẩu trang. Hỏi ban đầu trong một ngày mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang ?

Hướng dẫn

Gọi số khẩu trang ban đầu trong một ngày tổ I sản xuất được là x (chiếc).

Số khẩu trang ban đầu trong một ngày tổ II sản xuất là y (chiếc) .

(ĐK: $x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 1500$).

Hai tổ của một nhà máy sản xuất khẩu trang trong một ngày sản xuất được 1500 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình: $x + y = 1500$ (1)

Mỗi ngày tổ một vượt mức 75% nên mỗi ngày tổ một sản xuất được số khẩu trang là $(100\% + 75\%)x = 1,75x$ (chiếc)

Mỗi ngày tổ hai vượt mức 68% nên mỗi ngày tổ hai sản xuất được số khẩu trang là $(100\% + 68\%)y = 1,68y$ (chiếc)

Cả hai tổ sản xuất được 2583 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình: $1,75x + 1,68y = 2538$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ 1,75x + 1,68y = 2538 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,68x + 1,68y = 2520 \\ 1,75x + 1,68y = 2538 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,07x = 63 \\ x + y = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ x + y = 1500 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ 900 + y = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900(TM) \\ y = 600(TM) \end{cases}$$

Vậy ban đầu mỗi ngày tổ I sản xuất được 900 chiếc khẩu trang; tổ II sản xuất được 600 chiếc khẩu trang.

Câu 44. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Lê Ngọc Hân - 6/2020)

Hưởng ứng phong trào trồng cây xanh vì môi trường xanh sạch đẹp. Một chi đoàn dự định trồng 600 cây xanh trong thời gian quy định. Do mỗi ngày họ trồng được nhiều hơn dự định 30 cây nên công việc được hoàn thành sớm hơn quy định 1 ngày. Tính số ngày chi đoàn dự kiến hoàn thành công việc

Gọi x là số ngày dự định để chi đoàn hoàn thành công việc ($x > 1$)(ngày)

Khi đó:

Số cây dự kiến trồng trong 1 ngày là $\frac{600}{x}$ (cây)

Số ngày thực tế để chi đoàn hoàn thành công việc là $x - 1$ (ngày)

Số cây thực tế trồng được trong 1 ngày là $\frac{600}{x} + 30$ (cây)

Theo đề bài ta có phương trình: $(x - 1)\left(\frac{600}{x} + 30\right) = 600 \Rightarrow (x - 1)(600 + 30x) = 600x$

$$\Leftrightarrow 600x - 600 + 30x^2 - 30x = 600x \Leftrightarrow 30x^2 - 30x - 600 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4x - 20 = 0 \Leftrightarrow x(x - 5) + 4(x - 5) = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(x + 4) = 0 \begin{cases} x - 5 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5(\text{TM}) \\ x = -4(\text{KTM}) \end{cases}$$

Vậy số ngày dự định để chi đoàn hoàn thành công việc là 5 ngày

Câu 45. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (PS School – 2020-2021)

Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc xác định và trong một thời gian xác định. Nếu vận tốc ô tô tăng thêm 10km/h thì xe sẽ đến B trước 30 phút, còn nếu vận tốc ô tô giảm đi 10km/h thì xe đến B chậm hơn 45 phút. Tính vận tốc và thời gian dự định của ô tô đó.

Hướng dẫn

+ Gọi vận tốc và thời gian dự định của ô tô khi đi từ A đến B lần lượt là: $x(\text{km/h})$; $y(\text{h})$

Điều kiện: $x > 10$; $y > 0,5$

+ Trong lần giả sử thứ nhất, vận tốc của ô tô là $x+10(\text{km/h})$, thời gian ô tô đi đến B là: $y-\frac{1}{2}(\text{h})$

Do quãng đường AB không đổi nên ta có phương trình:

$$(x+10)\left(y-\frac{1}{2}\right) = xy \Leftrightarrow xy - \frac{1}{2}x + 10y - 5 = xy \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 10y = 5 \quad (1)$$

+ Trong lần giả sử thứ hai, vận tốc của ô tô là $x-10(\text{km/h})$, thời gian ô tô đi đến B là: $y+\frac{3}{4}(\text{h})$

Do quãng đường AB không đổi nên ta có phương trình:

$$(x-10)\left(y+\frac{3}{4}\right) = xy \Leftrightarrow xy + \frac{3}{4}x - 10y - \frac{15}{2} = xy \Leftrightarrow \frac{3}{4}x - 10y = \frac{15}{2} \quad (2)$$

+ Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}x + 10y = 5 \\ \frac{3}{4}x - 10y = \frac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 10y = 5 \\ \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}x = \frac{15}{2} + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 10y = 5 \\ \frac{1}{4}x = \frac{25}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy vận tốc dự định của ô tô là $50(\text{km/h})$ và thời gian dự định của ô tô là $3(\text{h})$.

Câu 46. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (PS School 2020-2021)

Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc xác định và một thời gian xác định. Nếu vận tốc ô tô tăng thêm 10km/h thì xe sẽ đến B trước 30 phút, còn nếu vận tốc giảm đi 10km/h thì xe đến B chậm hơn 45 phút. Tính vận tốc và thời gian dự định của ô tô đó.

Hướng dẫn

Đổi 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ; 45 phút = $\frac{3}{4}$ giờ.

Gọi vận tốc dự định của ô tô là $x \text{ km/h}$ và thời gian dự định của ô tô là y giờ, $(x, y > 0)$.

Quãng đường ô tô đi được là $x.y \text{ km}$.

Nếu vận tốc ô tô tăng thêm 10km/h thì xe sẽ đến B trước 30 phút nên ta có phương trình:

$$(x+10)\left(y-\frac{1}{2}\right) = xy \Leftrightarrow xy - \frac{x}{2} + 10y - 5 = xy \Leftrightarrow -\frac{x}{2} + 10y = 5 \quad (1)$$

Nếu vận tốc giảm đi 10km/h thì xe đến B chậm hơn 45 phút nên ta có phương trình:

$$(x-10)\left(y+\frac{3}{4}\right)=xy \Leftrightarrow xy+\frac{3}{4}x-10y-\frac{15}{2}=xy \Leftrightarrow \frac{3}{4}x-10y=\frac{15}{2} \quad (2)$$

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình :
$$\begin{cases} -\frac{x}{2}+10y=5 \\ \frac{3}{4}x-10y=\frac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=50 \\ y=3 \end{cases} (tm)$$

Vậy vận tốc dự định là 50 km/h , thời gian dự định là 3 giờ.

Câu 47. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Quốc Oai – 2020-2021)

Một đội xe vận tải nhận chở 180 tấn hàng, được chia đều cho các xe. Lúc khởi hành, có 2 xe bị hỏng nên mỗi xe phải chở thêm 3 tấn so với dự định. Hỏi ban đầu có bao nhiêu xe..

Lời giải

Gọi số xe ban đầu là x (xe) $x \in \mathbb{N}^*$.

+) Ban đầu, dự định mỗi xe phải chở $\frac{180}{x}$ (tấn hàng)

+) Lúc khởi hành, có 2 xe bị hỏng nên số tấn hàng mỗi xe phải chở trong thực tế là $\frac{180}{x-2}$ (tấn)

+) Theo đề, lúc khởi hành mỗi xe phải chở thêm 3 tấn so với dự định nên ta có phương trình

$$\frac{180}{x}+3=\frac{180}{x-2} \Leftrightarrow \frac{180(x-2)}{x(x-2)}+\frac{3x(x-2)}{x(x-2)}=\frac{180x}{x(x-2)} \Rightarrow 180x-360+3x^2-6x=180x \Leftrightarrow x^2-2x-120=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-12x+10x-120=0 \Leftrightarrow x(x-12)+10(x-12)=0 \Leftrightarrow (x-12)(x+10)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=12(tm) \\ x=-10(ktm) \end{cases}$$

Vậy ban đầu có 12 xe.

Câu 48. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Quỳnh Mai-2020-2021)

Một người đi xe máy từ A đến B dài 60 km với vận tốc dự định. Trong $\frac{1}{3}$ quãng đường đầu người đó đi với vận tốc dự định. Sau đó gặp đường dễ đi nên người đó tăng vận tốc thêm 8 km/h trên quãng đường còn lại. Biết thời gian người đó đi từ A đến B là 1 giờ 20 phút. Tính vận tốc dự định của người đó.

Hướng dẫn

Đổi 1 giờ 20 phút = $\frac{4}{3}$ giờ.

Gọi vận tốc dự định của người đó là: x (km/h) ($x > 0$).

$\frac{1}{3}$ quãng đường đầu là $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$ (km).

Thời gian đi $\frac{1}{3}$ quãng đường đầu với vận tốc dự định là $\frac{20}{x}$ (giờ).

Quãng đường còn lại là $60 - 20 = 40$ (km).

Vận tốc khi đi quãng đường còn lại là $x + 8$ (km).

Thời gian đi quãng đường còn lại là $\frac{40}{x+8}$ (giờ)

Theo bài ra ta có phương trình về thời gian xe máy đi cả quãng đường từ A đến B là

$$\frac{20}{x} + \frac{40}{x+8} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 60(x+8) + 120x = 4x(x+8) \Leftrightarrow x^2 - 37x - 120 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (nhận)} \\ x = -3 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc người đó dự định đi quãng đường là 40 km/h.

Câu 49. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Sóc Sơn-2020-2021)

Một đội xe ô tô dự định dùng một số xe cùng loại để chở hết 60 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành có 3 xe phải điều đi làm việc khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 1,5 tấn hàng nữa mới hết số hàng dự định và chở thêm được 6 tấn. Tính số xe lúc đầu của đội dự định chở hàng (biết rằng khối lượng hàng mỗi xe chở được là như nhau).

Hướng dẫn

Gọi số xe lúc đầu của đội dự định chở hàng là x (xe, $x \in \mathbb{N}^*, x > 3$)

Vì lúc sắp khởi hành có 3 xe phải điều đi làm việc khác nên thực tế đội có số xe là $x - 3$ (xe)

Dự định mỗi xe phải chở số tấn hàng là $\frac{60}{x}$ (tấn)

Thực tế mỗi xe phải chở số tấn hàng là $\frac{60+6}{x-3} = \frac{66}{x-3}$ (tấn)

Vì mỗi xe còn lại phải chở thêm 1,5 tấn hàng nữa mới hết số hàng dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{66}{x-3} - \frac{60}{x} = 1,5 \Leftrightarrow \frac{66x}{x(x-3)} - \frac{60 \cdot (x-3)}{x(x-3)} = \frac{1,5 \cdot x(x-3)}{x(x-3)}$$

$$\Rightarrow 66x - 60x + 180 = 1,5x^2 - 4,5x \Leftrightarrow 1,5x^2 - 10,5x - 180 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 15x + 8x - 120 = 0 \Leftrightarrow x(x-15) + 8(x-15) = 0 \Leftrightarrow (x-15)(x+8) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-15=0 \\ x+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=15 \text{ (TM)} \\ x=-8 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Vậy số xe lúc đầu của đội dự định chở hàng là 15 xe.

Câu 50. (Thầy Nguyễn Chí Thành)

Trong tháng đầu, hai tổ sản xuất được 860 chi tiết máy. Đến tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15% , tổ II vượt mức 10% . Do đó, tháng thứ hai cả 2 tổ sản xuất được 964 chi tiết máy. Tính số chi tiết máy mỗi tổ sản xuất được trong tháng đầu.

Hướng dẫn

Gọi x là số chi tiết máy tổ I sản xuất được trong tháng đầu

Gọi y là số chi tiết máy tổ II sản xuất được trong tháng đầu, điều kiện: $(x, y < 860). x, y \in N^*$

Vì trong tháng đầu hai tổ sản xuất được 860 chi tiết máy

Nên ta có pt: $x + y = 860$ (1)

Tháng 2 tổ I sản xuất vượt 15% Nên số chi tiết máy sản xuất được là: $x + 15\%x = 1,15x$

Tháng 2 tổ II sản xuất vượt 10% Nên số chi tiết máy sản xuất được là: $y + 10\%y = 1,1y$

Tháng 2 cả 2 tổ sản xuất được 964 chi tiết máy Nên ta có pt: $1,15x + 1,1y = 964$ (2)

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hpt: } \begin{cases} x + y = 860 \\ 1,15x + 1,1y = 964 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,1y = 946 \\ 1,15x + 1,1y = 964 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 360 \\ y = 500 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy trong tháng đầu tổ I sản xuất được 360 chi tiết máy, tổ II sản xuất được 500 chi tiết máy.

Câu 51. (Thầy Nguyễn Chí Thành)

Hai công nhân làm chung 12 ngày thì hoàn thành xong công việc. Họ làm chung với nhau 4 ngày thì người thứ nhất được điều đi làm việc khác, người thứ hai làm công việc còn lại trong 10 ngày. Hỏi người thứ nhất làm một mình trong bao lâu thì hoàn thành công việc.

Hướng dẫn

Gọi thời gian người thứ nhất và người thứ hai làm một mình hoàn thành công việc lần lượt là x, y (ngày)
 $(x, y > 12)$

Người thứ nhất trong 12 ngày làm được $\frac{12}{x}$ (công việc)

Người thứ hai trong 12 ngày làm được $\frac{12}{y}$ (công việc)

Theo đề bài, hai công nhân làm chung 12 ngày thì hoàn thành xong công việc.

$$\text{Ta có phương trình: } \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1 \quad (1)$$

Người thứ nhất trong 4 ngày làm được $\frac{4}{x}$ (công việc)

Người thứ hai trong 14 ngày làm được $\frac{14}{y}$ (công việc)

Theo đề bài, Họ làm chung với nhau 4 ngày thì người thứ nhất được điều đi làm việc khác, người thứ hai làm công việc còn lại trong 10 ngày.

$$\text{Ta có phương trình: } \frac{4}{x} + \frac{14}{y} = 1 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1 \\ \frac{4}{x} + \frac{14}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{60} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \text{ (tm)} \\ y = 15 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy người thứ nhất làm một mình trong 60 ngày thì hoàn thành công việc.

Câu 52. (Thầy Nguyễn Chí Thành)

Hai sân bay A và B cách nhau 600km. Máy bay I bay từ A đến B. Sau đó 10 phút máy bay II từ B đến A với vận tốc lớn hơn vận tốc của máy bay I là 300km/h. Máy bay II đến A trước khi máy bay I đến B là 10 phút. Tính vận tốc của mỗi máy bay?

Hướng dẫn

Đổi 10 phút = $\frac{1}{6}$ giờ.

Gọi x, y (km/h) lần lượt là vận tốc của máy bay I và máy bay II. ($x > 0; y > 300$)

Theo đề ta có: $y = x + 300$ (1)

Thời gian máy bay I bay từ A đến B là: $\frac{600}{x}$

Thời gian máy bay II bay từ B về A là: $\frac{600}{x+300}$

Vì máy bay I bay từ A đến B. Sau đó 10 phút máy bay II từ B đến A với vận tốc lớn hơn vận tốc của máy bay I là 300km/h. Máy bay II đến A trước khi máy bay I đến B là 10 phút. Nên thời gian máy bay II đi từ B đến A ngắn hơn thời gian máy bay I đi từ A đến B là 20 phút.

Đổi 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ.

Do đó ta có phương trình:

$$\frac{600}{x} - \frac{1}{3} = \frac{600}{x+300} \Leftrightarrow x^2 + 300x - 540000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 600(TM) \\ x = -900(KTM) \end{cases}$$

Từ (1) suy ra $y = 900$

Vậy vận tốc máy bay I là 600km/h, vận tốc máy bay II là 900 km/h.

Câu 53. (Thầy Nguyễn Chí Thành)

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì đầy bể sau 7 giờ 12 phút. Nếu mỗi vòi chảy riêng mà đầy bể thì tổng thời gian là 30 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể biết vòi 1 chảy chậm hơn vòi 2.

Hướng dẫn

Đổi 7 giờ 12 phút = $\frac{36}{5}$ giờ

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy 1 mình đầy bể là x (giờ, $x > \frac{36}{5}$)

Gọi thời gian vòi thứ hai chảy 1 mình đầy bể là y (giờ, $y > \frac{36}{5}; y < x$)

Trong 1 giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ (bể)

Trong 1 giờ vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{y}$ (bể)

Trong 1 giờ hai vòi cùng chảy được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (bể)

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1: \frac{36}{5} = \frac{5}{36} \quad (1)$$

Mỗi vòi chảy riêng mà đầy bể thì tổng thời gian là 30 giờ nên $x + y = 30 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ x + y = 30 \end{cases}$$

Từ (2) suy ra $x = 30 - y$; thế vào PT (1) ta được:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{30-x} = \frac{5}{36} \Leftrightarrow x^2 - 30x + 216 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = 18 \end{cases}$$

Với $x = 12 \Rightarrow y = 18$ (ktm $x > y$)

Với $x = 18 \Rightarrow y = 12$ (tm)

Vậy thời gian vòi 2 và vòi 1 chảy một mình đầy bể là 12 giờ và 18 giờ.

Câu 54. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Tạ Quang Bửu-2019-2020)

Lúc 6 giờ, một xe ô tô tải xuất phát từ A. Sau đó 30 phút, một ô tô cũng xuất phát từ A và đi cùng hướng xe tải. Xe ô tô con đuổi kịp xe tải tại B cách A 120 km. Tính vận tốc của xe tải và xe con biết vận tốc của mỗi xe luôn không đổi trên toàn bộ quãng đường và vận tốc xe con lớn hơn vận tốc xe tải 20 km/h.

Hướng dẫn

Gọi x (km/h) là vận tốc của xe tải. ($x > 0$)

Vận tốc của xe con là $x + 20$ (km/h)

Thời gian xe tải đi từ A đến B là: $\frac{120}{x}$ (giờ)

Thời gian xe con đi từ A đến B là: $\frac{120}{x+20}$ (giờ)

Vì xe con xuất phát chậm hơn xe tải 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} = \frac{120}{x+20} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow 120.2(x+20) = 120.2x + x(x+20)$$

$$\Leftrightarrow 240x + 4800 = 240x + x^2 + 20x \Leftrightarrow x^2 + 20x - 4800 = 0 \Leftrightarrow (x+80).(x-60) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \text{ (nhận)} \\ x = -80 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc của xe tải là 60 km/h và vận tốc của xe ô tô con là $60 + 20 = 80$ km/h

Câu 55. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Tam Hiệp -Lần 2 – 2020)

Một ca nô đi xuôi dòng 54km rồi ngược dòng 48km . Biết rằng thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược là 1 giờ và vận tốc xuôi dòng lớn hơn vận tốc ngược dòng là 6km/h . Tính vận tốc của ca nô lúc ngược dòng?

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xuôi là x , vận tốc ngược là y (km/h)

Ta có: $x - y = 6$

Thời gian xuôi là $\frac{54}{x}$, thời gian ngược là $\frac{48}{y} \Rightarrow \frac{48}{y} - \frac{54}{x} = 1$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - y = 6 \\ \frac{48}{y} - \frac{54}{x} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 6 & (1) \\ \frac{48}{y} - \frac{54}{x} = 1 & (2) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2) ta được:

$$\frac{48}{y} - \frac{54}{y+6} = 1 \Leftrightarrow \frac{48(y+6)}{y(y+6)} - \frac{54y}{y(y+6)} = \frac{y(y+6)}{y(y+6)}$$

$$\Leftrightarrow 48y + 288 - 54y = y^2 + 6y \Leftrightarrow y^2 + 12y - 288 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12(tm) \\ y = -24(l) \end{cases} \Rightarrow x = 18$$

Vậy vận tốc của ca nô lúc ngược dòng là 12km/h

Câu 56. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Tam Khương – 2019-2020)

Một ca nô xuôi dòng trên một khúc sông dài 132 km, sau đó chạy ngược dòng 104 km trên khúc sông đó. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h và thời gian ca nô chạy xuôi dòng ít hơn thời gian ca nô chạy ngược dòng là 1 giờ.

Hướng dẫn

Gọi x (km/h) là vận tốc của ca nô khi nước yên lặng: Điều kiện: $x > 4$.

	Vận tốc (km/h)	Quãng đường (km)	Thời gian (h)
Ca nô xuôi dòng	$x + 4$	132	$\frac{132}{x + 4}$
Ca nô ngược dòng	$x - 4$	104	$\frac{104}{x - 4}$

Theo bài ta có thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng là 1 giờ.

Ta có phương trình: $\frac{132}{x+4} + 1 = \frac{104}{x-4} \Leftrightarrow x^2 + 28x - 960 = 0$

$\Leftrightarrow x = 20$ (nhận) hoặc $x = -48$ (loại)

Vậy vận tốc của ca nô khi nước yên lặng là: 20(km/h)

Câu 57. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Tân Định - 2020)

Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B cách nhau 40km với vận tốc dự định. Đến tỉnh B ô tô tiếp tục đi đến tỉnh C (tỉnh C cách tỉnh B 80km) với vận tốc lớn hơn vận tốc dự định là 20km/h. Tính vận tốc dự định của ô tô đó. Biết tổng thời gian đi của ô tô đó là 1 giờ 40 phút.

Hướng dẫn

Đổi 1h40 phút = $\frac{5}{3}h$

Gọi vận tốc dự định của ô tô là $x(km/h)$, $x > 0$.

Thì vận tốc của ô tô đi từ B đến C là $x+20(km/h)$

Thời gian ô tô đi từ A đến B là: $\frac{40}{x}(h)$

Thời gian ô tô đi từ B đến C là: $\frac{80}{x+20}(h)$

Vì tổng thời gian đi của ô tô là $\frac{5}{3}h$ nên ta có phương trình:

$$\frac{40}{x} + \frac{80}{x+20} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{120(x+20)}{3x(x+20)} + \frac{240x}{3x(x+20)} = \frac{5x(x+20)}{3x(x+20)}$$

$$\Rightarrow 120(x+20) + 240x = 5x(x+20) \Leftrightarrow 120x + 2400 + 240x = 5x^2 + 100x$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 260x - 2400 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 52x - 480 = 0 \Leftrightarrow (x-60)(x+8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-60=0 \\ x+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=60 \\ x=-8 \end{cases}$$

Giá trị $x = 60$ thỏa mãn điều kiện của ẩn; $x = -8$ không thỏa mãn điều kiện của ẩn.

Vậy vận tốc dự định của ô tô là 60km/h.

Câu 58. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Tây Hồ - 2021)

Quãng đường AB dài 100km. Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc và trong một thời gian nhất định. Trên thực tế, xe đi với vận tốc chậm hơn dự định 10 km/h nên xe đến B chậm hơn dự định 30 phút. Tính vận tốc và thời gian ô tô dự định đi trên quãng đường AB.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc dự định của ô tô là : $x(km/h)$, $x > 10$

Thời gian dự định đi hết quãng đường là: $\frac{100}{x}(h)$

Thực tế xe đi với vận tốc chậm hơn dự định 10 km/h nên xe đến B chậm hơn dự định 30 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x-10} - \frac{1}{2} = \frac{100}{x} \Leftrightarrow x^2 - 10x - 2000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=50(TM) \\ x=-40(KTM) \end{cases} \Leftrightarrow x=50$$

Vậy vận tốc dự định của ô tô là 50(km/h)

Thời gian dự định là : $\frac{100}{50} = 2(h)$

Câu 59. (Thầy Nguyễn Chí Thành) Câu 2 (119- Tây Hồ-2020)

Ngày thứ nhất hai tổ công nhân của một nhà máy sản xuất được 1500 chiếc khẩu trang. Để đáp ứng nhu cầu khẩu trang trong dịch cúm do chủng mới virus Corona gây ra nên ngày thứ hai tổ một vượt mức 35% , tổ hai vượt mức 40% so với ngày thứ nhất. Vì vậy, hai tổ đã sản xuất được 2065 chiếc khẩu trang. Hỏi ngày thứ hai mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang?

Hướng dẫn

Gọi số khẩu trang tổ một sản xuất được trong ngày thứ nhất là x (chiếc) ($x \in N^*$)

Gọi số khẩu trang tổ hai sản xuất được trong ngày thứ nhất là y (chiếc) ($y \in N^*$)

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ 135\%x + 140\%y = 2065 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1500 \\ 1,35x + 1,4y = 2065 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1,35x + 1,35y = 2025 \\ 1,35x + 1,4y = 2065 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1500 \\ 0,05y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 700 \\ y = 800 \end{cases}$$

Vậy số khẩu trang tổ một sản xuất được trong ngày thứ hai là

$$135\%x = 135\%.700 = 945 \text{ (chiếc)}$$

Số khẩu trang tổ hai sản xuất được trong ngày thứ hai là

$$140\%x = 140\%.700 = 980 \text{ (chiếc)}$$

Câu 60. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Tây Hồ- 2019)

Một xe ô tô con và một xe ô tô tải khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B . Vận tốc của xe ô tô con lớn hơn vận tốc của xe ô tô tải là $10km/h$ nên xe ô tô con đến B sớm hơn xe ô tô tải là 30phút. Tính vận tốc của mỗi xe biết quãng đường AB dài $100km$.

Hướng dẫn

Một xe ô tô con và một xe ô tô tải khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B . Vận tốc của xe ô tô con lớn hơn vận tốc của xe ô tô tải là $10km/h$ nên xe ô tô con đến B sớm hơn xe ô tô tải là 30phút. Tính vận tốc của mỗi xe biết quãng đường AB dài $100km$.

Gọi vận tốc của xe ô tô tải là $x(x > 0)$ (km/h)

Gọi vận tốc xe ô tô con là $y(y > x, y > 10)$ (km/h)

Vận tốc của xe ô tô con lớn hơn vận tốc của xe ô tô tải là $10km/h$ nên $y - x = 10$ (1)

Thời gian ô tô tải đi từ A đến B là: $\frac{100}{x}$ (giờ)

Thời gian ô tô con đi từ A đến B là: $\frac{100}{y}$ (giờ)

Vì xe ô tô con đến B sớm hơn xe tải 30 phút = 0,5 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x} - \frac{100}{y} = 0,5 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y - x = 10 \\ \frac{100}{x} - \frac{100}{y} = 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 10 + x \\ \frac{100}{x} - \frac{100}{x+10} = 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 10 \\ 100x + 1000 - 100x = 0,5x(x + 10) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 10 \\ 0,5x^2 + 5x - 1000 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 10 \\ \begin{cases} x = 40(TM) \\ x = -50(KTM) \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40(TM) \\ y = 50(TM) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của xe ô tô tải là $40km/h$, vận tốc của ô tô con là $50km/h$.

Câu 61. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thạch Hà – 2019-2020)

Hai đội xe có tổng số 55 chiếc, được giao nhiệm vụ vận chuyển 675 tấn hàng từ thiện để giúp đỡ các địa phương bị ảnh hưởng bởi dịch COVID-19. Biết mỗi xe của đội I phải chở 15 tấn hàng, mỗi xe của đội II phải chở 10 tấn hàng. Tính số xe của mỗi đội.

Hướng dẫn

Gọi x, y (xe) ($x, y \in \mathbb{N}^*$) lần lượt là số xe của đội I và đội II.

Hai đội xe có tổng số 55 chiếc nên ta có phương trình: $x + y = 55$.

Mỗi xe của đội I phải chở 15 tấn hàng, mỗi xe của đội II phải chở 10 tấn hàng nên ta có phương trình:

$$15x + 10y = 675.$$

Vậy ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 55 \\ 15x + 10y = 675 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25(\text{thỏa mãn}) \\ y = 30(\text{thỏa mãn}) \end{cases}$

Vậy đội I có 25 chiếc xe và đội II có 30 chiếc xe.

Câu 62. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thái Thịnh-2019).

Hai công nhân cùng xây một bức tường thì 6 giờ hoàn thành. Nếu làm một mình thì người thứ nhất cần nhiều thời gian hơn người thứ hai là 5 giờ. Hỏi làm một mình, mỗi người xây xong bức tường mất bao lâu?

Hướng dẫn

Gọi thời gian người thứ nhất xây một mình xong bức tường là: x (giờ)

Thời gian người thứ hai xây một mình xong bức tường là: y (giờ, $x > y > 6$)

Trong 1 giờ, người thứ nhất xây được: $\frac{1}{x}$ (bức tường)

Trong 1 giờ, người thứ hai xây được: $\frac{1}{y}$ (bức tường)

Trong 1 giờ, cả hai người cùng xây thì được: $\frac{1}{6}$ (bức tường)

Do đó ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ (1)

Nếu làm một mình thì người thứ nhất cần nhiều thời gian hơn người thứ hai là 5 giờ nên ta có pt:

$$x - y = 5 \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x+y) = xy \\ x = y+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6(y+5+y) = (y+5)y \\ x = y+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 7y - 30 = 0 \quad (*) \\ x = y+5 \end{cases}$$

Từ (*) tìm được $y = -3$ (Loại); $y = 10$ (thỏa mãn ĐK) nên $x = 10 + 5 = 15$ (thỏa mãn ĐK)

Vậy thời gian người thứ nhất xây một mình xong bức tường là: 15 giờ

Thời gian người thứ hai xây một mình xong bức tường là: 10 giờ

Câu 63. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thái Thịnh – 2020 -2021)

Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B với vận tốc không đổi, hai địa điểm cách nhau 30km . Khi đi từ B về A, người đó chọn đường khác dễ hơn nhưng dài hơn con đường cũ 6km. Vì lúc về, người đó đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 3km/h nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc lúc đi là x (km/h) ($x > 0$)

Thời gian lúc đi là $\frac{30}{x}$ (giờ).

Quãng đường lúc về là $30 + 6 = 36$ (km).

Vận tốc lúc về là $x + 3$ (km/h) .

Thời gian lúc về là $\frac{36}{x+3}$ (giờ).

Theo đề bài thời gian về ít hơn thời gian đi 20 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x} - \frac{36}{x+3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{90(x+3)}{3x(x+3)} - \frac{108x}{3x(x+3)} = \frac{x(x+3)}{3x(x+3)} \Rightarrow 90(x+3) - 108x = x(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 90x + 270 - 108x = x^2 + 3x \Leftrightarrow x^2 + 3x + 18x - 270 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 21x - 270 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 & (\text{nhận}) \\ x = -30 & (\text{loại}) \end{cases}$$

Vật vận tốc lúc đi là 9 km/h.

Câu 64. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thành Công – 30/6/2020)

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc sau 12 ngày thì hoàn thành. Nếu hai đội làm chung trong 3 ngày, sau đó đội II đi làm việc khác và đội I làm thêm 7 ngày thì được $\frac{7}{12}$ công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì sau bao lâu hoàn thành công việc?

1) Gọi thời gian đội I làm một mình xong việc là x (ngày, $x > 0$).

Gọi thời gian đội II làm một mình xong việc là y (ngày, $y > 0$).

Khi đó trong 1 ngày đội I làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), đội II làm được $\frac{1}{y}$ (công việc).

Vì hai đội làm chung 12 ngày thì xong việc nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$ (1).

Khối lượng công việc hai đội làm chung trong 3 ngày là: $3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (công việc).

Khối lượng công việc đội I làm trong 7 ngày là: $\frac{7}{x}$ (công việc).

Từ đề bài ta có phương trình $3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{7}{x} = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \frac{10}{x} + \frac{3}{y} = \frac{7}{12}$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{10}{x} + \frac{3}{y} = \frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{10}{x} + \frac{3}{y} = \frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 21 \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{28} \Rightarrow y = 28 \end{cases}$$

Vậy đội I làm một mình thì cần 21 ngày để xong công việc; đội II làm một mình thì cần 28 ngày để xong công việc.

Câu 65. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thành Công – 2020-2021)

Một phân xưởng theo kế hoạch phải dệt 3000 tấm vải để làm khẩu trang phục vụ các đơn vị tuyến đầu chống dịch. Trong 8 ngày đầu họ đã thực hiện được đúng kế hoạch, những ngày còn lại do nhu cầu cung cấp tăng lên họ đã dệt vượt mức mỗi ngày 10 tấm, nên đã hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải dệt bao nhiêu tấm vải?

Hướng dẫn

Gọi x (tấm) là số tấm vải xưởng này dệt trong một ngày theo kế hoạch ($x \in \mathbb{N}^*$).

Vậy thời gian xưởng này dệt theo kế hoạch là: $\frac{3000}{x}$ (ngày).

Thực tế số ngày đã làm là: $\frac{3000}{x} - 2$ (ngày).

Trong 8 ngày đầu, số tấm vải đã dệt được là: $8x$ (tấm).

Vậy số vải cần dệt còn lại sau 8 ngày đã làm là: $3000 - 8x$ (tấm).

Số ngày còn lại thực tế sau 8 ngày đầu là: $\frac{3000}{x} - 2 - 8 = \frac{3000}{x} - 10$ (ngày).

Những ngày sau, số tấm vải mỗi ngày xưởng dệt là: $x + 10$ (tấm).

Vậy ta có phương trình:

$$\left(\frac{3000}{x} - 10\right)(x + 10) = 3000 - 8x \Leftrightarrow 2x^2 + 100x - 30000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 (TM) \\ x = -150 (KTM) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng đó cần dệt 100 tấm vải.

Câu 66. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thanh Oai-2019-2020)

Quãng đường AB dài 400km, một ô tô đi từ A đến B với vận tốc không đổi. Khi đi từ B trở về A , ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h. Tổng thời gian đi và về là 18 giờ. Tính vận tốc lúc đi.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc lúc đi của ô tô là x (km/h) ($x > 0$)

Vận tốc của ô tô lúc về là $x + 10$ (km/h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{400}{x}$ (giờ)

Thời gian ô tô đi từ B về A là: $\frac{400}{x + 10}$ (giờ)

Vì tổng thời gian cả đi và về của ô tô là 18 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{400}{x} + \frac{400}{x + 10} = 18 \Leftrightarrow \frac{200}{x} + \frac{200}{x + 10} = 9 \Leftrightarrow \frac{200(x + 10) + 200x}{x(x + 10)} = \frac{9x(x + 10)}{x(x + 10)}$$

$$\Rightarrow 200x + 2000 + 200x = 9x^2 + 90x \Leftrightarrow 9x^2 - 310x - 2000 = 0$$

$$\Delta' = (-155)^2 - 9 \cdot (-2000) = 42025 = 205^2 > 0$$

⇒ Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{155+205}{9} = 40 \text{ (thỏa mãn); } x_2 = \frac{155-205}{9} = -\frac{50}{9} \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc lúc đi của ô tô là 40 km/h.

Câu 67. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thanh Oai – Lần 2 – 2019)

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích là $168m^2$. Nếu giảm chiều dài đi $1m$ và tăng chiều rộng thêm $1m$ thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài của mảnh vườn là $x(m)$. ĐK: $x > 1$.

Thì chiều rộng của mảnh vườn là $\frac{168}{x}(m)$.

Nếu giảm chiều dài đi $1m$ thì chiều dài sau khi giảm là $x-1(m)$, tăng chiều rộng thêm $1m$ thì chiều

rộng sau khi tăng là $\frac{168}{x} + 1 (m)$. Vì mảnh vườn trở thành hình vuông ta có phương trình:

$$\frac{168}{x} + 1 = x - 1 \Leftrightarrow 168 + x = x^2 - x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 168 = 0 \Leftrightarrow (x - 14)(x + 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \text{ (thỏa mãn)} \\ x = -12 \text{ (loại)} \end{cases} \text{ . Vậy mảnh vườn có chiều dài là } 14m \text{ , chiều rộng là } 168:14 = 12m \text{ .}$$

Câu 68. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thanh Quang-2019-2020)

Cho một hình chữ nhật biết khi tăng độ dài của chiều rộng lên 2 cm và chiều dài lên 1 cm thì diện tích hình chữ nhật sẽ tăng 30 cm^2 và khi tăng chiều rộng thêm 4 cm và giảm chiều dài đi 4 cm thì được hình vuông. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đã cho.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài của hình chữ nhật là $x (cm, x > 8)$

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là $y (cm, y > 4)$

Diện tích của hình chữ nhật ban đầu là $xy (cm^2)$

Chiều rộng sau khi tăng lên 2 cm là : $y + 2 (cm)$

Chiều dài sau khi tăng lên 1 cm là : $x + 1 (cm)$.

Diện tích của hình chữ nhật sau khi tăng là : $(x + 1)(y + 2) (cm^2)$

Vì diện tích hình chữ nhật tăng thêm 30 cm^2 ta có phương trình:

$$(x + 1)(y + 2) = xy + 30 \quad (1)$$

Vì và khi tăng chiều rộng thêm 4 cm và giảm chiều dài đi 4 cm thì được hình vuông nên ta có phương

$$\text{trình: } x - 4 = y + 4 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x+1)(y+2) = xy + 30 \\ x - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 28 \\ x - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 36 \\ y = x - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12(TM) \\ y = 4(TM) \end{cases}$$

Vậy chiều dài của hình chữ nhật là 12 cm và chiều rộng của hình chữ nhật là 4 cm.

Câu 69. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thanh Trì - 2020)

Một hội đồng thi dự định có 552 thí sinh nhưng thực tế chỉ có 525 thí sinh. Nếu xếp thêm 1 thí sinh vào mỗi phòng thi thì số phòng giảm đi 2 phòng. Hỏi lúc đầu dự định có bao nhiêu phòng thi?

Hướng dẫn

Gọi số phòng lúc đầu dự định có là x (phòng, $x \in \mathbb{N}^*; x > 2$).

Theo dự định, mỗi phòng thi có số thí sinh là: $\frac{552}{x}$ (thí sinh)

Nếu giảm đi 2 phòng thi có số phòng thi là: $x - 2$ (phòng)

Khi đó, mỗi phòng thi có số thí sinh là: $\frac{525}{x - 2}$ (thí sinh)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{525}{x - 2} - \frac{552}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{525 - 552x + 1104}{x(x - 2)} = 1 \Leftrightarrow \frac{-27x + 1104}{x(x - 2)} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = -27x + 1104$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 25x - 1104 = 0 \Leftrightarrow (x - 23)(x + 48) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 23 = 0 \\ x + 48 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 23(tm) \\ x = -48(ktm) \end{cases}$$

Vậy lúc đầu dự định có 23 phòng thi.

Câu 70. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Thanh Trì – 28/5/2020)

Một người mua hai mặt hàng A và B . Nếu tăng giá mặt hàng A thêm 10% và mặt hàng B thêm 20% thì người đó phải trả 232 nghìn đồng. Nếu giảm giá mỗi mặt hàng 10% thì người đó phải trả 180 nghìn đồng. Hỏi giá của mỗi mặt hàng lúc đầu?

Hướng dẫn

Gọi giá của hai mặt hàng A, B lần lượt là: x, y (nghìn đồng) ($x, y > 0$).

Khi tăng giá mặt hàng A thêm 10% thì số tiền phải trả của mặt hàng là $110\%.x$ (nghìn đồng), tăng giá mặt hàng B thêm 20% thì số tiền phải trả của mặt hàng là: $120\%.y$ (nghìn đồng).

Vì nếu tăng giá mặt hàng A thêm 10% và mặt hàng B thêm 20% thì người đó phải trả 232 nghìn đồng nên ta có phương trình: $110\%.x + 120\%.y = 232$ (1).

Khi giảm giá mỗi mặt hàng 10% thì số tiền phải trả cả hai mặt hàng là: $90\%.x$ (nghìn đồng) và $90\%.y$ (nghìn đồng)

Vì nếu giảm giá mỗi mặt hàng 10% thì người đó phải trả 180 nghìn đồng nên ta có phương trình:
 $90\%.x + 90\%.y = 180$ (2).

Kết hợp (1) và (2) ta có hệ PT:
$$\begin{cases} 110\%.x + 120\%.y = 232 \\ 90\%.x + 90\%.y = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,2y = 232 \\ 0,9x + 0,9y = 180 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình tìm được: $x = 80, y = 120$ (tmdk)

Vậy giá của hai mặt hàng lần lượt là: 80 (nghìn đồng) và 120 (nghìn đồng).

Câu 71. (Thầy Nguyễn Chí Thành)

Ông Bình gửi một số tiền vào ngân hàng theo mức lãi suất tiết kiệm là 6% mỗi năm. Tuy nhiên, sau một năm ông Bình không đến lấy tiền lãi mà để thêm một năm nữa mới lĩnh. Khi đó, số tiền lãi có được của năm đầu tiên sẽ được ngân hàng cộng dồn vào số tiền gửi năm đầu để thành số tiền gửi cho năm kế tiếp với mức lãi suất như cũ. Sau 2 năm, ông Bình nhận được số tiền là 112 360 000 đồng kể cả gốc và lãi. Hỏi ban đầu ông Bình đã gửi bao nhiêu tiền?

Hướng dẫn

Gọi số tiền ông Bình gửi ngân hàng năm đầu là: x (đồng) ($x > 0$)

Số tiền lãi sau năm thứ nhất: $6\%.x$ (đồng)

Số tiền gửi của năm thứ hai: $x + 6\%.x = 1,06x$ (đồng)

Số tiền lãi của năm thứ hai: $1,06x.6\% = 0,0636x$ (đồng)

Sau 2 năm, Ông Bình nhận được là: $1,06x + 0,0636x = 1,1236x$ (đồng)

Theo đề bài, sau hai năm ông Bình nhận được 112 360 000, ta có PT:

$$1,1236x = 112\,360\,000$$

Giải PT tìm được $x = 100\,000\,000$ (tmdk)

Vậy số tiền ông Bình gửi lúc đầu là 100 000 000 (đồng)

Câu 72. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thanh Xuân Nam-2019-2020)

Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 30km. Khi đi từ B về A người đó chọn con đường khác dễ đi hơn nhưng dài hơn con đường cũ 6km. Vì đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 3km/h nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc lúc đi của xe đạp là x (km/h), $x > 0$.

Vận tốc lúc về của xe đạp là: $x + 3$ (km/h)

Chiều dài con đường lúc về là: $30 + 6 = 36$ (km).

Thời gian lúc đi từ A đến B là: $\frac{30}{x}$ (h).

Thời gian lúc về từ B về A là: $\frac{36}{x+3}$ (h).

20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ.

Vì thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi là 20 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x} - \frac{36}{x+3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{30.3.(x+3)}{3x(x+3)} - \frac{36.3.x}{3x(x+3)} = \frac{x(x+3)}{3x(x+3)}$$

$$\Rightarrow 90x + 270 - 108x = x^2 + 3x \Leftrightarrow x^2 + 21x - 270 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 30x - 9x - 270 = 0 \Leftrightarrow x(x+30) - 9(x+30) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+30)(x-9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+30=0 \\ x-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-30(\text{loại}) \\ x=9(\text{thỏa mãn}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc đi của xe đạp là 9km/h.

Câu 73. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thanh Xuân Nam-18/6/2020)

Một phòng họp đã xếp 120 ghế, nhưng do số đại biểu là 168 người nên người ta phải kê thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy phải thêm 2 ghế nữa. Hỏi lúc đầu phòng họp đó có mấy dãy ghế, biết số ghế trong mỗi dãy bằng nhau.

Hướng dẫn

Gọi số dãy ghế lúc đầu là x (dãy) (Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*$)

Số ghế mỗi dãy lúc đầu là: $\frac{120}{x}$ (ghế)

Sau khi thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy thêm 2 ghế ta có:

+Số dãy ghế là: $x+2$ (dãy)

+ Số ghế mỗi dãy là: $\frac{120}{x} + 2$ (ghế)

Vì số đại biểu là 168 người nên ta có phương trình:

$$(x+2)\left(\frac{120}{x} + 2\right) = 168 \Leftrightarrow 120 + 2x + \frac{240}{x} + 4 = 168 \Leftrightarrow 2x + \frac{240}{x} - 44 = 0 \Leftrightarrow x + \frac{120}{x} - 22 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 22x + 120 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 10x - 12x + 120 = 0 \Leftrightarrow x(x-10) - 12(x-10) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-10)(x-12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-10=0 \\ x-12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10(\text{nhận}) \\ x=12(\text{nhận}) \end{cases}$$

Vậy số dãy ghế lúc đầu là 10 dãy ghế hoặc 12 dãy ghế.

Câu 74. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thanh Xuân-9/6/2020)

Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 630 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Gọi số sản phẩm mỗi ngày phân xưởng sản xuất theo kế hoạch là x (sản phẩm, $x \in \mathbb{N}^*$).

Số sản phẩm mỗi ngày phân xưởng sản xuất theo thực tế là $x+5$ (sản phẩm).

Thời gian phân xưởng hoàn thành theo kế hoạch là: $\frac{630}{x}$ (ngày).

Thời gian phân xưởng hoàn thành theo kế hoạch là: $\frac{630}{x+5}$ (ngày).

Do phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 3 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{630}{x} - \frac{630}{x+5} = 3$$

$$\Rightarrow 630(x+5) - 630x = 3x(x+5) \Leftrightarrow 630x + 3150 - 630x = 3x^2 + 15x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 15x - 3150 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 1050 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 35x - 30x - 1050 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+35)(x-30) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+35=0 \\ x-30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-35 \text{ (ktm)} \\ x=30 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm mỗi ngày phân xưởng sản xuất theo kế hoạch là 30 sản phẩm.

Câu 75. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thanh Xuân-2019-2020)

Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48 km. Khi đến B , ca nô nghỉ 30 phút sau đó ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3 km/h.

Hướng dẫn

Gọi x (km/h) là vận tốc riêng của ca nô ($x > 3$)

Vận tốc xuôi dòng của ca nô là: $x+3$ (km/h)

Vận tốc ngược dòng của ca nô là: $x-3$ (km/h)

Thời gian ca nô xuôi dòng từ A đến B là: $\frac{48}{x+3}$ (giờ)

Thời gian ca nô ngược dòng từ B về A là: $\frac{48}{x-3}$ (giờ)

Thời gian ca nô đi từ A đến B rồi từ B trở về A , không tính thời gian nghỉ là 3 giờ 36 phút hay $\frac{18}{5}$ giờ

nên ta có phương trình: $\frac{48}{x+3} + \frac{48}{x-3} = \frac{18}{5} \Leftrightarrow \frac{8}{x+3} + \frac{8}{x-3} = \frac{3}{5}$

$$\Leftrightarrow \frac{40(x-3)}{5(x+3)(x-3)} + \frac{40(x+3)}{5(x+3)(x-3)} = \frac{3(x+3)(x-3)}{5(x+3)(x-3)}$$

$$\Rightarrow 40x - 120 + 40x + 120 = 3(x^2 - 9) \Leftrightarrow 3x^2 - 80x - 27 = 0$$

$$\Delta' = (-40)^2 - 3 \cdot (-27) = 41^2 > 0$$

⇒ Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{40+41}{3} = 27 \text{ (thỏa mãn); } x_2 = \frac{40-41}{3} = -\frac{1}{3} \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 27 km/h.

Câu 76. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thanh Xuân-2020-2021)

Một hình chữ nhật có chu vi bằng 48 cm. Nếu chiều rộng của hình chữ nhật giảm 3 cm, chiều dài của hình chữ nhật tăng 6 cm thì diện tích của hình chữ nhật không thay đổi. Tính diện tích của hình chữ nhật đó.

Hướng dẫn

Chu vi hình chữ nhật bằng 48cm, nên nửa chu vi là 24cm.

Gọi chiều dài hình chữ nhật là $x(cm)$ ($12 < x < 24$).

Chiều rộng hình chữ nhật là $24 - x(cm)$

Nếu chiều rộng của hình chữ nhật giảm 3cm thì chiều rộng mới là $21 - x(cm)$, chiều dài của hình chữ nhật tăng 6cm thì chiều dài mới là $x + 6(cm)$

Vì khi đó diện tích của hình chữ nhật không thay đổi nên ta có phương trình:

$$x(24 - x) = (x + 6)(21 - x) \Leftrightarrow 24x - x^2 = -x^2 + 21x - 6x + 126 \Leftrightarrow 9x = 126 \Leftrightarrow x = 14 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy chiều dài hình chữ nhật là 14cm, chiều rộng là 10cm.

Khi đó diện tích hình chữ nhật là $140cm^2$.

Câu 77. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thăng Long-2019-2020):

Một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở hết 60 tấn hàng phục vụ đồng bào vùng cao đón Tết. Lúc sắp khởi hành có 3 xe phải điều đi làm việc khác vì vậy mỗi xe còn lại phải chở thêm nhiều hơn dự định 1 tấn hàng. Tính số xe lúc đầu của đội nếu lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

Hướng dẫn

. Gọi số xe lúc đầu của đội là x (xe), ($x \in \mathbb{N}^*; x > 3$)

Số xe sau khi bị bớt đi là $x - 3$ (xe)

Số tấn một xe lúc đầu phải chở là $\frac{60}{x}$ (tấn/xe)

Số tấn một xe lúc sau phải chở là $\frac{60}{x-3}$ (tấn/xe)

Vì so với dự định mỗi xe chở nhiều hơn 1 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x-3} - \frac{60}{x} = 1 \Leftrightarrow 60x - 60(x-3) = x(x-3)$$

$$\Leftrightarrow 60x - 60x + 180 = x^2 - 3x \Leftrightarrow x^2 - 3x - 180 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \text{ (tm)} \\ x = -12 \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy lúc đầu đội có 15 xe.

Câu 78. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thăng Long 2019).

Hai người thợ làm chung một công việc với năng suất dự định và dự kiến sẽ xong trong 12 ngày. Họ làm chung với nhau được 8 ngày thì người thứ nhất được điều động đi làm công việc khác, người thứ hai tiếp tục làm đến khi hoàn thành công việc. Từ khi bắt đầu làm công việc một mình, do cải tiến kỹ thuật nên năng suất tăng gấp đôi vì vậy người thứ hai đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao nhiêu ngày sẽ hoàn thành công việc với năng suất đã định ban đầu.

Hướng dẫn

Gọi thời gian để người thợ thứ nhất và thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là x, y ; (ngày) ($x > 0; y > 0$). Trong một ngày, người thứ nhất và thứ hai làm được khối lượng công việc tương ứng là:

$$\frac{1}{x}; \frac{1}{y}. \text{ Hai người dự định làm chung công việc trong 12 ngày thì xong ta có pt: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \quad (1)$$

Phần công việc hai người làm chung trong 8 ngày tương ứng $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

khối lượng công việc.

Phần còn lại người thứ hai phải làm là: $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. Do cải tiến năng suất tăng gấp đôi nên người thứ hai đã

làm xong $\frac{1}{3}$ công việc trong 3,5 ngày nên ta có pt: $3,5 \cdot \frac{2}{y} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{y} = \frac{1}{3} \quad (2)$

Giải hệ phương trình (1) và (2) ta được $\begin{cases} x = 28 \\ y = 21 \end{cases}$

Vậy thời gian người thứ nhất và thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là 28 ngày và 21 ngày.

Câu 79. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Thường Tín – 2019-2020)

Hai người cùng làm một công việc thì sau 4 giờ 30 phút họ làm xong. Nếu một mình người thứ nhất làm trong 4 giờ, sau đó một mình người thứ hai làm trong 3 giờ thì cả hai người làm được 75% công việc.

Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao lâu sẽ xong công việc? (Biết rằng năng suất làm việc của mỗi người không thay đổi).

Hướng dẫn

Gọi thời gian người thứ nhất hoàn thành công việc một mình là x (h) ($x > 4,5$)

Gọi thời gian người thứ hai hoàn thành công việc một mình là y (h) ($y > 4,5$)

Trong một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Đổi 4 giờ 30 phút = $\frac{9}{2}$ giờ

Trong một giờ cả hai người làm được $1: \frac{9}{2} = \frac{2}{9}$ (công việc)

Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{9}$ (1)

Trong 4 giờ người thứ nhất làm được $\frac{4}{x}$ (công việc),

trong 3 giờ người thứ hai làm được $\frac{3}{y}$ (công việc)

Cả hai người làm được 75% công việc nên ta có phương trình: $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{9} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

Đặt $\frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b$ ($a, b > 0$)

Ta có:
$$\begin{cases} a + b = \frac{2}{9} \\ 4a + 3b = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 3b = \frac{2}{3} \\ 4a + 3b = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{12} \\ a + b = \frac{2}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{12} \\ b = \frac{5}{36} \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = \frac{36}{5} \end{cases} \text{ (tmđk)}$$

Vậy thời gian người thứ nhất hoàn thành công việc một mình là 12 giờ, thời gian người thứ hai hoàn thành công việc một mình là $\frac{36}{5}$ giờ = 7 giờ 12 phút.

Câu 80. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trạch Mĩ Lộc-2019-2020)

Ngày thứ nhất hai tổ công nhân của một nhà máy sản xuất được 1500 khẩu trang. Do nhu cầu khẩu trang trong dịch cúm covid - 19 tăng nên ngày thứ hai hai tổ đã tăng năng suất tổ vượt mức 35%, tổ hai vượt mức 40% so với ngày thứ nhất. Vì vậy hai tổ đã sản xuất được 2065 chiếc khẩu trang. Hỏi ngày thứ hai mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang.

Hướng dẫn

Ngày thứ nhất hai tổ công nhân của một nhà máy sản xuất được 1500 khẩu trang. Do nhu cầu khẩu trang trong dịch cúm covid - 19 tăng nên ngày thứ hai hai tổ đã tăng năng suất tổ vượt mức 35%, tổ hai vượt mức 40% so với ngày thứ nhất. Vì vậy hai tổ đã sản xuất được 2065 chiếc khẩu trang. Hỏi ngày thứ hai mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang.

Gọi x, y lần lượt là số khẩu trang tổ một và tổ hai sản xuất được trong ngày thứ nhất (điều kiện $x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 1500$).

Ngày thứ nhất cả hai tổ sản xuất được 1500 khẩu trang, nên ta có phương trình

$$x + y = 1500 \quad (1)$$

Ngày thứ hai tổ một tăng năng suất vượt mức 35% , nên tổ một sản xuất được

$$x + \frac{35}{100}x = \frac{135}{100}x \text{ (khẩu trang).}$$

Ngày thứ hai tổ hai tăng năng suất vượt mức 40% , nên tổ hai sản xuất được

$$y + \frac{40}{100}y = \frac{140}{100}y \text{ (khẩu trang)}$$

Ngày thứ hai cả hai tổ sản xuất được 2065 chiếc khẩu trang, nên ta có phương trình

$$\frac{135}{100}x + \frac{140}{100}y = 2065 \Leftrightarrow \frac{27}{20}x + \frac{28}{20}y = 2065 \Leftrightarrow 27x + 28y = 41300 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 1500 \\ 27x + 28y = 41300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 28x + 28y = 42000 \\ 27x + 28y = 41300 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 700 \\ x + y = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 700 \\ y = 800 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Ngày thứ hai tổ một sản xuất được $\frac{135}{100} \cdot 700 = 945$.

Ngày thứ hai tổ hai sản xuất được $\frac{140}{100} \cdot 800 = 1120$.

Vậy ngày thứ hai tổ một sản xuất được 945 khẩu trang và tổ hai sản xuất được 1120 khẩu trang.

Câu 81. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trần Nhân Tông-2019-2020)

Một hình chữ nhật có diện tích bằng 120 m^2 . Nếu tăng chiều rộng thêm 2 m đồng thời giảm chiều dài đi 5 m, thì thu được một hình vuông. Tìm chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ban đầu theo mét.

Hướng dẫn

Gọi chiều rộng hình chữ nhật ban đầu là x ($m, x > 0$).

Thì chiều dài hình chữ nhật ban đầu là $\frac{120}{x}$ (m).

Chiều rộng hình chữ nhật sau khi tăng thêm 2 mét là $x + 2$ (m).

Chiều dài hình chữ nhật sau khi giảm đi 5 mét là $\frac{120}{x} - 5$ (m).

Do hình chữ nhật sau khi tăng chiều rộng thêm 2 mét đồng thời giảm chiều dài đi 5 mét, thì thu được một hình vuông nên ta có phương trình $x + 2 = \frac{120}{x} - 5$.

$$x + 2 = \frac{120}{x} - 5 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 120 - 5x \Leftrightarrow x^2 + 7x - 120 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4.1.(-120) = 49 + 480 = 529 > 0$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-7 + \sqrt{529}}{2.1} = 8 \text{ (thỏa mãn điều kiện của } x \text{, nhận)}$$

$$x_2 = \frac{-7 - \sqrt{529}}{2.1} = -15 \text{ (không thỏa mãn điều kiện của } x \text{, loại).}$$

Vậy chiều rộng hình chữ nhật ban đầu là 8(m), chiều dài hình chữ nhật ban đầu là $\frac{120}{8} = 15$ (m).

Câu 82. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trần Phú-Hoàng Mai-2020)

Trong những ngày diễn ra đại dịch Covid-19, cán bộ giáo viên nhân viên và học sinh trường THCS Trần Phú đã hưởng ứng lời kêu gọi “Chung tay phòng, chống dịch Covid-19” của Thủ tướng chính phủ qua hai hình thức : ủng hộ bằng tiền mặt và ủng hộ tiền qua tin nhắn. Đợt I tổng số tiền ủng hộ của hai hình thức là 9 triệu đồng. Sang đợt II số tiền ủng hộ bằng tiền mặt tăng 20%, số tiền ủng hộ qua tin nhắn tăng 25% nên tổng số tiền quyên góp trong đợt II là 11 triệu đồng. Hỏi trong đợt I, số tiền ủng hộ ở mỗi hình thức là bao nhiêu triệu đồng?

Hướng dẫn

Gọi số tiền ủng hộ bằng tiền mặt là x (triệu đồng) ($x > 0$)

Và số tiền ủng hộ qua tin nhắn là y (triệu đồng) ($y > 0$)

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 120\%x + 125\%y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 9 \\ 1,2x + 1,25y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,2x + 1,2y = 10,8 \\ 1,2x + 1,25y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 9 \\ 0,05y = 0,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy số tiền ủng hộ bằng tiền mặt là 5 (triệu đồng).

Và số tiền ủng hộ qua tin nhắn là 4 (triệu đồng).

Câu 83. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trần Phú-Q10-HCM-2020)

Một câu lạc bộ cầu lông có tổng cộng 15 người thuận tay trái và 85 người thuận tay phải. Trong đó số nữ thuận tay phải gấp 5 lần số nữ thuận tay trái. Số nam thuận tay phải gấp 7 lần số nam thuận tay trái. Hỏi số nam, nữ thuận tay trái trong câu lạc bộ là bao nhiêu người? Biết rằng không có người nào thuận cả hai tay.

Hướng dẫn

Gọi x (người) là số nữ thuận tay trái trong câu lạc bộ (x nguyên dương, $x < 15$)

y (người) là số nam thuận tay trái trong câu lạc bộ (y nguyên dương, $y < 15$)

Vì số người thuận tay trái trong câu lạc bộ là 15 nên $x + y = 15$

Suy ra số nữ thuận tay phải là $5x$

Số nam thuận tay phải là $7y$

Vì có 85 người thuận tay phải nên $5x + 7y = 85$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 5x + 7y = 85 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được
$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases}$$
 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy số nam thuận tay trái trong câu lạc bộ là 5 người

Số nữ thuận tay trái trong câu lạc bộ là 10 người.

Câu 84. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trần Phú-Q10-HCM-2020) Đoàn thanh niên Q10 tổ chức chương trình phát khẩu trang miễn phí để góp phần nâng cao tinh thần phòng chống dịch Covid-19. Ngày thứ nhất phát được $\frac{1}{2}$ số khẩu trang. Ngày thứ hai phát được $\frac{1}{2}$ số khẩu trang còn lại. Sau hai ngày còn lại 125 khẩu trang. Hỏi tổng số khẩu trang mà Đoàn thanh niên đã chuẩn bị để phát là bao nhiêu?

Hướng dẫn

Gọi x (chiếc) là tổng số khẩu trang mà Đoàn thanh niên đã chuẩn bị để phát (x nguyên dương)

Số khẩu trang ngày thứ nhất phát: $\frac{1}{2}x$

Số khẩu trang còn lại sau ngày thứ nhất: $x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x$

Số khẩu trang ngày thứ hai phát: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{4}x$

Số khẩu trang còn lại sau hai ngày: $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x$

Vì sau hai ngày còn lại 125 khẩu trang nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x = 125 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x = 125 \Leftrightarrow x = 500 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy tổng số khẩu trang mà Đoàn thanh niên đã chuẩn bị để phát là 500 chiếc.

Câu 85. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trần Quốc Toàn-HCM-2020). Bà Hậu vừa bán một căn nhà, sau khi chia cho các con mỗi người một ít, bà còn lại 8 tỉ đồng. Với số tiền này bà chưa có ý định làm gì nên mang một ít đi gửi ở ngân hàng A với lãi suất là 6%/năm. Do dịch Covid – 19 diễn biến ngày càng phức tạp, làm ăn, kinh doanh gặp nhiều khó khăn nên cùng ngày hôm đó, bà Hậu quyết định mang số tiền còn lại đi gửi vào ngân hàng B với lãi suất đã bị giảm chỉ còn 5%/năm. Tính toán một hồi bà Hậu thấy rằng: Sau một năm bà sẽ nhận được số tiền lãi là 450 triệu đồng. Hỏi bà Hậu đã gửi vào mỗi ngân hàng bao nhiêu tiền?

Hướng dẫn

Gọi x (đồng) là số tiền bà Hậu gửi vào ngân hàng A ($x > 0$)

Số tiền bà Hậu gửi vào ngân hàng B là: $8000000000 - x$

Theo đề ta có: $6\% \cdot x + 5\% (8000000000 - x) = 450000000$

$$0,06x + 400000000 - 0,05x = 450000000$$

$$x = 5000000000$$

Vậy bà Hậu gửi vào ngân hàng A 5 tỉ đồng, ngân hàng B 3 tỉ đồng.

Câu 86. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trần Quốc Toàn-HCM-2020) Một quả bóng được thả từ độ cao 10m so với mặt sàn. Mỗi lần chạm sàn, quả bóng lại nảy lên với độ cao giảm đi 25% so với độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đã di chuyển từ lúc được thả cho tới khi quả bóng chạm sàn lần thứ ba (giả thuyết rằng đường đi của quả bóng khi rơi xuống và khi nảy lên đều cùng thuộc một đường thẳng).

Hướng dẫn

Lần 1:

Quãng đường quả bóng rơi xuống: 10m

Quãng đường quả bóng nảy lên: $75\% \cdot 10 = 7,5$ m

Lần 2:

Quãng đường quả bóng rơi xuống: 7,5m

Quãng đường quả bóng nảy lên: $75\% \cdot 7,5 = 5,625$ m

Lần 3:

Quãng đường quả bóng rơi xuống: 5,625m

Tổng quãng đường di chuyển của quả từ lúc được thả cho tới khi quả bóng chạm sàn lần thứ ba là:

$$10 + 7,5 + 7,5 + 5,625 + 5,625 = 36,25 \text{ (m)}$$

Vậy tổng quãng đường quả bóng đã di chuyển từ lúc được thả cho tới khi quả bóng chạm sàn lần thứ ba là 36,25 (m)

Câu 87. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trần Văn Ân-HCM-2020) Hai vật chuyển động đều trên một đường tròn đường kính 30 cm, xuất phát cùng một lúc, từ cùng một điểm. Nếu chuyển động cùng

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của vật 1 là x (cm/s),

vận tốc của vật 2 là y (m/s). (giả sử $0 < x < y$)

Chu vi của đường tròn là: $C = d\pi = 30\pi$ (cm).

Sau 30 giây hai vật chuyển động được quãng đường lần lượt là $30x$ và $30y$.

Sau 6 giây hai vật chuyển động được quãng đường lần lượt là $6x$ và $6y$.

Khi chuyển động cùng chiều thì cứ 30 giây chúng lại gặp nhau, nghĩa là trong 30 giây thì quãng đường mà vật 2 đi được nhiều hơn quãng đường vật 1 đi được là đúng 1 vòng.

Ta có phương trình: $30y - 30x = 30\pi$ (cm) (1)

Khi chuyển động ngược chiều, cứ 6 giây chúng lại gặp nhau, nghĩa là tổng quãng đường hai vật đi được trong 6 giây là đúng 1 vòng.

Ta có phương trình: $6x + 6y = 30\pi$ (cm) (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 30y - 30x = 30\pi \\ 6x + 6y = 30\pi \end{cases}$$

Giải ra ta được
$$\begin{cases} x = 2\pi(\text{tmdk}) \\ y = 3\pi(\text{tmdk}) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của hai vật lần lượt là 2π (cm/s) và 3π (cm/s).

Câu 88. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trung Nhị-22/6/2020)

Một đoàn xe vận tải nhận chuyên chở 120 tấn hàng. Trước khi làm việc do có 5 xe được điều đi làm việc khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,8 tấn hàng so với dự định ban đầu. Biết khối lượng hàng ở mỗi xe chuyên chở như nhau. Hỏi đoàn xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?

Hướng dẫn

Gọi số xe là: x (xe) ($x > 5, x \in \mathbb{N}$)

Gọi số hàng 1 xe phải chở là: y (tấn hàng) ($0 < y < 120$)

Đoàn xe chở 120 tấn hàng nên ta có phương trình: $x \cdot y = 120$ (1)

Thực tế 5 xe đi làm việc khác nên còn lại: $x - 5$ (xe)

Mỗi xe tăng 0,8 (tấn hàng) số tấn hàng thực tế mỗi xe chở là: $y + 0,8$ (tấn hàng)

Vì thực tế 5 xe được điều đi làm việc khác nên mỗi xe còn lại phải chở thêm 0,8 tấn hàng so với dự định ban đầu nên ta có phương trình:

$$(x - 5)(y + 0,8) = 120 \quad (2)$$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x \cdot y = 120 \\ (x-5)(y+0,8) = 120 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6,25y^2 + 5y - 120 = 0 \\ x = 5 + 6,25y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot y = 120 \\ 0,8x - 5y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot y = 120 \\ x = 5 + 6,25y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6,25y^2 + 5y - 120 = 0 \\ x = 5 + 6,25y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \text{ (nhận)} \\ y = \frac{-24}{5} \text{ (loại)} \\ x = 5 + 6,25y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 30 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy: có 30 xe, mỗi xe chở 4 tấn hàng.

Câu 89. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trung Nhì-28/5/2020)

Một ô tô đi trên quãng đường dài 400 km. Khi đi được 180 km thì ô tô tăng vận tốc thêm 10 km/h và đi hết quãng đường còn lại. tính vận tốc ban đầu của ô tô, biết thời gian đi hết quãng đường 8 giờ. (Giả thiết ô tô có vận tốc không đổi trên mỗi đoạn đường).

Hướng dẫn

Gọi vận tốc dự kiến của xe là x (km/h), ($x > 0$).

Vậy thời gian dự kiến đi hết 400 km của xe sẽ là $\frac{400}{x}$ (h).

Thực tế: 180 km đầu, xe đi với vận tốc dự kiến nên thời gian xe đi 180 km đầu là: $\frac{180}{x}$ (h).

Vì $400 - 180 = 220$ (km) cuối xe đi với vận tốc là: $x + 10$ (km/h) nên thời gian xe đi 220 km cuối là: $\frac{220}{x+10}$ (h).

Tổng thời gian đi thực tế là: $\frac{180}{x} + \frac{220}{x+10}$ (h)

Vì xe đi mất 8 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{180}{x} + \frac{220}{x+10} = 8 \Leftrightarrow \frac{180(x+10) + 220x - 8x(x+10)}{x(x+10)} = 0$$

$$\Rightarrow 180x + 1800 + 220x - 8x^2 - 80x = 0 \Leftrightarrow -8x^2 + 320x + 1800 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \text{ (TM)} \\ x = -5 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc dự kiến của xe là: 45 km/h.

Câu 90. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trung Vương-15/5/2020)

Trong tháng đầu hai tổ làm được 800 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 20% so với tháng đầu, do đó tháng thứ hai cả hai tổ làm được 945 sản phẩm. Hỏi tháng đầu, mỗi tổ làm được bao nhiêu sản phẩm?

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm tổ I làm trong tháng đầu là x sản phẩm ($0 \leq x \leq 800; x \in N$).

Gọi số sản phẩm tổ II làm trong tháng đầu là y sản phẩm ($0 \leq y \leq 800, x \in N$).

Vì trong tháng đầu hai tổ làm được 800 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$x + y = 800 \quad (1)$$

Theo giả thiết, sang tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 20% so với tháng đầu nên ta có:

$$\text{số sản phẩm tổ I làm được trong tháng hai là } x + 15\%x = \frac{23}{20}x,$$

$$\text{số sản phẩm tổ II làm được trong tháng hai là } y + 20\%y = \frac{6}{5}y.$$

Mà tháng thứ hai cả hai tổ làm được 945 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$\frac{23}{20}x + \frac{6}{5}y = 945 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 800 \\ \frac{23}{20}x + \frac{6}{5}y = 945 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ \frac{23}{20}x + \frac{6}{5}y = 945 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ \frac{23}{20}(800 - y) + \frac{6}{5}y = 945 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ 920 - \frac{23}{20}y + \frac{6}{5}y = 945 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ -\frac{23}{20}y + \frac{6}{5}y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ \frac{1}{20}y = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy tháng đầu, tổ I làm được 300 sản phẩm, tổ II làm được 500 sản phẩm.

Câu 91. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Trung Vương-Lần 2-29/5/2020)

Một người đi ô tô trên quãng đường từ A đến B dài 100km. Khi từ B trở về A trên con đường cũ, người đó giảm vận tốc so với lúc đi mỗi giờ 10km. Vì vậy thời gian lúc về nhiều hơn lúc đi là 30 phút. Tính vận tốc người đó đi từ A đến B.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của xe khi đi từ A đến B là x (đơn vị : km/h, điều kiện: $x > 10$).

Vận tốc của xe khi đi từ B trở về A là $x - 10$ (km/h)

Thời gian lúc đi và lúc về lần lượt là $\frac{100}{x}$ và $\frac{100}{x-10}$ (giờ)

Vì thời gian lúc về nhiều hơn lúc đi là 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình :

$$\frac{100}{x-10} - \frac{100}{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 10x - 2000 = 0$$

Có $\Delta' = -5^2 - 1 \cdot -2000 = 2025 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 45$ nên

$$x = 5 \pm 45 \Rightarrow x = 50 \text{ (thỏa mãn)}, x = -40 \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc lúc đi là 50 (km/h).

Câu 92. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Ứng Hòa-2020)

Theo kế hoạch, trong tháng 3 năm 2020 hai tổ phải may 1500 chiếc khẩu trang để phòng chống dịch Covid – 19. Nhưng thực tế tổ I đã may vượt mức 10%, tổ II may vượt mức 12% nên cả hai tổ đã may được 1664 chiếc khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ phải may bao nhiêu chiếc khẩu trang?

Hướng dẫn

Gọi số khẩu trang tổ I, tổ II may theo kế hoạch lần lượt là x, y (chiếc, $x, y \in \mathbb{N}^*, x < 1500, y < 1500$).

Theo kế hoạch, hai tổ phải may 1500 chiếc khẩu trang nên ta có: $x + y = 1500$ (1)

Thực tế, số khẩu trang tổ I may được là: $110\%x = 1,1x$ (chiếc)

Thực tế, số khẩu trang tổ II may được là: $112\%y = 1,12y$ (chiếc)

Thực tế, cả hai tổ đã may được 1664 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình:

$$1,1x + 1,12y = 1664 \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ 1,1x + 1,12y = 1664 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,1y = 1650 \\ 1,1x + 1,12y = 1664 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,02y = 14 \\ x + y = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 \\ y = 700 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn ĐK)}$$

Vậy theo kế hoạch tổ I phải may 800 chiếc khẩu trang, tổ II phải may 700 chiếc khẩu trang.

Câu 93. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Ứng Hòa-2020)

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã vượt mức 120 sp. Tính số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

Hướng dẫn

a) Cách 1:

Gọi số sản phẩm được giao theo kế hoạch của tổ I và tổ II lần lượt là x, y

Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 600$

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian, ta có pt: $x + y = 600$ (1)

Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II đã vượt mức 21%. Vì vậy trong thời gian quy định họ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm, ta có pt: $18\%x + 21\%y = 120$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 600 \\ 18\%x + 21\%y = 120 \end{cases}$

$$\text{Giải hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 600 \\ 18\%x + 21\%y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 600 \\ 18x + 21y = 12000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 21x + 21y = 12600 \\ 18x + 21y = 12000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 600 \\ x + y = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 400 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy số sản phẩm đội I và II theo kế hoạch sản xuất được là 200 (sản phẩm) và 400 (sản phẩm)

Cách 2: Gọi số sản phẩm tổ I sản xuất được theo kế hoạch là x (sp, $x \in N^*, x < 600$), thì số sản phẩm tổ II làm được theo kế hoạch là $600 - x$ (sản phẩm)

Do áp dụng kỹ thuật mới nên: Tổ I đã sản xuất vượt mức được $18\%x$ (sản phẩm)

Tổ II đã sản xuất vượt mức được $21\%(600 - x)$ (sản phẩm)

Vì vậy trong thời gian quy định họ đã vượt mức 120 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$18\%x + 21\%(600 - x) = 120$$

$$\Leftrightarrow 0,18x + 126 - 0,21x = 120 \Leftrightarrow -0,03x = -6 \Leftrightarrow x = 200$$

Giá trị $x = 200$ thỏa mãn điều kiện của ẩn

Vậy: tổ I sản xuất được theo kế hoạch là 200 sản phẩm. tổ II sản xuất được theo kế hoạch là 400 sản phẩm

Câu 94. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Văn Quán - 2020)

Một ca-nô chạy xuôi dòng trên một khúc sông dài 132 km, sau đó chạy ngược dòng 104 km trên khúc sông đó. Tính vận tốc của ca-nô khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h và thời gian ca-nô chạy xuôi dòng ít hơn ngược dòng là 1 giờ.

Hướng dẫn

Gọi x (km/h) là vận tốc của ca-nô khi nước yên lặng ($x > 4$).

Vận tốc xuôi dòng của ca-nô là: $x + 4$ (km/h).

Vận tốc ngược dòng của ca-nô là: $x - 4$ (km/h).

Thời gian ca-nô xuôi dòng khúc sông dài 132 km là: $\frac{132}{x + 4}$ (giờ).

Thời gian ca-nô ngược dòng khúc sông dài 104 km là: $\frac{104}{x - 4}$ (giờ).

Vì thời gian ca-nô chạy xuôi dòng ít hơn thời gian chạy ngược dòng là 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{104}{x - 4} - \frac{132}{x + 4} = 1.$$

Giải phương trình đã cho ta được:

$$\frac{104}{x - 4} - \frac{132}{x + 4} = 1 \Leftrightarrow \frac{104(x + 4)}{(x - 4)(x + 4)} - \frac{132(x - 4)}{(x - 4)(x + 4)} = \frac{(x - 4)(x + 4)}{(x - 4)(x + 4)}$$

$$\Leftrightarrow 104x + 416 - 132x + 528 = x^2 - 16 \Leftrightarrow x^2 + 28x - 960 = 0.$$

$$\Delta' = 14^2 - 1 \cdot (-960) = 1156 = 34^2 > 0.$$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-14 + 34}{1} = 20 \text{ (thỏa mãn); hoặc } x_2 = \frac{-14 - 34}{1} = -48 \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc của ca-nô khi nước yên lặng là 20 km/h.

Câu 95. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Vân Đồn – 2019-2020) Bạn An vào cửa hàng mua 50 cuốn tập và 50 cây viết, vừa viết xanh vừa viết đỏ. Một cuốn tập có giá 8 000 đồng, một cây viết xanh có giá 4 000 đồng, một cây viết đỏ có giá bằng $\frac{3}{2}$ giá một cây viết xanh. Bạn an phải trả cho cửa hàng số tiền là 625 000 đồng trong đó có 5 000 đồng tiền gửi xe. Hỏi bạn An đã mua bao nhiêu cây viết xanh, bao nhiêu cây viết đỏ?

Hướng dẫn

Giá tiền một cây viết đỏ là: $\frac{3}{2} \cdot 4000 = 6000$ đồng

Gọi số cây bút xanh và số cây bút đỏ mà bạn An đã mua lần lượt là $x; y$ (cây bút), ($x; y \in \mathbb{N}^*$)

Vì bạn An mua 50 cây viết nên ta có phương trình: $x + y = 50$ (1)

Số tiền mà bạn An đã mua 50 cuốn tập là: $50 \cdot 8000 = 400000$ (đồng)

Số tiền mà bạn An đã mua 50 cây viết là: $625\ 000 - 400\ 000 - 5\ 000 = 220\ 000$ (đồng)

Vì mỗi cây viết xanh có giá 4 000 đồng, mỗi cây viết đỏ có giá 6000 đồng nên ta có phương trình:

$$4000x + 6000y = 220000 \Leftrightarrow 2x + 3y = 110 \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + 3y = 110 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 100 \\ 2x + 3y = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 50 \\ y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(t/m) \\ y = 10(t/m) \end{cases}$$

Vậy bạn An đã mua 40 cây viết xanh và 10 cây viết đỏ.

Câu 96. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Võ Văn Vân- Bình Chánh-2020) Một trường tổ chức cho 250 người bao gồm giáo viên và học sinh đi tham quan Suối Tiên. Biết giá vé vào cổng của một giáo viên là 80000 đồng, vé vào cổng của một học sinh là 60000 đồng. Biết rằng nhà trường tổ chức đi vào đúng dịp lễ Giỗ tổ Hùng Vương nên được giảm 5% cho mỗi vé vào cổng, vì vậy nhà trường chỉ phải trả tổng số tiền là 14535000 đồng. Hỏi có bao nhiêu giáo viên và học sinh đi tham quan?

Hướng dẫn

Gọi x là số giáo viên tham quan ($x \in \mathbb{N}^*, x < 250$)

Gọi y là số học sinh tham quan ($y \in \mathbb{N}^*, x < 250$)

Vì tổng số người tham quan là 250 người nên ta có phương trình: $x + y = 250$ (1)

Vì tổng số tiền phải trả là 14535000 đồng nên ta có phương trình:

$$80000.(100\% - 5\%) + 60000.(100\% - 5\%) = 14535000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 250 \\ 80000.(100\% - 5\%) + 60000.(100\% - 5\%) = 14535000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 235 \end{cases}$$

Vậy có 15 giáo viên và 235 học sinh đi tham quan Suối Tiên

Câu 97. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Yên Hòa-2020-2021)

Đầu năm, hai công ty chế biến nông sản tỉnh Bình Thuận dự định xuất khẩu 1010 tấn thanh long. Nhưng do thực tế dịch bệnh Covid 19 diễn biến phức tạp tại Trung Quốc nên sản lượng xuất khẩu thanh long của công ty thứ nhất giảm 15%, công ty thứ hai giảm 10%. Vì vậy, cả hai công ty chỉ xuất khẩu được 900 tấn thanh long. Hỏi theo dự định, mỗi công ty xuất khẩu được bao nhiêu tấn thanh long?

Hướng dẫn

Gọi công ty thứ nhất dự định xuất khẩu được tấn thanh long là: x (tấn), $0 < x < 1010$

Gọi công ty thứ hai dự định xuất khẩu được tấn thanh long là : $1010 - x$ (tấn)

Thực tế công ty thứ nhất xuất khẩu giảm 15% là : $15\%.x = 0,15x$ (tấn)

Thực tế công ty thứ hai xuất khẩu giảm 10% là: $10\%(1010 - x) = 101 - 0,1x$ (tấn)

Thực tế cả 2 công ty xuất khẩu được 900 tấn thanh long nên ta có phương trình:

$$0,15x + 101 - 0,1x = 1010 - 900 \Leftrightarrow x = 180 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy theo kế hoạch, công ty thứ nhất dự định xuất khẩu: 180 (tấn)

Công ty thứ hai dự định xuất khẩu: $1010 - 180 = 830$ (tấn)

Câu 98. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Yên Viên-Gia Lâm - 2019)

Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 80 km. Do vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 24 phút . Tính vận tốc mỗi xe.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc xe máy là x (km/h , $x > 0$)

Vận tốc của ô tô là : $x + 10$ (km/h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là: $\frac{80}{x+10}$ (h)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là : $\frac{80}{x}$ (h)

Vì ô tô đến B sớm hơn xe máy là 24 phút = $\frac{2}{5}$ h nên ta có pt:

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{80.5.(x+10)}{5x(x+10)} - \frac{80.5.x}{5x(x+10)} = \frac{2x(x+10)}{5x(x+10)}$$

$$\Rightarrow 400(x+10) - 400x = 2x(x+10) \Leftrightarrow 400x + 4000 - 400x = 2x^2 + 20x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 20x - 4000 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 2000 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 40x + 50x - 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-40) + 50(x-40) = 0 \Leftrightarrow (x-40)(x+50) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (tm)} \\ x = -50 \text{ (ko tm)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc của xe máy là 40 km/h, vận tốc của ô tô là 50 km/h.

Câu 99. (Thầy Nguyễn Chí Thành)

Nhà Bình nằm trên đường từ nhà cô An đến quê, biết khoảng cách giữa nhà Bình và nhà cô An là 30km. Hôm qua, Bình đi xe đạp và cô An đi xe máy cùng xuất phát một lúc theo hướng đi đến nhà nhau, sau 40 phút thì hai cô cháu gặp nhau. Hôm nay, hai cô cháu cùng xuất phát từ nhà mình để về quê với phương tiện và vận tốc như hôm qua, sau 2 giờ thì họ gặp nhau tại quê. Tính vận tốc của mỗi người.

Hướng dẫn

$$\text{Đổi 40 phút} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3} \text{ giờ}$$

Gọi vận tốc của Bình là: x (km/h), $x > 0$

Gọi vận tốc của cô An là: y (km/h), $y > 0$

Bình đi 40 phút được quãng đường là: $\frac{2}{3}x$ (km)

Cô An đi 40 phút được quãng đường là: $\frac{2}{3}y$ (km)

Bình đi xe đạp và cô An đi xe máy cùng xuất phát một lúc theo hướng đến nhà nhau sau 40 phút gặp nhau

$$\text{ta có phương trình: } \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y = 30 \quad (1)$$

Quãng đường Bình đi từ nhà về quê là: $2x$ (km)

Quãng đường cô An đi từ nhà về quê là: $2y$ (km)

Sau 2 giờ thì họ gặp nhau tại quê ta có phương trình: $2y - 2x = 30$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y = 30 \\ 2y - 2x = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 90 \\ 2y - 2x = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 120 \\ 2y - 2x = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30 \\ x = 15 \end{cases}$$

Vậy vận tốc của cô An đi là 30 km/h, vận tốc của Bình là: 15km/h

Câu 100. (Thầy Nguyễn Chí Thành)

(Lê Ngọc Hân – 26/06/2020)

Một hình chữ nhật có diện tích là 456 m^2 . Tính độ dài các cạnh hình chữ nhật biết hai lần chiều rộng lớn hơn chiều dài là 14 m.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là $x(\text{m}), y(\text{m})$ ($x > y > 0$)

Diện tích hình chữ nhật là: $xy = 456(\text{m}^2)$ (1)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} xy=456 \\ 2y-x=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2y-14)y=456 \\ x=2y-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2-14y-456=0 \\ x=2y-14 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2-7y-228=0 \\ x=2y-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2-19y+12y-228=0 \\ x=2y-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(y-19)+12(y-19)=0 \\ x=2y-14 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-19)(y+12)=0 \\ x=2y-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y-19=0 \\ y+12=0 \\ x=2y-14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=19 \text{ (nhận)} \\ y=-12 \text{ (loại)} \\ x=2 \cdot 19-14=24 \text{ (nhận)} \end{cases}$

Vậy chiều dài hình chữ nhật là 24 m, chiều rộng hình chữ nhật là 19 m.

Câu 101. (Thầy Nguyễn Chí Thành)

(Lê Ngọc Hân – 20/05/2020)

Một ô tô đi từ tỉnh A đến tỉnh B. Lúc đầu ô tô đi với vận tốc 40 km/h. Khi còn 60 km nữa thì được nửa quãng đường AB. Người lái xe tăng thêm 10 km/h trên quãng đường còn lại. Do đó ô tô đến tỉnh B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn

Gọi quãng đường AB là x (km, $x > 0$)

Thời gian dự định đi hết quãng đường AB là: $\frac{x}{40}$ (h)

Quãng đường đi thực tế lúc đầu là: $\frac{x}{2} - 60 = \frac{x-120}{2}$ (km)

Thời gian đi thực tế lúc đầu là: $\frac{x-120}{2} : 40 = \frac{x-120}{80}$ (h)

Quãng đường đi thực tế lúc sau là: $\frac{x}{2} + 60 = \frac{x+120}{2}$ (km)

Vận tốc đi thực tế lúc sau là: $40 + 10 = 50$ (km/h)

Thời gian đi thực tế lúc sau là: $\frac{x+120}{2} : 50 = \frac{x+120}{100}$ (h)

Thời gian thực tế để đi hết quãng đường AB là: $\frac{x-120}{80} + \frac{x+120}{100}$ (h)

Vì ô tô đến B sớm hơn dự định 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{40} = \frac{x-120}{80} + \frac{x+120}{100} + 1 \Leftrightarrow 10x = 5x - 600 + 4x + 480 + 400 \Leftrightarrow x = 280 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy quãng đường AB dài 280 (km)

Câu 102. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Lê Ngọc Hân-7/7/2020)

Chị Hoa đến siêu thị mua một chiếc bàn là và một chiếc quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 850 nghìn đồng. Tuy nhiên, thực tế khi trả tiền, siêu thị khuyến mãi để tri ân khách hàng nên giá của bàn là giảm 10% và quạt điện giảm 20% so với giá niêm yết. Do vậy chị Hoa trả ít hơn 125 nghìn đồng khi mua hai sản phẩm trên. Hỏi giá bán lúc chưa giảm của bàn là và quạt điện là bao nhiêu?

Hướng dẫn

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hoặc hệ phương trình:

Gọi giá bán của bàn là là x (nghìn đồng), $x > 0$

Thì giá bán của quạt điện là $850 - x$ (nghìn đồng)

Giá bán của bàn là sau khi giảm 10% là $90\%.x = 0,9.x$ (nghìn đồng)

Giá bán của quạt điện sau khi giảm 20% là $80\%.(850 - x) = 0,8(850 - x)$ (nghìn đồng)

Số tiền phải trả sau khi khuyến mại là $850 - 125 = 725$ (nghìn đồng)

Theo bài ra ta có phương trình:

$$0,9x + 0,8(850 - x) = 725 \Leftrightarrow 0,1x = 725 - 680 \Leftrightarrow 0,1x = 45 \Leftrightarrow x = 450$$

Giá trị $x = 450$ thỏa mãn điều kiện của ẩn

Vậy giá bán lúc chưa giảm của bàn là là 450 nghìn đồng, của quạt điện là $850 - 450 = 400$ nghìn đồng.

Câu 103. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Long Biên-HN-2019-2020).

Để ủng hộ các gia đình gặp khó khăn tại địa phương do ảnh hưởng của dịch Covid-19, một tổ chức thiện nguyện đã dự kiến chở 720 tạ gạo chia đều bằng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành, do được bổ sung thêm 2 xe cùng loại vì vậy so với dự định mỗi xe chở ít đi 18 tạ gạo. Hỏi lúc đầu ban tổ chức đã chuẩn bị bao nhiêu xe chở gạo?

Hướng dẫn

Gọi số xe mà đội đó dự định chở là x (xe) ($x > 0, x \in \mathbb{N}$).

Do dự định chở 720 tạ gạo nên mỗi xe chở được là : $\frac{720}{x}$ (tạ)

Do có 2 xe bổ sung nên số xe thực tế là : $x + 2$ (xe)

Vì vậy mỗi xe chở được : $\frac{720}{x+2}$ (tạ)

Vì vậy so với dự định mỗi xe chở ít đi 18 tạ gạo nên ta có phương trình:

$$\frac{720}{x+2} + 18 = \frac{720}{x} \Leftrightarrow \frac{720}{x+2} + 18 = \frac{720}{x} \Leftrightarrow \frac{720x}{x+2} + 18x(x+2) = \frac{720(x+2)}{x}$$

$$\Leftrightarrow 720x + 18x^2 + 36x - 720x - 1440 = 0 \Leftrightarrow 18x^2 + 36x - 1440 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 80 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 8x - 80 = 0 \Leftrightarrow (x+10)(x-8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \text{ (L)} \\ x = 8 \text{ (TM)} \end{cases}$$

Như vậy kết hợp điều kiện ta có số lượng xe ban đầu chuẩn bị là 8 xe.

Câu 104. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Lương Thế Vinh-2020-2021)

Tháng thứ nhất hai đội sản xuất làm được 700 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, đội I làm vượt mức 10% và đội II làm vượt mức 25% so với tháng thứ nhất, vì vậy cả hai đội đã làm được 830 sản phẩm. Hỏi trong tháng thứ nhất mỗi đội làm bao nhiêu sản phẩm?

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm tháng thứ nhất đội I sản xuất được là x (sản phẩm), $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 700$.

Gọi số sản phẩm tháng thứ nhất đội II sản xuất được là y (sản phẩm), $y \in \mathbb{N}^*$, $y < 700$.

Tháng thứ nhất hai đội sản xuất làm được 700 sản phẩm nên ta có phương trình :

$$x + y = 700$$

Tháng thứ hai đội I làm được : $x + 10\%x = 1,1x$ (sản phẩm).

Tháng thứ hai đội II làm được : $y + 25\%y = 1,25y$ (sản phẩm).

Sang tháng thứ hai, cả hai đội đã làm được 830 sản phẩm nên ta có phương trình :

$$1,1x + 1,25y = 830$$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 700 \\ 1,1x + 1,25y = 830 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,1y = 770 \\ 1,1x + 1,25y = 830 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,15y = 60 \\ x + y = 700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy số sản phẩm tháng thứ nhất đội I sản xuất được là 300 sản phẩm

Số sản phẩm tháng thứ nhất đội II sản xuất được là 400 sản phẩm.

Câu 105. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Lương Thế Vinh-2020-2021)

Một đội xe theo kế hoạch chở hết 200 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 25 tấn. Tính thời gian đội chở hết hàng theo kế hoạch.

Hướng dẫn

Gọi thời gian đội xe chở hết hàng theo kế hoạch là: x (ngày, $x > 1$)

Theo kế hoạch, đội xe phải chở 200 tấn hàng nên mỗi ngày đội đó chở được: $\frac{200}{x}$ (tấn hàng)

Thực tế, đội xe hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 ngày và chở thêm được 25 tấn hàng nên mỗi ngày đội đó

đã chở được: $\frac{225}{x-1}$ (tấn hàng)

Do thực tế mỗi ngày đội đó vượt mức 5 tấn so với kế hoạch nên ta có phương trình:

$$\frac{225}{x-1} - \frac{200}{x} = 5$$

$$\Leftrightarrow 225x - 200x + 200 = 5x^2 - 5x \Leftrightarrow 5x^2 - 30x - 200 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 40 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 10 \text{ (nhận) hoặc } x = -4 \text{ (loại)}$$

Thời gian đội đó chở hết số hàng theo kế hoạch là 10 ngày.

Câu 106. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS-Lý Nam Đế).

Một xí nghiệp theo kế hoạch phải lắp ráp 800 chiếc máy tính. Nếu một ngày lắp ráp thêm 10 máy tính thì không những hoàn thành sớm hơn 1 ngày so với kế hoạch mà còn lắp ráp thêm 10 máy tính. Tính số máy tính lắp ráp mỗi ngày theo kế hoạch ?

Hướng dẫn

Gọi x (cái) là số máy tính lắp ráp mỗi ngày theo kế hoạch ($x > 0$).

Thời gian để hoàn thành 800 chiếc máy tính theo kế hoạch là $\frac{800}{x}$ (ngày).

Số máy lắp ráp mỗi ngày nếu tăng năng suất là $x + 10$ (cái).

Số máy tính lắp được nếu tăng năng suất là $800 + 10 = 810$ (cái).

Thời gian hoàn thành 810 cái máy tính nếu tăng năng suất là $\frac{810}{x + 10}$ (ngày).

Theo bài ra ta có phương trình: .

$$\frac{800}{x} - 1 = \frac{810}{x + 10} \Leftrightarrow 800(x + 10) - x(x + 10) = 810x$$

$$\Leftrightarrow 800x + 8000 - x^2 - 10x - 810x = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 20x + 8000 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 20x - 8000 = 0$$

$$\Delta' = 100 + 8000 = 8100 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 90 .$$

$$x_1 = -10 - 90 = -100 \text{ (loại)}$$

$$x_2 = -10 + 90 = 80 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy mỗi ngày theo kế hoạch xưởng lắp ráp được 80 máy tính.

Câu 107. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Lý Nam Đế - 2019-2020)

Theo kế hoạch, trong tháng 3 năm 2019 hai tổ phải may 1500 chiếc khẩu trang để phục vụ cho công tác phòng, chống dịch Covid - 19. Nhưng thực tế tổ I đã may vượt mức 10%; tổ II may vượt mức 12% nên cả hai tổ đã may được 1664 chiếc khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ phải may bao nhiêu chiếc khẩu trang?

Hướng dẫn

Gọi số khẩu trang mà đội I phải may theo kế hoạch là x (chiếc), $x \in \mathbb{N}^*$; $x < 1500$

Gọi số khẩu trang mà đội II phải may theo kế hoạch là y (chiếc), $y \in \mathbb{N}^*$; $y < 1500$

Theo kế hoạch hai tổ phải may 1500 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình $x + y = 1500$ (1)

Thực tế, tổ I may được là $x + 10\%x = 1,1x$ (chiếc); tổ II may được là $y + 12\%y = 1,12y$ (chiếc).

Thực tế, hai tổ may được 1664 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình: $1,1x + 1,12y = 1664$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ 1,1x + 1,12y = 1664 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1500 - x \\ 1,1x + 1,12(1500 - x) = 1664 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1500 - x \\ 1,1x + 1680 - 1,12x = 1664 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1500 - x \\ -0,02x = -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1500 - 800 \\ x = 800(tm) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 \\ y = 700(tm) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch đội I phải may 800 chiếc khẩu trang, đội II phải may 700 chiếc khẩu trang

Câu 108. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Marie Curie-2020-2021)

Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 30 km. Khi đi từ B về A, người đó chọn con đường khác để đi hơn nhưng dài hơn con đường cũ 6 km. Vì đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 3 km/h nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi 20 phút. Tính vận tốc lúc đi.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc lúc đi là x (km/h, $x > 0$)

Vận tốc lúc về là $x + 3$ (km/h)

Thời gian lúc đi là $\frac{30}{x}$ (giờ)

Quãng đường lúc về là $30 + 6 = 36$ (km)

Thời gian lúc về là $\frac{36}{x + 3}$ (giờ)

Đổi 20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ

Vì thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi là 20 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{30}{x} - \frac{36}{x + 3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 90(x + 3) - 108x = x(x + 3) \Leftrightarrow x^2 + 21x - 270 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 & (tm) \\ x = -30 & (l) \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc đi là 9 km/h.

Câu 109. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS MIS 7/2020)

Một xe tải và một xe con cùng khởi hành từ A đi đến B xe tải đi với vận tốc 40km/h xe con đi với vận tốc 60km/h. Sau khi mỗi xe đi được nửa quãng đường xe con nghỉ 40 phút rồi chạy tiếp đến B. Xe tải trên quãng đường còn lại đã tăng vận tốc thêm 10km/h nữa nhưng vẫn đến B chậm chậm hơn xe con nửa giờ. Tính quãng đường AB.

Hướng dẫn

Gọi nửa quãng đường AB là x (km) (điều kiện: $x > 0$)

Thời gian xe con đi nửa quãng đường đầu với vận tốc 60km/h là: $\frac{x}{60}$ (giờ)

Xe con nghỉ 40 phút = $\frac{2}{3}$ giờ.

Thời gian xe con đi tiếp nửa quãng đường còn lại với vận tốc 60km/h là: $\frac{x}{60}$ (giờ).

Vậy thời gian xe con đi từ A đến B là: $\frac{x}{60} + \frac{x}{60} + \frac{2}{3} = \frac{x}{30} + \frac{2}{3}$ (giờ).

Thời gian xe tải nửa quãng đường đầu với vận tốc 40 km/h là $\frac{x}{40}$ (giờ).

Thời gian đi nửa quãng đường còn lại sau khi tăng thêm 10km/h nữa là $\frac{x}{50}$ (giờ).

Vi xe tải đến chậm hơn xe con nửa giờ. Vậy ta có phương trình: $\frac{x}{30} + \frac{2}{3} = \frac{x}{40} + \frac{x}{50} - \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{20x}{600} + \frac{400}{600} = \frac{15x}{600} + \frac{12x}{600} - \frac{300}{600} \Leftrightarrow 20x + 400 = 15x + 12x - 300 \Leftrightarrow 7x = 700 \Leftrightarrow x = 100$$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow x = 100$ (thỏa mãn)

Vậy chiều dài quãng đường AB là : $2.100 = 200$ (km).

Câu 110. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Mĩ Đình 1 – 2019-2020):

Một đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì đội được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu 2 tấn gạo (khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?

Lời giải

Gọi x (xe) là số xe ban đầu của đội xe. ($x \in N^*$).

Theo dự kiến số gạo mỗi xe định chở là: $\frac{160}{x}$ (tấn).

Số xe thực tế là: $x + 4$ (xe).

Số gạo thực tế mỗi xe chở là: $\frac{160}{x+4}$ (tấn).

Vì thực tế được bổ sung thêm 4 xe nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu là 2 tấn gạo. Vậy ta có phương

$$\text{trình: } \frac{160}{x+4} + 2 = \frac{160}{x} \Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4(TM) \\ x = -8(KTM) \end{cases}$$

Vậy số xe ban đầu của đội xe là 4 xe.

Câu 111. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Mĩ Đình 2 -2019-2020)

Một người dự định đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 90km. Vì có việc gấp phải đến B trước giờ dự định là 45 phút nên người ấy phải tăng vận tốc lên mỗi giờ 10km. Hãy tính vận tốc mà người đó dự định đi.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc dự định của xe máy đi từ A đến B là: $x(km/h)$, điều kiện: $x > 0$.

Vận tốc thực tế của xe máy là $x + 10(km/h)$.

Thời gian xe máy dự định đi hết quãng đường AB là $\frac{90}{x}$ (giờ).

Thời gian thực tế xe máy đi hết quãng đường AB là $\frac{90}{x+10}$ (giờ).

Đổi 45 phút = $\frac{3}{4}$ giờ.

Theo bài ra ta có phương trình $\frac{90}{x} - \frac{90}{x+10} = \frac{3}{4} \Rightarrow 3x^2 - 30x - 3600 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -40 \end{cases}$.

Kết hợp điều kiện ta được $x = 30$

Vậy vận tốc dự định của xe máy là $30(km/h)$.

Câu 112. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Nam Từ Liêm – 2019-2020)

Một xưởng may dự định may 80 áo trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế xưởng lại được giao 100 áo. Mặc dù mỗi giờ mỗi giờ xưởng đã may được nhiều hơn 2 áo so với dự định nhưng vẫn hoàn thành công việc chậm hơn dự kiến 20 phút. Hỏi theo dự định, mỗi giờ xưởng phải may xong bao nhiêu áo? Biết rằng số áo may được trong một giờ theo dự định nhỏ hơn 15 áo.

Hướng dẫn

Gọi số áo xưởng may trong 1 giờ theo dự định là: x (cái áo) ($0 < x < 15; x \in \mathbb{N}$)

Thực tế mỗi giờ xưởng may được: $x + 2$ (cái áo)

Thời gian dự định là $\frac{80}{x}(h)$

Thời gian thực tế là $\frac{100}{x+2}(h)$

Do hoàn thành chậm hơn dự định là $20' = \frac{1}{3}h$ nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x+2} - \frac{80}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow 300x - 240x - 480 = x^2 + 2x \Leftrightarrow x^2 - 58x + 480 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-10)(x-48) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(TM) \\ x = 48(KTM) \end{cases}$$

Vậy số áo xưởng phải may theo kế hoạch trong 1h là 10 cái áo.

Câu 113. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Nam Từ Liêm-5/2020)

Một đội xe theo kế hoạch chở hết 120 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 5 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hết số hàng đó trong bao nhiêu ngày?

Hướng dẫn

Gọi thời gian dự định đội xe định chở hết 120 tấn hàng là: x (ngày, $x \in \mathbb{N}; x > 1$)

Như vậy, theo kế hoạch, mỗi ngày đội đó chở được: $\frac{120}{x}$ (tấn/ngày)

Thực tế, đội đó chở tất cả là: $120 + 5 = 125$ (tấn hàng)

Đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày nên thời gian thực tế đội chở hàng là: $x-1$ (ngày)

Do đó, mỗi ngày đội đó thực tế chở được: $\frac{125}{x-1}$ (tấn/ngày)

Vì thực tế mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{125}{x-1} - \frac{120}{x} = 5 \Leftrightarrow \frac{125x-120x+120}{x(x-1)} = 5 \Rightarrow 5x+120 = 5x(x-1) \Leftrightarrow x+24 = x^2-x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 4x - 24 = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 & (\text{nhận}) \\ x = -4 & (\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch đội đó chở hết số hàng trong 6 ngày.

Câu 114. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Nghĩa Tân-2020-2021)

Một khu vườn hình chữ nhật có diện tích 240 m^2 , nếu tăng chiều dài thêm 4m và giảm chiều rộng đi 3m thì diện tích khu vườn không đổi. Tính chiều dài, chiều rộng của khu vườn lúc đầu.

Hướng dẫn

Gọi chiều dài của khu vườn lúc đầu là $x(\text{m})$

Chiều rộng của khu vườn lúc đầu là $y(\text{m})$ (ĐK: $3 < y < x$)

Diện tích lúc đầu của khu vườn là $xy(\text{m}^2)$

Vì khu vườn có diện tích $240(\text{m}^2)$ nên theo bài ra ta có phương trình: $xy = 240$ (1)

Nếu tăng chiều dài thêm 4m và giảm chiều rộng đi 3m thì diện tích khu vườn không đổi nên ta có phương trình: $(x+4)(y-3) = 240$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy = 240 \\ (x+4)(y-3) = 240 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 240 \\ xy - 3x + 4y - 12 = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 240 \\ -3x + 4y = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{240}{y} \\ -3 \cdot \frac{240}{y} + 4y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{240}{y} \\ \frac{-720}{y} + 4y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{240}{y} \Rightarrow x = \frac{240}{15} = 16(TM) \\ 4y^2 - 12y - 720 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 15(TM) \\ y_2 = -12(KTM) \end{cases} \end{cases}$$

Vậy Chiều dài của khu vườn lúc đầu là $16(\text{m})$

Chiều rộng của khu vườn lúc đầu là $15(\text{m})$.

Câu 115. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Nghĩa Tân-2020-2021)

Theo kế hoạch hai tổ phải sản xuất 720 sản phẩm. Nhưng do ảnh hưởng của dịch Covid-19 nên tổ một bị giảm mức 18% , tổ hai giảm mức 20% so với kế hoạch do đó cả hai tổ chỉ sản xuất được 582 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm tổ 1 phải làm theo kế hoạch là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 720$)

Số sản phẩm tổ 2 phải làm theo kế hoạch là $720 - x$ (sản phẩm)

Thực tế tổ 1 làm được $x - 18\%x = 0,82x$ (sản phẩm)

Thực tế tổ 2 làm được $(720 - x) - 20\%(720 - x) = 0,8(720 - x)$ (sản phẩm)

Vì cả hai tổ làm được 582 nên ta có phương trình:

$$0,82x + 0,8(720 - x) = 582 \Leftrightarrow 0,82x + 576 - 0,8x = 582 \Leftrightarrow x = 300 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy theo kế hoạch tổ một sản xuất 300 sản phẩm, tổ hai sản xuất 420 sản phẩm.

Câu 116. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Nghĩa Tân -5/20202)

Để chở hết 60 tấn hàng, một đội xe dự định sử dụng một số xe cùng loại. Trước khi khởi hành, có 2 xe được điều động đi làm việc khác, vì vậy mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng. Hỏi lúc đầu đội dự định dùng bao nhiêu xe?

Hướng dẫn

Gọi số xe theo dự định là x (xe; $x > 2; x \in \mathbb{N}$)

Số xe thực tế là: $x - 2$ (xe)

Số hàng mỗi xe theo dự định là: $\frac{60}{x}$ (tấn/xe)

Số hàng mỗi xe trong thực tế là: $\frac{60}{x - 2}$ (tấn/xe)

Vì số hàng mỗi xe trong thực tế nhiều hơn dự định là 1 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x} + 1 = \frac{60}{x - 2} \Rightarrow 60(x - 2) + x(x - 2) = 60x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 120 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (TM)} \\ x = -10 \text{ (KTM)} \end{cases}$$

Vậy số xe theo dự định là 12 xe.

Câu 117. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Ngọc Hồi- Thanh Trì-2020)

Hưởng ứng phong trào trồng cây vì môi trường xanh, sạch, đẹp; một chi đoàn thanh niên dự định trồng 240 cây xanh trong một thời gian quy định. Do mỗi ngày chi đoàn trồng nhiều hơn dự định là 15 cây nên không những họ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày mà còn trồng thêm 30 cây xanh nữa. Tính số cây mà chi đoàn dự định trồng trong 1 ngày?

Hướng dẫn

1) Gọi số cây chi đoàn dự định trồng trong một ngày là x (cây), $x \in \mathbb{N}^*$

Gọi số cây thực tế chi đoàn trồng trong một ngày là $x + 15$ (cây)

Thời gian chi đoàn dự định trồng 240 cây xanh là $\frac{240}{x}$ (ngày)

Thời gian thực tế chi đoàn trồng 270 cây xanh là $\frac{270}{x+15}$ (ngày)

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{270}{x+15} + 2 = \frac{240}{x}$

$$\Leftrightarrow \frac{270x + 2x(x+15)}{x(x+15)} = \frac{240(x+15)}{x(x+15)} \Leftrightarrow x^2 + 30x - 1800 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 30 \text{ (thỏa mãn)} \\ x_2 = -60 \text{ (Loại)} \end{cases}$$

Vậy số cây chi đoàn dự định trồng trong một ngày là 30 cây

Câu 118. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Ngọc Lâm -2019-202)

Một ca nô xuôi dòng trên một khúc sông từ bến A đến bến B cách nhau 80 km, sau đó lại ngược dòng đến địa điểm C cách bến B 72 km. Thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ca nô ngược dòng là 15 phút. Tính vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Hướng dẫn

Gọi $x(km/h)$ là vận tốc riêng của ca nô ($x > 4$)

Vận tốc ca nô khi xuôi dòng là: $x + 4(km/h)$

Vận tốc ca nô khi ngược dòng là: $x - 4(km/h)$

Thời gian ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B là: $\frac{80}{x+4}(h)$

Thời gian ca nô ngược dòng từ bến B đến bến C là: $\frac{72}{x-4}(h)$

Vì thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ca nô ngược dòng 15 phút $= \frac{1}{4}h$ nên ta có phương trình:

$$\frac{72}{x-4} - \frac{80}{x+4} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4.72(x+4) - 4.80(x-4) = x^2 - 16 \Leftrightarrow x^2 + 32x - 2448 = 0$$

Giải phương trình trên ta được $x_1 = 36$ (nhận); $x_2 = -68$ (loại)

Vậy vận tốc riêng của ca nô là $36km/h$

Câu 119. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Ngọc Hân – 2019-2020)

Một đội xe dự định dùng một số xe để chở 120 tấn hàng để ủng hộ phòng chống dịch Covid. Lúc sắp khởi hành đội được bổ sung thêm 5 xe nữa cùng loại. Nhờ vậy, so với ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe. Biết khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

Hướng dẫn

Gọi số xe ban đầu của đội đó là x (xe ; $x \in N^*$).

Số xe của đội lúc sau là: $x + 5$ (xe).

Khối lượng mỗi xe phải chở theo dự định là: $\frac{120}{x}$ (tấn).

Khối lượng mỗi xe phải chở theo thực tế là: $\frac{120}{x+5}$ (tấn).

Do mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn so với dự định nên ta có phương trình :

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = 2 \Leftrightarrow 120(x+5) - 120x = 2x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 120x + 600 - 120x = 2x^2 + 10x \Leftrightarrow x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-15)(x+20) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-15=0 \\ x+20=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=15 \text{ (TM)} \\ x=-20 \text{ (L)} \end{cases}$$

Vậy lúc đầu đội đó có 15 xe.

Câu 120. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Ngô Gia Tự-2020-2021)

Một người dự định đi xe máy từ A đến B với vận tốc không đổi. Sau khi đi được 1 giờ với vận tốc ấy, người đó dừng nghỉ 15 phút. Vì vậy để tới B đúng thời gian dự định, người đó phải tăng vận tốc thêm 10km/h trên đoạn đường còn lại. Tính vận tốc ban đầu của người đó, biết quãng đường AB dài 60km.

Lời giải

Gọi vận tốc dự định là x (km/h) ($x > 0$)

Suy ra vận tốc sau khi tăng là $x+10$ (km/h)

Vì thời gian dự định đi từ A đến B là $\frac{60}{x}$ (giờ).

Quãng đường sau khi đi được 1 giờ là x (km).

Quãng đường còn lại là: $60-x$ (km)

Thời gian đi quãng đường còn lại là: $\frac{60-x}{x+10}$ (giờ).

Vì người đó tăng vận tốc 10km/h để tới B đúng thời gian dự định nên ta có phương trình :

$$1 + \frac{15}{60} + \frac{60-x}{x+10} = \frac{60}{x} \Leftrightarrow \frac{5}{4} + \frac{60-x}{x+10} = \frac{60}{x} \Leftrightarrow \frac{x^2 + 50x - 2400}{4x(x+10)} = 0$$

$$\Rightarrow (x+80)(x-30) = 0 \Leftrightarrow x = -80 \text{ (loại); } x = 30 \text{ (tmđk)}$$

Vậy vận tốc dự định là 30 km/h

Câu 121. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Ngô Sĩ Liêm -2019-2020)

Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1200 sản phẩm trong một số ngày quy định. Khi thực hiện, do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 10 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 4 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng đó cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Hướng dẫn

1. Gọi số sản phẩm mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất theo kế hoạch là x sản phẩm ($x \in N^*$)

Số sản phẩm mỗi ngày phân xưởng sản xuất theo thực tế là $x+10$ (sản phẩm)

Thời gian phân xưởng hoàn thành công việc theo kế hoạch là $\frac{1200}{x}$ (ngày)

Thời gian phân xưởng hoàn thành công việc trên thực tế là $\frac{1200}{x+10}$ (ngày)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{1200}{x} - 4 = \frac{1200}{x+10} \Rightarrow 1200(x+10) - 4x(x+10) = 1200x$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 40x - 12000 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0 \Leftrightarrow (x+60)(x-50) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+60=0 \\ x-50=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-60(\text{kt/m}) \\ x=50(\text{t/m}) \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất theo kế hoạch là 50 sản phẩm

Câu 122. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Ngôi Sao-2019-2020)

Nhân dịp lễ Quốc tế phụ nữ 8/3, bạn Hồng định đi siêu thị mua tặng mẹ một cái máy sấy tóc và một cái bàn ủi với tổng giá tiền là 720 nghìn đồng. Vì lễ nên siêu thị giảm giá, mỗi máy sấy tóc giảm 10%, mỗi bàn ủi giảm 20% nên Hồng chỉ phải trả 602 nghìn đồng. Hỏi giá tiền ban đầu (khi chưa giảm) của mỗi máy sấy tóc, bàn ủi là bao nhiêu?

Hướng dẫn

Gọi a, b lần lượt là giá tiền ban đầu của máy sấy tóc và bàn ủi ($0 < a, b < 602$, đơn vị: nghìn đồng)

Theo đề bài, ta có phương trình: $a + b = 720$ (1)

Thực tế, máy sấy tóc giảm 10% nên số tiền phải trả là: $90\%a = 0,9a$

Bàn ủi giảm 20% nên số tiền phải trả là: $80\%b = 0,8b$

Tổng tiền phải trả là 602 nghìn đồng nên ta có phương trình: $0,9a + 0,8b = 602$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a+b=720 \\ 0,9a+0,8b=602 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,9a+0,9b=648 \\ 0,9a+0,8b=602 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,1b=46 \\ a+b=720 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=460 \text{ (TMDK)} \\ a=260 \text{ (TMDK)} \end{cases}$$

Vậy giá tiền ban đầu của máy sấy tóc là 260 nghìn đồng, bàn ủi là 460 nghìn đồng.

Câu 123. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Nguyễn Công Chứ -2020-2021)

Hưởng ứng lời kêu gọi “*Chung tay phòng – chống dịch Covid 19*” của thủ tướng chính phủ một xưởng may A dự định may 1500 khẩu trang miễn phí cho người dân với số công nhân tình nguyện may vào ngày nghỉ. Nhưng khi chuẩn bị bắt đầu may, có 15 công nhân tình nguyện tham gia thêm, vì vậy năng suất của mỗi công nhân sẽ giảm 15 khẩu trang so với dự định. Đồng thời cả xưởng may còn may thêm được 600 khẩu trang nữa. Tính số công nhân lúc đầu tình nguyện tham gia.

Hướng dẫn

a) Gọi số công nhân lúc đầu tình nguyện tham gia là x (công nhân), ($x \in \mathbb{N}^*$)

Dự kiến, trong một ngày, một công nhân sẽ may được số khẩu trang là $\frac{1500}{x}$ (khẩu trang).

Thực tế, số khẩu trang may được là : $1500 + 600 = 2100$ (khẩu trang)

Số công nhân thực tế là: $x + 15$ (công nhân)

Thực tế, trong một ngày, một công nhân phải làm là: $\frac{2100}{x+15}$ (khẩu trang)

Vì thực tế, năng suất mỗi công nhân giảm 15 khẩu trang so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{1500}{x} - \frac{2100}{x+15} = 15 \Leftrightarrow 100(x+15) - 140x = x(x+15)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 15x - 100x + 140x - 1500 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 55x - 1500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20(tm) \\ x = -75(ktm) \end{cases}$$

Vậy số công nhân ban đầu là 20 công nhân.

Câu 124. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Nguyễn Trãi -2019-2020)

Chống dịch COVID một đội xe theo kế hoạch phải chuyển xong 200 tấn hàng trong một thời gian quy định, mỗi ngày chuyển được một khối lượng hàng như nhau. Nhờ bổ sung thêm xe, thực tế mỗi ngày đội chuyển được thêm 5 tấn so với kế hoạch. Vì vậy chẳng những đã hoàn thành công việc sớm hơn 1 ngày so với quy định mà còn chuyển vượt mức kế hoạch 25 tấn. Tính khối lượng hàng mà đội xe phải chuyển trong một ngày theo kế hoạch.

Hướng dẫn

Gọi x (tấn) là khối lượng hàng mà đội xe phải chuyển trong một ngày theo kế hoạch ($x > 0$)

Thời gian để hoàn thành việc vận chuyển theo kế hoạch là: $\frac{200}{x}$ (ngày).

Thời gian để hoàn thành việc vận chuyển thực tế là: $\frac{225}{x+5}$ (ngày).

Vì công việc được hoàn thành sớm hơn một ngày nên ta có phương trình: $\frac{200}{x} - \frac{225}{x+5} = 1$.

Ta có:

$$\frac{200}{x} - \frac{225}{x+5} = 1 \Leftrightarrow 200(x+5) - 225x = x(x+5) \Leftrightarrow x^2 + 30x - 1000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ x = -50 \end{cases}$$

Ta thấy $x = 20$ thỏa mãn điều kiện, $x = -50$ không thỏa mãn điều kiện.

Vậy khối lượng mà đội xe phải chuyển trong một ngày theo kế hoạch là 20 (tấn).

Câu 125. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Nguyễn Thị Phương -2019-2020)

Một công nhân dự định làm 33 sản phẩm trong thời gian đã định. Trước khi làm việc xí nghiệp giao thêm cho 29 sản phẩm nữa. Do vậy mặc dù người đó đã làm tăng mỗi giờ 3 sản phẩm song vẫn hoàn thành chậm hơn dự kiến 1 giờ 30 phút. Tính số sản phẩm người công nhân dự định làm trong một giờ (biết rằng mỗi giờ người đó làm không dưới 8 sản phẩm).

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm người công nhân dự định làm trong 1 giờ là x (sản phẩm), ($x \geq 8$).

Thời gian người công nhân dự định làm hết 33 sản phẩm là $\frac{33}{x}$ (h).

Thực tế, số sản phẩm người công nhân làm trong 1 giờ là $x+3$ (sản phẩm).

Thời gian người công nhân trong thực tế làm hết $33+29=62$ sản phẩm là $\frac{62}{x+3}$ (h).

Do thực tế hoàn thành chậm hơn dự kiến 1 giờ 30 phút $= \frac{3}{2}$ (h) nên ta có pt:

$$\frac{62}{x+3} - \frac{33}{x} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{62}{x+3} - \frac{33}{x} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 124x - 66(x+3) = 3x(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 124x - 66x - 198 = 3x^2 + 9x \Leftrightarrow 3x^2 - 49x + 198 = 0.$$

$$\Delta = 25 \Rightarrow x_1 = \frac{49+5}{6} = 9 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}. \quad x_2 = \frac{49-5}{6} = \frac{22}{3} \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}.$$

Vậy số sản phẩm người công nhân dự định làm trong một giờ là: 9 (sản phẩm).

Câu 126. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Nguyễn thị Phương -2019).

Cho mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $800m^2$. Người ta để lối đi xung quanh mảnh đất có chiều rộng là 2m và bên trong trồng cây. Tính chiều dài, chiều rộng của mảnh đất biết diện tích toàn bộ phần lối đi là $212m^2$ (Hình minh họa học sinh không phải vẽ vào bài)

Hướng dẫn

Gọi chiều dài, chiều rộng của mảnh đất lần lượt là x, y (m). ĐK: $x > y > 4$

Chiều dài và chiều rộng của phần trồng cây lần lượt là: $x - 4; y - 4$ (m)

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} xy = 800 \\ 800 - (x-4)(y-4) = 212 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{800}{x} \\ 800 - (x-4)\left(\frac{800}{x} - 4\right) = 212 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32; y = 25(TM) \\ x = 25; y = 32(KTM) \end{cases}$$

Vậy chiều dài mảnh vườn là 32m, chiều rộng của mảnh vườn là 25m.

Câu 127. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Nguyễn Trường Tộ-2020-2021)

Quãng đường Thanh Hóa - Hà Nội dài 150km. Một ô tô từ Hà Nội vào Thanh Hóa nghỉ lại Thanh Hóa 3 giờ 15 phút, rồi trở về Hà Nội hết tất cả 10 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 10km/h.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc của ô tô lúc về là x (km/h), $x > 0$

\Rightarrow Vận tốc của ô tô lúc đi là: $x + 10$ (km/h)

Theo đề bài, một ô tô từ Hà Nội vào Thanh Hóa nghỉ lại Thanh Hóa 3 giờ 15 phút (= 3,25 giờ), rồi trở về Hà Nội hết tất cả 10 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{150}{x} + \frac{150}{x+10} + 3,25 = 10 \Leftrightarrow 150(x+10) + 150x = 6,75x(x+10) \Leftrightarrow 6,75x^2 - 232,5x - 1500 = 0$$

$$\text{Giải phương trình được: } x = 40(TM); x = \frac{-40}{9}(KTM)$$

Vậy vận tốc của ô tô lúc về là 40 km/h.

Câu 128. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Nguyễn Trường Tộ-2020-2021)

Một công ty dự định điều động một số xe để chuyển 180 tấn hàng từ Hải Phòng lên Hà Nội, mỗi xe chở khối lượng hàng như nhau. Do nhu cầu thực tế cần chuyển thêm 28 tấn hàng nên công ty đó phải điều động thêm một xe cùng loại và mỗi xe bây giờ phải chở thêm 1 tấn hàng mới đáp ứng được nhu cầu đặt ra. Hỏi theo dự định, công ty đó cần điều động bao nhiêu xe, biết rằng mỗi xe chở không quá 15 tấn.

Cách 1.

Gọi số xe công ty dự định điều động là x (xe, $x \in N^*$)

Số xe thực tế đã điều động là: $x+1$ (xe)

Theo dự định mỗi xe phải chuyển số tấn hàng là: $\frac{180}{x}$ (tấn)

Thực tế công ty cần phải chuyển tổng số tấn hàng là: $180+28=208$ (tấn)

Khi đó thực tế mỗi xe phải chuyển số tấn hàng là: $\frac{208}{x+1}$ (tấn)

Vì thực tế mỗi xe phải chuyển nhiều hơn dự định 1 tấn hàng nên ta có phương trình:

$$\frac{208}{x+1} - \frac{180}{x} = 1 \Rightarrow 208x - 180(x+1) = x(x+1) \Leftrightarrow 208x - 180x - 180 = x^2 + x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 27x + 180 = 0 \Leftrightarrow (x-12)(x-15) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-12=0 \\ x-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \text{ (t/m)} \\ x=15 \text{ (t/m)} \end{cases}$$

Khi đó:

+) Nếu số xe dự định là 12 xe thì thực tế mỗi xe chuyển số tấn hàng là: $208:(12+1)=16$ (tấn) (loại) (vì: không thỏa mãn điều kiện mỗi xe trở không quá 15 tấn)

+) Nếu số xe dự định là 15 xe thì mỗi xe thực tế chuyển số tấn hàng là:

$$208:(15+1)=13 \text{ (tấn)} \text{ (tmdk mỗi xe chở không quá 15 tấn)}$$

Vậy số xe dự định cần điều động là 15 (xe).

Cách 2:

Gọi số tấn hàng thực tế mỗi xe chuyển là: x (tấn), ($x > 15$)

Số tấn hàng mỗi xe dự định chuyển là: $x-1$ (tấn)

Số xe dự định để chuyển hết 180 tấn hàng là: $\frac{180}{x-1}$ (xe)

Số tấn hàng thực tế đội chuyển là: $180+28=208$ (tấn)

Số xe thực tế mà đội dùng để chở hàng là: $\frac{208}{x}$ (xe)

Vì thực tế đội sử dụng nhiều hơn 1 xe so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{208}{x} - \frac{180}{x-1} = 1 \Rightarrow 208(x-1) - 180x = x(x-1) \Leftrightarrow x^2 - 29x + 208 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 13x - 16 + 208 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-13) - 16(x-13) = 0 \Leftrightarrow (x-13)(x-16) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=13 \text{ (không thỏa mãn)} \\ x=16 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Vậy số xe mà đội dự định điều động là: $\frac{180}{13-1} = 15$ (xe)

Có 2 loại dung dịch muối ăn, 1 loại chứa 1% muối ăn và loại còn lại chứa 3,5% muối ăn. Hỏi cần lấy bao nhiêu cân dung dịch mỗi loại trên để hòa lẫn với nhau tạo thành 140 cân dung dịch chứa 3% muối ăn?

Hướng dẫn

Gọi x, y (kg) theo thứ tự là dung dịch chứa 1% muối ăn và 3,5% muối ăn cần lấy ra ($x > 0, y > 0$)

Vì khối lượng dung dịch sau khi hòa lẫn là 140 kg nên ta có phương trình

$$x + y = 140 \quad (1)$$

Số kg muối ăn có trong x dung dịch 1% là $\frac{x}{100}$ (kg)

Số kg muối ăn có trong y dung dịch 3,5% là $\frac{3,5y}{100}$ (kg)

Số kg muối ăn có trong 140 dung dịch 3% là $\frac{140 \cdot 3}{100} = 4,2$ (kg)

Theo bài ra ta có phương trình $\frac{x}{100} + \frac{3,5y}{100} = 4,2 \Leftrightarrow x + 3,5y = 420 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 140 \\ x + 3,5y = 420 \end{cases}$

Giải hệ phương trình trên ta có $\begin{cases} x = 28 \\ y = 112 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy cần lấy ra 28 kg dung dịch chứa 1% muối ăn và 112 kg dung dịch chứa 3,5% muối ăn để hòa lẫn với nhau tạo ra 140 kg dung dịch chứa 3% muối ăn.

Câu 130. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Phan Chu Chinh -29/5/2019-2020)

Để chở hết 80 tấn quà tặng đồng bào nghèo ở vùng cao đón Tết, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành có 4 xe phải điều đi làm việc khác. Vì vậy mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng mới hết. Tính số xe lúc đầu của đội biết rằng khối lượng hàng các xe phải chở là như nhau.

Hướng dẫn

Gọi số xe lúc đầu của đội là: x (xe), ($x \in \mathbb{N}^*$).

Vì số xe phải chở hết 80 tấn quà tặng nên mỗi xe phải chở số hàng là: $\frac{80}{x}$ (tấn).

Lúc sắp khởi hành có 4 xe phải điều đi làm việc khác nên số xe còn lại là: $x - 4$ (xe).

Khi đó, mỗi xe còn lại phải chở số hàng là: $\frac{80}{x - 4}$ (tấn).

Vì sau khi điều đi 4 xe thì mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng nên ta có phương trình:

$$\frac{80}{x} + 1 = \frac{80}{x - 4} \Leftrightarrow \frac{80(x - 4)}{x(x - 4)} + \frac{x(x - 4)}{x(x - 4)} = \frac{80x}{x(x - 4)} \Rightarrow 80(x - 4) + x(x - 4) = 80x$$

$$\Leftrightarrow 80x - 320 + x^2 - 4x = 80x \Leftrightarrow x^2 - 4x - 320 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 & (TM) \\ x = -16 & (L) \end{cases}$$

Vậy số xe lúc đầu là 20 xe.

Câu 131. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Phan Chu Trinh – 2019-2020)

Cây "ATM gạo tại Trung tâm Văn hóa - Thể thao phường Nghĩa Tân (quận Cầu Giấy, Hà Nội là cây ATM gạo đầu tiên tại Thủ đô được đưa vào hoạt động dành cho người nghèo, những người khó khăn không có nguồn thu nhập trong những ngày "cách ly toàn xã hội" để cùng nhau vượt qua Covid-19. Những người đến đây đều phải đứng cách nhau 2m, xếp theo từng hàng mỗi hàng có một số người như nhau điều này sẽ góp phần hạn chế tiếp xúc, lây lan Covid-19. Người ta tính rằng nếu tăng thêm 3 hàng nhưng mỗi hàng ít đi 2 người thì số người một lượt vào lấy ít đi 7 người. Nếu giảm đi 1 hàng mỗi hàng tăng thêm 3 người thì số người một lượt đi vào lấy gạo tăng thêm 16 người. Ngày hôm đó có 50 lượt như vậy. Hỏi số người đến nhận gạo hỗ trợ trong ngày hôm đó?

Hướng dẫn

Gọi số hàng một lượt nhận gạo hỗ trợ trong ngày hôm đó là x (hàng)

Gọi số người một hàng nhận gạo hỗ trợ trong ngày hôm đó là y (người)

Số người một lượt nhận gạo hỗ trợ trong ngày hôm đó là xy (người)

Nếu thêm 3 hàng thì số hàng một lượt nhận gạo là $x+3$ (hàng)

Nếu thêm 3 hàng thì số người một hàng nhận gạo là $y-2$ (người)

Nếu thêm 3 hàng thì số người một lượt nhận gạo là $(x+3)(y-2)$ (người)

Theo đề bài, nếu thêm 3 hàng thì số người một lượt vào lấy ít đi 7 người.

Ta có phương trình: $(x+3)(y-2) = xy - 7$ (1)

Nếu giảm 1 hàng thì số hàng một lượt nhận gạo là $x-1$ (hàng)

Nếu giảm 1 hàng thì số người một hàng nhận gạo là $y+3$ (người)

Nếu giảm 1 hàng thì số người một lượt nhận gạo là $(x-1)(y+3)$ (người)

Theo đề bài, nếu giảm 1 hàng thì số người một lượt vào lấy tăng thêm 16 người

Ta có phương trình: $(x-1)(y+3) = xy + 16$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\Rightarrow \begin{cases} (x+3)(y-2) = xy - 7 \\ (x-1)(y+3) = xy + 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3y = -1 \\ 3x - y = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 & (tmdk) \\ y = 5 & (tmdk) \end{cases}$$

Vậy ngày hôm đó xếp 8 hàng một lượt, mỗi hàng có 5 người.

Theo đề bài, hôm đó có 50 lượt như vậy.

Vậy ngày hôm đó có tổng số người đến nhận gạo hỗ trợ là: $8.5.50 = 2000$ (người)

Câu 132. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (Phan Huy Chú-7/6/2020)

Khoảng cách giữa hai tỉnh A và B là 120 km. Hai người đi xe máy cùng khởi hành một lúc từ A đến B là với vận tốc bằng nhau. Sau khi đi được 1 giờ thì xe của người thứ nhất bị hỏng nên phải dừng lại sửa xe

14 phút, còn người thứ hai tiếp tục đi với vận tốc ban đầu. Sau khi sửa xe xong, người thứ nhất đi với vận tốc nhanh hơn trước 10 km/h nên đã đến B cùng lúc với người thứ hai. Tính vận tốc hai người đi lúc đầu.

Hướng dẫn

Đổi 14 phút = $\frac{7}{30}$ (h)

Gọi vận tốc hai người đi lúc đầu là x (km/h) ($x > 0$)

Thời gian người thứ hai đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (h)

1 giờ đầu hai xe đi được x (km)

Đoạn đường người thứ nhất còn phải đi sau khi xe sửa xe là: $(120 - x)$ (km)

Thời gian người thứ nhất đi quãng đường còn lại là: $\frac{120 - x}{x + 10}$ (km/h)

Vì người thứ nhất đã đến B cùng lúc với người thứ hai nên có phương trình:

$$1 + \frac{7}{30} + \frac{120 - x}{x + 10} = \frac{120}{x} \Rightarrow 37x(x + 10) + 30x(120 - x) = 30 \cdot 120 \cdot (x + 10) \Leftrightarrow 7x^2 + 370x - 36000 = 0$$

$$\Delta = 370^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-36000) = 1144900 > 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1144900} = 1070$$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-370 + 1070}{2 \cdot 7} = 50 \text{ (km/h)}$$

$$x_2 = \frac{-370 - 1070}{2 \cdot 7} = -\frac{720}{7} \text{ (KTM)}$$

Vậy vận tốc lúc đầu của hai người là 50 km/h

Câu 133. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Phú La -2020-2021)

Một người dự định đi xe đạp từ A tới B dài 20 km với vận tốc không đổi. Vì việc gấp nên người ấy đã đi nhanh hơn dự định 3 km/h và đến sớm hơn dự định là 20 phút. Tính vận tốc dự định của người đó.

Hướng dẫn

Gọi vận tốc dự định là x (km/h), $x > 0$.

Thời gian dự định là $\frac{20}{x}$ (h).

Vận tốc thực tế đi là $x + 3$ (km/h).

Thời gian thực tế đi là $\frac{20}{x + 3}$ (h).

Vì người đó đến sớm hơn 20 phút (bằng $\frac{1}{3}$ giờ) ta có phương trình:

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+3} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{20(x+3).3}{3x(x+3)} - \frac{20x.3}{3x(x+3)} = \frac{x(x+3)}{3x(x+3)} \Rightarrow x(x+3) = 180 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-180) = 729$$

Do $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{729}}{2} = \frac{-3 + 27}{2} = 12 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{729}}{2} = \frac{-3 - 27}{2} = -15 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy vận tốc dự định của người đó là 12 km/h.

Câu 134. (Thầy Nguyễn Chí Thành)

Trên quãng đường AB, hai ô tô chở các bác sĩ đi chống dịch COVID – 19 cùng khởi hành 1 lúc từ hai bên A và B đi ngược chiều nhau. Hai xe gặp nhau tại khu cách ly trên quãng đường AB sau 3 giờ. Nếu sau khi gặp nhau, mỗi xe tiếp tục đi hết quãng đường còn lại. Xe khởi hành từ A đến B muộn hơn xe khởi hành từ B đến A là 2 giờ 30 phút. Hỏi mỗi xe đi quãng đường AB hết bao nhiêu thời gian?

Hướng dẫn

Gọi thời gian đi hết quãng đường AB của xe xuất phát từ A đến B là: $x(h)$ ($x > 0$)

Gọi thời gian đi hết quãng đường AB của xe xuất phát từ B đến A là: $y(h)$ ($y > 0$)

Vận tốc xe xuất phát từ A là: $\frac{AB}{x}$ (km/h)

Vận tốc xe xuất phát từ B là: $\frac{AB}{y}$ (km/h)

Hai xe khởi hành cùng lúc, ngược chiều nhau và sau $3h$ thì hai xe gặp nhau tại khu cách ly nên:

$$3 \cdot \frac{AB}{x} + 3 \cdot \frac{AB}{y} = AB \Leftrightarrow \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = 1 \quad (1)$$

Mà xe khởi hành từ A đến B muộn hơn xe khởi hành từ B đến A là 2 giờ 30 phút = 2,5 h nên có

$$\text{phương trình: } x - y = 2,5 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = 1 \\ x - y = 2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y) = xy \\ x = 2,5 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2,5 + y + y) = (2,5 + y)y \\ x = 2,5 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7,5 + 6y = 2,5y + y^2 \\ x = 2,5 + y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 3,5y - 7,5 = 0 \quad (*) \\ x = 2,5 + y \end{cases} \text{ . Giải phương trình (*) được: } \begin{cases} y = 5 \text{ (thỏa mãn)} \\ y = -1,5 \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$y = 5 \Rightarrow x = 7,5 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy thời gian đi hết quãng đường AB của xe xuất phát từ A là $7,5(h)$

Thời gian đi hết quãng đường AB của xe xuất phát từ B là $5(h)$

Câu 135. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Phương Liệt 26/6/2020)

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi là $36m$. Nếu giảm chiều rộng $3m$ và tăng chiều dài $10m$ thì diện tích mảnh đất là $100m^2$. Tính kích thước của mảnh đất ban đầu.

Hướng dẫn

Gọi $x, y(m)$ lần lượt là chiều rộng và chiều dài của mảnh đất ($3 < x < y$).

+ Mảnh đất có chu vi $36m$ nên ta có phương trình: $2(x + y) = 36 \Leftrightarrow x + y = 18$ (1)

+ Nếu giảm chiều rộng $3m$ và tăng chiều dài $10m$ thì diện tích mảnh đất là $100m^2$ nên ta có phương trình: $(x - 3)(y + 10) = 100 \Leftrightarrow xy + 10x - 3y = 130$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 18 \\ xy + 10x - 3y = 130 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 - x \\ x(18 - x) + 10x - 3(18 - x) = 130 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 - x \\ -x^2 + 31x - 184 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 18 - x \\ x = 23 \\ x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 23 \\ y = -5 \\ x = 8 \\ y = 10 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta được: $\begin{cases} x = 8 \\ y = 10 \end{cases}$.

Vậy: Chiều rộng mảnh đất là $8m$, chiều dài là $10m$.

Câu 136. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (THCS Phương Liệt – 2019-202)

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm được 330 sản phẩm. Nhưng khi thực hiện do tổ một làm vượt mức kế hoạch 10% , tổ hai làm giảm 15% so với mức kế hoạch nên cả hai tổ làm được 318 sản phẩm. Tính số sản phẩm mà mỗi tổ phải làm theo kế hoạch,

Hướng dẫn

Gọi số sản phẩm tổ 1 cần làm theo kế hoạch là x (sản phẩm) ($0 < x < 330, x \in \mathbb{N}$)

Gọi số sản phẩm tổ 2 cần làm theo kế hoạch là y (sản phẩm) ($0 < y < 330, y \in \mathbb{N}$)

Theo kế hoạch, hai tổ sản xuất làm được 330 sản phẩm nên ta có phương trình: $x + y = 330$ (1)

Thực tế, tổ một làm được $(100\% + 10\%)x = 110\%x$ (sản phẩm)

Thực tế, tổ hai làm được $(100\% - 15\%)y = 85\%y$ (sản phẩm)

Thực tế, hai tổ làm được 318 sản phẩm nên ta có phương trình $110\%x + 85\%y = 318$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 330 \\ 110\%x + 85\%y = 318 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 330 \\ 1,1x + 0,85y = 318 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,1y = 363 \\ 1,1x + 0,85y = 318 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 330 \\ 0,25y = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 \\ y = 180 \end{cases} \text{ (Nhận).}$$

Vậy theo kế hoạch, tổ một phải làm 150 sản phẩm và tổ hai phải làm 180 sản phẩm.

Câu 137. (Thầy Nguyễn Chí Thành) (PS School – 2019-2020)

Xí nghiệp may mặc Nam Khánh nhận được hợp đồng của công ty Gia Huy may 1000 chiếc áo khoác trong thời gian nhất định. Tuy nhiên, sau đó, công ty Gia Huy có thương lượng lại là muốn nhận được đủ 1000 áo trước 5 ngày so với dự kiến ban đầu. Xí nghiệp Nam Khánh tính toán và thấy rằng mỗi ngày cần may tăng thêm 10 áo sẽ đáp ứng được yêu cầu này. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, xí nghiệp Nam Khánh cần hoàn thiện hợp đồng trong bao nhiêu ngày?

Hướng dẫn

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Gọi số áo mỗi ngày xí nghiệp Nam Khánh cần may theo dự kiến ban đầu là x ($x \in \mathbb{N}^*$)

Gọi số ngày xí nghiệp Nam Khánh cần để hoàn thiện hợp đồng theo dự kiến ban đầu là y ($y \in \mathbb{N}^*$)

Theo bài ra, số áo khoác cần may là 1000 áo nên ta có phương trình: $x \cdot y = 1000$ (1)

Vì nếu mỗi ngày xí nghiệp Nam Khánh may tăng thêm 10 áo sẽ đáp ứng được yêu cầu công ty Gia Huy nhận được đủ 1000 áo trước 5 ngày so với dự kiến ban đầu nên ta có phương trình:

$$(x + 10) \cdot (y - 5) = 1000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} xy = 1000 \\ (x + 10)(y - 5) = 1000 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1000 \\ xy + 10y - 5x - 50 = 1000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1000 \\ 1000 + 10y - 5x = 1050 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1000 \\ 10y - 5x = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1000 \\ 2y - 10 = x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2y - 10)y = 1000 \\ 2y - 10 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 - 10y - 1000 = 0 \\ 2y - 10 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 5y - 500 = 0 \\ 2y - 10 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -20 \\ y = 25 \\ 2y - 10 = x \end{cases}$$

Vì $y = -20$ không thỏa mãn điều kiện của biến y nên $y = 25$.

Khi đó $x = 2y - 10 = 2 \cdot 25 - 10 = 40$ thỏa mãn điều kiện của x

Vậy theo kế hoạch ban đầu, xí nghiệp Nam Khánh cần hoàn thiện hợp đồng trong 25 ngày.