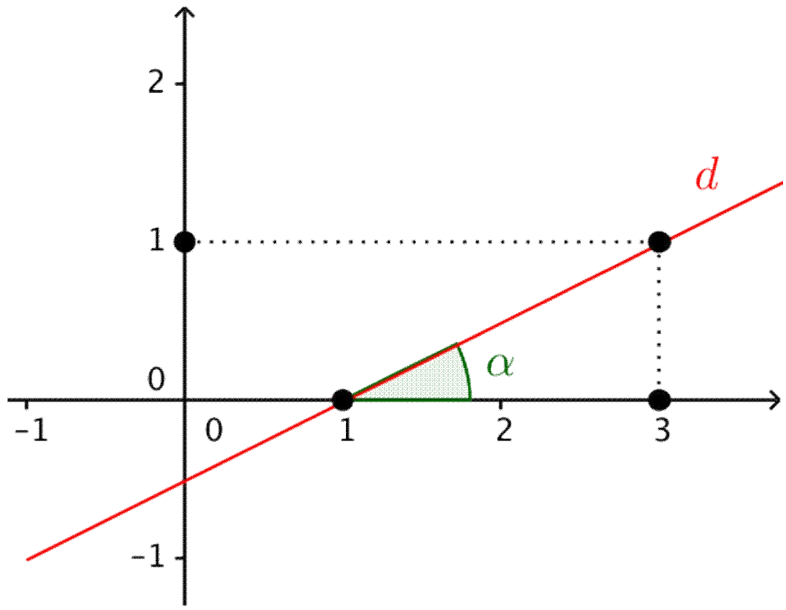
TÀI LIỆU THAM KHẢO TOÁN HỌC PHỔ THÔNG



CHUYÊN ĐỀ HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ (HỆ TRUNG HỌC CƠ SỞ)

BÀI TẬP HÀM SỐ BẬC NHẤT (ĐƯỜNG THẲNG)

TRUNG ĐOÀN CHI LĂNG – QUÂN ĐOÀN HẢI QUÂN

[TÀI LIỆU PHỤC VỤ KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT, LỚP 10 HỆ THPT CHUYÊN]

CHỦ ĐẠO: ĐƯỜNG THẲNG VÀ CÁC VẤN ĐỀ LIÊN QUAN.

- **HÀM SỐ HẰNG.**
- **SỰ BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT.**
- **VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC NHẤT (ĐƯỜNG THẲNG).**
- **BIỆN LUẬN VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG.**
- **MỘT SỐ BÀI TOÁN GẮN KẾT YẾU TỐ HÌNH HỌC GIẢI TÍCH.**
- **BÀI TOÁN NHIỀU CÁCH GIẢI.**

CREATED BY GIANG SƠN (FACEBOOK); 01633275320; GACMA1431988@GMAIL.COM (GMAIL)

THÀNH PHỐ THÁI BÌNH – MÙA THU 2016

"Non sông Việt Nam có trở nên tươi đẹp hay không, dân tộc Việt Nam có bước tới đài vinh quang để sánh vai với các cường quốc năm châu được hay không, chính là nhờ một phần lớn ở công học tập của các em"

(*Trích thư Chủ tịch Hồ Chí Minh*).

" Các bạn Việt Nam không nên bận tâm.
Tôi biết các bạn còn khó khăn, ta xem như số nợ này đã trả…" [1]

[1]. ***Lược dịch lời Saddam Hussein (1937 – 2006), Cố Chủ tịch Đảng Ba'ath, Cố Thủ tướng, Cố Tổng thống Cộng hòa Iraq thời kỳ 1979 – 2003. Dẫn theo Hồi ký Gia đình, bạn bè và đất nước của Đồng chí Nguyễn Thị Bình, Nguyên Phó chủ tịch nước Cộng hòa Xã hội chủ nghĩa Việt Nam thời kỳ 1992 – 2002.***

CHUYÊN ĐỀ HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ (HỆ TRUNG HỌC CƠ SỞ)

BÀI TẬP HÀM SỐ BẬC NHẤT (ĐƯỜNG THẲNG)

TRUNG ĐOÀN CHI LĂNG – QUÂN ĐOÀN HẢI QUÂN

Trong khuôn khổ Toán học sơ cấp nói chung và Đại số phổ thông nói riêng, Hàm số và Đồ thị là dạng toán cơ bản nhưng thú vị, có phạm vi trải rộng, phong phú, liên hệ chặt chẽ với nhiều bộ phận khác của toán học sơ cấp cũng như toán học hiện đại.

Tại Việt Nam, nội dung hàm số và đồ thị là một bộ phận hữu cơ, quan trọng, được phổ biến giảng dạy chính thức trong chương trình sách giáo khoa Toán bước đầu là lớp 7, tiếp sau là các lớp 9, 10, 11, 12 song song với các khối lượng kiến thức liên quan. Các kỹ năng đối với hàm số, đồ thị được luyện tập một cách đều đặn, bài bản và hệ thống sẽ rất hữu ích, không chỉ trong bộ môn Toán mà còn phục vụ đắc lực cho các môn khoa học tự nhiên khác như hóa học, vật lý, địa lý, sinh học,....Đối với chương trình Đại số lớp 9 THCS hiện hành, hàm số và đồ thị giữ vai trò chính yếu trong Đề thi kiểm tra chất lượng học kỳ, Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT hệ đại trà và hệ THPT Chuyên. Đối với các lớp cao hơn, nội dung này sẽ được mở rộng trở thành kiến thức chính yếu trong chương trình Đại số - Giải tích xuyên suốt các lớp 10, 12, bao gồm hàm số bậc cao và bài toán hình học giải tích, một bài toán mang tính phân loại cao trong kỳ thi tuyển sinh đại học – cao đẳng, kỳ thi THPT Quốc gia hàng năm, một kỳ thi đầy cam go, kịch tính và bất ngờ, nó lại là một câu rất được quan tâm của các bạn học sinh, phụ huynh, các thầy cô, giới chuyên môn và đông đảo bạn đọc yêu Toán.

Trong phạm vi hàm số và đồ thị, tài liệu này tác giả tập trung trình bày một lớp các bài toán khảo sát sự biến thiên, vẽ đồ thị hàm số bậc nhất (tức là dạng đường thẳng), vấn đề vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, hoặc vị trí tương đối giữa đường thẳng và đường cong, một số bài toán gắn kết yếu tố lượng giác, hình học giải tích. Như đã nói ở trên, mục đích khoa học chính của tài liệu nhằm phục vụ cho quá trình dạy và học, kiểm tra, kỳ thi tuyển sinh lớp 9 THPT, ngoài ra tác giả đã cố gắng nâng cao, mở rộng và phát triển từng bài toán theo đúng nội dung chủ đạo hàm số bậc THPT, chủ quan cho rằng điều này sẽ góp phần giới thiệu, định hướng, phá bỏ bỡ ngỡ, tạo ra cái nhìn đa chiều đối với bài toán đồ thị và hàm số, với những nội dung như cực trị, tương giao, tiếp tuyến, giá trị lớn nhất nhỏ nhất hàm số mai sau, thiết nghĩ yếu tố này góp phần làm tiền đề tư duy hàm số, tư duy hình học giải tích ở cấp THPT trong tương lai các em học sinh THCS, ngoài ra còn mang tính mở rộng, đào sâu, hướng đến mong muốn bạn đọc nghiên cứu đầy đủ về đường thẳng, tăng cường sự sáng tạo, đột phá, phát huy hơn nữa trong toán học và các ứng dụng trong hàng loạt các môn khoa học tự nhiên.

I. KIẾN THỨC CHUẨN BỊ

1. Kỹ thuật nhân, chia đơn thức, đa thức, hằng đẳng thức.
2. Nắm vững các phương pháp phân tích đa thức thành nhân tử.
3. Nắm vững các phương pháp giải, biện luận phương trình bậc nhất, bậc hai, bậc cao, phương trình chứa ẩn ở mẫu.
4. Sử dụng thành thạo các ký hiệu toán học, logic (ký hiệu hội, tuyển, kéo theo, tương đương).
5. Kiến thức nền tảng về mặt phẳng tọa độ, hàm số bậc nhất, đường thẳng.
6. Kỹ năng vẽ đồ thị hàm số.
7. Kiến thức nền tảng về hệ số góc của đường thẳng, công thức độ dài, hệ thức lượng trong tam giác vuông, công thức lượng giác, đường tròn, hàm số bậc hai parabol, phương trình nghiệm nguyên.
8. Kiến thức nền tảng về giá trị tuyệt đối, căn thức, ước lượng – đánh giá, hàm số - đồ thị, bất đẳng thức – cực trị, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

II. KIẾN THỨC CƠ SỞ VỀ HÀM SỐ, MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC NHẤT.

1. Định nghĩa hàm số: Đại lượng *y* phụ thuộc đại lượng thay đổi *x* sao cho với 1 giá trị của *x* thu được 1 giá trị của *y* tương ứng, thường được ký hiệu $y=f\left(x\right)=...$, hay còn gọi là một quy tắc gán mỗi giá trị của *A* cho đúng một phần tử của *B* (*A* và *B* là hai taaph hợp các số, *A*, *B* khác tập rỗng).
   Thí dụ
   - Hàm số đa thức $y=3x;\quad y=4x-1;\quad y=5x^2-3;\quad y=x^3-5x+2;$.
   - Hàm số phân thức $y=\dfrac{x+4}{x+10};\quad y=\dfrac{x^2-7x+2}{x+1};\quad y=\dfrac{x^3-4x+1}{x-2}$.
   - Hàm số căn thức $y=\sqrt{x^2-9x+8};\quad y=x+\sqrt{\dfrac{4x^2-x+5}{x^2+1}};\quad y=\sqrt{\dfrac{x^2-4x+5}{x^2+1}}$.
   - Hàm số lượng giác (chương trình Giải tích lớp 11 THPT).
     $$y=\sin^3 x-\sin x;\quad y=\sin 4x-\cos 4x;\quad y=\sqrt{\tan 3x-\tan x}$$
   - Hàm số mũ, hàm số logarit (chương trình Giải tích lớp 12 THPT)
     $$y=2^x+3^x+5^x;\quad y=\log_3 x-\sqrt{2}\log_3\left(2x-1\right);\quad y=\ln 3x-\log 8x^3.$$
2. Viết $y=f\left(x\right)=...$ thì x được gọi là biến số (đối số), số $f\left(x\right)$ cụ thể được gọi là giá trị của hàm số *f* tại *x*.
   Thí dụ với $y=f\left(x\right)=3x-4$ thì $f\left(2\right)=3.2-4=2$, tức là: Giá trị của hàm số tại $x=2$ bằng 2.
3. Các cách cho hàm số

- Bảng giá trị tương ứng (biểu đồ).
- Công thức, chú ý có những hàm số được cho bởi nhiều công thức khác nhau trên những tập xác định khác nhau.
  Thí dụ $f\left(x\right)=\begin{cases}3x+7; & x\le 2\\ x^3+5; & x>2\end{cases}$
- Đồ thị.

4. Tập xác định *D* của hàm số xuất phát từ điều kiện xác định của biểu thức, thí dụ
   - Hàm số $y=x^4-5x^2+2$ xác định trên $\mathbb{R}$.
   - Hàm số $y=\dfrac{x+9}{x-2}$ xác định khi $x\ne 2$.
   - Hàm số $y=\sqrt{x^3-8}$ xác định khi $x\ge 2$.

   Khi được tiếp cận chương trình Đại số lớp 10 THPT, các bạn độc giả sẽ được học các ngôn ngữ, ký hiệu toán học như $+\infty$ (dương vô cùng), $-\infty$ (âm vô cùng), (…) khoảng, […] đoạn,…phục vụ việc viết chính xác tập xác định hàm số (biểu diễn trên một miền).
5. Tập giá trị của hàm số xuất phát từ giá trị lớn nhất (GTLN), giá trị nhỏ nhất (GTNN) của hàm số trên tập xác định *D* tương ứng, thường được ký hiệu *W*, thí dụ
   - Hàm số $y=x^2-2x+8$ có tập giá trị $W=\left[7;+\infty\right)$.
   - Hàm số $y=4+\sqrt{9-x^2}$ có tập giá trị $W=\left[4;7\right]$.
   - Hàm số $y=\sqrt{2-x}+\sqrt{x}$ có tập giá trị $W=\left[\sqrt{2};2\right]$.
   - Để tìm được tập giá trị của hàm số, các bạn cần tìm được GTLN (nếu có) và GTNN (nếu có) của hàm số đó trên miền xác định. Vấn đề đặt ra đó là phải tìm chính xác GTLN, GTNN nếu tồn tại, nếu tồn tại mà không thể tìm được coi như việc tìm tập giá trị được gọi là nửa vời, thất bại. Đây là vấn đề cơ bản trong chương trình Giải tích lớp 12 THPT khi đã nắm được công cụ đạo hàm – khảo sát hàm số trong tay. Còn đối với các lớp nhỏ hơn, các bạn cần tư

duy chiều sâu, áp dụng linh hoạt các kiến thức, kỹ năng về bất đẳng thức, hằng đẳng thức để tìm được trọn vẹn.

6. Hàm số $y=f(x)=\ldots$ đồng biến (hàm tăng) tức là

$$\left[\begin{array}{l} f(x_1)>f(x_2),\forall x_1,x_2\in D,x_1>x_2 \\ f(x_1)<f(x_2),\forall x_1,x_2\in D,x_1<x_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0,\forall\forall x_1,x_2\in D.$$

Đồ thị hàm số khi đó có hướng đi lên. Thí dụ

- Hàm số $y=x^3+4x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3}$ luôn đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}/\{-3\}$.
- Hàm số $y=x^2-2x+5$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Tổng hai hàm số đồng biến là một hàm số đồng biến.

Các bạn lưu ý hàm số có thể đồng biến trên một khoảng nào đó, tuy nhiên nếu nói "Khoảng đồng biến của hàm số" được hiểu là tất cả các khoảng mà hàm số có thể đồng biến. Để tìm khoảng đồng biến đầy đủ của hàm số, cần có trong tay công cụ đạo hàm – khảo sát hàm số của lớp 12 THPT. Việc chứng minh tính đơn điệu đối với các lớp nhỏ hơn bắt buộc sử dụng định nghĩa như đã nêu, tức là

$$\left[\begin{array}{l} f(x_1)>f(x_2),\forall x_1,x_2\in D,x_1>x_2 \\ f(x_1)<f(x_2),\forall x_1,x_2\in D,x_1<x_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0,\forall\forall x_1,x_2\in D.$$

Thí dụ chứng minh hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- ✓ Nếu sử dụng định nghĩa chúng ta sẽ gặp khó khăn bởi vì số mũ cao của 5.
- ✓ Thực hiện tách hàm số $y=f(x)+g(x);\begin{cases} f(x)=x^5 \\ g(x)=x^3-2x^2+5x+1 \end{cases}$
- ✓ Xử lý hàm $f(x)=x^5$: $\left|\begin{array}{l} x_1>x_2\Rightarrow x_1^5>x_2^5\Rightarrow f(x_1)>f(x_2) \\ x_1<x_2\Rightarrow x_1^5<x_2^5\Rightarrow f(x_1)<f(x_2) \end{array}\right.$
- ✓ Xử lý hàm $g(x)=x^3-2x^2+5x+1$:

$$\frac{g(x_1)-g(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{x_1^3-2x_1^2+5x_1+1-(x_2^3-2x_2^2+5x_2+1)}{x_1-x_2}=\frac{(x_1^3-x_2^3)-2(x_1^2-x_2^2)+5(x_1-x_2)}{x_1-x_2}$$

$$=\frac{(x_1-x_2)(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)-2(x_1-x_2)(x_1+x_2)+5(x_1-x_2)}{x_1-x_2}=(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)-2(x_1+x_2)+5$$

$$=x_1^2+x_1(x_2-2)+x_2^2-2x_2+5=x_1^2+x_1(x_2-2)+\frac{(x_2-2)^2}{4}+\frac{3x_2^2-4x_2+16}{4}$$

$$=\left(x_1+\frac{x_2-2}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\left(x_2-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{11}{3}>0,\forall x_1,x_2$$

- ✓ Sử dụng tổng hai hàm số đồng biến ta thu được hàm số y đồng biến.

7. Hàm số $y=f(x)=\ldots$ nghịch biến (hàm giảm) tức là

$$\left[\begin{array}{l} f(x_1)<f(x_2),\forall x_1,x_2\in D,x_1>x_2 \\ f(x_1)>f(x_2),\forall x_1,x_2\in D,x_1<x_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0,\forall\forall x_1,x_2\in D.$$

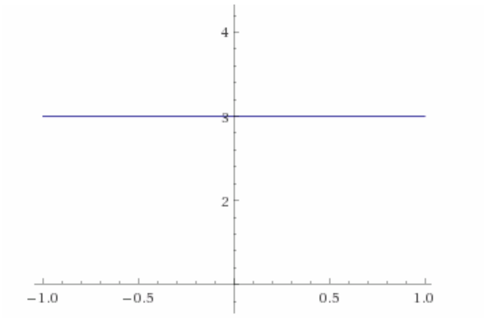
Đồ thị hàm số khi đó có hướng đi xuống. Thí dụ

- Hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+2}$ luôn nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}/\{-2\}$.

- Hàm số $y=\sqrt{x^2-2x+6}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
- Hàm số $y=x^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

8. Hàm số $y=f(x)$ đơn điệu trên tập xác định D tức là hàm số $y=f(x)=...$ xác định, liên tục, hoặc đồng biến, hoặc nghịch biến trên tập xác định. Thí dụ các hàm số sau là đơn điệu
   - Hàm số $y=x^3+4x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
   - Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3}$ luôn đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}/\{-3\}$.
   - Hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+2}$ luôn nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}/\{-2\}$.
   - Hàm số $y=x^7+4x^3-x^2+7x+2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

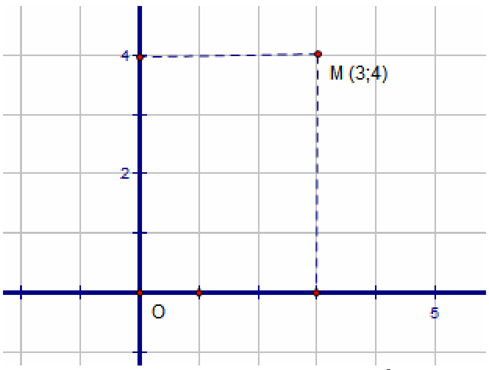
9. Hàm số chẵn là hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(-x)=f(x),\forall x\in D$, hàm số chẵn có đồ thị nhận trục tung O*y* là trục đối xứng.
10. Hàm số lẻ là hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(-x)=f(x),\forall x\in D$, đồ thị hàm số lẻ tồn tại tâm đối xứng.
11. Hàm số đơn giản $y=k=const$ được gọi là hàm số hằng, đồ thị của hàm số song song với trục hoành O*x*. Minh họa qua đường thẳng $y=3$.



12. Gốc tọa độ là O (0;0), phương trình hai trục tọa độ
   - Trục dọc – Trục tung – O*y* : $x=0$.
   - Trục ngang – Trục hoành – O*x*: $y=0$.

   Như vậy, có thể nói cách khác: Trục tung là tập hợp các điểm có hoành độ bằng 0, trục hoành là tập hợp các điểm có tung độ bằng 0.
13. Trong mặt phẳng tọa độ O*xy*, điểm *M* (*a*;*b*) được hiểu như sau: *M* có hoành độ bằng *a*, *M* có tung độ bằng *b*, xác định điểm *M* bằng cách tìm giao của các đường $x=a;y=b$.

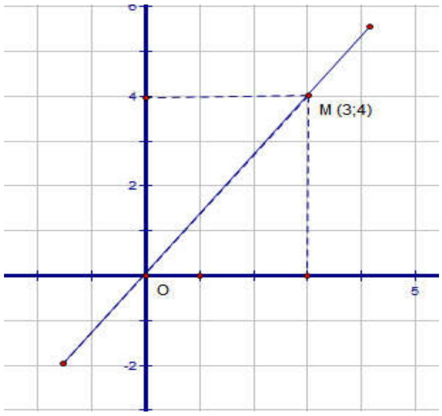
   Thí dụ điểm *M* (3;4).



14. Điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn phương trình $y=f(x)$ thì M thuộc đồ thị hàm số $y=f(x)$, và ngược lại.

15. Hàm số đơn giản $y = ax \quad (a \neq 0)$ có đồ thị là một đường thẳng đi qua gốc tọa độ.

Thí dụ đồ thị hàm số $y = \frac{4}{3}x$ đi qua gốc O và $M(3;4)$.



16. Hàm số bậc nhất $y = ax + b \quad (a \neq 0)$ xác định với mọi x thực, tức là tập xác định $D = \mathbb{R}$.

17. Đồ thị (d) của hàm số bậc nhất là một đường thẳng có các đặc điểm: Cắt trục tung tại điểm (0;b), cắt trục hoành tại điểm $\left(-\frac{b}{a};0\right)$. Khi đó b được gọi là tung độ gốc của đường thẳng (d).

18. Cách vẽ đồ thị hàm số bậc nhất

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên: Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ (hoặc nghịch biến trên $\mathbb{R}$), tùy theo dấu của hệ số a.
- Bảng giá trị, có hai kiểu bảng tùy theo giao điểm nguyên hay giao điểm hữu tỷ.

Thí dụ đối với hàm số $y = \frac{1}{3}x + 1$ có hai kiểu bảng

x	0	$-\frac{1}{3}$
$y = 3x + 1$	1	0

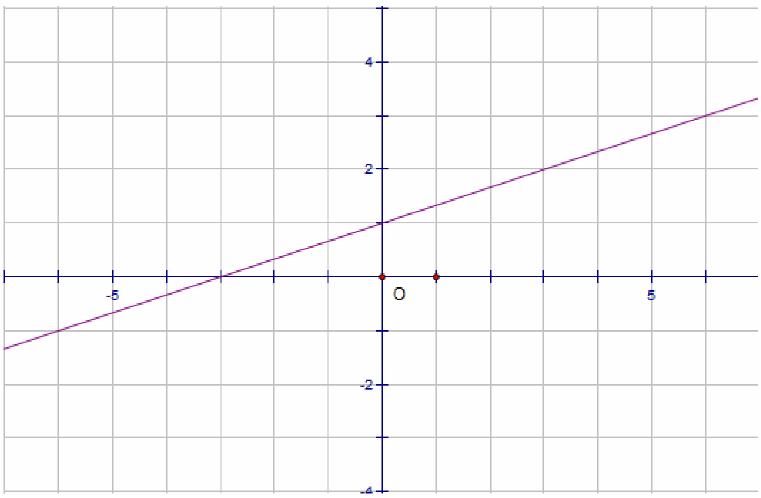
Đồ thị hàm số đi qua hai điểm (0;0) và (– 1/3;0)

Hoặc

x	0	1
$y = 3x + 1$	1	4

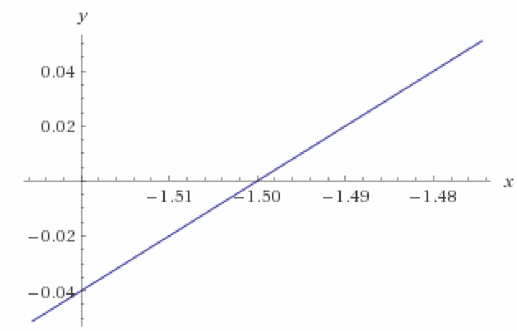
Đồ thị hàm số đi qua hai điểm (0;0) và (1;4).

- Đồ thị.

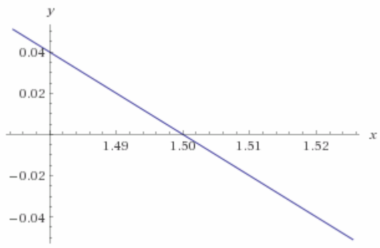


Đồ thị hàm số không được vượt quá hai trục tọa độ. Các ký hiệu x và y viết bên trên hoặc bên dưới các tia, tuyệt đối không vượt trước mũi của tia. Thực tế, trong quy trình sự biến thiên còn cần có bảng biến thiên, vấn đề nyy, khi tiếp cận chương trình Đại số 10, các bạn sẽ làm quen và vận dụng tốt hơn để xử lý nhiều bài toán giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

19. Hàm số bậc nhất $y = ax + b \quad (a \neq 0)$ có đồ thị là đường thẳng (*d*) thì *a* được gọi là hệ số góc của đường thẳng (*d*), hơn nữa $a = \tan\alpha$, với α là góc tạo bởi đường thẳng (*d*) và tia O*x* – chiều dương của trục O*x*, góc lấy theo quy ước lượng giác tức là ngược chiều kim đồng hồ tính từ tia O*x*.
   - Đường thẳng (*d*) tạo với tia O*x* góc α nhọn khi $\tan\alpha > 0 \Leftrightarrow a > 0$.



   - Đường thẳng (*d*) tạo với tia O*x* góc α tù khi $\tan\alpha < 0 \Leftrightarrow a < 0$.



20. Hai đường thẳng $\begin{cases} d_1 : y = ax + b \\ d_2 : y = cx + d \end{cases}$ song song khi và chỉ khi $\begin{cases} a = c \\ b \neq d \end{cases}$

    Các bạn lưu ý đưa đường thẳng từ dạng $mx + ny + p = 0$ về dạng $y = ax + b$ để xác định đúng hệ số góc.

21. Hai đường thẳng $\begin{cases} d_1 : y = ax + b \\ d_2 : y = cx + d \end{cases}$ vuông góc khi và chỉ khi $ac = -1$.

    Cách gọi quen thuộc là TÍCH HỆ SỐ GÓC BẰNG – 1. Các bạn đọc giả lưu ý đưa đường thẳng từ dạng nguyên thủy $mx + ny + p = 0$ về dạng $y = ax + b$ để xác định đúng hệ số góc.

22. Hai đường thẳng $\begin{cases} d_1 : y = ax + b \\ d_2 : y = cx + d \end{cases}$ cắt nhau khi $a \neq c$.

23. Hai đường thẳng $\begin{cases} d_1 : y = ax + b \\ d_2 : y = cx + d \end{cases}$ trùng nhau khi $\begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$

    Các bạn lưu ý đưa đường thẳng từ dạng $mx + ny + p = 0$ về dạng $y = ax + b$ để xác định đúng hệ số góc.

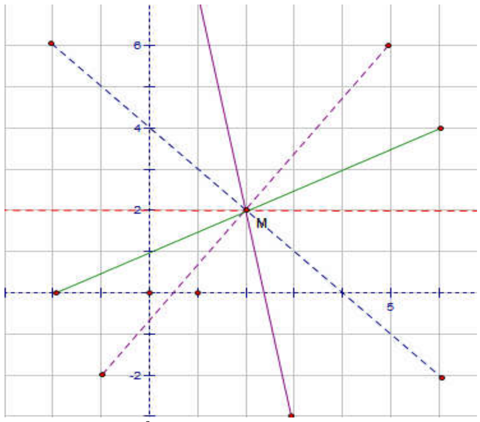
24. Ba đường thẳng đồng quy khi chúng cùng đi qua một điểm, mở rộng cho *n* đường thẳng đồng quy khi chúng cùng đi qua một điểm *M*. Các bạn nên tìm giao điểm *M* của hai đường thẳng đơn giản trước rồi sau đó cho đường thẳng phức tạp hơn đi qua *M* đã tìm được.

25. Đường thẳng (*d*) bất kỳ đi qua điểm $M(x_0; y_0)$ và có hệ số góc bằng *k*

$$d: y = k\left(x - x_0\right) + y_0$$

26. Bài toán điểm cố định *M* (*x*;*y*) của một họ đường thẳng chứa tham số m. Khi đó ta còn nói điểm *M* (*x*;*y*) là điểm cố định mà đường thẳng luôn đi qua với mọi giá trị của m, hoặc gọi là điểm mà mọi đường thẳng luôn xoay quanh với mọi giá trị ***m***. Chúng ta phải đưa phương trình đường thẳng nguyên thủy về dạng $mf\left(x;y\right) + g\left(x;y\right) = 0$, rõ ràng điều kiện tiên quyết chính là mọi vị trí chứa tham số ***m*** đều cùng số mũ, nếu không thì không tồn tại điểm cố định.
    - $y = mx - 2m + 4x - 5$, ***m*** cùng số mũ 1, tồn tại điểm cố định.
    - $m^2y = \left(m^2 - 3\right)x - 2m^2 - 6$, ***m*** cùng số mũ 2, tồn tại điểm cố định.
    - $my = m^2x - 2m + 7x - 6$, ***m*** khác số mũ (2 và 1), không tồn tại điểm cố định.
    - $m^3y = m^2x - 2m + 7mx - 12$, ***m*** khác số mũ (3, 2 và 1), không tồn tại điểm cố định.

Thí dụ: Tìm điểm cố định mà đường thẳng $d_m: y = 2\left(m+1\right)x + m - 1$ luôn đi qua với mọi giá trị của ***m***.



Giả sử $M\left(x_0;y_0\right)$ là điểm cố định mà đường thẳng $d_m: y = 2\left(m+1\right)x + m - 1$ luôn đi qua với mọi giá trị ***m***. Khi đó

$$y_0 = 2\left(m+1\right)x_0 + m - 1, \forall m \in \mathbb{R}$$
$$\Leftrightarrow 2mx_0 + 2x_0 + m - 1 - y_0 = 0, \forall m \in \mathbb{R}$$
$$\Leftrightarrow m\left(2x_0 + 1\right) + 2x_0 - 1 - y_0 = 0, \forall m \in \mathbb{R}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 + 1 = 0 \\ 2x_0 - 1 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\dfrac{1}{2} \\ y_0 = -2 \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};-2\right)$$

Vậy $M\left(-\frac{1}{2};-2\right)$ là điểm cố định mà họ đường thẳng đã cho luôn luôn đi qua.

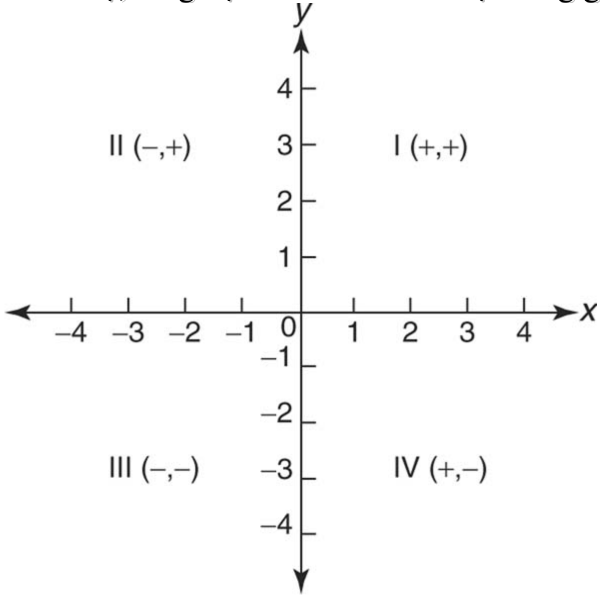
Lưu ý các bạn độc giả có thể gọi đơn giản điểm *M* (*x*;*y*) để tránh trùng với gốc tọa độ O cũng được biểu thị $O\left(x_0;y_0\right)$, hơn nữa tại các vị trí $\forall m \in \mathbb{R}$ có thể tiểu tiết hơn nữa bằng lời dẫn "luôn đúng với $\forall m \in \mathbb{R}$".
Điểm cố định này là một điểm giữ vai trò quan trọng, là bước đệm ứng dụng trong các bài toán khoảng cách lớn nhất từ một điểm đến một đường thẳng bất kỳ (dĩ nhiên là phải tồn tại điểm cố định), bài toán biện luận số nghiệm của phương trình bằng đồ thị, bài toán đường thẳng chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng theo yêu cầu cho trước.

27. Đối với các điểm nằm trên hai trục tọa độ, chúng ta có khoảng cách được tính như sau

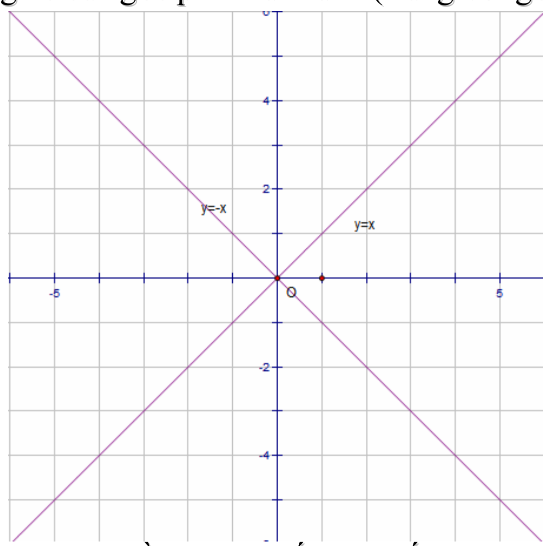
$$\left[\begin{array}{l} M \in Ox \Rightarrow OM = \left|x_M\right| \\ M \in Oy \Rightarrow OM = \left|y_M\right| \end{array}\right.$$

28. Vị trí các góc phần tư lượng giác và đường phân giác các góc phần tư trong mặt phẳng tọa độ.

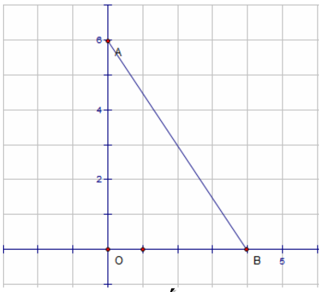
Các góc phần tư được đánh số La Mã I, II, III, IV tính theo chiều ngược chiều kim đồng hồ và tính từ phải sang trái, dấu của hoành độ, tung độ của các điểm thuộc từng góc thể hiện trên hình vẽ.



- $M(x;y)$ thuộc góc phần tư thứ nhất (không tính biên) khi $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$
- $M(x;y)$ thuộc góc phần tư thứ II (không tính biên) khi $\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases}$
- $M(x;y)$ thuộc góc phần tư thứ III (không tính biên) khi $\begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \end{cases}$
- $M(x;y)$ thuộc góc phần tư thứ IV (không tính biên) khi $\begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \end{cases}$
- Chú ý nếu một điểm nằm trong góc phần tư mà yêu cầu cả biên cần có dấu bằng trong các hệ thức phía trên.
- Phương trình đường phân giác của góc phần tư thứ nhất (trùng với góc phần tư thứ III) là $y = x$.
- Phương trình đường phân giác của góc phần tư thứ II (trùng với góc phần tư thứ IV) là $y = -x$.

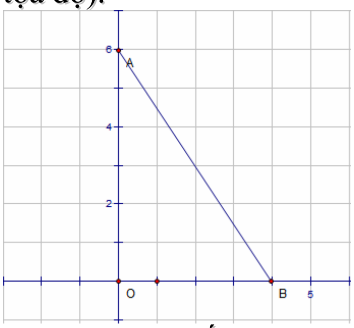


29. Bài toán diện tích tam giác tạo bởi đồ thị hàm số bậc nhất (d) với hai trục tọa độ (diện tích tam giác tạo bởi (d) chắn hai trục tọa độ).



- ❖ Xét trường hợp (*d*) đi qua gốc tọa độ, tìm tham số, loại.
- ❖ Xét trường hợp (*d*) song song với trục hoành, tìm tham số, loại.
- ❖ Xét trường hợp (*d*) song song với trục tung, tìm tham số, loại.
- ❖ Ngoài ba khả năng trên, xét điều kiện tham số và thực hiện quy trình :
  - Gọi *A* là giao điểm của (*d*) với trục O*y*, *A* thỏa mãn $\begin{cases} y = ax + b \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A(0;b) \Rightarrow OA = |y_A| = |b|$.
  - Gọi *B* là giao điểm của (*d*) với trục O*x*, *B* thỏa mãn
  $$\begin{cases} y = ax + b \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow B\left(-\frac{b}{a};0\right) \Rightarrow OB = |x_B| = \left|-\frac{b}{a}\right| = \left|\frac{b}{a}\right|.$$
  - Diện tích tam giác *OAB* (Vuông tại O) được tính bởi $S_{OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.|b|.\left|\frac{b}{a}\right| = \frac{b^2}{2|a|}$.
  - Lưu ý làm cẩn thận bài toán đường thẳng cắt hai trục tọa độ tạo thành một tam giác thỏa mãn
    - ❖ Có diện tích cho trước.
    - ❖ Có diện tích lớn hơn, nhỏ hơn một số cho trước.
    - ❖ Có diện tích thuộc một khoảng giá trị nào đó.
    - ❖ Có diện tích gấp *k* lần diện tích một hình phẳng nào đó.

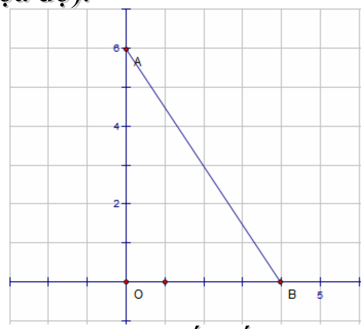
30. Bài toán về độ dài cạnh tam giác tạo bởi đồ thị hàm số bậc nhất (*d*) với hai trục tọa độ (độ dài cạnh tam giác tạo bởi (*d*) chắn hai trục tọa độ).



- ❖ Xét trường hợp (*d*) đi qua gốc tọa độ, tìm tham số, loại.
- ❖ Xét trường hợp (*d*) song song với trục hoành, tìm tham số, loại.
- ❖ Xét trường hợp (*d*) song song với trục tung, tìm tham số, loại.
- ❖ Ngoài ba khả năng trên, xét điều kiện tham số và thực hiện quy trình :
  - Gọi *A* là giao điểm của (*d*) với trục O*y*, *A* thỏa mãn $\begin{cases} y = ax + b \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A(0;b) \Rightarrow OA = |y_A| = |b|$.
  - Gọi *B* là giao điểm của (*d*) với trục O*x*, *B* thỏa mãn
  $$\begin{cases} y = ax + b \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow B\left(-\frac{b}{a};0\right) \Rightarrow OB = |x_B| = \left|-\frac{b}{a}\right| = \left|\frac{b}{a}\right|.$$
  - Yêu cầu $OA = kOB \Leftrightarrow |b| = k\left|\frac{b}{a}\right| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ |a| = k \end{array}\right. \Rightarrow |a| = k$.

- Yêu cầu bài toán có tỷ lệ các cạnh là $m:n:\sqrt{m^2+n^2}$, thực tế phù hợp với định lý Pythagores.
  - ❖ Đặt độ dài hai cạnh góc vuông là *m* và *n* ta có cạnh dài nhất (cạnh huyền) là $\sqrt{m^2+n^2}$.
  - ❖ Tỷ lệ hai cạnh góc vuông là $m:n \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{OA}{OB}=\dfrac{m}{n} \\ \dfrac{OB}{ON}=\dfrac{m}{n} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |b|=\dfrac{m}{n}.\left|\dfrac{b}{a}\right| \\ \left|\dfrac{b}{a}\right|=\dfrac{m}{n}|b| \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |a|=\dfrac{m}{n} \\ |a|=\dfrac{n}{m} \end{array}\right.$
  - ❖ Lưu ý bài toán tỷ lệ hai cạnh góc vuông bằng một số cho trước.
  - ❖ Lưu ý bài toán tỷ lệ hai cạnh góc vuông thuộc một khoảng cho trước.

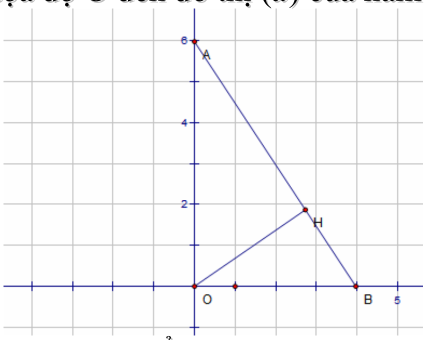
31. Bài toán về góc của tam giác tạo bởi đồ thị (*d*) của hàm số bậc nhất với hai trục tọa độ (các góc của tam giác tạo bởi (*d*) chắn hai trục tọa độ).



❖ Xét trường hợp (*d*) đi qua gốc tọa độ, tìm tham số, kết luận góc.
❖ Xét trường hợp (*d*) song song với trục hoành, tìm tham số, loại.
❖ Xét trường hợp (*d*) song song với trục tung, tìm tham số, loại.

- $\widehat{ABO}=\alpha \Leftrightarrow \tan\widehat{ABO}=\tan\alpha \Leftrightarrow \dfrac{OA}{OB}=\tan\alpha \Leftrightarrow |a|=\tan\alpha$.
- $\widehat{ABO}>\alpha \Leftrightarrow \tan\widehat{ABO}>\tan\alpha \Leftrightarrow \dfrac{OA}{OB}>\tan\alpha \Leftrightarrow |a|>\tan\alpha$.
- $\beta>\widehat{ABO}>\alpha \Leftrightarrow \tan\beta>\tan\widehat{ABO}>\tan\alpha \Leftrightarrow \tan\beta>\dfrac{OA}{OB}>\tan\alpha \Leftrightarrow \tan\beta>|a|>\tan\alpha$.
- Góc $\widehat{OAB}$ thực hiện tương tự, tránh xa việc sử dụng hệ số góc để không bị thiếu trường hợp.

32. Bài toán về khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đồ thị (*d*) của hàm số bậc nhất

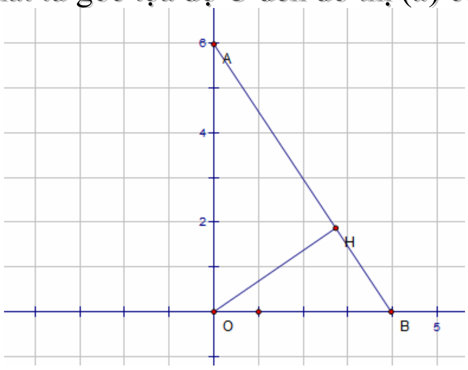


Trước tiên ta phải xét trường hợp đường thẳng (*d*) song song với hai trục tọa độ, vì lúc này chưa chắc chắn 100% đồ thị hàm số đã cắt hai trục tọa độ hay không, hơn nữa dù không cắt hai trục tọa độ ta vẫn có khoảng cách bình thường. Nếu bỏ qua sẽ bị mất đến hai trường hợp, nguy hiểm ☹ ☹.

❖ Xét trường hợp (*d*) đi qua gốc tọa độ, tính khoảng cách từ O đến *d*.
❖ Xét trường hợp (*d*) song song với trục hoành, tính khoảng cách từ O đến *d*.
❖ Xét trường hợp (*d*) song song với trục tung, tính khoảng cách từ O đến *d*.
❖ Ngoài ba khả năng trên, xét điều kiện tham số và thực hiện quy trình :

- Gọi A là giao điểm của (d) với trục Oy, A thỏa mãn $\begin{cases} y = ax + b \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A(0;b) \Rightarrow OA = |y_A| = |b|$.
- Gọi B là giao điểm của (d) với trục Ox, B thỏa mãn $\begin{cases} y = ax + b \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow B\left(-\dfrac{b}{a};0\right) \Rightarrow OB = |x_B| = \left|-\dfrac{b}{a}\right| = \left|\dfrac{b}{a}\right|$.
- Kẻ OH vuông góc với AB (H thuộc AB).
- Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AOB (với $OH \perp AB$) ta có $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} = \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{a^2}{b^2} = \dfrac{a^2+1}{b^2} \Rightarrow OH^2 = \dfrac{b^2}{a^2+1} \Rightarrow OH = \dfrac{|b|}{\sqrt{a^2+1}}$.
- Yêu cầu khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (d) bằng một khoảng s cho trước chẳng hạn
$$OH = s \Leftrightarrow OH^2 = s^2 \Leftrightarrow \frac{b^2}{a^2+1} = s^2$$
- Yêu cầu khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (d) thuộc một khoảng giá trị cho trước
$$OH \in [m;n] \Leftrightarrow m^2 \le OH^2 \le n^2 \Leftrightarrow m^2 \le \frac{b^2}{a^2+1} \le n^2.$$

33. Bài toán về khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đồ thị (d) của hàm số bậc nhất



Đối với bài toán này, chúng ta có hai phương án lựa chọn: Xây dựng công thức khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) hoặc sử dụng điểm cố định kết hợp quan hệ đường xiên – hình chiếu trong tam giác vuông.

Trước tiên ta phải xét trường hợp đường thẳng (d) song song với hai trục tọa độ cho đầy đủ, vì lúc này chưa chắc chắn 100% đồ thị hàm số đã cắt hai trục tọa độ hay không và không biết khoảng cách nó có giá trị lớn nhất hay không ☹ ☹.

❖ Xét trường hợp (d) đi qua gốc tọa độ, tính khoảng cách từ O đến d.
❖ Xét trường hợp (d) song song với trục hoành, tính khoảng cách từ O đến d.
❖ Xét trường hợp (d) song song với trục tung, tính khoảng cách từ O đến d.
❖ Ngoài ba khả năng trên, xét điều kiện tham số và thực hiện quy trình :
  - Xây dựng công thức khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) như mục 28

  Kẻ OH vuông góc với AB (H thuộc AB).

  Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AOB (với $OH \perp AB$) ta có
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{a^2}{b^2} = \frac{a^2+1}{b^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{b^2}{a^2+1} \Rightarrow OH = \frac{|b|}{\sqrt{a^2+1}}.$$

  Thông thường $OH^2 = \dfrac{b^2}{a^2+1}$ là một biểu thức chứa bậc hai của tham số m cả trên tử số và mẫu số.

  Trường hợp bất đắc dĩ, các bạn phải phân tích khéo léo theo thủ thuật được xây dựng (điều này tác giả xin không trình bày vì vượt quá nội dung tài liệu) hoặc xử lý theo phương án miền giá trị hàm số dựa trên cơ sở điều kiện có nghiệm của phương trình bậc hai, là nội dung phát triển từ kiến thức chương 4 Đại số lớp 9 THCS, thậm chí cao hơn nữa là công cụ đạo hàm – khảo sát hàm số lớp 12 bậc THPT, chưa kể một điều bất thành văn là không được áp dụng các mảng kiến thức vượt quá kiến thức cơ bản sách giáo khoa phát triển lên (dù biết trước nhưng chưa phù hợp lứa tuổi, chương trình) phải chăng phải đến cuối năm học lớp 9 THCS các bạn mới làm được trọn vẹn vấn đề này ?

Nói như vậy sẽ là không sai, nếu như các bạn cứ bo bo giữ biểu thức $OH^2=\dfrac{b^2}{a^2+1}$ với mẫu số phức tạp như thế, bởi vì tâm lý nó là cái đích cuối cùng phải xử lý. Nếu trong quá trình biến đổi, các bước trung gian tạo cơ hội thì chúng ta phải chộp lấy ngay, nếu không muốn xem lại toàn bộ quá trình, dẫn đến những hoài nghi, lúng túng với kết quả cuối cùng có vẻ "nhăn răng" ấy ☹. Đôi khi những ý tưởng sáng tạo, tiên tiến nó lóe lên, rồi lại vụt tắt đi ngay vì những tính toán cồng kềnh đè nặng phía sau ☹. Để ý kỹ chúng ta có thể xét biểu thức đơn giản hơn khi quay lại bước trung gian

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{1}{b^2}+\frac{a^2}{b^2}=\frac{a^2+1}{b^2}.$$

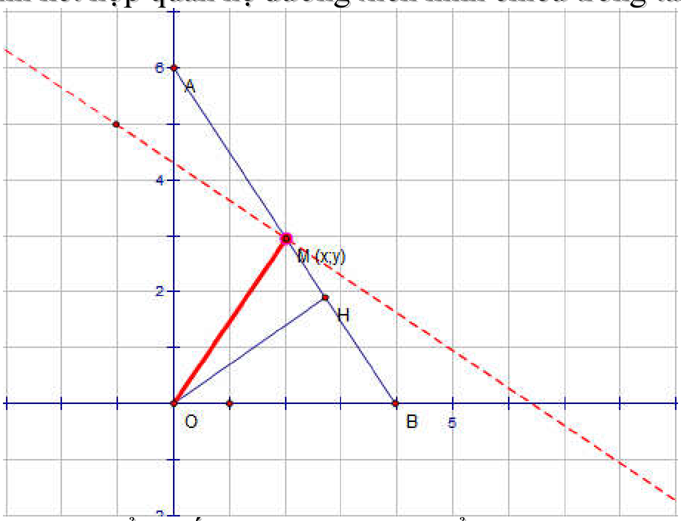
Nhận xét $OH_{max}\Leftrightarrow \dfrac{1}{OH^2}\min\Leftrightarrow\dfrac{a^2+1}{b^2}\min$, tiến hành đặt ẩn phụ sẽ thu được biểu thức một ẩn đưa được về hằng đẳng thức.Thí dụ chúng ta có $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{m^2-4m+5}{(m-1)^2}=S\Rightarrow OH^2=\dfrac{(m-1)^2}{m^2-4m+5}=P$.

Quả thực tìm max$P$ khó hơn rất nhiều so với tìm min$S$. Đối với S, đặt ẩn phụ

$$m-1=t,t\neq 0\Rightarrow m=t+1\Rightarrow S=\frac{(t+1)^2-4(t+1)+5}{t^2}=\frac{t^2-2t+2}{t^2}$$
$$=\frac{2}{t^2}-\frac{2}{t}+1=2\left(\frac{1}{t^2}-\frac{1}{t}+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{2}=2\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\geq\frac{1}{2},\forall t\neq 0$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\dfrac{1}{t}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow t=2\Leftrightarrow m-1=2\Leftrightarrow m=3$.

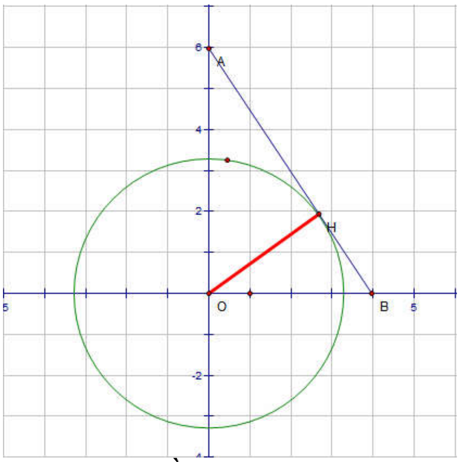
- Sử dụng điểm cố định kết hợp quan hệ đường xiên hình chiếu trong tam giác vuông

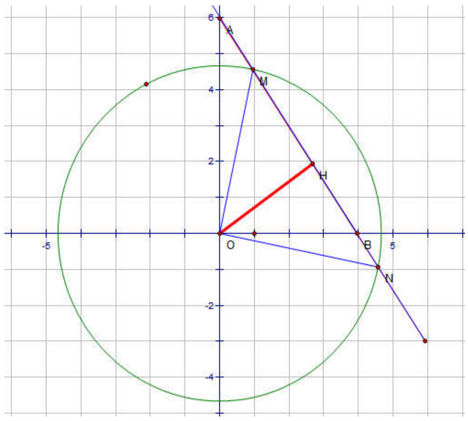


Trong hình vẽ trên, M $(x;y)$ là điểm cố định mà đường thẳng (d) luôn luôn đi qua, và tất nhiên, điểm M này phải được chuẩn bị trước. Không quá khó, các bạn vẫn thực hiện :
Kẻ OH vuông góc với AB (H thuộc AB).
Theo quan hệ giữa đường xiên và hình chiếu trong tam giác vuông OHM ta có $OH\leq OM$.
OH lớn nhất khi $OH=OM\Leftrightarrow H\equiv M\Rightarrow OM\perp d$ tại điểm M.

Viết phương trình đường thẳng *OM* đi qua gốc tọa độ. Phương trình này đôi khi cũng đặc biệt lắm, nếu *OM* dạng ngang hoặc dọc, nếu trùng với trục O*y* thì *d* rõ ràng vuông góc với trục O*y*, tức là song song với trục hoành, dạng thức $y = y_M$; nếu *OM* trùng với trục O*x* thì *d* rõ ràng vuông góc với O*x*, tức là song song với trục tung, dạng thức $x = x_M$. Nếu *OM* đi qua gốc tọa độ có dạng chéo tức là $y = kx \Rightarrow d: y = -\frac{1}{k}x + b$, lúc này chỉ cần tích hệ số góc của (*d*) và *k* là – 1 là OK đúng không ☺.

34. Bài toán tương giao giữa đường tròn (*C*) tâm O, bán kính *R* và đồ thị (*d*) của hàm số bậc nhất





Vụ này cũng cần phải xét trường hợp (*d*) song song với các trục tọa độ, vì có lẽ khả năng (*d*) cắt hai trục tọa độ chỉ là 96,69% thôi ☹ ☹. Cho đường thẳng *d* cắt hai trục tọa độ chỉ mang tính bắc cầu phục vụ cho việc tính khoảng cách từ gốc O đến *d*. Dù không song song với hai trục tọa độ thì việc cắt hai điểm hay thế nào đi nữa vẫn xảy ra như bình thường.

- ❖ Xét trường hợp (*d*) đi qua gốc tọa độ, tính khoảng cách từ O đến *d*, kết luận.
- ❖ Xét trường hợp (*d*) song song với trục hoành, tính khoảng cách từ O đến *d*, kết luận.
- ❖ Xét trường hợp (*d*) song song với trục tung, tính khoảng cách từ O đến *d*, kết luận.

- (*C*) và *d* không cắt nhau khi khoảng cách từ O đến (*d*) lớn hơn bán kính *R*.

$$d\left(O;d\right) > R \Leftrightarrow OH > R \Leftrightarrow OH^2 > R^2 \Leftrightarrow \frac{b^2}{a^2+1} > R^2.$$

- (*C*) và *d* tiếp xúc nhau khi khoảng cách từ O đến (d) đúng bằng bán kính *R*.

$$d\left(O;d\right) = R \Leftrightarrow OH = R \Leftrightarrow OH^2 = R^2 \Leftrightarrow \frac{b^2}{a^2+1} = R^2.$$

  Lúc này *d* còn được gọi là tiếp tuyến của đường tròn (*C*).

- (*C*) và *d* cắt nhau tại hai điểm phân biệt khi khoảng cách từ O đến (*d*) nhỏ hơn bán kính *R*.

$$d\left(O;d\right) < R \Leftrightarrow OH < R \Leftrightarrow OH^2 < R^2 \Leftrightarrow \frac{b^2}{a^2+1} < R^2.$$

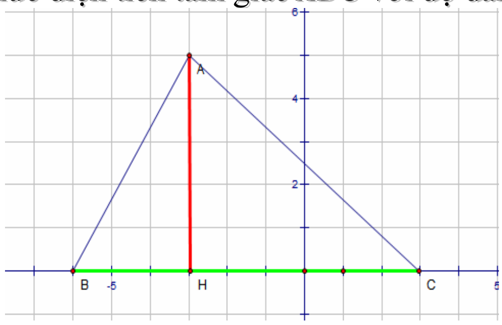
  Lúc này *d* còn được gọi là cát tuyến của đường tròn (*C*).

- (*C*) và *d* cắt nhau tại hai điểm phân biệt theo dây cung *MN* với độ dài $MN = 2l$ cho trước
  Theo liên hệ giữa đường kính và dây cung ta có *H* là trung điểm của đoạn thẳng *MN*.
  Như vậy $MH = 2l:2 = l$, áp dụng định lý Pythagores trong tam giác vuông *OHM* (vuông tại *H*) ta có

$$OH^2 = OM^2 - MH^2 = R^2 - l^2 \Leftrightarrow \frac{b^2}{a^2+1} = R^2 - l^2$$

- (*C*) và *d* cắt nhau tại hai điểm phân biệt theo dây cung *MN* sao cho tam giác *OMN* có diện tích cho trước.

Trước hết ta xây dựng công thức diện tích tam giác ABC với độ dài hai cạnh có góc xen giữa



Rõ ràng $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC$, mà $AH = AB\sin B \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = S_{ABC} = \frac{1}{2}BA.BC\sin B$.

Áp dụng công thức này ta có $S_{OMN} = \frac{1}{2}OM.ON.\sin\widehat{MON} = \frac{1}{2}R^2\sin\widehat{MON}$.

- (C) và d cắt nhau tại hai điểm phân biệt theo dây cung MN sao cho tam giác OMN có diện tích lớn nhất.

  Dễ thấy $S_{OMN} = \frac{1}{2}OM.ON.\sin\widehat{MON} = \frac{1}{2}R^2\sin\widehat{MON}$.

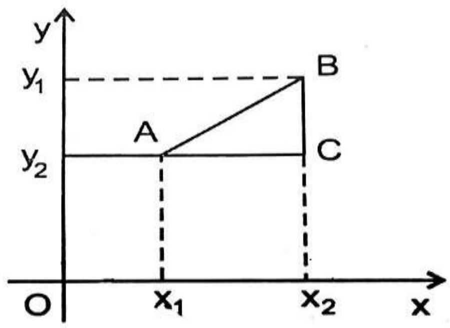
  Hơn nữa $\widehat{MON}$ nhọn nên $0 < \sin\widehat{MON} \le 1 \Rightarrow S_{OMN} = \frac{1}{2}R^2\sin\widehat{MON} \le S_{OMN} = \frac{1}{2}R^2.1 = S_{OMN} = \frac{1}{2}R^2$.

  Do đó $S_{OMN} max \Leftrightarrow \sin\widehat{MON} = 1 \Leftrightarrow \widehat{MON} = 90^\circ$.

  Tam giác OMN vuông cân tại O nên

$$\widehat{OMH} = \widehat{MOH} = 45^\circ \Rightarrow OH = OM.\sin\widehat{OMH} = R.\sin 45^\circ = \frac{R}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{b^2}{a^2+1} = \frac{R^2}{2}.$$

35. Xây dựng công thức khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ trong mặt phẳng tọa độ như thế nào ?



Dễ thấy $AC = |x_2 - x_1|, BC = |y_2 - y_1|$, sử dụng trị tuyệt đối do chưa rõ dấu của x_1, x_2, y_1, y_2.

Để tính khoảng cách giữa hai điểm A và B chúng ta sử dụng định lý Pythagores trong tam giác ABC

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Công thức khoảng cách giữa hai điểm như trên là một nội dung chính thức trong chương trình Hình học lớp 10 THPT. Đối với các bạn lớp 9 THCS thì đây là nội dung bổ sung và chúng ta phải chứng minh ☹ ☹. Công thức khoảng cách này rất hữu hiệu, nó cũng chính là cơ sở chứng minh bất đẳng thức Minkovsky, hay còn gọi là bất đẳng thức Vector, bất đẳng thức tam giác như sau

$$\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{c^2+d^2} \ge \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $ad = bc$.
Chứng minh bằng biến đổi tương đương:

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$$
$$\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2+d^2+2\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{c^2+d^2}\ge(a+c)^2+(b+d)^2$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{c^2+d^2}\ge ac+bd \quad (*)$$

Xét $ac+bd<0$ thì (*) luôn đúng.
Xét $ac+bc\ge 0\Rightarrow (a^2+b^2)(c^2+d^2)\ge(ac+bd)^2\Leftrightarrow a^2d^2-2abcd+b^2c^2\ge 0\Leftrightarrow(ad-bc)^2\ge 0$ (luôn đúng).
Chứng minh bằng công thức khoảng cách
Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy xét các điểm $O(0;0), M(a;b), N(-c;-d)$ ta có

$$OM=\sqrt{a^2+b^2}; ON=\sqrt{c^2+d^2}; MN=\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}.$$

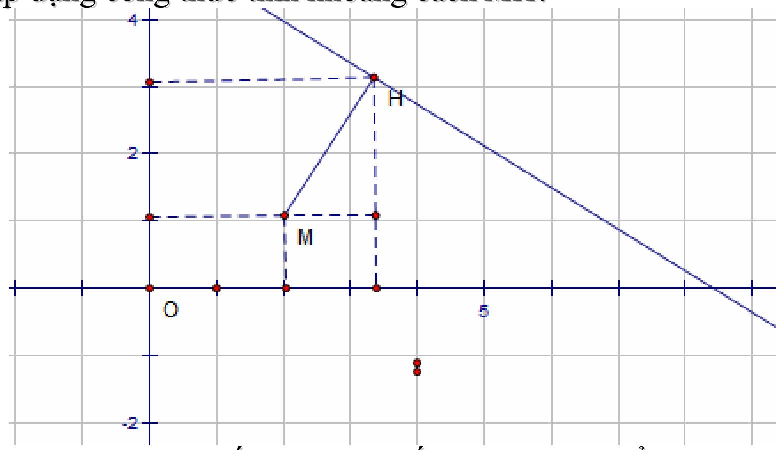
Theo bất đẳng thức trong tam giác OMN có $OM+ON\ge MN\Rightarrow\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$.
Dấu đẳng thức xảy ra khi ba điểm *O*, *M*, *N* thẳng hàng, hay còn gọi là tam giác *OMN* suy biến về đường thẳng, tiến hành lập phương trình đường thẳng *MN* và cho đi qua gốc tọa độ.
Minh họa: TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA BIỂU THỨC $S=\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{x^2-4x+5}$.
Biến đổi $S=\sqrt{(x-1)^2+1^2}+\sqrt{(x-2)^2+2^2}$.
Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy xét các điểm $O(0;0), M(x-1;1), N(x-2;-2)$, ta có

$$OM=\sqrt{(x-1)^2+1^2}; ON=\sqrt{(x-2)^2+2^2}; MN=\sqrt{10}.$$

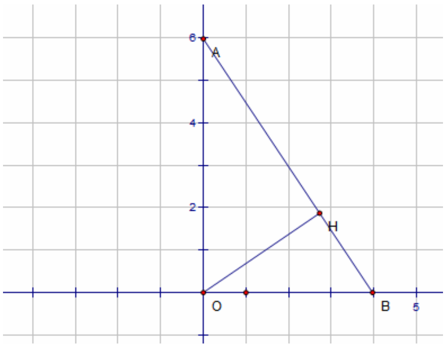
Theo bất đẳng thức trong tam giác OMN có $OM+ON\ge MN\Rightarrow\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}\ge\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$.
Dấu đẳng thức xảy ra khi ba điểm *O*, *M*, *N* thẳng hàng, hay còn gọi là tam giác *OMN* suy biến về đường thẳng, tiến hành lập phương trình đường thẳng *MN* đi qua gốc O:

$$y=kx\Leftrightarrow\frac{y}{x}=k\Leftrightarrow\frac{x-1}{1}=\frac{x-2}{-2}=k\Leftrightarrow x=\frac{4}{3}.$$

36. Tính khoảng cách từ một điểm *M* bất kỳ đến một đường thẳng (*d*) cho trước như thế nào ?
    Chúng ta kẻ *MH* vuông góc với (*d*), *H* thuộc (*d*).
    Viết phương trình đường thẳng *MH* đi qua *M* và vuông góc với đường thẳng (*d*), viết theo kiểu tích hệ số góc bằng – 1.
    Tìm tọa độ điểm *H*, áp dụng công thức tính khoảng cách *MH*.



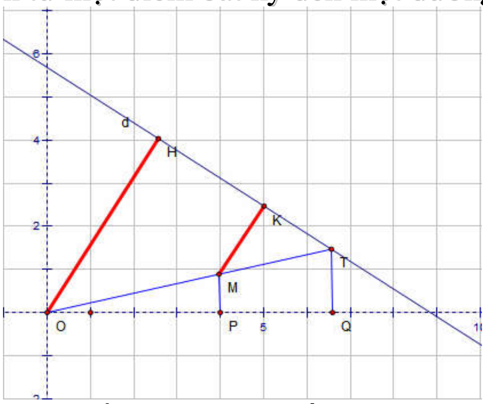
37. Xây dựng công thức khoảng cách từ gốc tọa độ O đến một đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$ cho trước.



- Kẻ *OH* vuông góc với *AB* (*H* thuộc *AB*).
- Để ý rằng $B\left(-\frac{c}{a};0\right), A\left(-\frac{c}{b};0\right) \Rightarrow OA = \left|\frac{c}{b}\right|, OB = \left|\frac{c}{a}\right|$.
- Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông *AOB* (với $OH \perp AB$) ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{b^2}{c^2} + \frac{a^2}{c^2} = \frac{a^2+b^2}{c^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{c^2}{a^2+b^2} \Rightarrow OH = \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

38. Xây dựng công thức khoảng cách từ một điểm bất kỳ đến một đường thẳng cho trước như thế nào ?



Xét đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và điểm $M\left(x_0; y_0\right)$ bất kỳ.

Chúng ta kẻ *OH* vuông góc với (*d*), *MK* vuông góc với (*d*), *H* và *K* thuộc (*d*); *OK* cắt (*d*) tại *T*.

Theo mục 34 ta có khoảng cách *OH* : $OH = \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

Chúng ta sẽ sử dụng định lý Thales để tính độ dài đoạn thẳng *MK*.
Kẻ *MP* và *TQ* cùng vuông góc với O*x*; *P*, *Q* thuộc O*x*.
Tiến hành viết phương trình đường thẳng *OM* và tìm tọa độ giao điểm *T* theo $M\left(x_0; y_0\right)$.

Phương trình đường thẳng *OM* đi qua gốc tọa độ $y = kx \Rightarrow y_0 = kx_0 \Rightarrow k = \frac{y_0}{x_0} \Rightarrow OM : y = \frac{y_0}{x_0}x$.

Tọa độ điểm *T* thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} y = \dfrac{y_0}{x_0}x \\ ax + by + c = 0 \end{cases} \Rightarrow ax + b.\frac{y_0}{x_0}x + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-cx_0}{ax_0+by_0} \Rightarrow y = \frac{y_0}{x_0}.\frac{-cx_0}{ax_0+by_0} = \frac{-cy_0}{ax_0+by_0}.$$

Vậy $T\left(\frac{-cx_0}{ax_0+by_0}; \frac{-cy_0}{ax_0+by_0}\right)$.

Do *MK* song song với *OH* nên theo định lý Thales ta có $\frac{MT}{OT} = \frac{MK}{OH} = \frac{PQ}{OQ}$. Tính

$$PQ = \left|x_T - x_M\right| = \left|\frac{-cx_0}{ax_0 + by_0} - x_0\right| = \left|x_0\right|.\left|\frac{ax_0 + by_0 + c}{ax_0 + by_0}\right|$$

$$OQ = \left|x_T\right| = \left|x_0\right|\left|\frac{c}{ax_0 + by_0}\right| \Rightarrow \frac{PQ}{OQ} = \frac{\left|x_0\right|.\left|\dfrac{ax_0 + by_0 + c}{ax_0 + by_0}\right|}{\left|x_0\right|\left|\dfrac{c}{ax_0 + by_0}\right|} = \left|\frac{ax_0 + by_0 + c}{c}\right|$$

Suy ra $\dfrac{MK}{OH} = \left|\dfrac{ax_0 + by_0 + c}{c}\right| \Rightarrow MK = \left|\dfrac{ax_0 + by_0 + c}{c}\right|.OH = \left|\dfrac{ax_0 + by_0 + c}{c}\right|.\dfrac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \dfrac{\left|ax_0 + by_0 + c\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

39. Bài toán chứng minh giao điểm hai đường thẳng nằm trên một đồ thị cố định.

- Thí dụ giao điểm $M\left(m; 4m - 3\right) \Rightarrow y = 4x - 3$. Đây là một đường thẳng.
- Thí dụ giao điểm $M\left(2m; m^2 - 3m + 1\right) \Rightarrow \begin{cases} m = \dfrac{x_M}{2} \\ y_M = \left(\dfrac{x_M}{2}\right)^2 - 3.\dfrac{x_M}{2} + 1 \end{cases} \Rightarrow y_M = \dfrac{x_M^2}{4} - \dfrac{3x_M}{2} + 1$.

  Đây là một đường cong parabol (phạm vi chương trình Đại số 10 THPT).
- Thí dụ giao điểm $M\left(3m; m^3 - 6m\right) \Rightarrow \begin{cases} m = \dfrac{x_M}{3} \\ y_M = \left(\dfrac{x_M}{3}\right)^3 - 6.\dfrac{x_M}{3} \end{cases} \Rightarrow y_M = \dfrac{x_M^3}{27} - 2x_M$

  Đây là một đường cong bậc ba (phạm vi chương trình Giải tích 12 THPT).
- Thí dụ ta tìm được giao điểm *M* của hai đường thẳng $\begin{cases} y = \left(2m^2 + 1\right)x + 2m - 1 \\ y = m^2x + m - 2 \end{cases}$

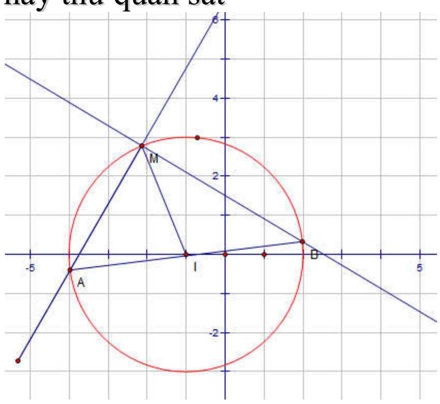
  Cụ thể $M\left(-\dfrac{m+1}{m^2+1}; \dfrac{-3m^2 + m - 2}{m^2 + 1}\right)$nhưng để triệt tiêu tham số *m* rất khó ☹☹.

  Hãy quay trở lại hai đường thẳng và để ý

$$\begin{cases} y = \left(2m^2 + 1\right)x + 2m - 1 \\ y = m^2x + m - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \left(2m^2 + 1\right)x + 2m - 1 \\ y = m^2x + m - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 2\left(m^2x + m\right) + x - 1 = 2\left(y + 2\right) + x - 1 \Rightarrow y = -x - 3$$

- Trường hợp đặc biệt *M* là giao điểm của hai đường thẳng vuông góc, hai đường thẳng này lại có hai điểm cố định phân biệt, các bạn hãy thử quan sát

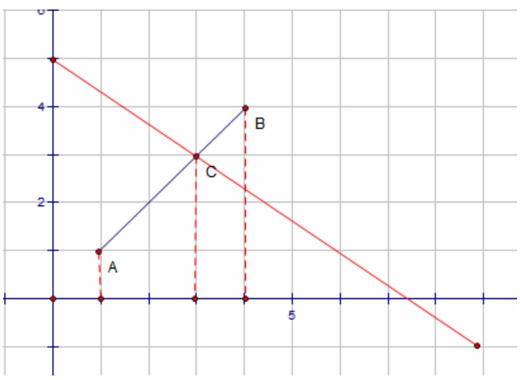


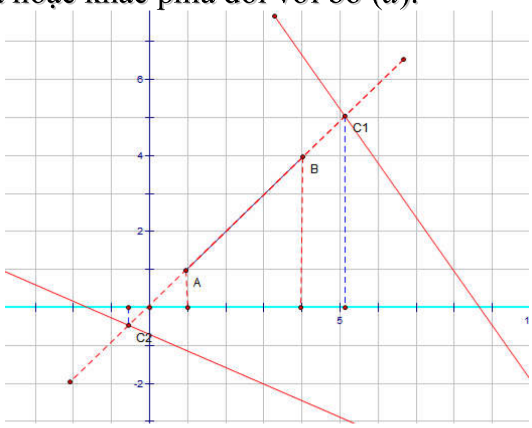
Rõ ràng hai đường thẳng vuông góc, nếu gọi *I* là trung điểm của hai điểm cố định *A*, *B* thì theo tính chất trung tuyến ta có $IM = IA = IB$, tức là *I* là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *AMB*, tức là điểm *M* luôn nằm trên đường tròn đường kính *AB*, tâm *I*. Tâm *I* và bán kính đường tròn các bạn đều có thể tự tính toán được.

40. Bài toán tìm giao điểm *M* của hai đường thẳng thỏa mãn một đẳng thức nào đó, bất đẳng thức nào đó hoặc biểu thức nào đó đạt cực trị, trong đó một đường thẳng có dạng đơn giản.
Thí dụ tìm điểm m để đường thẳng (*d*) chứa m có hình thức to đùng nào đó, sao cho (*d*) cắt đường thẳng $\Delta: y = x + 4$ tại điểm *M* (*x*;*y*) sao cho biểu thức $S = f(x;y) = x^2 + 2y^2 + 5$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- Một số bạn có thể có cơ bắp khỏe mạnh sẽ làm bài bản theo anh "quy trình", tức là xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng (*d*) và đường thẳng $\Delta: y = x + 4$, chạy ra điểm *M* (*x*;*y*) có *x* và *y* đều biểu thị theo *m*, thay *x* và *y* đó vào *S*, khi đó có thể xảy ra các tình huống nho nhỏ sau đây
  - *M* (*x*;*y*) có *x* và *y* đều có dạng bậc nhất của *m*, khi đó tìm cực trị *S* vô tư theo hằng đẳng thức, bình thường.
  - *M* (*x*;*y*) có *x* và *y* bước đầu có dạng bậc hai, khi đó *S* có dạng bậc bốn ẩn *m*, vẫn cứ tìm cực trị vô tư theo hằng đẳng thức, bình thường.
  - *M* (*x*;*y*) bước đầu có dạng phân thức, khi đó *S* có dạng phân thức, mẫu thức là tam thức bậc hai, hơi nhăn răng tý nhưng vẫn có phương pháp miền giá trị hàm số hoặc kỹ thuật đặt ẩn phụ đưa về hằng đẳng thức theo ẩn phụ mới.
  - *M* (*x*;*y*) bước đầu có dạng đa thức bậc ba, phân thức phức tạp, hay *S* tự dưng tăng lên bậc ba, bậc bốn, thế thì quá vui, vì chắc là đang chuẩn bị tinh thần bỏ cuộc vì xác định là kiệt sức với các cháu khủng bố như thế ☹ ☺ ☺.
- Tại sao chúng ta không xử lý những thứ đơn giản hơn, tại sao lại cứ phải bài bản, hơn nữa bài bản đến kiệt sức, mất quá nhiều thời gian thì có đáng không ? Nếu để ý kỹ, chúng ta có thể thay trực tiếp $y = x + 4$ vào biểu thức *S*, thu được $S = x^2 + 2(x+4)^2 + 5 = 3x^2 + 16x + 37$, đến đây tìm tìm giá trị nhỏ nhất của *S* khá dễ dàng. Nếu làm bài bản, cũng phải thay vào ngoặc như thế, nhưng không phải thay con kiến, mà lại là thay con voi ☹☹.
- Nếu yêu cầu tìm *m* để giao điểm *M* thỏa mãn bất đẳng thức lỏng, tức là có thể xảy ra dấu đẳng thức, chúng ta vẫn thực hiện xử lý các đối tượng đơn giản, thí dụ *M* (*x*;*y*) thỏa mãn
$$x^2 - 2x + y^2 - 2y + 2 \le 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1.$$
- Lưu ý bài toán tìm m để giao điểm *M* thỏa mãn bất đẳng thức chặt (dấu lớn hơn, nhỏ hơn), mặc dù đơn giản, chúng ta bắt buộc phải tìm *x*, *y* theo *m* và thay thế vào bất đẳng thức cho trước.

41. Bài toán tìm điều kiện tham số *m* để đường thẳng (*d*) chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng trong đó, hai điểm *A*, *B* cho trước nằm cùng phía hoặc khác phía đối với bờ (*d*).



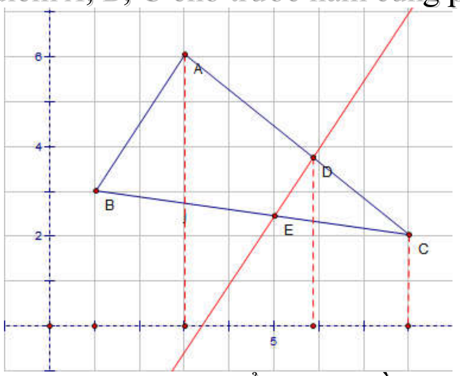


Trường hợp hai điểm khác phía, các bạn có thể thấy nếu gọi C là giao điểm của (d) và đường thẳng (AB) thì C nằm trong đoạn thẳng AB, hay tức là C nằm giữa A và B. Khi đó dễ thấy hai điều kiện sau tương đương $\left[\begin{array}{l} x_A \le x_C \le x_B \\ y_A \le y_C \le y_B \end{array}\right.$, nếu không tính bờ ($d$) thì bỏ đi dấu bằng, tức là $\left[\begin{array}{l} x_A < x_C < x_B \\ y_A < y_C < y_B \end{array}\right.$

Trường hợp hai điểm cùng phía, có thể thấy C lúc này nằm ngoài đoạn thẳng AB, tức là $\left[\begin{array}{l} x_C < x_A \\ x_C > x_B \\ y_C < y_A \\ y_C > y_B \end{array}\right.$

Trường hợp đặc biệt đường thẳng AB song song với trục hoành ta phải sử dụng điều kiện hoành độ C, đường thẳng AB song song với trục tung ta phải sử dụng điều kiện tung độ C.

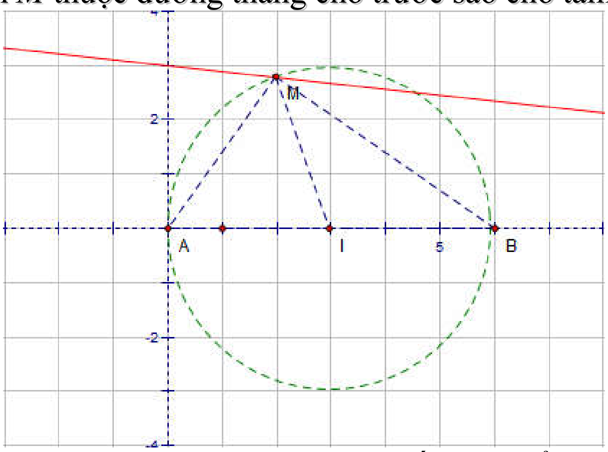
42. Bài toán tìm điều kiện tham số m để đường thẳng (d) chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng trong đó, hai trong ba điểm A, B, C cho trước nằm cùng phía hoặc khác phía đối với bờ (d).



Xét trường hợp điển hình, điểm C và cụm hai điểm A, B nằm khác phía so với bờ (d).
Thế thì (d) cắt đoạn thẳng AC tại D và cắt đoạn thẳng BC tại E.
Khi đó ta có hệ hai điều kiện được ghép từ 1điều kiện bất kỳ trong các điều kiện của hai cột ☹

$$I:\left[\begin{array}{l} x_A < x_D < x_C \\ y_C < y_D < y_D \end{array}\right. \qquad II:\left[\begin{array}{l} x_B < x_E < x_C \\ y_C < y_E < y_B \end{array}\right.$$

43. Bài toán tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng cho trước sao cho tam giác AMB vuông tại M.



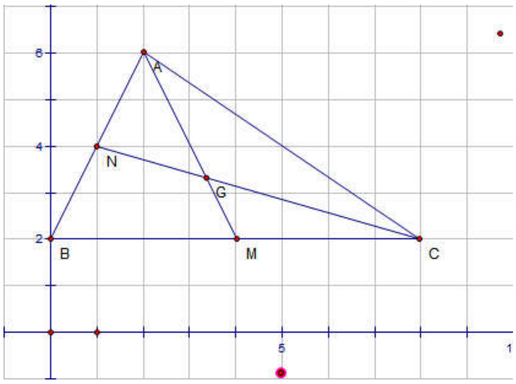
- Rõ ràng M thuộc đường tròn đường kính AB. Tham số hóa (biểu diễn) điểm M theo đường thẳng, sau đó ràng buộc điều kiện $IM = R = \frac{1}{2}AB \Rightarrow IM^2 = \frac{1}{4}AB^2$ để thu được điểm M.

44. Đối với hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối, cần lập bảng xét dấu để đơn giản hóa hàm số, vẽ từng phần đồ thị trên từng miền đồ thị đang xét, sau đó ghép lại, bỏ đi các phần thừa (có thể vẽ bằng nét đứt).

45. Nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x); y=m$, trong đó $y=m$ là hàm số hằng, có đồ thị là đường thẳng song song với trục hoành.

46. Công thức trung điểm I của đoạn thẳng AB: $x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}; y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}$.

47. Bài toán tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC (Trọng tâm G là giao điểm ba đường trung tuyến của tam giác ABC).



Để tìm được trọng tâm G cần

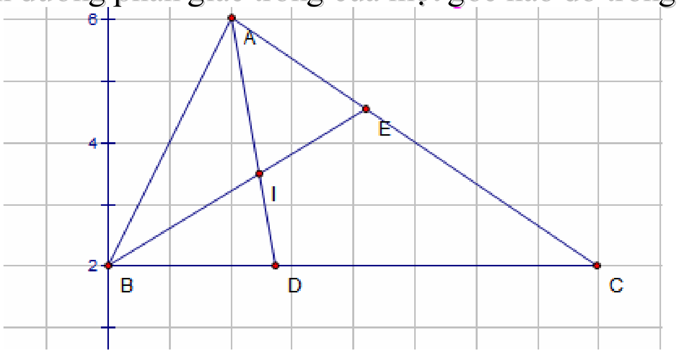
- Viết được ít nhất hai trong ba đường trung tuyến, chẳng hạn CN và AM, CN cắt AM tại G.
- Tìm tọa độ điểm G chia trong đoạn thẳng trung tuyến theo tỷ lệ 1:2, thông qua công thức khoảng cách hai điểm và điều kiện nằm giữa (tung độ hoặc hoành độ). Cái này cũng hơi bị nản ☹.

Tìm tọa độ M sau đó dùng $\begin{cases} GM=\dfrac{1}{3}AM \\ x_A<x_G<x_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} GM^2=\dfrac{1}{9}AM^2 \\ x_A<x_G<x_M \end{cases}$ (Phụ thuộc hình vẽ thôi nhé ☺).

- Công thức tọa độ trọng tâm (phạm vi chương trình Hình học 10 THPT ☹):

$$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}; y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}.$$

48. Bài toán tìm tọa độ chân đường phân giác trong của một góc nào đó trong tam giác ABC.

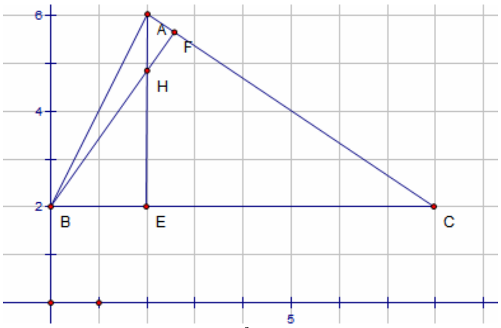


Thí dụ tìm chân đường phân giác D của phân giác trong góc A ta thực hiện

- Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC theo công thức khoảng cách (cũng cần xây dựng trước nhé ☹).
- Sử dụng tính chất phân giác trong của góc A ta có $\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{AB}{AC}$.
- Sử dụng điều kiện D nằm giữa B và C nữa để loại một điểm D: $x_B<x_D<x_C$.
- Sử dụng tính chất phân giác và nằm giữa $\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{AB}{AC}=k \Rightarrow \overrightarrow{BD}=k\overrightarrow{DC}$. (Cháu này được gọi là vector, đoạn thẳng có hướng, phạm vi chương trình Hình học 10 THPT ☹).
- Để tìm tâm đường tròn ngoại tiếp I cần viết được ít nhất hai trong ba đường phân giác, chẳng hạn có thể viết AD, BE và AD cắt BE cắt nhau tại I.

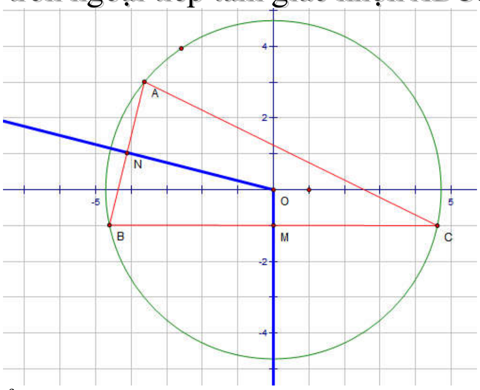
- Bán kính đường tròn nội tiếp là khoảng cách từ *I* đến đường thẳng *BC* (cái này áp dụng công thức thì phải chứng minh, còn nếu không thì kẻ *IK* vuông góc với *BC*, rồi sau đó tính tiếp ☹ ☹).

49. Bài toán tìm tọa độ trực tâm *H* của tam giác *ABC* (Trực tâm *H* là giao điểm ba đường cao của tam giác *ABC*).



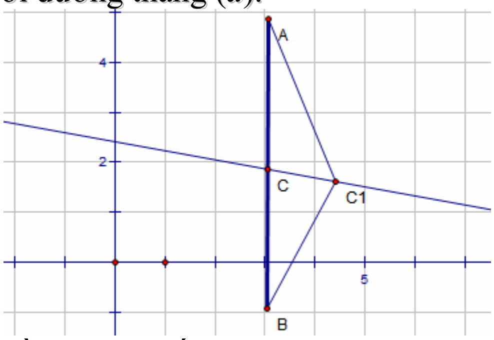
- Viết phương trình đường thẳng *BC* và đường thẳng *AC*.
- Viết phương trình đường cao *BF* đi qua *B* và vuông góc với đường thẳng *AC*.
- Viết phương trình đường cao *AE* đi qua *A* và vuông góc với đường thẳng *BC*.
- Các đường thẳng vuông góc ở trên viết theo kiểu tích hệ số góc bằng – 1.
- *AE* và *BF* cắt nhau tại *H*, *H* là trực tâm là xong ☺ ☺. Cũng khá gian nan đối với lớp 9 THCS.

50. Bài toán tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác nhọn *ABC*.



  - Viết phương trình đường thẳng *AB*, *BC*.
  - Tìm tọa độ trung điểm *N* của *AB*, trung điểm *M* của *BC*.
  - Viết phương trình trung trực của đoạn thẳng *AB* (đi qua *N* và vuông góc với *AB*).
  - Viết phương trhhh trung trực của đoạn thẳng *BC* (đi qua *M* và vuông góc với *BC*).
  - Hai đường trung trực ở trên cắt nhau tại *O* (phụ thuộc hình vẽ) là xong.
  - Bán kính đường tròn ngoại tiếp là khoảng cách *OA*, hoặc *OB*, *OC*.

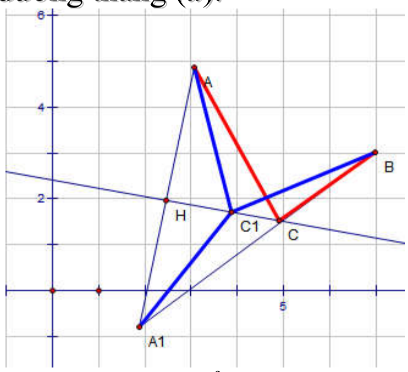
51. Bài toán tìm tọa độ điểm *C* thuộc đường thẳng (*d*) cho trước sao cho tổng độ dài *AC* + *BC* ngắn nhất, trong đó *A*, *B* là hai điểm cho trước.
    Trường hợp *A*, *B* khác phía so với đường thẳng (*d*).



  - *AB* cắt (d) tại điểm *C*, tìm *C* bằng cách viết phương trình *AB* và cho *AB* cắt (*d*).

- Chọn một điểm C_1 trên (d) thì $AC_1 + BC_1 \ge AB$ theo bất đẳng thức trong tam giác ABC_1.
- Dấu đẳng thức xảy ra khi ABC_1 suy biến thành đoạn thẳng AB, nghĩa là ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Trường hợp A, B cùng phía so với đường thẳng (d).



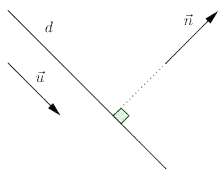
- Lấy điểm A_1 đối xứng với điểm A qua đường thẳng (d).
- Điểm A_1 tìm được bằng cách viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (d), đường thẳng này cắt (d) tại H, H là trung điểm của đoạn thẳng A_1A.
- Đường thẳng A_1B cắt đường thẳng (d) tại C, rõ ràng $AC + CB = A_1C + CB = A_1B$.
- Trong các trường hợp khác, rõ ràng $AC_1 + BC_1 = A_1C_1 + BC_1 \ge A_1B$ theo bất đẳng thức trong tam giác A_1C_1B.
- Như vậy điểm C cần tìm là giao điểm của đường thẳng A_1B và (d), với A_1 xác định như trên.

52. Bài toán tìm tọa độ điểm C thuộc đường thẳng (d) cho trước sao cho $|CA - CB|$ lớn nhất, trong đó A, B là hai điểm cho trước.

- Theo hình minh họa ở mục 49, ta Lấy điểm A_1 đối xứng với điểm A qua đường thẳng (d).
- Chọn điểm C_1 trên (d) dễ thấy $|C_1A - C_1B| = |C_1A_1 - C_1B| \le A_1B$.

CÁC NỘI DUNG SAU PHỤC VỤ TÍNH TOÁN NHANH CHÓNG TRONG PHƯƠNG THỨC TRẮC NGHIỆM HÌNH HỌC, PHẠM VI CHƯƠNG TRÌNH HỌC 10 THPT, ĐỐI VỚI LỚP 9 THCS CHỈ MANG TÍNH THAM KHẢO

53. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG.



- Với a và b không đồng thời bằng 0, $\left(a^2 + b^2 > 0\right)$, điểm $M\left(x_0; y_0\right)$ ta có dạng thức

$$a\left(x - x_0\right) + b\left(y - y_0\right) = 0.$$

Sau đó rút gọn về dạng $ax + by + c = 0$.

- Vector pháp tuyến $\vec{n} = (a;b)$.
- Vector chỉ phương $\vec{u} = (b;-a)$.

54. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG.

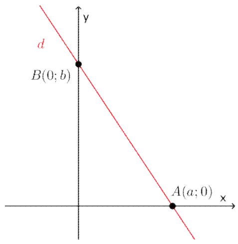
- Dạng thức $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$, tức là t thực.

- Vector chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$.

55. PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC CỦA ĐƯỜNG THẲNG.

- Dạng thức $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}$.
- Vector chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$ với điều kiện $a\neq 0, b\neq 0$.

56. PHƯƠNG TRÌNH ĐOẠN CHẮN.



Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm thuộc hai trục $A(a;0), B(0;b); a\neq 0, b\neq 0$ là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

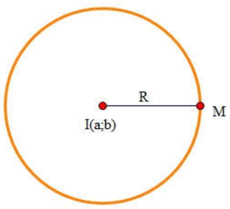
57. KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT ĐƯỜNG THẲNG.

- Điểm $M(x_0;y_0)$ và đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$.
- Kẻ *MH* vuông góc với đường thẳng Δ.
- Công thức khoảng cách $MH=d(M;\Delta)=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

58. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG.

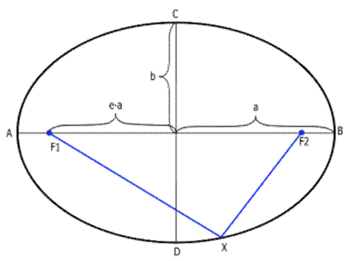
- Hai đường thẳng có vector pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(a_1;b_1), \overrightarrow{n_2}=(a_2;b_2)$.
- Góc φ giữa hai đường thẳng được tính bởi $\cos\varphi=\frac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$.

59. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN.



- Tâm *I* (*a*;*b*), bán kính *R*, *R* dương.
- Phương trình đường tròn là $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

60. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ELIPPSE.



- Độ dài trục lớn 2*a*.
- Độ dài trục bé 2*b*.
- Tiêu cự 2*c*.
- Phương trình elippse là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

III. MỘT SỐ BÀI TẬP ĐIỂN HÌNH.

Bài toán 1. Cho hàm số: $y=(m-2)x+m-5$ (1); với *m* là tham số thực.

1. Vẽ đồ thị hàm số (1) trong trường hợp $m=3$.
2. Tìm giá trị của *m* để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
3. Tìm giá trị của *m* để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
4. Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số (1) luôn luôn đi qua với mọi giá trị *m*.
5. Ký hiệu (*d*) là đồ thị của hàm số (1). Tìm *m* để
   a) Đường thẳng (*d*) đi qua điểm $M(2;4)$.
   b) Đường thẳng (*d*) song song với đường thẳng $\Delta: y=2x-3$.
   c) Đường thẳng (*d*) vuông góc với đường thẳng $(l): y=mx+3$.
   d) Đường thẳng (*d*) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
   e) Đường thẳng (*d*) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.
6. Giả sử đồ thị (*d*) cắt hai trục tọa độ O*x*, O*y* theo thứ tự tại hai điểm *A* và *B* khác gốc tọa độ O. Tìm tọa độ các điểm *A* và *B* theo *m* và tìm *m* sao cho $OA=2OB$.

Bài toán 2. Cho hàm số: $y=(2m-3)x+5$ (1); với *m* là tham số thực.

1. Tìm *m* để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
2. Chứng minh rằng đồ thị hàm số (1) không thể đi qua gốc tọa độ O với mọi giá trị *m*.
3. Vẽ đồ thị hàm số (1) trong trường hợp $m=2$.
4. Tìm *m* để đồ thị hàm số (1) có hệ số góc âm.
5. Ký hiệu (*d*) là đồ thị của (1). Hãy tìm *m* sao cho
   a) Đường thẳng (*d*) đi qua điểm $M(4;7)$.
   b) Đường thẳng (*d*) song song với đường thẳng $(l): y=3x+m-2$.
   c) Đường thẳng (*d*) vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x+y=19$.
   d) Đường thẳng (*d*) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.
   e) Đường thẳng (*d*) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4.
6. Tìm giá trị của *m* để (*d*) cắt đường thẳng $\Delta: y=x+3$ tại điểm $A(x;y)$ sao cho $P=2x^2-y^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất.
7. Tìm *m* để (*d*) cắt đường thẳng $\lambda: y=2x-5$ tại điểm $B(x;y)$ sao cho $C=2x^2+y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
8. Giả sử đồ thị (*d*) cắt hai trục tọa độ O*x*, O*y* theo thứ tự tại hai điểm *A* và *B*. Tìm tọa độ các điểm *A* và *B* theo *m* và tìm *m* sao cho $2OA=3OB$.

Bài toán 3. Cho hàm số: $y=(2m-1)x+m-7$ (1); với *m* là tham số thực.

1. Tìm *m* để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất.
2. Tìm *m* để hàm số đã cho đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.
3. Tìm *m* để hàm số đã cho nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.
4. Xác định *m* để đồ thị hàm số (1) có hệ số góc bằng 2009.
5. Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số (1) luôn đi qua với mọi giá trị *m*.
6. Gọi *d* là đồ thị của hàm số đã cho. Tìm *m* sao cho
   a) Đường thẳng *d* cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4.
   b) Đường thẳng *d* có tung độ gốc bằng 2.
   c) Đường thẳng *d* song song với đường thẳng $\Delta: 2x+3y+m=0$.
   d) Đường thẳng (*d*) cắt đường thẳng $(l): y=3x-1$ tại điểm có hoành độ bằng 2.
   e) Đường thẳng (*d*) cắt đường thẳng $(\lambda): y=x+2$ tại điểm có tung độ bằng 1.

7. Giả sử đồ thị (*d*) cắt hai trục tọa độ O*x*, O*y* theo thứ tự tại hai điểm *A* và *B* khác gốc tọa độ. Tìm tọa độ các điểm *A* và *B* theo *m* và tìm *m* sao cho $3OA = OB$.
8. Tìm *m* để (*d*) cắt đường thẳng $\Delta: y = x + 3$ tại điểm $A(x;y)$ sao cho $|x| = |y|$.

Bài toán 4. Cho hàm số: $y = (m-2)x + n$ (1); với *m* và *n* là các tham số thực.

Ký hiệu đồ thị hàm số (1) là *d*.

1. Vẽ *d* trong trường hợp $m = 1; n = 3$.
2. Với giá trị nào của *m* thì hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$?
3. Với giá trị nào của *m* thì hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
4. Tìm giá trị của *m* và *n* để:
   a) Đường thẳng *d* có hệ số góc bằng 5.
   b) Đường thẳng *d* đi qua hai điểm $A(-1;2), B(3;4)$.
   c) Đường thẳng *d* song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất, đồng thời đi qua điểm *A* (1;2).
   d) Đường thẳng *d* vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
   e) Đường thẳng *d* cắt trục tung tại điểm *M* có tung độ bằng 3 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
5. Khi $n = m + 3$, tìm giá trị của *m* và *n* để đường thẳng *d* cắt đường thẳng $\Delta: y = 3x - 2$ tại một điểm nằm trên parabol $(P): y = x^2$.
6. Khi $n = m + 3$, tìm tất cả các giá trị của *m* và *n* để đường thẳng *d* cắt đường thẳng $\Delta: y = 3x - 2$ tại điểm $A(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $y = 3x^2 - 2$.

Bài toán 5. Cho hàm số: $y = (2m-3)x + n - 4$ (1); với *m* và *n* là các tham số thực; $m \neq \frac{3}{2}$.

Ký hiệu đồ thị hàm số đã cho là *d*.

1. Tìm các giá trị của *m* và *n* để:
   a) Hàm số (1) nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
   b) Đường thẳng *d* có hệ số góc bằng 9.
   c) Đường thẳng *d* đi qua hai điểm *A* (2;3) và *B* (1;4).
   d) Đường thẳng *d* cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3, cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4.
   e) Đường thẳng *d* vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ nhất (trong mặt phẳng tọa độ).
   f) Đường thẳng *d* song song với đường phân giác góc phần tư thứ hai (trong mặt phẳng tọa độ).
2. Cho $n = 0$. Tìm các giá trị *m* để đường thẳng *d* cắt đường $d': x - y + 2 = 0$ tại điểm $M(x;y)$ sao cho biểu thức $P = y^2 - 2x^2$ đạt giá trị lớn nhất.
3. Khi *m* và *n* thỏa mãn hệ thức $n = 2m - 1$, tìm giá trị của *m* và *n* sao cho đường thẳng *d* cắt đường thẳng $\lambda: y = 5x - 1$ tại điểm $N(x;y)$ cách đều hai trục tọa độ.
4. Khi $n = 4$, tìm giá trị của *m* để đường thẳng *d* cắt đường thẳng $\Delta: y = 4x - 1$ tại điểm $P(x;y)$ nằm trên đường thẳng $\varphi: y = 5x - 2$.

Bài toán 6. Cho hàm số: $y = (m-2)x + 3m - 2$ (1); với *m* là tham số thực.

Ký hiệu đồ thị hàm số (1) là *d*.

1. Vẽ đồ thị hàm số trong trường hợp *d* có hệ số góc bằng 1.
2. Tìm điểm cố định $M(x;y)$ mà đường thẳng *d* luôn đi qua với mọi giá trị của *m*.
3. Tìm giá trị của *m* để:

a) Đường thẳng *d* đi qua điểm *M* (2;7).
b) Đường thẳng *d* không đi qua điểm *N* (3;5).
c) Đường thẳng *d* cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2010.
d) Đường thẳng *d* song song với đường thẳng $y = 6x - 12$.
e) Đường thẳng *d* vuông góc với đồ thị hàm số $y = 2 + x$.
f) Đường thẳng *d* tạo với tia O*x* một góc α có $\tan\alpha = 1$.

4. Tìm tất cả các giá trị của *m* để đường thẳng *d* cắt đường thẳng $(\Delta): y = x + 1$ tại điểm *M* (*x*;*y*) sao cho biểu thức $P = x^2 + 3y^2 + 3$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 7. Cho hàm số: $y = (2m-1)x + m$ (1); với *m* là tham số thực.

Ký hiệu đồ thị hàm số (1) là đường thẳng *d*.

1. Tìm *m* để hàm số (1) là hàm số hằng.
2. Tìm *m* để hàm số (1) là hàm số nghịch biến trên tập số thực.
3. Tìm *m* để đường thẳng *d* song song với trục hoành.
4. Với giá trị nào của *m* thì *d* đi qua điểm $K(-7;5)$. Vẽ *d* với *m* vừa tìm được.
5. Tìm giá trị *m* sao cho:
   a) Đường thẳng *d* song song với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
   b) Đường thẳng *d* vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.
   c) Đường thẳng *d* tạo với trục hoành một góc α có $\tan\alpha = 2$.
   d) Đường thẳng *d* song song với đường thẳng $l: y - 3x - 2 = 0$.
   e) *d* đồng quy với hai đường thẳng $d_1: y = 4x + 5;\ d_2: 3x + y = 10$ tại một điểm.
6. Xác định tọa độ điểm cố định *M* (*x*;*y*) mà đường thẳng *d* luôn đi qua dù *m* lấy bất kỳ giá trị nào. Tính độ dài đoạn thẳng *OM* dựa trên cơ sở định lý Pythagores.
7. Tìm tọa độ các giao điểm *A*, *B* của đường thẳng *d* và hai trục tọa độ O*x*, O*y* (*A*, *B* đều khác O). Tìm giá trị của *m* để tam giác *OAB* có diện tích bằng 1.
8. Tính độ dài đường cao *OH* của tam giác *OAB* theo hệ thức lượng, từ đó tìm giá trị của *m* để đường thẳng *d* tiếp xúc với đường tròn tâm O (O là gốc tọa độ), bán kính $R = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Bài toán 8. Cho hàm số: $y = mx - m + 2$ (1); với *m* là tham số thực.

Ký hiệu đồ thị hàm số (1) là *d*.

1. Với giá trị nào của *m* thì hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
2. Tìm *m* để đường thẳng *d* thỏa mãn
   a) Đi qua điểm *D* (– 5;4).
   b) Cắt đường phân giác góc phần tư thứ nhất (trong mặt phẳng tọa độ) tại điểm *E* có hoành độ bằng 2.
   c) Song song với đường thẳng $(\Delta): y = (9m-4)x + 3$.
   d) Vuông góc với đường thẳng $(\lambda): y = m^4x - 2$.
   e) Cắt đường thẳng $\omega: y = 3x - 2$ tại điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn $x^2 + y^2 = 20$.
3. Xác định tọa độ điểm cố định *M* (*x*;*y*) mà đường thẳng *d* đi qua với mọi *m*. Tính diện tích tam giác *OMN* với điểm *N* (0;4), O là gốc tọa độ.
4. Xét trường hợp đường thẳng *d* cắt trục hoành và trục tung theo thứ tự tại *P* và *Q* khác gốc O. Tìm tọa độ các điểm *P* và *Q*, đồng thời tìm tất cả các giá trị *m* để tam giác *OPQ* có diện tích bằng $\dfrac{1}{3}$.
5. Tìm *m* để đường thẳng *d* tiếp xúc với đường tròn tâm O (O là gốc tọa độ), bán kính $R = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Bài toán 9. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho ba đường thẳng

$$d_1: y = 2x + 8$$
$$d_2: y = mx - 2m + 3$$
$$d_3: y = x + 2$$

1. Tìm *m* để đường thẳng d_2 đi qua điểm *G* (1;3).
2. Tìm *m* để đường thẳng d_2 vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
3. Tìm giá trị của *m* để ba đường thẳng đã cho đồng quy.
4. Tìm điểm cố định mà đường thẳng d_2 luôn luôn đi qua với mọi giá trị của *m*. Từ đó tìm giá trị của *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến d_2 là lớn nhất.
5. Tìm các giao điểm *A* và *B* của đường thẳng d_3 với hai trục tọa độ. Từ đó tính độ dài đường cao *OH* của tam giác *OAB* theo hệ thức lượng tam giác vuông.
6. Xét điểm *M* (3;8), lập phương trình đường thẳng Δ đi qua *M* và song song với đường thẳng d_3, cắt hai trục tọa độ tại *C* và *D*. Tính độ dài đường cao *OK* của tam giác *OCD*, từ đó suy ra khoảng cách từ điểm *M* đến đường thẳng d_3.
7. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua *M* và vuông góc với đường thẳng d_3, tìm hình chiếu *N* của điểm *M* trên d_3, từ đó tính khoảng cách từ điểm *M* đến đường thẳng d_3 (phương án khác câu 4).

Bài toán 10. Cho hàm số: $y = (m-3)x - 5$ (1); với *m* là tham số thực.

Ký hiệu đồ thị hàm số (1) là *d*.

1. Tìm giá trị của *m* để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
2. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng *d* cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm *A* và *B* sao cho *A* có hoành độ dương, *B* có tung độ âm.
3. Xác định tất cả giá trị của *m* để:
   a) Đường thẳng *d* đi qua điểm *M* (2;3).
   b) Đường thẳng *d* song song với đường phân giác góc phần tư thứ hai (trong mặt phẳng tọa độ).
   c) Đường thẳng *d* vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = (3m-4)x + 6$.
   d) Đường thẳng *d* cắt đường cong $(C): x = 1 + \sqrt{y}$ tại điểm *M* (*x*;*y*) có tọa độ thỏa mãn
   $$x^2 - 3x\sqrt{y} + 2y = 0.$$
   e) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng *d* bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
   f) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng *d* đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị đó.

Bài toán 11. Cho hàm số: $y = (2m-5)x + 3$ (1); với *m* là tham số thực.

Ký hiệu đồ thị hàm số (1) là *d*.

1. Với giá trị nào của *m* thì hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
2. Với giá trị nào của *m* thì hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
3. Tìm giá trị của *m* để
   a) Đường thẳng *d* đi qua điểm *M* (2;4).
   b) Đường thẳng *d* cắt đường thẳng $y = x + 3$.
   c) Song song với đường thẳng $\omega: y = (3m^2 - 5)x + m + 3$.
   d) Đồ thị *d* cắt đường thẳng $(\Delta): 2y = 3x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 1.
   e) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng *d* bằng 1.
   f) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến *d* đạt giá trị lớn nhất.

   g) Tiếp xúc với đường tròn tâm O (O là gốc tọa độ), bán kính $R=\frac{3}{\sqrt{10}}$.
4. Tìm tất cả giá trị *m* để đường thẳng *d* tạo với hai trục tọa một tam giác *OAB* có diện tích bằng 2.
5. Tìm tất cả các giá trị thực của *m* để đường thẳng *d* cắt đường $\varphi: y=2x-3$ tại điểm *M* (*x*;*y*) sao cho biểu thức $P=x^2+y^2+3$ đạt giá trị nhỏ nhất.
6. Tìm tất cả các giá trị thực của *m* để đường thẳng *d* cắt đường cong $(\lambda): y=3x^3-2$ tại điểm *M* (*x*; *y*) sao cho biểu thức $S=x^4-x^3+2x^2+4x-y$ nhận giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 12. Cho hàm số $y=(4m-1)x+5m-2$ (1); với *m* là tham số thực.

Ký hiệu đồ thị hàm số (1) là *d*.

1. Tìm *m* để hàm số (1) đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.
2. Tìm *m* để đường thẳng d thỏa mãn
   a) Đi qua điểm *A* (2;9).
   b) Song song với đường thẳng $(\Delta): y=-5x+4$.
   c) Vuông góc với đường thẳng $(\lambda): y=-\frac{1}{3}x+2$.
   d) Song song với đường thẳng $\omega: y=5mx-3m+5$.
   e) Cắt đường phân giác của góc phần tư thứ hai tại điểm có tung độ bằng 5.
   f) Tiếp xúc với đường tròn tâm O (O là gốc tọa độ), bán kính $R=\frac{3}{\sqrt{10}}$.
3. Giả sử $M(x_M;y_M)$ là điểm cố định mà đường thẳng *d* luôn đi qua với mọi giá trị *m*. Tính tổng các khoảng cách từ điểm *M* đến hai trục tọa độ.
4. Tìm khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng *d*.
5. Tìm tất cả các giá trị của *m* để đường thẳng *d* cắt đường cong $(C): y=2x^2-3x$ tại điểm *K* (*x*;*y*) thỏa mãn biểu thức $P=x^2+2y+1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 13. Cho hàm số $y=(3m+2)x+m^2-1$ (1); với *m* là tham số thực.

Ký hiệu đồ thị hàm số (1) là *d*.

1. Tìm *m* để hàm số (1) là hàm số bậc nhất.
2. Tìm *m* để hàm số (1) là hàm số hằng.
3. Tìm *m* để hàm số (1) nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.
4. Vẽ đồ thị hàm số (1) khi *m* thỏa mãn $m^3+m=2$.
5. Tìm *m* để đường thẳng *d* thỏa mãn
   a) Đi qua gốc tọa độ O.
   b) Cắt đường phân giác góc phần tư thứ nhất (trong mặt phẳng tọa độ) tại điểm có hoành độ bằng 1.
   c) Song song với đường thẳng $(\Delta): y=4x-2m+9$.
   d) Vuông góc với đường thẳng $(\lambda): y=-\frac{4}{5}x+2$.
   e) Cắt đường thẳng $y=2x+3$ tại một điểm nằm trên trục tung.
   f) Cắt đường thẳng $y=x-1$ tại điểm *M* (*x*;*y*) sao cho biểu thức $S=x^2-2y^2+x+2$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   g) Cắt đường thẳng $\omega: y=2x-1$ tại điểm *M* nằm trên đường cong $(C): y=x^3+3x-3$.
6. Tìm *m* để đường thẳng *d* đồng quy với hai đường thẳng $d_1: y-7x+6=0$; $d_2: y-3x+2=0$.

Bài toán 14. Cho hàm số $y=(m-2)x+m+1$ (1); với *m* là tham số thực.

1. Với giá trị nào của *m* để hàm số (1) đồng biến trên tập số thực.
2. Tìm *m* để đồ thị hàm số (1) đi qua điểm *M* (2;6).
3. Tìm *m* để đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng $\Delta: y=4x-6m$.
4. Tìm *m* để đồ thị hàm số (1) vuông góc với đường thẳng $\omega: y=2x-m+5$.
5. Tìm giá trị *m* để đồ thị hàm số (1) cắt đường phân giác góc phần tư thứ nhất (của mặt phẳng tọa độ) tại điểm *E* có hoành độ bằng 3.
6. Giả sử đồ thị hàm số cắt trục hoành tại *A*, cắt trục tung tại *B* (*A* và *B* không trùng với gốc tọa độ O). Gọi *H* là chân đường cao hạ từ O của tam giác *OAB*. Xác định giá trị của *m* sao cho
   a) $OH=\sqrt{2}$.
   b) $x_A+y_B=\dfrac{5}{2}$.
   c) $\dfrac{1}{OA}+\dfrac{1}{OB}=\dfrac{1}{2}$.
   d) Tam giác *OAB* có diện tích bằng 12,5 (đơn vị diện tích).
7. Tìm *m* để đồ thị hàm số (1) là tiếp tuyến của đường tròn tâm O (O là gốc tọa độ), bán kính $R=\sqrt{2}$.
8. Tìm giá trị của *m* để hàm số (1) đồng biến, đồng thời đồ thị hàm số (1) tạo với tia O*x* một góc lượng giác α thỏa mãn $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Bài toán 15. Cho hàm số $y=(5m-2)x+m-2$ (1); với *m* là tham số thực.

1. Với giá trị nào của *m* để hàm số (1) đồng biến.
2. Tìm *m* để hàm số (1) là hàm số hằng.
3. Tìm *m* để đồ thị hàm số (1) thỏa mãn
   a) Vuông góc với đường thẳng $(\Delta): y=2x-1$.
   b) Song song với đường thẳng $(\lambda): y=4mx-7$.
   c) Đi qua giao điểm *M* của hai đường thẳng $d_1: x-3y+2=0$; $d_2: 2x-3y+1=0$.
   d) Đồng quy với đường thẳng $y=4x-4$ và parabol $(P): y=x^2$.
   e) Cắt tia O*y* tại điểm *N* sao cho độ dài $NB=\sqrt{5}$ với $B(-1;0)$.
   f) Là tiếp tuyến của đường tròn tâm O (O là gốc tọa độ), bán kính $R=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$.
4. Xét các điểm *P* (1;0) và $Q\left(0;\dfrac{1}{6}\right)$. Tìm *m* để đồ thị hàm số (1) cắt hai trục tọa độ tại hai điểm *E*, *F* (không trùng gốc tọa độ O) sao cho diện tích tam giác *OEF* bằng hai lần diện tích tam giác *OPQ*.
5. Giả sử đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $(\varphi): y=x$ tại *H* và cắt trục tung tại *K*, tìm *m* để tam giác *OHK* là tam giác vuông cân.

Bài toán 16. Cho hàm số $y=(2m-1)x+3n-2$ (1); với *m* và *n* là các tham số thực.

Ký hiệu đồ thị hàm số (1) là *d*.

1. Tìm *m* để (1) là hàm số bậc nhất.
2. Tìm *m* và *n* để đường thẳng *d* đi qua hai điểm *A* (2;5) và *B* (3;7). Vẽ *d* với *m* và *n* tìm được.
3. Tìm điều kiện của *m* và *n* để đường thẳng *d* :
   a) Có hệ số góc bằng 10.
   b) Đi qua điểm *E* (2;3).
   c) Song song với đường thẳng $\omega: y=4mx-2n+5$.

   d) Vuông góc với đường thẳng $(\Delta): y = \frac{3}{5}x - 2k + 2$.
   e) Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
4. Xét trường hợp $n = m$. Tìm giá trị của *m* và *n* để đường thẳng *d* là tiếp tuyến của đường tròn tâm O (O là gốc tọa độ), bán kính $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
5. Xét trường hợp $n = m + 2$, tìm giá trị của *m* và *n* để đường thẳng *d* cắt đường thẳng $x - 2y + 3 = 0$ tại điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện biểu thức $T = 3x^2 + y^2 - 3$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 17. Cho hàm số: $y = (m-2)(x-2) + 4 - m$ (1); với *m* là tham số thực.

Ký hiệu đồ thị hàm số (1) là *d*.

1. Tìm *m* để hàm số (1) đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.
2. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng *d*:
   a) Đi qua điểm *N* (3;5).
   b) Không đi qua điểm *S* (3;2).
   c) Có hệ số góc bằng 21.
   d) Song song với đường thẳng $(\Delta): y = -3x + 2$.
   e) Vuông góc với đường thẳng $d: y = 5x - 3$.
   f) Đi qua giao điểm *M* của hai đường thẳng $d_1: y = 2x - 1$; $d_2: y = 3x - 2$.
   g) Cắt hai trục tọa độ tại hai điểm *E* và *F* sao cho *E* và *F* lần lượt thuộc hai tia O*x*, O*y*.
3. Tìm tọa độ điểm cố định *T* mà *d* luôn luôn đi qua với mọi giá trị *m*. Tính độ dài đoạn thẳng *OM* với O là gốc tọa độ.
4. Với giá trị nào của *m* thì khoảng cách từ điểm gốc tọa độ đến đường thẳng *d* bằng $\frac{5}{\sqrt{2}}$.
5. Tìm *m* để đường thẳng *d* đồng quy với parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $\omega: y = 2x - 1$.
6. Tìm *m* để đường thẳng *d* cắt hai trục tọa độ tại hai điểm *A*, *B* (không trùng gốc tọa độ O) sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy* cho hai đường thẳng: $y = 2x \ (d_1)$; $y = \frac{1}{2}x \ (d_2)$.

1. Vẽ các đường thẳng đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ.
2. Gọi *M* và *N* là hai điểm lần lượt nằm trên $(d_1),(d_2)$ và có hoành độ lần lượt là 1;2. Tìm tọa độ hai điểm *M* và *N* và tính độ dài đoạn thẳng *MN*.
3. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm *P* (1;3) và vuông góc với đường thẳng d_1.
4. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm *Q* (2;5) và song song với đường thẳng d_2.
5. Tìm *m* để đường thẳng $\Delta: y = 3mx + 5m - 2$ và hai đường thẳng $(d_1),(d_2)$ đồng quy.
6. Tìm tọa độ điểm *H* (*x*;*y*) nằm trên đường thẳng d_1 sao cho $y = x^3 + 3x - 2$.
7. Tìm tọa độ điểm *K* (*x*;*y*) là giao điểm của d_2 và parabol $(P): y = \frac{x^2 - 4x}{2}$.
8. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc *F* của điểm *E* (2;5) trên đường thẳng d_1. Từ đó tính khoảng cách từ *E* đến đường thẳng d_1.
9. Gọi *d* là đường thẳng song song với trục hoành và cắt trục tung tại điểm $C(0;2)$. Tìm tọa độ các giao điểm *A*, *B* của *d* với $(d_1),(d_2)$ và tính chu vi, diện tích tam giác *ABO*.

Bài toán 19. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$$(d_1): y = 2x + m - 1$$
$$(d_2): y = x + 2m$$
(với *m* là tham số thực).

1. Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng một mặt phẳng tọa độ trong trường hợp $m = 4$.
2. Tìm *m* để đường thẳng d_1 đi qua điểm *S* (1;4).
3. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm *P* (5;3) và vuông góc với đường thẳng d_1.
4. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm *Q* (5;2) và song song với đường thẳng d_2.
5. Tìm giao điểm *T* của hai đường thẳng đã cho theo *m*. Chứng minh *T* luôn thuộc một đường thẳng cố định. Với giá trị nào của *m* thì các điểm $M(4;4)$; gốc tọa độ O và *T* thẳng hàng ?
6. Tìm giá trị của tham số *m* để đường thẳng d_1 cắt đường thẳng $\Delta : y = 3x - 2$ tại điểm *M* (x;y) thỏa mãn biểu thức $D = x^2 + 3y^2 + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất.
7. Tìm *m* để đường thẳng d_2 cắt đường thẳng $\lambda : y = x - 2$ tại điểm *M* (x;y) thỏa mãn $x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$.

Bài toán 20. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$$(d_1): y = -3x + m + 2$$
$$(d_2): y = 4x - 2m - 5$$
(với *m* là tham số thực).

1. Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ khi $m = 0$.
2. Tìm *m* để đường thẳng (d_1) đi qua điểm *N* (1;3).
3. Tìm *m* để đường thẳng (d_2) cắt đường thẳng $y = 4x - 5$ tại điểm có hoành độ bằng 1.
4. Xác định *m* để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm *M* (x;y) sao cho
   a) *M* nằm trên trục tung.
   b) *M* nằm trên đường thẳng $2x - 3y = 4$.
   c) *M* nằm trên parabol $y = 7x^2$.
   d) Diện tích tam giác *OMB* bằng 6 với $B(0;-3)$.
5. Tìm *m* để đường thẳng d_1 tiếp xúc với parabol $(P): y = x^2$.
6. Gọi *A* là điểm nằm trên đường thẳng (d_1) có hoành độ bằng 1; *B* là điểm nằm trên đường thẳng (d_2) có hoành độ bằng 2. Tìm *m* để *A* và *B* nằm về hai phía của trục hoành.

Bài toán 21. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$$(d_1): y = (m-2)x + m + 3$$
$$(d_2): y = -x + 2$$
(với *m* là tham số thực).

1. Vẽ hai đường thẳng trên cùng một hệ trục tọa độ trong trường hợp $m = 5$.
2. Tìm *m* để đường thẳng d_1 đi qua điểm *A* (1 ;4).
3. Xác định *m* để đường thẳng d_1 vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ hai.
4. Tìm *m* để đường thẳng d_1 song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.
5. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d_2 và parabol $y = x^2$.
6. Tìm giá trị của *m* để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm $M(x;y)$ thỏa mãn
   a) *M* nằm trên đường thẳng $x - 3y + 4 = 0$.
   b) *M* nằm trên đường cong $y = x^3$.
   c) *M* nằm về bên trái trục tung.
   d) *M* nằm trên đường tròn tâm O (O là gốc tọa độ), bán kính $R = \sqrt{2}$.

e) $y = x^2 + 2$.

7. Với giá trị nào của *m* thì hai đường thẳng đã cho và đường thẳng $d: y = 2x - 1$ đồng quy.
8. Gọi *P* và *Q* theo thứ tự là các giao điểm của đường thẳng d_2 với trục tung và trục hoành, *T* là điểm chia trong đoạn *PQ* theo tỷ lệ 2:3, tính diện tích tam giác *OPT* với O là gốc tọa độ.

Bài toán 22. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy* (với O là gốc tọa độ) cho hai đường thẳng

$$\begin{aligned}&(d_1): y = 1 + mx\\&(d_2): y = (3m-4)x - 2\end{aligned}$$ (với *m* là tham số thực).

1. Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ khi $m = 1$.
2. Tìm *m* để đường thẳng d_1 đi qua điểm *K* (2 ;4).
3. Tìm *m* để đường thẳng d_2 vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = 6x - 1$.
4. Tìm *m* để đường thẳng d_2 song song với đường phân giác góc phần tư thứ ba.
5. Tìm *m* để hai đường thẳng đã cho vuông góc với nhau.
6. Tìm *m* để hai đường thẳng trên cắt nhau tại điểm *M* (*x*;*y*) sao cho
   a) *M* có tung độ bằng 4.
   b) *M* có hoành độ và tung độ trái dấu.
   c) *M* nằm trên đường thẳng $y = x + 3$.
   d) *M* nằm trên parabol $y = x^2$.
   e) *M* có tọa độ là những số nguyên dương.
7. Tồn tại hay không giá trị *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d_2 bằng $\sqrt{2}$?
8. Giả sử d_1 cắt hai trục tọa độ tại *P* và *Q*, d_2 cắt hai trục tọa độ tại *A* và *B* (P, Q đều khác O). Tìm giá trị của *m* để diện tích tam giác *OPQ* gấp đôi diện tích tam giác *OAB*, với O là gốc tọa độ.

Bài toán 23. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy* , O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$$\begin{aligned}&(d_1): y = 1 + \frac{1}{2}x\\&(d_2): my = x + 2m - 1\end{aligned}$$ (với *m* là tham số thực khác 0).

1. Vẽ đường thẳng (d_1).
2. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng (d_2) đi qua điểm $M(1;3)$.
   Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng với giá trị *m* vừa tìm được.
3. Tìm trên đường thẳng (d_1) các điểm $K(x;y)$ có tọa độ nguyên thỏa mãn $6x + y^2 = 5y\sqrt{x}$.
4. Xác định *m* để đường thẳng (d_2) song song với một trong hai trục tọa độ.
5. Tìm tọa độ điểm *D* (*x*;*y*) trên đường thẳng (d_1) sao cho biểu thức $S = x^2 + 2y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
6. Giả sử *A* là điểm cố định mà đường thẳng (d_2) luôn đi qua với mọi giá trị của *m*. Tính khoảng cách từ điểm *A* đến đường thẳng (d_1).
7. Gọi *T* là hình chiếu vuông góc của điểm *E* (1;3) trên đường thẳng (d_1). Viết phương trình đường thẳng *ET*, tìm tọa độ điểm *T*, từ đó tính khoảng cách *ET*.
8. Tìm các giao điểm của đường thẳng (d_2) với hai trục tọa độ. Tính độ dài đường cao *OH* của tam giác *OAB*, từ đó tìm *m* để đường thẳng (d_2) tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
9. Tìm *m* để khoảng cách từ O đến (d_2) bằng $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ lần khoảng cách từ O đến đường thẳng (d_1).

Bài toán 24. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$$\begin{aligned}&(d_1): y=(m-1)x-m^2-2m\\&(d_2): y=(m-2)x-m^2-m+1\end{aligned}\quad \text{(với } m \text{ là tham số thực).}$$

1. Hãy xác định tọa độ giao điểm của hai đường thẳng trên trong trường hợp $m=3$.
2. Tìm tất cả các giá trị của *m* để (d_2) đi qua điểm $M(2;5)$.
3. Tìm *m* để (d_1) song song với đường thẳng $y=(2m-3)x-m$.
4. Chứng minh hai đường thẳng đã cho không thể song song với nhau.
5. Xác định tọa độ điểm *G* theo tham số *m*.
6. Tìm giá trị của *m* để hai đường thẳng (d_1) và (d_2):
   a) Vuông góc với nhau.
   b) Cắt nhau tại điểm *G* nằm trên parabol $y=-x^2$.
   c) Cắt nhau tại điểm *G* nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng *AB* với *A* (1;3), *B* (3;5).
   d) Cắt nhau tại điểm *G* cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\sqrt{13}$.
7. Chứng minh giao điểm *G* của hai đường thẳng đã cho luôn thuộc một đường thẳng cố định.
8. Tìm giá trị *m* để giao điểm *G* ở câu 5 nằm trên đường tròn tâm O có bán kính bằng 2.
9. Tồn tại hay không giá trị *m* để điểm *G* cách điểm *C* (1;4) một khoảng bằng $5\sqrt{2}$?

Bài toán 25. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng

$$\begin{aligned}&(d_1): y=(2m-1)x-2m-1\\&(d_2): y=mx+m^2-4\end{aligned}\quad \text{(với } m \text{ là tham số thực).}$$

1. Tìm *m* để đường thẳng (d_1) đi qua điểm *A* (1;3).
2. Chứng minh rằng hai đường thẳng đã cho không thể vuông góc với nhau.
3. Với giá trị nào của *m* thì (d_1) và (d_2) song song với nhau ?
4. Tìm *m* để đường thẳng (d_1) là tiếp tuyến của đường tròn tâm O (O là gốc tọa độ), bán kính $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$.
5. Tìm *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d_1) là lớn nhất.
6. Tìm giá trị của *m* để hai đường thẳng trên:
   a) Cắt nhau tại điểm *M* nằm phía dưới trục hoành.
   b) Cắt nhau tại điểm *N* nằm bên trái trục tung.
   c) Cắt nhau tại điểm *K* (x;y) thỏa mãn $y=x+m^2$.
7. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm $M(x;y)$ sao cho $x+y$ đạt giá trị nhỏ nhất.
8. Tìm điểm cố định *T* mà đường thẳng (d_1) luôn đi qua với mọi giá trị của *m*. Tính độ dài đoạn thẳng *OT* với O là gốc tọa độ.

Bài toán 26. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng

$$\begin{aligned}&(d_1): y=(m-4)x+2m-3\\&(d_2): y=(2m-3)x+2m+1\end{aligned}\quad \text{(với } m \text{ là tham số thực).}$$

1. Vẽ hai đường thẳng trên cùng một hệ trục tọa độ trong trường hợp $m=6$.
2. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng (d_1) đi qua điểm $S(-2;5)$.
3. Tìm *m* để (d_2) song song với đường thẳng $y=(m^2+4m-6)x+2m-3$.
4. Xác định *m* sao cho (d_1) và (d_2) vuông góc nhau với nhau.

5. Trong trường hợp $m=1$, xét hai điểm *P* và *Q* lần lượt có hoành độ 1 và 2 cùng thuộc (d_1). Tính diện tích tam giác *OPQ* với O là gốc tọa độ.
6. Tồn tại hay không giá trị của *m* để (d_1) cắt hai trục tọa độ tại hai điểm *A*, *B* (không trùng gốc tọa độ) sao cho diện tích tam giác *OAB* bằng 24,5 ?
7. Tìm *m* để đường thẳng (d_2) là tiếp tuyến của đường tròn tâm O, bán kính $R=\frac{3}{\sqrt{2}}$.
8. Tìm tất cả các giá trị của *m* để đường thẳng (d_2) cắt hai trục tọa độ tại hai điểm *M*, *N* (không trùng gốc tọa độ) thỏa mãn điều kiện tổng $\frac{1}{OM^2}+\frac{1}{ON^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
9. Giả sử $M(x;y)$ là giao điểm của hai đường thẳng trên. Hãy tìm *m* để
   a) Điểm *M* nằm trên tia O*y*.
   b) Điểm *M* có hoành độ bằng 4.
   c) Điểm *M* nằm trong góc phần tư thứ hai.

Bài toán 27. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy* (với O là gốc tọa độ)cho hai đường thẳng

$$(d_1): y=mx-3$$
$$(d_2): y=2mx-m-1$$
(với *m* là tham số thực).

1. Tìm *m* để đường thẳng (d_1) đi qua điểm *K* (2 ;4).
2. Tìm *m* để đường thẳng (d_2) song song với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
3. Chứng tỏ rằng đường thẳng (d_2) luôn luôn đi qua một điểm cố định. Tìm tọa độ điểm đó.
4. Cho $m=1$, lập phương trình đường thẳng đi qua O và vuông góc với đường thẳng (d_1).
5. Giả sử đường thẳng (d_1) cắt hai trục tọa độ tại hai điểm *A*, *B* ; đường thẳng (d_2) cắt hai trục tọa độ tại *P*, *Q* (các điểm *A*, *B*, *P*, *Q* không trùng gốc O).
   a) Tìm *m* sao cho diện tích tam giác *OAB* bằng 9.
   b) Tìm *m* sao cho diện tích tam giác *OAB* gấp đôi diện tích tam giác *OPQ*.
   c) Tìm *m* để tam giác *OAB* có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
   d) Tìm *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d_1) bằng $\frac{3}{\sqrt{10}}$.
6. Gọi $M(x;y)$ là giao điểm của hai đường thẳng (d_1) và (d_2). Tìm giá trị của *m* sao cho
   a) *M* nằm trên đường thẳng $\Delta: 3x-4y+5=0$.
   b) Điểm *M* thuộc góc phần tư thứ nhất của hệ trục tọa độ.
   c) Điểm *M* cách đều hai trục tọa độ.
7. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng (d_2) không thể cắt đường tròn tâm O, bán kính $R=\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Bài toán 28. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy* (với O là gốc tọa độ) cho điểm $A(1;1)$ và hai đường thẳng có phương trình $d_1: y=x-1;\ d_2: y=4x+2$.

1. Tìm tọa độ giao điểm *P* của hai đường thẳng (d_1) và (d_2).
2. Tìm giá trị của *m* để ba điểm *P*, *A* và điểm $T(3;m)$ thẳng hàng.
3. Lập phương trình đường thẳng *l* đi qua điểm *S* (2;5) và song song với (d_2).
4. Lập phương trình đường thẳng λ đi qua điểm *J* (1;7) và vuông góc với (d_1).

5. Lập phương trình đường thẳng *d* đi qua *A* và vuông góc với đường thẳng (d_1), từ đó tìm tọa độ hình chiếu vuông góc *H* của *A* trên (d_1).
6. Tìm tọa độ điểm *E* trên đường thẳng (d_1) sao cho độ dài đoạn thẳng OE ngắn nhất.
7. Giả sử *M* và *N* là các điểm có hoành độ lần lượt là 2 và 3, đồng thời nằm trên (d_1). Tính độ dài chiều cao *OK* của tam giác *OMN* (*K* nằm trên đường thẳng *MN*).
8. Lập phương trình đường thẳng *d* đi qua *A* và cắt đường thẳng (d_1) tại điểm P thỏa mãn $AP=\sqrt{\frac{5}{2}}$.
9. Tìm tọa độ hai điểm *C* và *D* lần lượt nằm trên hai đường thẳng (d_1) và (d_2) sao cho *C* và *D* nhận điểm $I\left(\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)$ làm tâm đối xứng (còn gọi là nhận *I* làm trung điểm).

Bài toán 29. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy* cho đường thẳng $d: y=mx+n$.

1. Tìm *m* và *n* để *d* đi qua hai điểm $A(1;1), B(2;3)$.
2. Tìm mối liên hệ giữa *m* và *n* để
   a) Đường thẳng *d* có hệ số góc bằng 6.
   b) Đường thẳng *d* có hệ số góc bằng $5m-4$.
   c) Đường thẳng *d* không đi qua điểm C (3;1).
   d) Đường thẳng *d* song với đường thẳng $\Delta: y=(2m+3)x+2n-4m$.
3. Tìm giá trị của *m* và *n* để đường thẳng *d*:
   a) Cắt đường thẳng $d_1: y=\frac{3}{2}x-5$ tại điểm có hoành độ bằng 4, cắt đường thẳng $d_2: y=2x-2$ tại điểm có hoành độ bằng 2.
   b) Song song với đường thẳng $\Delta: 2x=y$ và cắt đường thẳng $l: y=2x-3$ tại một điểm nằm trên trục hoành.
   c) Đi qua điểm $K(1;2)$ và cắt đường thẳng $x+y=3$ tại một điểm nằm trên trục tung.
   d) Đi qua giao điểm của hai đường thẳng $y=2x+1; y=3x-2$ và song song với đường $2y=3x$.

Bài toán 30. Trong mặt phẳng với tọa độ O*xy* (với O (0;0) là gốc tọa độ) cho hai điểm $A(1;1), B(2;-1)$ và đường thẳng chứa tham số $d: y=(m^2-3m)x+m^2-2m+2$.

1. Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm *A* và *B*.
2. Tìm *m* để đường thẳng *d* song song với đường thẳng $y=-2x+2$.
3. Tìm *m* để đường thẳng *d* vuông góc với với đường thẳng $\Delta: y=\frac{1}{2}x-4$.
4. Tìm *m* để đường thẳng *d* đi qua điểm *K* (0;2) đồng thời song song với đường thẳng *AB*.
5. Tìm tọa độ các giao điểm của đường thẳng *AB* với hai trục tọa độ, từ đó tính độ dài đường cao *OH* của tam giác *OAB*.
6. Tính diện tích tam giác *OAB* theo hai cách (theo đường cao *OH* – *AB* hoặc theo phép trừ diện tích hình thang – tam giác).
7. Tìm tọa độ điểm *C* trên trục hoành sao cho tổng độ dài $CA+CB$ ngắn nhất.
8. Tìm tọa độ điểm *D* trong mặt phẳng tọa độ sao cho tứ giác *AOBD* là hình bình hành.
9. Tìm tọa độ điểm *E* trên đoạn thẳng *AB* sao cho điểm *E* chia trong đoạn *AB* theo tỷ số $\frac{1}{2}$.
10. Tính khoảng cách từ điểm $M(0;-1)$ đến đường thẳng *AB* theo hai cách (theo chân đường vuông góc *N* của *M* trên *AB* hoặc theo định lý Thales.

Bài toán 31. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ cho các đường thẳng chứa tham số

$$d:(m-1)x+y=3m-4\ ;\ d':x+(m-1)y=m.$$

1. Tìm *m* để đường thẳng *d'* đi qua điểm *K* (3;2).
2. Tìm *m* để đường thẳng *d* đi qua điểm *D* thuộc trục hoành có hoành độ bằng 3.
3. Tìm *m* để đường thẳng *d* vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ hai.
4. Giả định *P* và *Q* là các giao điểm của d với hai trục tọa độ (*P* và *Q* không trùng với O). Tìm giá trị của m để $OP=5OQ$.
5. Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng *d*.
6. Chứng minh rằng hai đường thẳng đã cho lần lượt đi qua hai điểm cố định *A*, *B*. Tính khoảng cách giữa hai điểm *A*, *B*.
7. Gọi giao điểm của hai đường thẳng đã cho là *M* (x;y).
   a) Tìm *m* để *M* có hoành độ bằng 5.
   b) Tìm *m* để điểm *M* nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ (không tính biên).
   c) Tìm giá trị nguyên *m* để *M* là một điểm nguyên (có hoành độ nguyên và tung độ nguyên).
   d) Tìm *m* sao cho $\widehat{MOx}=30^\circ$ (O là gốc tọa độ).
   e) Tìm độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng *OM*.
8. Tìm *m* để hai đường thẳng đã cho và đường $\Delta: y=2x+1$ cùng đi qua một điểm (đồng quy).

Bài toán 32. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số

$$d_1: 3x-m-1=y$$
$$d_2: y=2x+m-1$$

(với *m* là tham số thực).

1. Vẽ hai đường thẳng trên một hệ trục tọa độ khi $m=1$.
2. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng trên khi $m=5$.
3. Tìm *m* để đường thẳng (d_2) đi qua điểm G (3;4).
4. Với giá trị nào của *m* thì (d_1) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 6 ?
5. Giả sử *P* và *Q* là các giao điểm không trùng gốc O của đường thẳng (d_1). Tìm tất cả các giá trị của m để tam giác *OPQ* có diện tích bằng 1,5.
6. Tìm giao điểm $M(x;y)$ của hai đường thẳng theo tham số *m*.
   a) Chứng minh rằng *M* luôn thuộc một đường thẳng cố định.
   b) Tìm *m* để hai đường thẳng đã cho đồng quy với đường thẳng $d_3: 3x-4y=6$.
   c) *M* có thể nằm trên parabol $y=x^2$ được hay không, tại sao ?
   d) Xác định *m* sao cho giao điểm *M* ở trên nằm trên đồ thị hàm số $|3x-1|+y=|x|$.
7. Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d_2) là tiếp tuyến của đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$?
8. Tìm *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d_1) bằng $\sqrt{10}$.
9. Tìm tất cả các giá trị của *m* để (d_2) không thể cắt đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Bài toán 33. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;4), B(3;1)$ và đường thẳng $d: y=ax$.

1. Tìm *a* để đường thẳng *d* vuông góc với đường thẳng $\Delta: y=6x-9a$.
2. Lập phương trình đường thẳng (*AB*).
3. Tìm tọa độ các giao điểm *P*, *Q* của đường thẳng (AB) với hai trục tọa độ. Tính diện tích và độ dài đường cao *OM* của tam giác *OAB*.
4. Tìm tọa độ trung điểm *I* của đoạn thẳng *AB*, từ đó tìm *a* để *A* và *B* nằm về hai phía và cách đều đường thẳng *d*.
5. Tìm tọa độ các trung điểm *M* và *N* của *OA*, *OB*, từ đó tìm trọng tâm *G* của tam giác *OAB*.

6. Lập phương trình hai trong ba đường cao *AD*, *BE*, *OF* của tam giác *OAB*. Từ đó tìm tọa độ trực tâm *H* của tam giác *OAB*.
7. Tìm tọa độ điểm *C* sao cho tam giác *ABC* vuông cân tại *B*.
8. Tìm tọa độ điểm *J* sao cho tam giác *ABJ* vuông cân tại J.
9. Xác định tọa độ điểm *N* trong mặt phẳng tọa độ sao cho tam giác *ABN* đều.

Bài toán 34. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2008 – 2009; Ngày thi 30.06.2008.

Cho hàm số bậc nhất $y=(m-2)x+m+1$ (với *m* là tham số thực).

1. Với giá trị nào của *m* thì hàm số *y* là hàm số đồng biến ?
2. Tìm giá trị của *m* để đồ thị của hàm số đi qua điểm $M(2;6)$.
3. Tìm *m* để đồ thị của hàm số là đường thẳng song song với trục hoành.
4. Tìm *m* để đồ thị của hàm số vuông góc với đường thẳng $y=4x-2016$.
5. Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số luôn đi qua với mọi giá trị của *m*. Từ đó tìm *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đồ thị hàm số là lớn nhất.
6. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm *A*, cắt trục tung tại điểm *B* (*A* và *B* không trùng gốc tọa độ O). Gọi *H* là chân đường cao hạ từ O của tam giác *OAB*.
   a) Tìm *m* để tam giác *AOB* có diện tích bằng 8.
   b) Tìm *m* để $OA=5OB$.
   c) Xác định giá trị của *m*, biết $OH=\sqrt{2}$.
   d) Tìm giá trị của *m* để $\widehat{OAB}=60^\circ$.
   e) Tìm *m* sao cho $T=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 35. Cho hàm số $y=mx+3+m-2x$ (1); với *m* là tham số thực.

1. Tìm *m* để (1) là hàm số bậc nhất đồng biến.
2. Xác định *m* sao cho (1) là hàm số hằng.
3. Vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m=1$.
4. Gọi đường thẳng *d* là đồ thị của hàm số (1), O là gốc tọa độ.
   a) Với giá trị nào của *m* thì *d* đi qua điểm *M* thuộc trục tung có tung độ bằng 7 ?
   b) Tìm *m* để *d* song song với đường thẳng $y=5x-6$.
   c) Tìm *m* để *d* vuông góc với đường thẳng $y=-8x+13$.
   d) Tìm *m* để *d* cắt đường thẳng $y=2x-3$ tại điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn $x^2+y^2=2$.
   e) Tìm tọa độ các giao điểm *A*, *B* (không trùng gốc O) của *d* với hai trục tọa độ. Xác định *m* để đường thẳng *d* tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1.
   f) Tồn tại hay không giá trị m để đường thẳng *d* tạo với trục hoành một góc $\alpha=45^\circ$?
   g) Tìm điểm cố định mà *d* luôn đi qua với mọi giá trị *m*, từ đó tìm khoảng cách lớn nhất từ điểm *N* (2;4) đến đường thẳng *d* khi *m* thay đổi.
   h) Tìm *m* để đường thẳng *d* tiếp xúc với đường tròn (C) có tâm O, bán kính $3\sqrt{2}$.

Bài toán 36. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy* cho hai điểm $A(1;3,),B(-2;1)$.

1. Lập phương trình đường thẳng *d* đi qua *A* và *B*.
2. Tính góc nhọn tạo bởi đường thẳng *AB* và trục hoành.
3. Xác định khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng *d*.
4. Tính diện tích tam giác *OAB*.
5. Tìm khoảng cách từ điểm *C* (1;4) đến đường thẳng *AB*.
6. Tính diện tích hình phẳng tạo bởi đường thẳng *AB*, trục *Ox* và đường phân giác của góc phần tư thứ hai (trong mặt phẳng tọa độ).

7. Tìm tọa độ điểm *D* nằm trong đoạn thẳng *AB* đồng thời *D* cách đều hai trục tọa độ.
8. Giả sử (*C*) là đường tròn đường kính *AB*. Tìm điểm *E* thuộc (*C*) sao cho độ dài đoạn *OE* ngắn nhất.
9. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $C(2;-1)$ thỏa mãn
   a) Vuông góc với đường thẳng *d*.
   b) Song song với đường thẳng d.
   c) Tạo với *d* và trục O*x* một tam giác có diện tích bằng 3.

Bài toán 37. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho ba đường thẳng

$$d_1: y = 2x+5$$
$$d_2: y = 1-4x \qquad \text{(m là tham số thực).}$$
$$d_3: y = (1+m)x+2m-1$$

1. Vẽ hai đường thẳng d_1, d_2 trên cùng một hệ trục tọa độ.
2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng d_1, d_2 với trục hoành.
3. Tìm *m* để ba đường thẳng đã cho đồng quy.
4. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d_1.
5. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm *M* (1;4) và song song với đường thẳng d_1.
6. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm *N* (2;5) và vuông góc với đường thẳng d_2.
7. Tìm *m* để đường thẳng d_3 cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4.
8. Tìm điểm cố định mà đường thẳng d_3 luôn đi qua với mọi giá trị của *m*.
9. Tìm khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d_3.
10. Tìm giá trị *m* để đường thẳng d_3 cắt đường thẳng d_2 tại điểm *P* (*x*;*y*) sao cho biểu thức $5x^2+y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
11. Tồn tại hay không giá trị *m* để d_3 là tiếp tuyến của đường tròn (*C*) có tâm O, bán kính $R = \frac{3}{\sqrt{10}}$?

Bài toán 38. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho các đường thẳng

$$d: y = \frac{3x+5}{2}; \quad d': y = mx - m + 3.$$

1. Tìm *m* để đường thẳng *d'* cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 6.
2. Tìm *m* để đường thẳng *d'* cắt đường thẳng d tại điểm có hoành độ bằng 3.
3. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-3;5)$ và song song với đường thẳng *d*.
4. Tìm m để hai đường thẳng đã cho và đường thẳng $\Delta: y = 4x-1$ đồng quy.
5. Đường thẳng *d* cắt hai trục tọa độ O*x* và O*y* theo thứ tự tại *B* và *C*. Tìm các điểm có tọa độ nguyên thuộc đoạn thẳng *BC*.
6. Tìm điểm cố định mà đường thẳng *d'* luôn đi qua với mọi giá trị của *m*.
7. Tìm giá trị của *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng *d'* là lớn nhất.
8. Tồn tại hay không giá trị *m* để *d'* là tiếp tuyến của đường tròn tâm O, bán kính $R = \sqrt{2}$.
9. Tìm tọa độ các giao điểm *M, N* của đường thẳng *d* lần lượt với trục tung và trục hoành. Tính diện tích tam giác *OMN*.
10. Giả định đường thẳng *d'* cắt trục hoành tại *P* (*P* khác O). Tìm *m* để diện tích tam giác *OMQ* gấp ba lần diện tích tam giác *OMN*.

Bài toán 39. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy* cho hai đường thẳng

$$d_1: y = (2m^2+1)x+2m+1 \qquad \text{(với } m \text{ là tham số thực).}$$
$$d_2: y = m^2x + m - 2$$

1. Vẽ hai đường thẳng đã cho trong trường hợp $m=1$.
2. Xác định *m* để đường thẳng d_2 cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.
3. Xác định *m* để đường thẳng d_1 cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5.
4. Tìm *m* để đường thẳng d_1 song song với đường thẳng $\Delta : y=(5m-2)x+2015$.
5. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng d_2 vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
6. Xác định *m* để đường thẳng d_2 hợp với chiều dương trục tung một góc $\beta : \tan\beta = \frac{5}{7}$.
7. Tìm tọa độ giao điểm *I* của hai đường thẳng trên theo *m*. Khi *m* thay đổi, chứng minh điểm *I* luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài toán 40. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số

$$d_1 : mx+4y=m+2;\quad d_2 : x+my=m.$$

1. Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ khi $m=-1$.
2. Tìm *m* để đường thẳng d_1 cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
3. Tìm *m* để đường thẳng d_2 cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4.
4. Tìm *m* để đường thẳng d_2 song song với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
5. Giả sử đường thẳng d_1 cắt hai trục tọa độ tại *P*, *Q* (không trùng gốc tọa độ O). Tìm giá trị của tham số *m* để tam giác *OPQ* có diện tích bằng $\frac{9}{8}$.
6. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng d_2 chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 1.
7. Chứng minh rằng với mọi *m*, mỗi đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt đi qua các điểm cố định *A* và *B*. Tính diện tích tam giác *OAB*.
8. Giả sử hai đường thẳng cắt nhau tại điểm *M* (*x*;*y*). Tìm giá trị của *m* sao cho
   a) Độ dài đoạn thẳng *OM* bằng $\sqrt{2}$.
   b) Điểm *M* nằm trên parabol $y=6x^2$.
   c) Tam giác *OMA* cân tại *A* (*A* là điểm cố định của d_1 ở mục 6).
   a) Tổng khoảng cách từ *M* đến hai trục tọa độ bằng 6.
9. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hai đường thẳng đã cho đồng quy với đường thẳng $\Delta : x-2y=3$.

Bài toán 41. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số

$$d_1 : (m+1)x+my=2m-1;\quad d_2 : mx-y=m^2-2.$$

1. Tìm *m* để đường thẳng d_1 đi qua điểm $K(3;7)$.
2. Tìm *m* để đường thẳng d_2 song song với đường thẳng $y=3x+m+2$.
3. Tìm *m* để đường thẳng d_1 vuông góc với đường thẳng $y=-\frac{1}{2}x-6$.
4. Chứng minh rằng đường thẳng d_1 luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của *m*. Tìm tọa độ điểm cố định đó.
5. Giả sử $M(x;y)$ là giao điểm của hai đường thẳng đã cho.
   a) Chứng minh rằng khi *m* thay đổi, điểm *M* di động trên một đường thẳng Δ cố định.
   a) Tìm *m* để điểm *M* thuộc cung phần tư thứ nhất của hệ trục tọa độ.
   b) Tìm *m* để điểm *M* nằm trên parabol $y=2x^2$.
   c) Xét điểm *A* (4;0), tìm *m* để *OMA* là một tam giác có diện tích bằng 3.
   d) Tìm giá trị của *m* để điểm *M* nằm trong nửa mặt phẳng bên trái (tính cả biên), bờ là đường phân giác góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.

Bài toán 42. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho ba đường thẳng

$$d_1: y = 3x + 2$$
$$d_2: y = -x + 6$$
$$\Delta: y = (3m-2)x + 4m - 6$$

1. Vẽ hai đường thẳng d_1, d_2 trên cùng một hệ trục tọa độ.
2. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm D (1;4) và song song với đường thẳng d_1.
3. Viết phương trình đường thẳng vuông góc với đường thẳng d_2 đồng thời cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
4. Hai đường thẳng d_1, d_2 cắt nhau tại điểm M và cắt trục hoành theo thứ tự tại P và Q. Tính diện tích tam giác MPQ.
5. Tính số đo góc nhọn α tạo bởi đường thẳng d_2 và trục hoành.
6. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d_1.
7. Tính khoảng cách từ điểm C (3;5) đến đường thẳng d_2.
8. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng d_2 cách đều gốc tọa độ O và điểm $A(-2;0)$.
9. Xác định giá trị của *m* để ba đường thẳng đã cho đồng quy.
10. Tìm giá trị *m* để đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) tâm O, bán kính $R = \sqrt{2}$.
11. Tìm điểm cố định K (x;y) mà đường thẳng Δ luôn luôn đi qua, từ đó tính khoảng cách lớn nhất từ điểm E (3;5) đến đường thẳng Δ.

Bài toán 43. Cho hàm số $y = mx - 2m - 1$ (1); với *m* là tham số.

Hàm số có đồ thị là *d*, O là gốc tọa độ.

1. Tìm *m* để hàm số đã cho là hàm số bậc nhất và đồ thị *d* là đường thẳng có hướng đi lên.
2. Tìm *m* để *d* đi qua điểm N (3;2).
3. Tìm *m* để *d* song song với đường thẳng $l: y = (9m-2)x + 4m - 3$.
4. Tìm *m* để *d* vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ ba của mặt phẳng tọa độ.
5. Tìm *m* để *d* cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 10.
6. Tìm điểm cố định M (x;y) mà đường thẳng *d* luôn đi qua với mọi giá trị *m*.
7. Xét trường hợp đồ thị *d* cắt trục tung và trục hoành lần lượt tại hai điểm P và Q khác gốc tọa độ O.
   a) Tìm tọa độ P và Q theo *m*. Xác định *m* để $2OP = 5OQ$.
   b) Tìm giá trị *m* để tam giác POQ có diện tích bằng 4,5.
   c) Tìm *m* để đường thẳng PQ là tiếp tuyến của đường tròn tâm O, bán kính $R = \frac{3}{\sqrt{2}}$.
   d) Xét hai điểm A (1;0), B (-2;0). Tìm *m* để diện tích tam giác AOQ bằng bốn lần diện tích tam giác AOB.
8. Tìm khoảng cách lớn nhất từ điểm $H(4;3)$ đến đường thẳng *d* và giá trị *m* tương ứng.
9. Tìm tất cả các giá trị của *m* để đường thẳng d cắt parabol $(P): y = x^2$ tại điểm K (x;y) thỏa mãn biểu thức $S = x^2 + x - 2y - 4$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 44. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho ba điểm $A(3;5), B(-1;3), C(1;1)$ và đường thẳng chứa tham số sau: $d: y = mx - 2m + 3$.

1. Tìm *m* để đường thẳng *d* đi qua điểm A.
2. Tìm *m* để đường thẳng *d* song song với đường thẳng $y = (3m-1)x + 2n - 1$.
3. Lập phương trình đường thẳng *d* đi qua hai điểm A và B.
4. Điểm C có thuộc đường thẳng *d* hay không ? Từ đó chứng minh (ABC) là một tam giác.

5. Gọi *H và D* theo thứ tự là chân đường cao và đường phân giác kẻ từ *A* xuống *BC* của tam giác *ABC*.
    a) Tìm tọa độ *H* và tính độ dài *AH*.
    b) Tính độ dài đoạn thẳng *BD*.
6. Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng *d* cắt hai trục tọa độ tại *P*, *Q* (không trùng gốc O) sao cho tổng $\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
7. Giả sử (*C*) là đường tròn đường kính *AB*. Tìm *m* để đường thẳng *d* tạo với đường tròn (*C*) một dây cung có độ dài lớn nhất.
8. Tìm tọa độ điểm *D* trên trục tung sao cho tổng độ dài $AD+BD$ ngắn nhất.
9. Tìm tọa độ điểm *M* trên đường thẳng *d* sao cho độ dài đoạn *MC* ngắn nhất.
10. Tìm tọa độ điểm *N* trên trục hoành sao cho tổng độ dài $AN+CN$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 45. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho ba điểm $A(1;2),B(-1;0),C(2;0)$ và các đường thẳng $d: y=\frac{2}{3}x+2;\quad \Delta: y=mx-2-4m$.

1. Vẽ đồ thị *d* của hàm số đã cho.
1. Tìm độ dài đường cao *BH* của tam giác *ABC* (*H* thuộc cạnh *AC*).
2. Lập phương trình đường trung tuyến qua đỉnh *C* của tam giác *ABC*.
3. Tính diện tích và chu vi của tam giác *ABC*.
2. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $P(1;1)$ và vuông góc với đường thẳng *d*.
4. Tìm giá trị của *a* và *b* để đường thẳng $y=ax+b-3\quad(a\neq 0)$ đi qua điểm *A* và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.
5. Tính khoảng cách từ điểm *C* đến đường thẳng *d*.
6. Tìm tọa độ điểm cố định *K* (*x*;*y*) mà đường thẳng Δ luôn đi qua với mọi giá trị của *m*. Tính độ dài đoạn thẳng *KC*.
7. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng Δ cắt trục tung tại điểm *D* sao cho tam giác *OAD* cân tại *A*.
8. Tìm *m* để đường thẳng Δ chắn trên hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.
9. Với giá trị nào của *m* thì Δ tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R=3\sqrt{2}$?
10. Giả định (*C*) là đường tròn tâm *I*, đường kính *AB*. Tồn tại hay không giá trị của *m* để Δ cắt (*C*) tại hai điểm phân biệt *P*, *Q* sao cho *IPQ* là tam giác đều ?
11. Tìm tọa độ trực tâm *H* của tam giác *ABC*.

Bài toán 46. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho ba điểm $A(2;-3),B(-2;1),C(4;-1)$. Xét đường thẳng chứa tham số $d: y=(m-1)x+m-4$.

1. Lập phương trình đường thẳng (*AB*).
2. Xét điểm $T(2t-4;5t-7)$, tìm t để ba điểm *A*, *B*, *T* thẳng hàng.
3. Chứng minh tam giác *ABC* vuông. Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*.
4. Tính chu vi và diện tích tam giác *ABC*.
5. Lập phương trình các đường trung tuyến và tìm tọa độ trọng tâm *G* của tam giác *ABC*.
6. Gọi *d* là đường thẳng có hệ số góc *k*; đi qua điểm *C* và cắt trục tung, trục hoành lần lượt tại *M*, *N*. Tìm *k* sao cho diện tích tam giác *ABC* bằng diện tích tam giác *OMN*.
7. Tìm tọa độ điểm *D* nằm trên trục tung sao cho $|AD-CD|$ đạt giá trị lớn nhất.
8. Tìm điểm cố định mà đường thẳng *d* luôn đi qua với mọi giá trị của *m*.
9. Tìm *m* để đường thẳng *d* đi qua *A*. Khi đó tính diện tích tam giác tạo bởi *d* và hai trục tọa độ.
10. Tồn tại hay không giá trị nguyên của *m* để *d* tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính bằng 1 ?
11. Tìm giá trị của *m* để từng điểm *A*, *B* nằm hoàn toàn ở một trong hai nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng (*d*).

Bài toán 47. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho ba điểm *A* (1;1), *B* (6;1), *C* (0;4) và đường thẳng chứa tham số $\Delta: y=(1+m)x+2m+3$ (*m* là tham số thực).

1. Tìm *m* để đường thẳng Δ đi qua điểm *B*.
2. Tìm tọa độ điểm *D* trong mặt phẳng tọa độ sao cho *A* và *C* nhận *D* làm tâm đối xứng.
3. Tìm tọa độ trọng tâm *G* và trực tâm *H* của tam giác *ABC*.
4. Với hai điểm $A(-3;y_1),B(-1;y_2)$ nằm trên đường thẳng Δ; hãy tìm *m* để $y_1>y_2$.
5. Tìm *m* để giao điểm của Δ và đường thẳng $d: y=2x-2$ nằm phía trên trục hoành.
6. Tính diện tích tam giác *ABC*.
7. Giả sử đường thẳng Δ cắt hai trục tọa độ tại *P* và *Q* (không trùng gốc O). Tìm *m* để tam giác *OPQ* có diện tích bằng $\frac{5}{6}$ lần diện tích tam giác *ABC*.
8. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$.
9. Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng Δ.
10. Tìm tọa độ điểm *N* trên trục hoành sao cho tam giác *ANB* vuông tại *N*.
11. Tìm tọa độ điểm *S* thuộc trục hoành sao cho tổng độ dài $SA+SB$ ngắn nhất.

Bài toán 48. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho hai điểm *M* (1;3), *N* (3;2) và đường thẳng chứa tham số $d: y=(m-3)x+2n \quad (m\neq 3)$.

1. Tìm giá trị của các tham số *m* và *n* để đường thẳng *d* thỏa mãn
   a) Đi qua hai điểm $A(2;-2),B\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$.
   b) Song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.
   c) Vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
   d) Cắt trục tung tại điểm $M\left(0;2+\sqrt{3}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm $N\left(2-\sqrt{3};0\right)$.
2. Viết phương trình đường thẳng (*MN*), tìm góc nhọn hợp bởi đường thẳng (*MN*) và trục hoành.
3. Tính độ dài đường cao *OH* của tam giác *OMN*.
4. Viết phương trình các đường trung tuyến của tam giác *OMN*, từ đó tìm tọa độ trọng tâm *G* của tam giác *OMN*.
5. Xét trường hợp $n=3$. Gọi *C* và *D* là hai giao điểm (không trùng gốc O) của đường thẳng *d* với hai trục tọa độ; *E* là trung điểm của đoạn thẳng *CD*.
   a) Tìm *m* để độ dài trung tuyến *OE* bằng 4.
   b) Tìm *m* để tam giác *OCD* có diện tích bằng 5.
   c) Tìm *m* để đường thẳng *d* đồng quy với hai đường thẳng $y=5x-2;\quad x-3y+1=0$.
   d) Tìm *m* để *d* cắt đường thẳng $x-y+3=0$ tại điểm *M* (*x*;*y*) sao cho biểu thức x^2-3y^2+3 đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 49. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho ba đường thẳng

$$d_1: y=3x+1;\quad d_2: y=2x-1;\quad \Delta: y=(3-m)x+m-5.$$

1. Tìm tọa độ giao điểm *K* (*x*;*y*) của hai đường thẳng d_1,d_2.
2. Gọi *A* và *B* theo thứ tự là giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 với trục hoành. Tìm tọa độ điểm *C* trên trục tung sao cho tam giác *ABC* có diện tích bằng 6.
3. Tìm tọa độ điểm *D* đối xứng với gốc tọa độ qua đường thẳng d_1.
4. Tìm điểm cố định *M* (*x*;*y*) mà đường thẳng Δ luôn luôn đi qua với mọi giá trị *m* thay đổi.
5. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng Δ thỏa mãn điều kiện
   a) Đi qua điểm *E* (3;5).
   b) Vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ ba.

c) Đồng quy với hai đường thẳng d_1, d_2.

d) Cắt đường thẳng $y = 2x + 1$ tại điểm *N* (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện $y^2 - 5y\sqrt{x} + 6x = 0$.

e) Cắt đường thẳng $y = 3x - 1$ tại điểm *P* (*x*;*y*) sao cho biểu thức $R = (x + y)(x - y + 1)$ đạt giá trị lớn nhất.

f) Tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = \frac{4\sqrt{5}}{5}$.

6. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng Δ cách điểm *K* (*x*;*y*) trong câu 1 một khoảng lớn nhất ?

Bài toán 50. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho ba điểm $A(0;3), B(4;0), C(-1;4)$ và đường thẳng chứa tham số $d: y = (3m+1)x + m + 3$, trong đó *m* là tham số thực.

1. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng *d* thỏa mãn
   a) Đi qua điểm *K* (2;6).
   b) Vuông góc với đường thẳng $\lambda: y = -5x + 9$.
   c) Song song với đường thẳng $l: y = (m^2 + 1)x + 5m - 1$.
   d) Song song với đường thẳng (*AB*).
   e) Chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2 (đơn vị diện tích).
   f) Tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = \frac{4}{\sqrt{17}}$.
2. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm *C* và song song với đường thẳng $y = 2x - 3$.
3. Tính chu vi và diện tích của tam giác *ABC*.
4. Tính độ dài cao *OH* của tam giác *OAB* và góc nhọn tạo bởi đường thẳng *AB* với trục tung.
5. Tìm tọa độ điểm *D* trong mặt phẳng tọa độ sao cho tứ giác *ABCD* là hình bình hành.
6. Tìm tọa độ điểm *E* trong mặt phẳng tọa độ sao cho đoạn thẳng *CE* nhận đường thẳng *AB* làm trục đối xứng.
7. Tồn tại hay không số thực m để đường thẳng *d* cách đều hai điểm *B* và *C* ?
8. Tìm *m* để khoảng cách từ điểm *C* đến đường thẳng *d* đạt giá trị lớn nhất.
9. Tìm điểm *M* trên đường phân giác góc phần tư thứ nhất sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$.
10. Tìm khoảng giá trị của *m* để điểm *C* không nằm trong nửa mặt phẳng chứa hai điểm *A*, *B* với bờ là đường thẳng *d*.
11. Tồn tại hay không giá trị của *m* để điểm *B* không nằm trong nửa mặt phẳng chứa hai điểm *A*, *C* với bờ là đường thẳng *d* ?

Bài toán 51. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho 5 đường thẳng

$$d_1: y = 3x;\ d_2: y = 3x + 6;\ d_3: y = -\frac{1}{3}x;\ d_4: y = -\frac{1}{3}x + 6;\ \Delta: y = mx - 8m + 1.$$

1. Vẽ đồ thị bốn đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 trên cùng một hệ trục tọa độ.
2. Bốn đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 cắt nhau tại bốn điểm (trong đó có gốc O). Chứng minh bốn điểm đó tạo thành một hình chữ nhật, ký hiệu hình chữ nhật (*S*).
3. Tìm giá trị của sao cho
   a) Δ cắt đường thẳng d_1 tại điểm có hoành độ dương.
   b) Δ cắt đường thẳng d_2 tại điểm có tung độ âm.
   c) Δ vuông góc với đường thẳng d_3.
   d) Δ song song với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
   e) Ba đường thẳng d_1, d_4, Δ đồng quy.
   f) Δ và đường thẳng d_4 không tồn tại điểm chung.

4. Tìm điểm cố định $M(x;y)$ mà đường thẳng Δ luôn đi qua với mọi giá trị của m.
5. Giả sử D là tâm của hình bình hành chữ nhật (S). Tìm m để độ dài đoạn thẳng MD lớn nhất.
6. Tìm tọa độ điểm E đối xứng với gốc tọa độ O qua đường thẳng d_2.
7. Đường thẳng Δ có thể tiếp xúc với đường tròn (C) ngoại tiếp hình chữ nhật (S) hay không ? Vì sao ?

Bài toán 52. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho ba điểm A (3;1), B (4;2) và ba đường thẳng $d_1: y = x; d_2: y = 3x+3; \Delta: y = 2mx-3$.

1. Tìm tọa độ điểm có hoành độ bằng 2 thuộc đường thẳng d_1.
2. Tìm tọa độ điểm có tung độ bằng 9 thuộc đường thẳng d_2.
3. Gọi M là giao điểm của hai đồ thị trên. Tìm tọa độ điểm M.
4. Viết phương trình đường thẳng song song đường thẳng d_1 và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 7.
5. Tính diện tích tam giác hợp thành từ trục hoành và hai đường thẳng d_1, d_2.
6. Tìm điểm cố định mà đường thẳng Δ luôn luôn đi qua với mọi giá trị của m.
7. Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ đến đường thẳng Δ.
8. Tìm m để Δ cắt hai trục tọa độ tại P, Q (không trùng gốc O) sao cho $\frac{1}{OP^2}+\frac{1}{OQ^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
9. Tìm giá trị của m để đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = \frac{3}{\sqrt{5}}$.
10. Tìm m để đường thẳng $l: y = 4mx - m$ cắt đường thẳng d_1 tại một điểm nằm trên parabol $(P): y = x^2$.
11. Tìm giá trị của tham số m để gốc tọa độ O và điểm D (3;3) nằm khác phía đối với Δ.
12. Tìm tất cả các giá trị m để Δ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích không nhỏ hơn 1.

Bài toán 53. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, xét $A(2;4), B(8;6), C(3;-2)$ và đường thẳng chứa tham số $d: y = mx + n$.

1. Viết phương trình đường thẳng AB, BC, CA.
2. Tìm tọa độ các trung điểm của các đoạn thẳng AB, BC, CA, từ đó tìm tọa độ trọng tâm G.
3. Tìm tọa độ hình chiếu H của gốc tọa độ O trên đường thẳng AB.
4. Tính diện tích tam giác ABC (dùng phép trừ diện tích hoặc tìm tọa độ chân đường cao).
5. Tìm m và n sao cho
   a) Đường thẳng d có hệ số góc bằng 2 và đi qua điểm (5;9).
   b) Đường thẳng d song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất đồng thời đi qua điểm (– 3;0).
   c) Đường thẳng d song song với đường thẳng $d': y = 3 + 2x$ và đi qua điểm (– 0,75;3).
   d) Đường thẳng d vuông góc với đường thẳng $\Delta: y = 2 - x$ tại giao điểm của Δ với trục tung.
   e) Đường thẳng d đi qua gốc tọa độ và hợp với trục tung một góc $\beta = 60^\circ$.
   f) Đường thẳng d đi qua điểm $M(-5;-5)$ và chắn trên hai trục tọa độ hai đoạn thẳng có độ dài bằng nhau.
6. Tìm tọa độ điểm D trong mặt phẳng tọa độ sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
7. Tìm tọa độ điểm E trong mặt phẳng tọa độ sao cho tứ giác $ACBE$ là hình bình hành.
8. Tìm tọa độ điểm F thuộc trục hoành sao cho tổng độ dài $FA + FB$ ngắn nhất.
9. Tìm tọa độ điểm G thuộc mặt phẳng tọa độ sao cho đoạn GC nhận đường thẳng AB làm trung trực.
10. Tìm hệ thức liên hệ giữa m và n để
    a) Đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = \sqrt{2}$.
    b) Đường thẳng d đồng quy với hai đường thẳng $\Delta: y = 3x - 2;\ \lambda: y = 5x - 4$.
    c) Đường thẳng d cách đều hai điểm (4;2) và (6;2).

Bài toán 54. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho ba điểm $A(4;1), B(1;-3), C(1;0)$ và phương trình đường thẳng chứa tham số $d: y=(2-m)x+2m-1$.

1. Tìm m để d thỏa mãn
   a) Có hệ số góc bằng 11.
   b) Đi qua điểm (4;3).
   c) Song song với đường thẳng $\Delta: y=(2-m^2)x+3m^2-1$.
   d) Vuông góc với đường thẳng $l: y=3x-2$.
   e) Song song với đường thẳng AB.
   f) Đồng quy với ba đường thẳng $d_1: y=2x-1;\quad d_2: y=3x-2;\quad d_3: y=(3-2m)x+m-2$.
   g) Cắt đường thẳng $y=1+x$ tại điểm M (x;y) có tọa độ thỏa mãn $y^2-3y\sqrt{x}+2x=0$.
2. Tìm tọa độ điểm M thuộc d để cùng thẳng hàng với bốn điểm $A(3;4), B(1;-2), C(2;1), D\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$.
3. Tìm trên đường thẳng d các điểm E cách đều hai trục tọa độ.
4. Tìm điểm cố định mà đường thẳng d luôn đi qua với mọi giá trị của m.
5. Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d.
6. Tìm m để đường thẳng d chắn trên hai trục trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 0,5.
7. Tìm giá trị của m để đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$.
8. Tính diện tích tam giác ABC (dùng phép trừ diện tích hoặc tìm tọa độ chân đường cao).
9. Tìm tọa độ các trung điểm M, N, P của tam giác ABC.
10. Viết phương trình hai trong ba đường trung tuyến của tam giác ABC, từ đó tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.
11. Viết phương trình hai trong ba đường trung trực của tam giác ABC, từ đó tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
12. Tìm tọa độ điểm D trong mặt phẳng tọa độ sao cho A và D nhận điểm C làm tâm đối xứng.
13. Tìm tọa độ điểm F thuộc trục hoành sao cho tổng độ dài $FA+FB$ là ngắn nhất.
14. Tìm tọa độ điểm K thuộc trục tung sao cho tổng khoảng cách từ C và B đến K là ngắn nhất.

Bài toán 55. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$$d_1: x-\sqrt{3}y+4=0;\quad d_2: \sqrt{3}x+y+1=0.$$

1. Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ.
2. Xác định tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng.
3. Tính góc tạo bởi mỗi đường thẳng với trục hoành.
4. Chứng minh hai đường thẳng đã cho vuông góc với nhau.
5. Gọi B và C theo thứ tự thuộc hai đường thẳng đã cho, có hoành độ lần lượt là 1 và 2. Tìm tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
6. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm (2;5) và vuông góc với đường thẳng d_1.
7. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm (4;1) và song song với đường thẳng d_2.
8. Tìm tọa độ các giao điểm của đường thẳng d_1 với hai trục tọa độ.
9. Tính diện tích tam giác tạo bởi đường thẳng d_1 với hai trục tọa độ.
10. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d_1.
11. Chứng minh rằng đường thẳng d_2 tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R=\frac{1}{2}$.
12. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d_2 sao cho độ dài đoạn thẳng OM ngắn nhất.

Bài toán 56. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho hai điểm $A(3;4), B(3;1)$ và đường thẳng chứa tham số $\Delta: y=(m-3)x+2m-3$.

1. Viết phương trình đường thẳng *AB*.
2. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng *AB* với hai trục tọa độ.
3. Tìm độ dài đường cao *OH* của tam giác *OAB*.
4. Giả sử tồn tại tam giác vuông *AMN* với *M*, *N* đều nằm trên trục hoành và O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *AMN*. Tìm tọa độ các đỉnh *M*, *N*.
5. Tìm tọa độ các điểm *C*, *D* trong mặt phẳng tọa độ sao cho tứ giác *ABCD* là hình bình hành nhận O làm tâm. Tính diện tích hình bình hành *ABCD* vừa thiết lập.
6. Tìm tập hợp điểm *E* trong mặt phẳng tọa độ sao cho tam giác *ABE* cân tại *E*.
7. Tìm điểm cố định mà đường thẳng Δ luôn luôn đi qua với mọi giá trị của *m*.
8. Tìm giá trị của tham số *m* sao cho
   a) Δ đi qua điểm (3;2).
   b) Δ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1,5.
   c) Δ cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn 3.
   d) Δ song song với đường thẳng $x+3y+2016=0$.
   e) Δ vuông góc với đường thẳng $d: 2x-y+5=0$.
   f) Δ cắt đường thẳng $x-y+3=0$ tại điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn $3x^2-2\left(y^2-x\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
   g) Δ chắn trên hai trục tọa độ hai đoạn thẳng có tỷ lệ 1:3.
   h) Mọi điểm nằm trên Δ khác gốc O cách đều hai trục tọa độ.
9. Tìm giá trị của *m* sao cho hai điểm *A* và *B* nằm về hai phía và cách đều đường thẳng Δ.
10. Tìm *m* để Δ cách đều hai điểm *A* và *B*.
11. Tìm giá trị của *m* sao cho Δ chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 0,5.
12. Tìm tọa độ điểm *C* thuộc trục tung sao cho tổng khoảng cách từ *A* và *B* đến *C* là ngắn nhất.
13. Tìm tọa độ điểm *K* nằm trên trục hoành sao cho diện tích tam giác *AOK* gấp năm lần diện tích tam giác *AOB*.

Bài toán 57. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho hai điểm *A* (4;0), *B* (6;2) và hai đường thẳng $d: y=2x-1;\quad \Delta: y=(m-2)x-3$.

1. Tìm tọa độ các đỉnh *C*, *D*, *E* để *ACDE* là hình thoi có chu vi bằng 20 và nhận gốc tọa độ O làm tâm.
2. Tìm tọa độ các đỉnh *M*, *N* sao cho *ABMN* là hình bình hành nhận gốc tọa độ O làm tâm.
3. Lập phương trình đường thẳng *d* đi qua *B* và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm *P*, *Q* sao cho *B* là trung điểm của đoạn thẳng *PQ*.
4. Tìm tọa độ chân đường phân giác B_1 biết BB_1 là đường phân giác trong của tam giác *OAB*.
5. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm *B* và tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân.
6. Tìm tọa độ điểm *K* trên đường thẳng *d* sao cho tổng độ dài $KA+KB$ ngắn nhất.
7. Tìm điểm *T* trên tia O*y* sao cho tỷ số diện tích giữa tam giác *OBT* và tứ giác *OABT* bằng $\frac{5}{6}$.
8. Tìm tọa độ điểm *F* trên đường thẳng *d* sao cho *F* cách đều hai điểm *A* và *B*.
9. Tìm tọa độ điểm A_1 trên đường thẳng *AB* sao cho tam giác OBA_1 là tam giác cân tại O.
10. Tìm tất cả các giá trị của *m* sao cho
    a) Δ đi qua gốc tọa độ.
    b) Δ cắt đường thẳng *d* tại điểm có tung độ bằng 3.
    c) Δ cắt tia O*x*.
    d) Δ song song với đường thẳng $2y-\frac{1}{2}x+4=0$.

e) Δ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ không vượt quá 5.
f) Δ vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
g) Δ chắn trên hai trục tọa độ một tam giác cân.
a) Δ chắn trên hai trục tọa độ hai đoạn thẳng có tỷ lệ 1:4.
h) Δ chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 10.
i) Δ cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất.
j) Δ chia mặt phẳng O*xy* thành hai nửa mặt phẳng, trong đó *A* và *B* thuộc cùng một nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ.

Bài toán 58. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho hình thang *ABCD* với hai đáy *AB* và *CD*, có các đỉnh theo thứ tự là $A(0;-2), B(4;0), C(0;1)$.

1. Tính diện tích tam giác *ABC*.
2. Tìm độ dài đường cao *OH* của tam giác *OBC*.
3. Tìm tọa độ đỉnh thứ tư *D* biết *D* nằm trên trục hoành.
4. Lập phương trình các đường thẳng chứa bốn cạnh của hình thang.
5. Tìm tọa độ điểm C_1 đối xứng với điểm *C* qua đường thẳng *AB*.
6. Viết phương trình đường thẳng *d* thỏa mãn từng trường hợp
   a) Đi qua *A* và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.
   b) Đi qua *B* và vuông góc với đường thẳng $\Delta: x-2y+2016=0$.
   c) Đi qua *C* và chắn trên hai trục tọa độ một tam giác cân.
   d) Có hệ số góc bằng 1 và đi qua *B*.
   e) Có hệ số góc bằng 2 và đi qua trọng tâm *G* của tam giác *ABC*.
   f) Có hệ số góc bằng 3 và đi qua trực tâm *H* của tam giác *ABC*.
   g) Đi qua *C* và cách điểm *A* một khoảng lớn nhất.
7. Giả sử (*C*) là đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*. Tìm tâm *I* và bán kính *R* của (*C*).

Bài toán 59. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số
$d_1: x+2y=3m;\quad d_2: 2x-y=m$; với *m* là tham số thực.

1. Vẽ hai đường thẳng đã cho trong trường hợp $m=1$.
2. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng với $m=2$.
3. Viết phương trình đường thẳng đi qua *A* (1;2) và vuông góc với d_1.
4. Viết phương trình đường thẳng đi qua *B* (2;3) và song song với d_2.
5. Tìm *m* để đường thẳng d_1 cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 6.
6. Tìm *m* để đường thẳng d_1 chắn trên trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4.
7. Tìm *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d_1 bằng $3\sqrt{5}$.
8. Chứng minh rằng đường thẳng d_2 luôn chắn trên hai trục tọa độ một tam giác vuông có tỷ số hai cạnh góc vuông là 2.
9. Tìm *m* để đường thẳng d_2 tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$.
10. Trong trường hợp hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm *M* (*x;y*).
    a) Chứng minh *M* (*x;y*) luôn thuộc một đường thẳng cố định với mọi giá trị *m*.
    Tìm phương trình đường thẳng cố định đó.
    a) Tìm *m* sao cho *M* thuộc đường thẳng $x+y=7m-1$.
    b) Tìm *m* để điểm *M* nằm khác phía so với gốc tọa độ O, bờ là đường thẳng $2x+5y=5$.
    c) Tìm *m* để biểu thức $P=x^2+(y-1)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
    d) Tìm giá trị nguyên của *m* để biểu thức $S=\dfrac{2x+y}{x+1}$ nhận giá trị nguyên.

Bài toán 60. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số

$$d: x + y = 2m + 3; \quad \Delta: 3x + 2y = m - 6.$$

1. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng trên với $m = 5$.
2. Tìm m để đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
3. Tìm m để đường thẳng Δ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 5.
4. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (2;5) và vuông góc với đường thẳng d.
5. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (3;6) và vuông góc với đường thẳng Δ.
6. Tìm giá trị m để đường thẳng d và tia Ox có điểm chung khác O.
7. Với giá trị nào của m thì đường thẳng Δ cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\sqrt{13}$?
8. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm M (x;y) thỏa mãn
   a) $x > y + 1$.
   b) M nằm trên đường thẳng $x - 4y = m + 9$.
   c) M thuộc cung phần tư thứ IV của mặt phẳng tọa độ (tính cả biên).
   d) Điểm M (x;y) nằm trên đường thẳng $(d): 3x + 4y = 7$.
   e) M (x;y) nằm phía trong đường tròn tâm O, bán kính $R = 1$.
   f) Biểu thức $S = 3x^2 + 2y^2 + x$ nhận giá trị nhỏ nhất.
9. Chứng minh giao điểm M (x;y) của hai đường thẳng đã cho luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài toán 61. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số

$d: x + y = m; \quad \Delta: 2x - 3y = 5m - 7$ (với m là tham số thực).

1. Tìm m để đường thẳng d đi qua điểm A (2;3).
2. Tìm m để đường thẳng Δ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
3. Tìm k để đường thẳng Δ song song với đường thẳng $y = (2k - 1)x - k$.
4. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (4;2) và vuông góc với đường thẳng d.
5. Tìm giá trị của m để đường thẳng d tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = \sqrt{2}$.
6. Tìm m để đường thẳng d chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $R = \sqrt{3}$.
7. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng trong trường hợp $m = 5$.
8. Chứng minh rằng hai đường thẳng luôn cắt nhau tại điểm M (x;y) với mọi m, đồng thời điểm M (x;y) luôn thuộc một đường thẳng cố định.
9. Tìm giá trị của m để giao điểm M (x;y) của hai đường thẳng thỏa mãn
   a) M nằm trong cung phần tư thứ II hoặc cung phần tư thứ IV.
   b) M nằm trên đường thẳng $2x + y = 8m - 1$.
   c) M nằm trên tia Oy (tính cả gốc tọa độ).
   d) Biểu thức $P = 25x^2 + 25y^2 + 1$ nhận giá trị nhỏ nhất.
10. Xét hai đường thẳng $d_1: y + 2x = 6; \quad d_2: y = \frac{1}{2}x + 3$.
   a) Chứng minh hai đường thẳng trên hợp với các tia Ox và Oy một tứ giác nội tiếp (X).
   b) Giả sử đường thẳng d chắn trên hai trục tọa độ một tam giác (Y).
   Tìm m sao cho diện tích tứ giác (X) bằng diện tích tam giác (Y).

Bài toán 62. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số

$d_1: x + y = m + 4; \quad d_2: 2x + 3y = 4m - 2$ (với m là tham số thực).

1. Tìm m để đường thẳng d_1 đi qua điểm (3;2).
2. Tìm m để đường thẳng d_2 đi qua điểm (4;1).
3. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng trong trường hợp $m = 2$.

4. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (2;5) và song song với đường thẳng d_1.
5. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (3;1) và vuông góc với đường thẳng d_2.
6. Tìm *m* để đường thẳng d_1 chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích nhỏ hơn 2.
7. Tìm *m* để đường thẳng d_1 là tiếp tuyến của đường tròn tâm O, bán kính $R = 3\sqrt{2}$.
8. Xét điểm *K* (0;2). Tìm giá trị của m để điểm *K* và gốc tọa độ O nằm về hai phía của d_2.
9. Tìm giá trị của *m* để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn hệ thức
   a) $x^2 + y^2 = 185$.
   b) Biểu thức $S = m^2 + 2x + y + 5$ nhận giá trị nhỏ nhất.
   c) $(x+1)(y+1) \le 0$.
   d) *M* nằm trong góc phần tư thứ nhất.
   e) $6x + y + 2m - 7 \ge 0$.
10. Chứng minh rằng với mọi giá trị của *m*, điểm M (x;y) luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài toán 63. Chuyển thể, mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Quê hương Thái Bình; Năm học 2011 – 2012.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$$d_1 : mx + 2y = 18; \qquad d_2 : x - y = -6 \qquad (m \text{ là tham số thực}).$$

1. Tìm *m* để đường thẳng d_1 đi qua điểm (3;4).
2. Tìm *m* để đường thẳng d_1 không song song với trục hoành.
3. Tìm *m* để đường thẳng d_1 vuông góc với đường thẳng $y + 4x = 2017$.
4. Tinh khoảng cách từ điểm (– 1;2) đến đường thẳng d_1.
5. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng d_1 cắt tia O*x*.
6. Chứng minh đường thẳng d_2 tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân (*X*).
   a) Tính diện tích tam giác (*X*).
   b) Tìm tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp (*X*).
   c) Tìm tâm và tính bán kính đường tròn nội tiếp (*X*).
7. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng trong trường hợp $m = 4$.
8. Gọi *M* (*x*;*y*) là giao điểm của hai đường thẳng đã cho.
   a) Tìm *m* để điểm *M* có hoành độ bằng 2.
   b) Tìm *m* để *M* (*x*;*y*) thuộc đường thẳng $2x + y = 9$.
   c) Tìm *m* để điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn $x + 6y = \dfrac{2m-9}{m+2}$.
   d) Tìm giá trị nguyên của *m* để tọa độ của *M* đều là số nguyên.

Bài toán 64. Chuyển thể, mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Quê hương Thái Bình; Năm học 2006 – 2007.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$$d_1 : x + y = -m; \qquad d_2 : x + my = -1 \qquad (\text{m là tham số thực}).$$

1. Tìm *m* để đường thẳng d_1 đi qua điểm (4;2).
2. Tìm *m* để đường thẳng d_2 có hệ số góc bằng 0,25.
3. Tìm *m* để đường thẳng d_1 tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích không vượt quá 4,5.
4. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng d_1 cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 10 ?
5. Tìm *m* để đường thẳng d_2 tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

6. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng d_2 cắt tia O*x*.
7. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng trong trường hợp $m=5$.
8. Tìm giá trị của *m* để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm $M\left(x;y\right)$ thỏa mãn điều kiện
    a) $y^2=x$.
    b) $x^4=y^4+x^2-y^2$.
    c) $3x>2y+xy+19$.
    d) $x^2+y^3=5$.
    e) $x^2+6y^2=9+2m$.
    f) Biểu thức $P=x^2+y^2+3m+2$ nhận giá trị nhỏ nhất.
    g) Điểm *M* (x;y) nằm trên parabol $\left(P\right): y=4x^2$.
    h) Điểm *M* (x;y) nằm trên đường thẳng $x-7y=11$.
    i) Điểm *M* (x;y) nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$

Bài toán 65. Chuyển thể, mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Quê hương Thái Bình; Năm học 2009 – 2010.
Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$d_1:\left(m-1\right)x+y=2;\qquad d_2: mx+y=m+1$ (với *m* là tham số thực).

1. Tìm *m* để đường thẳng d_1 đi qua điểm (3;1).
2. Tìm *m* để đường thẳng d_2 song song với đường thẳng $y=\left(3m-4\right)x-9$.
3. Tìm *m* để đường thẳng d_2 vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ III.
4. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng d_2 chắn trên hai trục tọa độ một tam giác vuông cân ?
5. Tính khoảng cách lớn nhất từ điểm *K* (1;4) đến đường thẳng d_1.
6. Tìm *m* để đường thẳng d_1 cắt đường thẳng $y=x+1$ tại điểm *D* (*x*;*y*) có tổng bình phương các tọa độ đạt giá trị nhỏ nhất.
7. Xét điểm *G* (4;0). Tồn tại hay không giá trị của m để đường thẳng d_1 chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng, trong đó *G* và gốc tọa độ O nằm trong hai nửa mặt phẳng khác nhau ?
8. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng đã cho khi $m=2$.
9. Chứng minh rằng với mọi giá trị của *m*, hai đường thẳng đã cho luôn cắt nhau tại điểm *M* (*x*;*y*).
10. Xét giao điểm *M* (*x*;*y*) của hai đường thẳng.
    a) Tìm quỹ tích các điểm *M* (tập hợp điểm biểu diễn điểm *M*).
    b) Chứng minh bất đẳng thức $2x+y\le 3$.
    c) Tìm *m* sao cho $x^2+y=9m-13$.
    d) Tìm *m* để $x+2y>1$.
    e) Tìm *m* để *M* (*x*;*y*) nằm trên đường cong parabol $\left(P\right): y=x^2$.

Bài toán 66. Chuyển thể, mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Quê hương Thái Bình; Năm học 2014 – 2015.
Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$d: mx+y=2m;\qquad \Delta: x+my=m+1$ (*m* là tham số thực).

1. Tìm *m* để đường thẳng d đi qua điểm (3;6).
2. Tìm *m* để đường thẳng Δ vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ IV.
3. Tìm *m* để đường thẳng d song song với đường thẳng $y=-6x+14$.
4. Tìm *m* để đường thẳng d cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3,5.
5. Tìm *m* để đường thẳng Δ cắt tia O*y*.

6. Tìm giá trị *m* để đường thẳng Δ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{8}{3}$.
7. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng *d* chắn trên hai trục tọa độ một tam giác vuông có tỷ lệ hai cạnh góc vuông bằng 2 ?
8. Tìm *m* sao cho đường thẳng Δ tạo với trục tung một góc $\alpha = 60^\circ$.
9. Tìm khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ đến đường thẳng Δ.
10. Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng d là tiếp tuyến của đường tròn tâm O, bán kính $R = \sqrt{2}$.
11. Xét các điểm *A* (2;0), *B* (– 2;0). Giả sử đường thẳng *d* chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng (bờ là *d*), tìm *m* để *A* và *B* nằm trong cùng một nửa mặt phẳng.
12. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng đã cho với $m = 2$.
13. Trong trường hợp hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm *M* (*x*;*y*) duy nhất.
    a) Chứng minh *M* (*x*;*y*) luôn nằm trên một đường thẳng cố định.
    b) Tìm *m* để $x \geq 3; y \geq 2$.
    c) Tìm *m* sao cho $x + y^2 = \frac{4}{(m+1)^2}$.
    d) Biểu thức $P = x^2 + y^2$ nhận giá trị nhỏ nhất.
14. Tìm giá trị nguyên của *m* để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm nguyên *M* (*x*;*y*).

Bài toán 67. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$d: x - my = 0;\quad \Delta: mx - y = m + 1$ (*m* là tham số thực).

1. Tìm *m* để đường thẳng *d* đi qua điểm (1;7).
2. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng Δ cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 3.
3. Tìm *m* để đường thẳng *d* có hệ số góc nhỏ hơn 4, đồng thời *d* không trùng với hai trục tọa độ.
4. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng Δ song song với đường thẳng $y = (4m-5)x + 2n - 8$.
5. Xác định *m* để đường thẳng *d* vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.
6. Tìm điểm cố định mà đường thẳng Δ luôn luôn đi qua với mọi giá trị *m*.
7. Tìm khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng Δ.
8. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng Δ chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.
9. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng khi $m = 3$.
10. Tìm *m* để đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = \sqrt{2}$.
11. Xác định *m* để đường thẳng *d* cắt đường thẳng $y = x + 2$ tại điểm *K* (*x*;*y*) sao cho $S = 2x^2 - 3y^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.
12. Tìm giá trị nguyên của *m* để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm nguyên *M* (*x*;*y*).
13. Tìm *m* để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện
    a) $x > 0; y > 0$.
    b) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên parabol $(P): y = x^2$.
    c) Điểm *M* (*x*;*y*) cách đều hai điểm (0;4) và (4;8).
    d) Điểm *M* (*x*;*y*) là trung điểm của đoạn thẳng *PQ* với $P(2;4), Q(-2;-6)$.

Bài toán 68. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$(1): mx + y = m + 1;\quad (2): x + my = 2$ (*m* là tham số thực).

1. Tìm *m* để đường thẳng (1) đi qua điểm (3;4).
2. Tìm *m* để đường thẳng (2) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.
3. Tìm *m* để đường thẳng (1) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ âm.
4. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng (1) song song với đường phân giác góc phần tư số 2.
5. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng (2) vuông góc với đường thẳng $y + 3x = 9k$.

6. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng (2) cắt đường thẳng $y = 2 - x$ tại điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 2$.
7. Tìm *m* để đường thẳng (2) cắt tia O*y*.
8. Tìm giá trị *m* để đường thẳng (1) cắt trục hoành và trục tung theo thứ tự tại *A*, *B* (*A*, *B* khác gốc tọa độ) sao cho $3OA = 2OB$.
9. Tồn tại hay không giá trị của *m* để đường thẳng (1) tạo với hai trục tọa độ tam giác có diện tích không vượt quá 2.
10. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng (1) tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = \sqrt{2}$.
11. Tìm khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (1).
12. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng trong trường hợp $m = -6$.
13. Xét điểm *K* (3;0). Tìm *m* để đường thẳng (1) chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng, trong đó *K* và gốc tọa độ O nằm trong hai nửa mặt phẳng khác nhau.
14. Tìm giá trị của *m* để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm duy nhất $N(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
    a) $x^2 - y^2 \le 1$.
    b) $x + y \le 5$.
    c) $|x - y| \ge m^2 - 7m + 1$.
    d) Điểm *N* (x; y) nằm trên tia đối của tia O*y*.
15. Xác định giá trị nguyên của *m* để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm duy nhất *N* (*x*; *y*) trong đó *x* và *y* đều là các số nguyên âm.

Bài toán 69. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$(1): \ mx + y = 2m - 1; \qquad (2): \ (2m+1)x + 7y = m + 3$ (với *m* là tham số thực).

1. Tìm *m* để đường thẳng (1) đi qua điểm (3;5).
2. Tìm *m* để đường thẳng (1) cắt trục tung tại điểm có hoành độ lớn hơn 4.
3. Tìm *m* để đường thẳng (2) có hệ số góc bằng 5.
4. Tìm *m* để đường thẳng (2) song song với đường thẳng $3mx + 4y = 13$.
5. Tìm *m* để đường thẳng (1) vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ III.
6. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng (2) đi qua điểm (5;2) ?
7. Tìm điểm cố định mà đường thẳng (1) đi qua với mọi giá trị của m.
8. Tìm khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (1).
9. Tìm *m* để đường thẳng (1) chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.
10. Tìm *m* để đường thẳng (1) chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có một góc nhọn α có $\tan\alpha = 3$.
11. Tìm *m* để đường thẳng (2) cắt đường thẳng $y = 4x - 4$ tại điểm *N* (*x*;*y*) thỏa mãn $y = x^2$.
12. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng trong trường hợp $m = 2$.
13. Tìm giá trị của *m* để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm $M(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
    a) *M* nằm trên đường thẳng $x + y = 10$.
    b) $x + 5y = \dfrac{9}{5m-1}$.
    c) $|x| = 3|y|$.
    d) $x \ge \dfrac{13}{5}; y \ge \dfrac{3}{5}$.
    e) Điểm *M* nằm ở nửa mặt phẳng phía trên với bờ là đường thẳng $x + 2y = 2$.
14. Xác định giá trị nguyên của *m* để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm *M* (*x*; *y*) mà *x* và *y* đều là các số nguyên dương.

Bài toán 70. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$(1): \quad x+2y=1, \qquad (2): 2x-my=4$; với m là tham số thực.

1. Tìm điểm M có hoành độ bằng 2 và điểm N có tung độ bằng 3 nằm trên đường thẳng (1).
2. Tính độ dài đường cao OH của tam giác OMN (H thuộc đường thẳng MN).
3. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (3;1) và song song với đường thẳng (1).
4. Tìm a để đường thẳng (1) đồng quy với hai đường thẳng $2x+3y=1$; $(a-2)x+4y=5$.
5. Tìm tọa độ điểm F đối xứng với gốc tọa độ O qua đường thẳng (1).
6. Tìm m và n để đường thẳng (2) song song với đường thẳng $y=2x+3n$.
7. Tìm giá trị của m để đường thẳng (2) vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ II.
8. Tồn tại hay không giá trị m để đường thẳng (2) tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R=\frac{4}{\sqrt{5}}$.
9. Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng (2) chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng sao cho gốc tọa độ O và điểm K (0;4) nằm trên hai nửa mặt phẳng khác nhau.
10. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng trong trường hợp $m=4$.
11. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm duy nhất M (x;y) thỏa mãn điều kiện
    a) M nằm trên đường thẳng $2x+3y=3$.
    b) M cách đều hai trục tọa độ.
    c) $x+6y>\frac{5}{m+4}$.
    d) $x+y=\frac{m^2+6}{m+4}$.
    e) Biểu thức $P=2x^2+y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
12. Biện luận theo tham số m giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=(x+2y-1)^2+(2x-my-4)^2$.

Bài toán 71. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số

$(1): (m-1)x+y=3m-4, \qquad (2): x+(m-1)y=m$ (với m là tham số thực).

1. Tìm m để đường thẳng (1) đi qua điểm (2;1).
2. Tìm m để đường thẳng (2) song song với đường thẳng $y=2x+3$.
3. Tìm m để đường thẳng (1) vuông góc với đường thẳng $y=-x+5$.
4. Tìm m để đường thẳng (2) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 0,5.
5. Tìm m để đường thẳng (1) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ không vượt quá 2.
6. Tìm tọa độ điểm cố định mà từng đường thẳng (1), (2) luôn luôn đi qua với mọi giá trị thực của m.
7. Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (1).
8. Tính khoảng cách lớn nhất từ điểm K (1;3) đến đường thẳng (2).
9. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (1) chắn trên hai trục tọa độ một tam giác vuông có tỷ lệ hai cạnh góc vuông bằng 5.
10. Với giá trị nào của m thì đường thẳng (2) tạo với trục tung một góc $\alpha=45^\circ$?
11. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng khi $m=-2$.
12. Tìm m để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm duy nhất M (x; y) thỏa mãn
    a) $x+y=3$.
    b) Điểm M (x;y) thuộc góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
    c) Điểm M (x;y) và hai điểm P (2;3), Q (3;4) tạo thành một tam giác.
    d) Độ dài đoạn thẳng OM ngắn nhất, với O là gốc tọa độ.
13. Tìm giá trị nguyên của m để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm duy nhất M (x;y) sao cho M là một điểm nguyên.

Bài toán 72. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$(1): 2x - my = m^2;$ $(2): x + y = 2$ (m là tham số thực).

1. Tìm điểm *M* có tung độ bằng 2 nằm trên đường thẳng (2). Tính độ dài đoạn thẳng *OM*.
2. Đường thẳng (2) cắt trục hoành và trục tung theo thứ tự tại hai điểm *A* và *B*.
   a) Chứng minh tam giác *AOB* vuông cân.
   b) Chứng minh đường tròn tâm O, bán kính $R = \sqrt{2}$ tiếp xúc với đường thẳng (2).
   c) Tính diện tích tam giác *OAB*.
3. Chứng minh rằng hình phẳng tạo bởi đường thẳng (2), đường thẳng $y = x + 6$, trục tung và trục hoành là một tứ giác nội tiếp. Tìm bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác này.
4. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (2).
5. Tìm bán kính *R* của đường tròn (C) tâm O sao cho (C) cắt đường thẳng (2) theo một dây cung có độ dài $l = 2\sqrt{7}$.
6. Với giá trị nào của *m* thì các đường thẳng (1), (2) và đường thẳng $y = 5x - 4$ đồng quy ?
7. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng (1) song song với đường thẳng $y = -2x - 5$.
8. Tồn tại hay không giá trị của *m* để đường thẳng (1) hợp với trục tung một góc $\beta = 60^\circ$?
9. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng với $m = 2,5$.
10. Xác định *m* để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm *M* (*x*;*y*) sao cho
    a) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$.
    b) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên parabol $y = x^2$.
    c) Biểu thức $Z = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2011$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó.
    d) Điểm *M* (*x*; *y*) và hai điểm *N* (2;0), *P* (4;0) tạo thành một tam giác cân tại *M*.
    e) Điểm *M* (*x*; *y*) là tâm đối xứng của hai điểm *H* (4;3) và *K* (– 2; – 1) .
    f) Điểm *M* (*x*; *y*) và ba điểm *A* (2;4), *B* (3;5), *C* (2;2) tạo thành một hình bình hành.

Bài toán 73. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$(1): (m-1)x + y = 2;$ $(2): mx + y = m + 1$ (m là tham số thực, $m \neq 0$).

1. Xác định *m* để đường thẳng (1) đi qua điểm (4;2).
2. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng (1) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.
3. Tìm *m* để đường thẳng (2) cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 6.
4. Tìm *m* để đường thẳng (2) vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
5. Tìm điều kiện của *m* và *k* để đường thẳng (1) song song với đường thẳng $y = 4x - k$.
6. Tìm điểm cố định mà từng đường thẳng luôn luôn đi qua với mọi giá trị của *m*.
7. Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (2).
8. Gọi *A*, *B* là các giao điểm khác O của đường thẳng (2) lần lượt với trục hoành và trục tung.
   a) Tìm tọa độ *A*, *B* theo tham số *m*, từ đó tìm *m* để $OA = 6OB$.
   b) Với giá trị nào của *m* thì tam giác *OAB* có diện tích bằng 2 ?
   c) Tồn tại hay không giá trị *m* để đường thẳng *AB* tiếp xúc đường tròn tâm O, bán kính $\sqrt{2}$.
9. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng trong trường hợp $m = 8$.
10. Chứng minh rằng với mọi giá trị của *m*, hai đường thẳng đã cho luôn cắt nhau.
11. Tìm *m* để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện
    a) Nằm hoàn toàn phía bên trên đường thẳng $y = 2$.
    b) $x = m^3 + m - 29$.
    c) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường thẳng $x + y = 12$.
    d) Biểu thức $P = 4x + y + 7$ nhận giá trị lớn nhất.
12. Xác định giá trị của *m* để giao điểm *M* (*x*;*y*) của hai đường thẳng đã cho có tung độ lớn nhất.

Bài toán 74. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số

$(1): mx + y = 3;$ $(2): m^2x + y = m^2 + 2$ (m là tham số thực, $m \neq 0$).

1. Xác định m để đường thẳng (1) đi qua điểm (3;4).
2. Tìm m để đường thẳng (1) song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x - \sqrt{3}$.
3. Với giá trị nào của m thì đường thẳng (2) vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ II ?
4. Tìm m để đường thẳng (1) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ lớn hơn 5.
5. Tìm giá trị của m để đường thẳng (1) cắt trục tung và trục hoành lần lượt tại hai điểm A, B (không trùng gốc tọa độ) sao cho $\frac{AB}{OA} = \sqrt{10}$.
6. Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m, đường thẳng (1) luôn đi qua một điểm cố định nằm trên trục tung.
7. Tồn tại hay không giá trị m để (1) là tiếp tuyến của đường tròn tâm O, bán kính $R = \frac{3}{\sqrt{2}}$?
8. Tìm bán kính R của đường tròn (C) tâm O sao cho (C) cắt đường thẳng (1) theo một dây cung có chiều dài $l = \frac{2\sqrt{55}}{5}$.
9. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng trong trường hợp $m = 3$.
10. Tìm giá trị của m để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm duy nhất $M(x;y)$ thỏa mãn điều kiện
    a) $|x+2| = y + 4$.
    b) Điểm $M(x;y)$ nằm trong nửa mặt phẳng bên trái, bờ là đường thẳng $y = 3x - 2$.
    c) Điểm $M(x;y)$ thuộc đường cong $(C): y = x^3 + 3x - 2$.
    d) Điểm $M(x;y)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB với $A(4;2)$ và $B(3;2)$.
11. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm $M(x;y)$ là một điểm nguyên, đồng thời M nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.

Bài toán 75. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số

$(1): x + 2y = 2m;$ $(2): 2x + 3y = 7m^2 - 3m$ (m là tham số thực).

1. Tìm m để đường thẳng (1) đi qua điểm (4;1).
2. Tìm m để đường thẳng (1) song song với đường thẳng $2x + 4y = 5m - 1$.
3. Tìm m để đường thẳng (1) cắt trục tung tại điểm có hoành độ lớn hơn 3,5.
4. Với giá trị nào của m thì đường thẳng (2) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương (nói cách khác: Đường thẳng (2) cắt tia Ox).
5. Tồn tại hay không giá trị của tham số m để đường thẳng (1) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 5.
6. Tìm giá trị m để đường thẳng (1) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$.
7. Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (1) tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.
8. Xác định m sao cho hai điểm $A(0;4)$ và $B(2;6)$ nằm về hai phía của đường thẳng (1).
9. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng trong trường hợp $m = -2$.
10. Chứng minh rằng hai đường thẳng luôn cắt nhau tại điểm duy nhất $M(x;y)$ với mọi giá trị của m.
11. Tìm giá trị của m để điểm $M(x;y)$ thỏa mãn
    a) Biểu thức $P = x - y + 7$ đạt giá trị nhỏ nhất.
    b) Điểm $M(x;y)$ nằm trên đường phân giác góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.

Bài toán 76. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$(1): \quad 4x - y = 2; \qquad (2): \quad x + (m+1)y = 1$ (m là tham số thực).

1. Gọi A và B là các giao điểm của đường thẳng (2) với trục tung và trục hoành.
   a) Tính diện tích tam giác OAB.
   b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB.
2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (1).
3. Tính khoảng cách từ điểm C (3;4) đến đường thẳng (1).
4. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (5;2) đồng thời vuông góc với đường thẳng (1).
5. Với giá trị nào của a thì đường thẳng (1) đồng quy với hai đường thẳng
$$3x - y = 7; \quad (a-1)x + 2y = 10.$$
6. Xác định giá trị của m để đường thẳng (2) song song với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
7. Tìm điểm cố định mà đường thẳng (2) luôn luôn đi qua với mọi giá trị m.
8. Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ đến đường thẳng (2).
9. Tìm giá trị của m để đường thẳng (2) cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 0,6.
10. Với giá trị nào của m thì đường thẳng (2) chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng sao cho hai điểm (3;0), (0;3) nằm trong hai nửa mặt phẳng khác nhau.
11. Xác định giá trị của m để đường thẳng (2) tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
12. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đã cho trong trường hợp $m = 5$.
13. Giả sử hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm duy nhất M (x;y).
   a) Tìm m sao cho $x + 3y = 4$.
   b) Tìm m để $x^3 + x + y = 8$.
   c) Tìm m để M (x;y) nằm trên đường cong $(C): y = -x^2 - 6$.
   d) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \dfrac{x^2 - y^2 + 1}{2}$.
   e) Tìm m để biểu thức $S = \dfrac{y+5}{x^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
   f) Tìm m để M (x;y) nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R = \dfrac{\sqrt{29}}{9}$.

Bài toán 77. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số

$(1): \quad mx - y = 2m; \qquad (2): \quad x - my = 1 + m$ (m là tham số thực, $m \neq 0$).

1. Tìm m để đường thẳng (1) đi qua điểm (4;2).
2. Tìm m để đường thẳng (2) không đi qua điểm (1;6).
3. Tìm m để đường thẳng (1) song song với đường thẳng $y = 3x - 2m + 4$.
4. Tìm m để đường thẳng (2) vuông góc với đường thẳng $y = -x + 5$.
5. Với giá trị nào của m thì đường thẳng (1) cắt trục tung tại điểm có hoành độ không vượt quá 7 ?
6. Tìm m để đường thẳng (1) cắt trục tung tại điểm K sao cho K nằm giữa hai điểm (0;3) và (0;8).
7. Tìm giá trị của m để đường thẳng (2) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông có tỷ lệ hai cạnh góc vuông là 2:5.
8. Tìm m để đường thẳng (2) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8/3.
9. Xác định tất cả các giá trị m để đường thẳng (2) chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng, trong đó hai điểm (4;6) và (2;5) nằm trong hai nửa mặt phẳng khác nhau.
10. Xét đường tròn (C) tâm O, bán kính $R = 4$. Tồn tại hay không giá trị m để đường thẳng (1) cắt đường tròn (C) theo một dây cung có độ dài $l = 2\sqrt{14}$?

11. Tìm tất cả giá trị *m* để đường thẳng (1) cách đều hai điểm (0;4) và (2 ;6).
12. Tìm giá trị của tham số *m* để đường thẳng (2) cắt đường thẳng $y = x - 3$ tại điểm *N* (*x*;*y*) sao cho biểu thức $P = \frac{6-4x}{(y+3)^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
13. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng trong trường hợp $m = 6$.
14. Vẽ hai đường thẳng đã cho trên cùng một hệ trục tọa độ khi $m = 2$.
15. Chứng minh rằng khi $m \neq -1$, hai đường thẳng cắt nhau tại điểm duy nhất *M* (*x*;*y*), đồng thời *M* luôn thuộc một đường thẳng cố định.
16. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm *M* (*x*;*y*) sao cho
    a) $2x + y > \frac{6}{m+1}$.
    b) Điểm *M* (*x*;*y*) nằm trên đường thẳng $(d): y = 3x + 5$.
    c) Điểm *M* (*x*;*y*) là tâm đối xứng của hai điểm *A* (4;2) và *B* (-1;-3).
    d) *x* và *y* là các nghiệm của phương trình bậc hai $t^2 - t + 5m = 0$.

Bài toán 78. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số

$(1): \quad mx - 2y = 3; \qquad (2): \quad 3x + my = 4$ (*m* là tham số thực, $m \neq 0$).

1. Tìm *m* để đường thẳng (1) đi qua điểm (4;1).
2. Tìm *m* để đường thẳng (2) không đi qua điểm (5;2).
3. Tìm điều kiện của *m* và *n* để đường thẳng (1) song song với đường thẳng $y = 5x - 8n$.
4. Tìm *m* để đường thẳng (2) vuông góc với đường thẳng $y = -2x + 14$.
5. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng (1) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ lớn hơn 2.
6. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng (2) cắt đường thẳng $y = 3x - 7$ tại điểm có hoành độ bằng 1.
7. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng (1) chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng sao cho hai điểm (1;1) và (3;1) nằm trong hai nửa mặt phẳng khác nhau.
8. Gọi *A* và *B* tương ứng là các giao điểm của đường thẳng (2) với trục hoành và trục tung.
    a) Tìm tọa độ *A* và *B* theo *m*.
    b) Tìm *m* để độ dài đoạn thẳng *OA* gấp 10 lần đoạn thẳng *OB*.
    c) Tìm *m* để tam giác *OAB* có diện tích bằng 4.
    d) Tìm *m* để tam giác *OAB* có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\frac{4}{\sqrt{10}}$.
9. Tìm tọa độ giao điểm hai đường thẳng trong trường hợp $m = -2$.
10. Tìm giá trị của *m* để hai đường thẳng đã cho và đường thẳng $x + y = \frac{6}{7}$ đồng quy.
11. Với giá trị nào của tham số *m* thì đường thẳng (1) tiếp xúc với đường tròn (*C*) có tâm *I* (1;1), bán kính $R = \frac{4}{\sqrt{5}}$.
12. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm duy nhất *M* (*x*;*y*) thỏa mãn
    a) $3x - y = \frac{4m}{m^2+6}$.
    b) $|x| = |y-3|$.
    c) Điểm *M* nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ.
    d) Điểm *M* cách đều hai trục tọa độ.
    e) $x + y > \frac{6}{7}$.

Bài toán 79. Chuyển thể và mở rộng, phát triển câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Hùng Vương; Thành phố Việt Trì; Tỉnh Phú Thọ; Năm học 2010 – 2011.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng chứa tham số $m \neq 0$

$$(1):\quad mx - y = 3; \qquad (2):\quad 2x + my = 9$$

1. Tìm *m* để đường thẳng (1) đi qua điểm (– 2 ;3).
2. Tìm tham số *m* để đường thẳng (2) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.
3. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng (1) song song với trục hoành.
4. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng (2) có hệ số góc lớn hơn 1 ?
5. Tìm *m* để đường thẳng (1) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ lớn hơn 5.
6. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng (2) song song với đường phân giác góc phần tư thứ hai ?
7. Gọi *A* và *B* theo thứ tự là các giao điểm của đường thẳng (1) với trục hoành và trục tung.
   a) Xác định *m* để đường thẳng (1) hợp với trục tung một góc $\alpha = 30^\circ$.
   b) Xác định *m* để *OAB* là tam giác vuông cân.
   c) Xác định *m* để tam giác *OAB* có bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.
   d) Tìm *m* để tam giác *OAB* có diện tích lớn hơn 1.
   e) Xác định *m* để đường thẳng *AB* tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.
8. Chứng minh hai đường thẳng đã cho luôn cắt nhau tại một điểm duy nhất *M* (*x*;*y*).
9. Với giá trị nào của *m* thì các đường thẳng (1), (2) và đường thẳng $x + y = 5$ đồng quy ?
10. Tìm giá trị nguyên *m* để hai đường thẳng cắt nhau tại điểm duy nhất *M* (*x*;*y*) sao cho $A = 3x - y$ nhận giá trị nguyên.
11. Xét đường thẳng $(3): x + my = 9, (m \neq 0)$. Chứng minh rằng khi đó hai đường thẳng (1) và (3) luôn cắt nhau tại điểm *N* (*x*;*y*), đồng thời *N* luôn nằm trên đường tròn (*C*) cố định. Tìm bán kính của đường tròn (*C*).

Bài toán 80. Chuyển thể và mở rộng, phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Thái Bình; Thành phố Thái Bình; Tỉnh Thái Bình; Năm học 2013 – 2014.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy* cho hai đường thẳng chứa tham số

$$d_1: mx - y - 1 = 0$$
$$d_2: x + my = m + 6$$

(với *m* là tham số thực).

1. Tìm *m* để đường thẳng d_1 đi qua điểm (4;9).
2. Tìm tham số *m* để đường thẳng d_2 không đi qua điểm (3;2).
3. Tìm giá trị *m* để đường thẳng d_2 có hệ số góc lớn hơn 4.
4. Tìm *m* để đường thẳng d_1 cắt trục hoành tại điểm có hoành độ lớn hơn 0,5.
5. Tìm tất cả các giá trị *m* để đường thẳng d_2 cắt đường thẳng $y = 5x - 1$ tại điểm *K* (*x*;*y*) tọa độ thỏa mãn $y = 6x - 2$.
6. Tìm điều kiện của *m* và *n* để đường thẳng d_1 song song với đường thẳng $y = (2m-3)x + 2n - 5$.
7. Tìm *m* để đường thẳng d_1 vuông góc với đường thẳng $y = -4x + \dfrac{k}{3}$.
8. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng d_2 chắn trên hai trục tọa một tam giác vuông cân.
9. Tìm *m* để đường thẳng d_1 tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 24,5.

10. Xét hai điểm *M* (2;0), *N* (0;2).
    a) Tìm tất cả các giá trị của *m* để đường thẳng d_1 chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng sao cho *M* và *N* nằm trong hai nửa mặt phẳng khác nhau.
    b) Tìm tất cả các giá trị của *m* để đường thẳng d_2 cắt trục tung tại điểm *P* sao cho tỷ số diện tích giữa hai tam giác *MOP* và *MON* có giá trị là 0,4.
11. Tìm điểm cố định mà đường thẳng d_2 luôn luôn đi qua với mọi giá trị của *m*.
12. Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d_2.
13. Tìm *m* để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm $M\left(x;y\right)$ thỏa mãn
    a) *M* nằm trên đường thẳng $3x-y=1$.
    b) *M* có hoành độ lớn nhất.
    c) *M* có hoành độ nhỏ nhất.

Bài toán 81. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2010 – 2011.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho đường thẳng $d:y=\left(k-1\right)x+n$ và hai điểm *A* (0;2), *B* (– 1;0).

1. Tìm các giá trị của *k* và *n* để
    a) Đường thẳng *d* đi qua hai điểm *A* và *B*.
    b) Đường thẳng *d* song song với đường thẳng $\Delta:y=x+2-k$.
    c) Đường thẳng *d* vuông góc với đường thẳng $y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$.
    d) Đường thẳng *d* không đi qua điểm (5;2).
    e) Đường thẳng *d* cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4.
2. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm *A* và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.
3. Tính diện tích và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *OAB*.
4. Tìm tọa độ điểm *D* sao cho tứ giác *ABDO* là hình bình hành.
5. Tìm tọa độ điểm *E* và *F* sao cho tứ giác *ABEF* là hình bình hành nhận gốc O làm tâm.
6. Viết phương trình đường thẳng *l* đi qua điểm *B* sao cho *l* cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất.
7. Viết phương trình đường thẳng chứa trục đối xứng của đoạn thẳng *AB*.
8. Viết phương trình đường trung bình song song với cạnh *AB* của tam giác *OAB*.
9. Cho $n=2$. Tìm *k* để đường thẳng *d* cắt trục O*x* tại điểm *C* sao cho diện tích tam giác *OAC* gấp hai lần diện tích tam giác *OAB*.
10. Cho $n=k-3$. Tìm giá trị của tham số *k* để đường thẳng *d* cắt hai trục tọa độ tại *P* và *Q* sao cho biểu thức $\frac{1}{OP^2}+\frac{1}{OQ^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
11. Trong trường hợp $k>3$, tìm hệ thức liên hệ giữa *k* và *n* để hai điểm *A* và *B* nằm về hai phía của đường thẳng *d* (nghĩa là *d* chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng, trong đó *A* và *B* nằm trong hai nửa mặt phẳng khác nhau).

Bài toán 82. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho hai điểm *A* (1;0), *B* (0;– 2) và đường thẳng chứa tham số: $d:y=\left(m-2\right)x+m+3$ (*m* là tham số thực).

1. Vẽ đường thẳng *d* trong trường hợp $m=3$.
2. Tìm *m* để đường thẳng *d* có hệ số góc bằng 13.
3. Tìm *m* để đường thẳng *d* đi qua điểm (– 2;7).
4. Tìm *m* để đường thẳng *d* song song với đường thẳng $d':x-y+5=0$.
5. Tính diện tích, chu vi và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *OAB*.

6. Gọi *D* là chân đường phân giác trong góc O của tam giác *OAB*. Tính độ dài đoạn thẳng *OD*.
7. Tìm tọa độ điểm *E* sao cho tứ giác *OAEB* là hình chữ nhật.
8. Tìm tọa độ điểm O' đối xứng với gốc tọa độ O qua trục đối xứng. Tìm *m* để gốc tọa độ O, điểm *M* và điểm *G* (*m*;5) thẳng hàng.
9. Viết phương trình bốn cạnh của hình thang cân *ABCD*, trong đó *AB* và *CD* là hai đáy, đỉnh *C* thuộc trục hoành, đỉnh *D* thuộc trục tung.
10. Tìm điểm cố định mà đường thẳng *d* luôn luôn đi qua với mọi giá trị của *m*.
11. Tìm khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng *d*.
12. Tìm giá trị của *m* để đường thẳng *d* tạo với hệ trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4.
13. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng *d* và hai đường thẳng $2x-y=4;\quad 3x+2y=6$ đồng quy ?
14. Tìm *m* để đường thẳng *d* cắt parabol (*P*): $y=-\frac{1}{2}x^2$ tại hai điểm có hoành độ trái dấu.
15. Tìm *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng *d* bằng $\sqrt{26}$.

Bài toán 83. Mở rộng và phát triển câu 2 ; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2015 – 2016.

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho đường thẳng *d*: $y=ax+b,\left(a\neq 0\right)$ và các điểm *A* (6;0), *B* (0;8), *C* (– 3;4), *D* (8;4).

1. Tìm hệ thức liên hệ giữa *a* và *b* để đường thẳng *d* đi qua điểm *A*.
2. Tìm *a* và *b* để *d* đi qua *B* đồng thời *d* vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ ba.
3. Xác định *a* và *b* để đường thẳng *d* là trục đối xứng của đoạn thẳng *CD*.
4. Tìm giá trị của *a* và *b* để đường thẳng *d* đi qua hai điểm *B* và *D*.
5. Tìm tất cả các giá trị của *a* và *b* sao cho đường thẳng *d* đi qua điểm *A* đồng thời *d* tạo với hai trục tọa độ một góc $\alpha=60^\circ$.
6. Tìm giá trị của *a*, *b* để đường thẳng *d* đi qua điểm *M* (1;2) và cắt trục O*x*, O*y* lần lượt tại hai điểm *A*, *B* phân biệt sao cho $P=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
7. Tính chu vi và diện tích tam giác *OAB*.
8. Xác định tọa độ điểm *K* sao cho *K* chia trong đoạn thẳng *AC* theo tỷ lệ 1:2.
9. Chứng minh *OADB* là tứ giác nội tiếp. Gọi (*C*) là đường tròn nội tiếp tứ giác *OADB*, tìm điều kiện của *a* và *b* sao cho đường thẳng *d* đi tâm của (*C*).
10. Chứng minh *OABC* là hình thang và tính diện tích hình thang *OABC*.
11. Tìm tọa độ điểm *E* trên trục tung sao cho tam giác *BAE* nhận *AC* làm đường phân giác trong của góc $\widehat{BAE}$.
12. Chứng minh rằng không tồn tại điểm *F* thuộc trục hoành sao cho tam giác *FCB* vuông tại *F*.
13. Tìm tọa độ điểm *F* trên trục hoành sao cho *FCB* là tam giác vuông.

Bài toán 84. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho tất cả các thí sinh dự thi); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Đại học Sư phạm Hà Nội; Đại học Sư phạm Hà Nội; Quận Cầu Giấy; Thủ đô Hà Nội; Năm học 2010 – 2011.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho hai đường thẳng

$$d_1: y=\left(2m^2+1\right)x+2m-1;\qquad d_2: y=m^2x+m-2\qquad (m \text{ là tham số}).$$

1. Tìm *m* để đường thẳng d_1 đi qua điểm (1;1).
2. Tìm *m* để đường thẳng d_2 đi qua điểm (3;– 2).
3. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng d_2 song song với đường thẳng $y=\left(2m-1\right)x+5m-9$.
4. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng d_1 cắt trục tung tại điểm có tung độ thuộc đoạn [3;6] ?

5. Tìm tham số *m* để đường thẳng d_1 tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{6}$.
6. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng d_2 tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông có tỷ lệ hai cạnh góc vuông bằng 1:5 ?
7. Xét hai điểm *A* (– 2;1), *B* (2;1). Tìm tọa độ điểm *C* nằm trên đường thẳng d_2 sao cho tam giác *ABC* cân tại *C* đồng thời tam giác *ABC* có diện tích bằng 2.
8. Xét hai điểm $M\left(-\frac{1}{9};0\right), N(1;0)$. Tìm khoảng giá trị của *m* để đường thẳng d_2 chia mặt phẳng tọa độ thành hai nửa mặt phẳng sao cho *M* và *N* nằm trong hai nửa mặt phẳng khác nhau.
9. Tìm tọa độ giao điểm *I* của d_1, d_2 theo *m*.
10. Khi *m* thay đổi, chứng minh điểm *I* luôn thuộc một đường thẳng cố định. Tìm phương trình đường thẳng đó.

Bài toán 85. Mở rộng và phát triển câu 2; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán; Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Ngoại ngữ; Trường Đại học Ngoại ngữ; Đại học Quốc gia Hà Nội; Quận Cầu Giấy; Thành phố Hà Nội; Năm học 2007 – 2008.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho ba đường thẳng

$$d_1: y = -x + 1; \quad d_2: y = x - 1; \quad d_3: y - -ax + a^3 - a^2 - \frac{1}{3} \qquad (a \text{ là tham số thực}).$$

1. Gọi *A* là điểm có hoành độ bằng 1 nằm trên d_1, *B* là điểm có hoành độ bằng 2 nằm trên d_2.
   a) Tính chu vi và diện tích tam giác *OAB*.
   b) Tìm tọa độ trọng tâm *G* của tam giác *OAB*.
   c) Tính độ dài đường cao *AH* của tam giác *OAB* (*H* thuộc cạnh *OB*).
   d) Tìm tọa độ điểm *C* nằm trên trục tung sao cho tam giác *ABC* cân tại *C*.
   e) Chứng minh không tồn điểm *D* nằm trên trục tung sao cho tam giác *ABD* vuông tại đỉnh *D*.
2. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (4;1) và song song với đường thẳng d_1.
3. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (5;2) và vuông góc với đường thẳng d_2.
4. Tìm trên đường thẳng d_1 tọa độ điểm *K* (*x*;*y*) thỏa mãn $x^2 + 2y^2 = 6$.
5. Tìm trên đường thẳng d_2 tọa độ điểm *L* (*x*;*y*) sao cho $y^2 - 5y\sqrt{2x-1} + 12x = 6$.
6. Tìm trên đường thẳng d_1 điểm *T* (*x*;*y*) sao cho biểu thức $P = (1-y)(x^3 - 4x^2 + 8)$ đạt giá trị nhỏ nhất.
7. Tìm trên đường thẳng d_2 tọa độ điểm *J* (*x*;*y*) sao cho biểu thức $S = \frac{2x^2 + 4y + 1}{x^2 + x - y}$ nhận giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
8. Tìm điểm *E* trong mặt phẳng tọa độ sao cho đoạn thẳng *OE* nhận đường thẳng d_1 làm trục đối xứng.
9. Tìm *a* để d_1 cắt d_2 tại một điểm thuộc d_3.
10. Giả sử d_1 và d_2 cắt trục tung theo thứ tự tại *M* và *N*. Tìm tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *AMN*, với điểm *A* ở mục 1.
11. Viết phương trình đường thẳng *l* sao cho *l* song song và cách đường thẳng d_1 một khoảng bằng 2.

Bài toán 86. Liên hệ, kết hợp, mở rộng và phát triển các bài toán

- ❖ Câu 3; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi môn chuyên Khoa học Tự nhiên); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Hà Nội – Amsterdam và THPT Chu Văn An; Thủ đô Hà Nội; Năm học 2004 – 2005.
- ❖ Bài 2; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Hậu Giang; Năm học 2008 – 2009.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, với O là gốc tọa độ, cho đường thẳng *d* có phương trình

$$2kx+(k-1)y=2 \qquad (k \text{ là tham số thực}).$$

1. Tìm *k* để đường thẳng *d* thỏa mãn
   a) Đi qua điểm (– 1 ;3).
   b) Không đi qua điểm (3;2).
   c) Song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.
   d) Vuông góc với đường thẳng $y=-\frac{2}{3}x+6a-7$.
2. Với giá trị nào của *k* thì đường thẳng *d* song song với đường thẳng $y=x\sqrt{3}$. Khi đó hãy tính góc tạo bởi *d* với tia O*x*.
3. Tìm tọa độ điểm cố định mà đường thẳng *d* luôn luôn đi qua với mọi giá trị của *k*.
4. Tìm *k* để đường thẳng *d* tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.
5. Tìm *k* để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng *d* là lớn nhất.

Bài toán 87. Liên hệ, kết hợp, mở rộng và phát triển các bài toán

- Bài 2.b; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Quảng Ninh; Năm học 2008 – 2009.
- Bài 2.1; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Phú Yên; Năm học 2008 – 2009.
- Bài 2.2; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Hòa Bình; Năm học 2008 – 2009.
- Bài 2.2; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Đà Nẵng; Năm học 2007 – 2008.
- Bài 3; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Quảng Ninh; Năm học 2007 – 2008.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho các đường thẳng

$$d: y=ax+b\ \ (a\neq 0)$$
$$d': y=m(x-1)+2$$
$$\Delta: y=2x+1 \qquad (a, b, m \text{ là tham số thực}).$$
$$d_m: (m-1)x+(m+1)y=\sqrt{2(m^2+1)}$$

1. Tìm giá trị (hoặc mối liên hệ) của *a* và *b* để đường thẳng *d* thỏa mãn
   a) Đi qua hai điểm (3;1) và (5;2).
   b) Đi qua điểm (– 2 ;4) và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.
   c) Song song với đường thẳng $y=(10a-1)x+2a-5$.
   d) Cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn b^2.
2. Xác định các số nguyên *a* và *b* biết đường thẳng đã cho đi qua điểm *A* (4 ;3), cắt trục tung tại điểm có tung độ là một số nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là một số nguyên dương.
3. Xét trường hợp $a=m-1; b=1$, xác định *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng *d* bằng $\frac{1}{3}$.
4. Chứng minh rằng họ đường thẳng *d'* luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của *m*. Hãy tìm tọa độ điểm cố định đó.
5. Tìm *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng *d'* là lớn nhất.
6. Tìm tọa độ các điểm *M* trên đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ điểm *M* đến trục hoành gấp ba lần khoảng cách từ điểm *M* đến trục tung.
7. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d_m.

Bài toán 88. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh An Giang; Năm học 2005 – 2006.
Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho ba đường thẳng

$$d_1: 2x - y + 3 = 0$$
$$d_2: 15x + 3y + 5 = 0$$
$$d_3: 3ax - 3y + 4a + 15 = 0$$

1. Tìm tọa độ điểm A thuộc đường thẳng d_1 biết A có hoành độ bằng 1.
2. Tìm tọa độ điểm B thuộc đường thẳng d_2 biết B có tung độ bằng 0.
3. Tính diện tích tam giác OAB với A và B ở các mục 1, 2.
4. Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ và song song với đường thẳng d_1.
5. Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng d_2.
6. Tính diện tích tam giác tạo bởi đường thẳng d_1 với hai trục tọa độ.
7. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d_2.
8. Tìm điểm C trong mặt phẳng tọa độ sao cho đoạn thẳng OC nhận đường thẳng d_1 làm trục đối xứng.
9. Tìm tọa độ điểm L đối xứng với điểm K (3;2) qua đường thẳng d_2.
10. Tìm tọa độ điểm D (x;y) thuộc đường thẳng d_1 thỏa mãn $x^2 + y - 4 = 2\sqrt{3x^3 - 5x^2 + 5x - 2}$.
11. Tìm tọa độ điểm E (x;y) thuộc đường thẳng d_2 sao cho $3x^2 + 3y^2 = 10xy$.
12. Tìm tọa độ điểm G (x;y) thuộc đường thẳng d_2 sao cho biểu thức $S = x^2 + x + y$ đạt giá trị nhỏ nhất.
13. Tìm điểm F (x ;y) trên d_1 sao cho biểu thức $Q = \dfrac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + xy + y^2}$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
14. Tìm a để ba đường thẳng đã cho có một điểm chung.
15. Với giá trị của a vừa tìm, hãy tính chu vi và diện tích của tam giác tạo bởi d_3 với các trục Ox, Oy.
16. Điểm M (x;y) trong mặt phẳng tọa độ được gọi là điểm nguyên khi x và y đều là các số nguyên. Chứng minh rằng trên đường thẳng d_2 không tồn tại điểm nguyên.

Bài toán 89. Liên hệ, kết hợp, mở rộng và phát triển các bài toán

- Bài 4; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Quảng Ninh; Năm học 2006 – 2007.
- Bài 3; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9 THCS; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Đồng Nai; Năm học 2006 – 2007.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, cho các đường thẳng

$$\Delta: y = 3x - m - 1$$
$$l: y = 2x + m - 1$$
$$d_1: y = 2x - 3$$
$$d_2: y = 4x + 5$$

(m là tham số thực).

Trong đó d_1 cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại B, Q_1; d_2 cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại A, Q_2; hai đường thẳng cắt nhau tại Q.

1. Chứng minh nếu một tam giác có các góc α, β, γ mà trong đó một góc là góc tù thì hai góc còn lại là góc nhọn.
2. Chứng minh $\widehat{Q_2AB}$ là góc nhọn, từ đó suy ra $\widehat{Q_1QQ_2}$ là góc nhọn (dựa trên $\widehat{QAB}$ là góc tù hoặc định lý góc ngoài của tam giác AQB).
3. Tìm tọa độ các điểm B, Q_1, A, Q_2.

4. Tính chu vi và diện tích tứ giác AQ_1BQ_2.
5. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (– 4;1) và vuông góc với đường thẳng d_1.
6. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (– 6;2) đồng thời cắt đường thẳng d_2 tại điểm có tung độ bằng 9.
7. Tìm điểm *D* đối xứng với gốc tọa độ O qua đường thẳng d_1.
8. Với giá trị nào của *m* thì đường thẳng Δ song song với đường thẳng $y = 3x - 2m^2$?
9. Với giá trị nào của tham số *m* thì đường thẳng *l* cắt đường thẳng d_2 tại điểm *K* (*x*;*y*), trong đó biểu thức $S = x^2 + y^2 + 2x + y + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.
10. Chứng minh rằng khi *m* thay đổi, giao điểm của d_1, d_2 luôn nằm trên một đường thẳng cố định.
11. Tìm tọa độ điểm *E* (*x*;*y*) thuộc đường thẳng d_1 sao cho $|2x-11|^5 + |y-9|^6 = 1$.
12. Tìm tọa độ điểm *F* (*x*;*y*) trên đường thẳng d_2 sao cho $\dfrac{1}{4x+5} + \dfrac{1}{\sqrt{2-y^2}} = 2$.
13. Tìm tọa độ điểm *G* (*x*;*y*) thuộc đường thẳng d_1 để biểu thức $P = \sqrt{x^2 - y - 1} + \sqrt{x^2 - 2x - y + 2}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất ấy.

Bài toán 90. Mở rộng và phát triển câu 3 ; Đề thi tuyển sinh lớp 10 THPT; Môn Toán (Dành cho các thí sinh dự thi môn chuyên Khoa học Tự nhiên); Đề thi chính thức; Trường THPT Chuyên Lê Hồng Phong; Thành phố Nam Định; Tỉnh Nam Định; Năm học 2004 – 2005.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho các đường thẳng

$$d_1 : y = 2x + 2$$
$$d_2 : y = -x + 2 \qquad (m \text{ là tham số thực}).$$
$$d_3 : y = mx$$

1. Tìm tọa độ các giao điểm *A*, *B*, *C* theo thứ tự của d_1 với d_2, d_1 với trục hoành và d_2 với trục hoành.
2. Tìm tất cả các giá trị *m* sao cho d_3 cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2.
3. Tìm tất cả các giá trị *m* sao cho d_3 cắt cả hai tia *AB* và *AC*.
4. Tính diện tích tam giác tạo bởi đường thẳng d_1 với hai trục tọa độ.
5. Giả sử *K* và *L* là các điểm nằm trên d_1 có hoành độ lần lượt là $\sqrt{3}, \sqrt{5}$. Tính độ dài đường cao *OH* của tam giác *OKL*.
6. Xét tam giác (*X*) tạo bởi đường thẳng d_2 với hai trục tọa độ. Tìm bán kính *R* của đường tròn (*C*) ngoại tiếp tam giác (*X*).
7. Xét điểm *N* (4;1).
   a) Viết phương trình đường thẳng đi qua *N* đồng thời song song với d_1.
   b) Tìm tọa độ điểm *M* đối xứng với điểm *N* qua đường thẳng d_2.
   c) Đường thẳng *ON* cắt d_2 tại *P*. Tính độ dài đoạn thẳng *NP*.
8. Xét các điểm *D* (1;0) và *E* (3;0). Tồn tại hay không điểm *F* trên đường thẳng d_1 sao cho tam giác *DEF* là tam giác vuông tại *F* ?
9. Chứng minh rằng đường thẳng d_1 và đồ thị hàm số $y = |x+3| + |2x+5|$ có duy nhất một điểm chung.
10. Tìm tọa độ điểm *S* (*x*;*y*) thuộc d_2 sao cho biểu thức $\sqrt{x^2 + 3x + 2y}$ nhận giá trị nhỏ nhất.
11. Tìm tọa độ điểm *G* (*x*;*y*) thuộc d_1 sao cho $\sqrt{12 - \dfrac{3}{x^2}} + \sqrt{4x^2 - \dfrac{3}{x^2}} = (y-2)^2$.
12. Tìm tọa độ điểm *Q* (*x*;*y*) thuộc d_2 thỏa mãn hệ thức $x + 4\sqrt{5-y} + (x+y)\sqrt{3-2x} = 11$.

Bài toán 91. Mở rộng, liên hệ và phát triển các bài toán

- Bài II; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Trường THPT Chuyên Hà Nội – Amsterdam; Quận Cầu Giấy; Thành phố Hà Nội; Năm học 2016 – 2017.
- Bài 3; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Phòng Giáo dục và Đào tạo Quận Ba Đình; Thành phố Hà Nội; Năm học 2016 – 2017; Ngày thi 15.12.2016.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, cho các đường thẳng

$$(d): y = (m^2+1)x + m - 2$$
$$(d'): y = (m-1)x + m \qquad \text{(với } m \text{ là tham số thực).}$$
$$\Delta: y = 2x - 3$$

1. Tìm tọa độ điểm *M* nằm trên đường thẳng Δ biết *M* có tung độ bằng 10.
2. Khi $m = 1$, vẽ đường thẳng (*d*) và tính diện tích tạo bởi đường thẳng (*d*) và hai trục tọa độ.
3. Tìm các giá trị *m* để đường thẳng (*d*):
   a) Đi qua điểm *M* (0;5).
   b) Song song với đường thẳng Δ.
   c) Vuông góc với đường thẳng $l: y = \frac{m\sqrt{5}}{m^2+1}x + 5$.
   d) Cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn – 6.
   e) Cắt đường thẳng $y = 7x - 2$ tại điểm có hoành độ bằng 1.
   f) Đồng quy với hai đường thẳng $d_1: y = 5x$; $d_2: y = 8x - 3$.
4. Tìm các giá trị *m* để đường thẳng (*d*) cắt các trục O*x*, O*y* lần lượt tại *A*, *B* sao cho tam giác *OAB* vuông cân.
5. Chứng minh rằng hai đường thẳng $(d),(d')$ không thể cắt nhau với mọi giá trị của tham số *m*.
6. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng Δ.
7. Xét điểm *P* (4;1), tìm tọa độ điểm *N* (*x*;*y*) thuộc đường thẳng Δ sao cho độ dài đoạn thẳng *NP* ngắn nhất.
8. Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với đường thẳng Δ.
9. Tìm tọa độ điểm cố định mà đường thẳng (d') luôn luôn đi qua với mọi giá trị của tham số m.
10. Trong trường hợp d', Δ song song với nhau:
    a) Vẽ hai đường thẳng trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
    b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng trên.
11. Với giá trị nào của m thì Δ cắt đường thẳng $\omega: y = 5mx - 7$ tại điểm P (x;y) thỏa mãn điều kiện: Biểu thức $S = x^2 + 3xy + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất ?
12. Tìm ảnh O' của gốc tọa độ O qua phép đối xứng trục Δ.
13. Viết phương trình đường thẳng đối xứng với đường thẳng Δ qua trục đối xứng là trục hoành.

Bài toán 92. Mở rộng, liên hệ và phát triển các bài toán

- Bài 3; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2016 – 2017; Ngày thi 26.12.2016.
- Bài 3; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Nam Định; Năm học 2016 – 2017; Ngày thi 26.12.2016.

Cho hai hàm số

$$y = (2-m)x + m - 1 \quad (1)$$
$$y = 2x + m - 1 \quad (2)$$
(với *m* là tham số thực).

1. Tìm giá trị của *m* để hàm số (1) :
   a) Là hàm số bậc nhất, đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Là hàm số hằng.

2. Chứng minh hàm số (2) đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng định nghĩa.
3. Tìm giá trị của *m* để đồ thị hàm số (1) :
   a) Đi qua điểm $P\left(1;m^2\right)$.
   b) Không đi qua điểm *Q* (3;8).
   c) Song song với đường phân giác góc phần tư thứ II.
   d) Vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm *M* (1;2), *N* (3;5).
   e) Cắt đường thẳng $y=-2x+3$ tại điểm có hoành độ bằng 2.
   f) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ lớn hơn 5.
   g) Cắt tia O*y*.
   h) Tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông có tỷ lệ giữa một cạnh góc vuông và cạnh huyền là 0,6.
   i) Tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.
4. Tìm điểm cố định mà đồ thị hàm số (1) luôn đi qua với mọi giá trị của tham số m. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến điểm cố định đó.
5. Tìm *m* để đồ thị của hàm số (2):
   a) Cắt đồ thị hàm số $y=x+1$ tại điểm nằm trên trục hoành.
   b) Là trục đối xứng của đoạn thẳng *AB*, trong đó *A* (2;4), *B* (4;3).
   c) Tạo với chiều dương trục O*x* một góc lượng giác $\alpha\ge 60^\circ$.
   d) Cắt đường thẳng $l: y=5-2x$ tại điểm *L* (*x*;*y*) sao cho $T=\sqrt{y}+\sqrt{2x+3}$ đạt giá trị lớn nhất.
   e) Cắt đường thẳng $\Delta: y=3-x$ tại điểm *K* (*x*;*y*) sao cho biểu thức $S=\dfrac{(2x+m)\left(x^2-4y^2+3\right)}{y+1}$ đạt giá trị lớn nhất.
6. Tìm *m* để đồ thị của hàm số (2) tiếp xúc với đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$.
7. Tìm *m* để đồ thị của hàm số (2) cắt đường tròn (C) tâm O, bán kính $R=2\sqrt{10}$ tại hai điểm *H*, *K* sao cho tam giác *OHK* có diện tích lớn nhất.

Bài toán 93. Mở rộng, liên hệ và phát triển các bài toán

- ❖ Bài 2; Phần II; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2010 – 2011.
- ❖ Bài 2; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Phòng Giáo dục và Đào tạo Thành phố Thái Bình; Tỉnh Thái Bình; Năm học 2004 – 2005.

Cho hai đường thẳng

$$\begin{array}{ll} y=(m-2)x+n & (\Delta), m\ne 2 \\ y=x+3a+5 & (d) \end{array}$$ (*m*, *n*, *a* là tham số thực).

1. Vẽ hai đường thẳng trên cùng một mặt phẳng tọa độ khi $m=3; n=1; a=1$.
2. Chứng minh bằng định nghĩa: Hàm số có đồ thị (*d*) là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
3. Tìm giá trị của *m* và *n* để đường thẳng Δ thỏa mãn
   a) Đi qua hai điểm *A* (– 1;2), *B* (3;– 4).
   b) Song song với đường thẳng $2y=1-3x$.
   c) Vuông góc với đường thẳng $y=(m-4)x+8$.
   d) Trùng với đường thẳng $y+2x-3=0$.
   e) Cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn n^2.
   f) Tiếp xúc với parabol $(P): y=2x^2$.

4. Tìm giá trị của a sao cho đường thẳng (d) thỏa mãn điều kiện
   a) Đi qua điểm C (2 ;10).
   b) Không cắt tia Oy.
   c) Cắt trục hoành tại điểm E nằm giữa hai điểm G (2;0), H (– 3;0)
   d) Cắt đường thẳng $y=2-2x$ tại điểm D (x;y) thỏa mãn $x^2+y^2=40$.
   e) Cắt đường thẳng $y=3x-1$ tại điểm K (x;y) sao cho $10x^2-y^2-3$ bé nhất.
   f) Tiếp xúc với đường tròn (C) có tâm O, bán kính $R=4\sqrt{2}$.
   g) Cắt đường tròn (C) tâm O, bán kính $R=\sqrt{3}$ theo một dây cung có độ dài $l=2$.
5. Xét hình thoi (T) tâm O, hai đường chéo MN, PQ có độ dài lần lượt là 4 và 5, $MN\equiv Ox, PQ\equiv Oy$. Tìm tất cả các giá trị của a để đường thẳng (d) có ít nhất hai giao điểm với hình thoi (T).

Bài toán 94. Mở rộng, liên hệ và phát triển các bài toán

❖ Bài 2; Phần II; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2007 – 2008.
❖ Bài 2; Phần II; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2008 – 2009.
❖ Bài 2; Phần II; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2011 – 2012.
❖ Bài 2; Phần II; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Phòng Giáo dục và Đào tạo Thành phố Thái Bình; Tỉnh Thái Bình; Năm học 2006 – 2007.

Cho các hàm số bậc nhất

$$y=\left(1-\sqrt{3}\right)x-1 \qquad (1)$$

$$y=\frac{2}{3}x+2 \qquad (2)$$

1. Hàm số (1) là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao ?
2. Chứng minh hàm số (2) đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng định nghĩa.
3. Tính giá trị của y ở hàm số (1) khi $x=1+\sqrt{3}$.
4. Xác định hàm số bậc nhất $y=ax+b$ biết
   a) Đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y=\left(1-\sqrt{3}\right)x-1$ và đi qua điểm $\left(-1;\sqrt{3}\right)$.
   b) Đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1,5; cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.
   c) Đồ thị hàm số song song với đồ thị hàm số (2) và đi qua điểm M (3;4).
   d) Đồ thị của hàm số vuông góc với đồ thị hàm số (2) và đi qua gốc tọa độ O.
   e) Đồ thị của hàm số vuông góc với đồ thị hàm số (2) và tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 10.
   f) Đồ thị của hàm số đi qua điểm K (1;1) và song song với đường thẳng $y=-3x+2012$.
5. Vẽ đồ thị hàm số (2). Gọi A và B thứ tự là giao điểm của đồ thị hàm số (2) với trục Ox và Oy. Tính diện tích tam giác OAB.
6. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đồ thị hàm số (2).
7. Tìm tọa độ điểm T trên đồ thị hàm số (2) sao cho độ dài đoạn thẳng TE ngắn nhất, với E (4;1).
8. Xét các điểm C (– 1 ;1), D (2 ;4).
   a) Vẽ đường thẳng CD.
   b) Viết phương trình đường thẳng CD.
   c) Xác định độ lớn góc α tạo bởi đường thẳng CD với tia Ox.
   d) Tìm giao điểm của đường thẳng CD với đồ thị hàm số (2).

Bài toán 95. Mở rộng và phát triển bài 3; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2014 – 2015.

Cho các hàm số

$$\begin{aligned} &y = -6x + m - 1 \quad &(1) \\ &y = (m-1)x + 3m - 11 \quad &(2) \end{aligned}$$ (*m* là tham số thực).

1. Hàm số (1) là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên tập hợp $\mathbb{R}$? Vì sao ?
2. Xác định hàm số (1) biết rằng đồ thị hàm số (1) :
   a) Đi qua điểm *A* (– 1;6).
   b) Cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 8.
   c) Cắt đường thẳng $y = -6x + 5$ tại điểm có hoành độ bằng 1.
   d) Cắt trục hoành tại điểm *K* (*x*;*y*) sao cho *K* nằm giữa hai điểm *C* (1;0) và *D* (7;0).
   e) Chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{4}{3}$.
   f) Tạo với hai trục tọa độ một tam giác có độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R = \frac{\sqrt{37}}{4}$.
3. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm (5;2) và vuông góc với đồ thị hàm số (1).
4. Viết phương trình đường thẳng song song với đồ thị hàm số (1) và cắt đường thẳng *PQ* tại điểm có tung độ bằng 10, trong đó *P* (2;5), *Q* (8;2).
5. Với giá trị nào của tham số *m* thì đồ thị hàm số (1) là trục đối xứng của đoạn thẳng *EF*, trong đó *E* và *F* có tọa độ: *E* (1;4) và *F* (7;5) ?
6. Tìm *m* để đồ thị hàm số (1) cắt đồ thị hàm số (2) tại điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn
   a) *M* nằm trên trục tung. Tìm tọa độ điểm đó.
   b) *M* có hoành độ lớn hơn 4.
   c) *M* nằm phía trên trục hoành.
7. Xác định tất cả các giá trị của *m* để đồ thị hàm số (2) cắt đường thẳng $\Delta : y = \frac{1}{2}x - \frac{13}{2}$ tại điểm có hoành độ bằng 3.
8. Tìm tất cả các giá trị của *m* để đồ thị hàm số (2) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông có một góc nhọn 60°.

Bài toán 96. Mở rộng và phát triển bài 2; Phần II; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2012 – 2013.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, cho đường thẳng $(d): y = 2x + 3m - 4$, với *m* là tham số.

1. Trong trường hợp $m = 1$.
   a) Vẽ đường thẳng (*d*).
   b) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (*d*) khi đó.
2. Tìm *m* để đường thẳng (*d*) thỏa mãn
   a) Đi qua điểm (5;2).
   b) Đi qua điểm $M\left(m^2;1\right)$.
   c) Song song với đường thẳng $y = 2x + 5m^2 - 4$.
   d) Vuông góc với đường thẳng $y = -mx + 9\sqrt{2}$.
   e) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ lớn hơn 1.
   f) Cắt trục tung tại điểm *N* (*x*;*y*) nằm giữa hai điểm *E* (0;2) và *F* (0;6).
   g) Cắt đường thẳng $y = 2x - 2$ tại điểm có tung độ bằng 0.
   h) Tiếp xúc với parabol $y = x^2$.

3. Tìm tất cả các gí trị của tham số *m* để (*d*) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông *OCD*, trong đó đường cao hạ từ O của tam giác *OCD* có độ dài $h=\frac{2}{\sqrt{5}}$.
4. Xác định *m* sao cho đường thẳng (*d*) cách đều hai điểm *P* (3;1) và *Q* (11;7) ?
5. Với giá trị nào của *m* thì (*d*) là trục đối xứng của đoạn thẳng *AB* với *A* (1;3), *B* (3;2) ?
6. Chứng minh rằng giao điểm của (*d*) và đường thẳng $y=5x-2m+6$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi *m* thay đổi. Tìm đường thẳng cố định đó.
7. Tồn tại hay không các giá trị *m* để đường thẳng (*d*) chứa một trong các đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác *XYZ*, trong đó *X* (1;0), *Y* (7;0), *Z* (5;4) ?
8. Xét đường thẳng $\Delta: y=-3x+1-2m$. Tìm *m* để (*d*) cắt Δ tại điểm *K* (*x*;*y*) thỏa mãn điều kiện
   a) *K* có tung độ thuộc đoạn [3;17].
   b) *K* nằm về phía dưới trục hoành.
   c) *K* nằm trên đường thẳng $7x-\sqrt{2}y=0$.
   d) *K* nằm trên đường parabol $y=-2x^2$.
   e) Độ dài đoạn thẳng *OK* ngắn nhất.
   f) Biểu thức $T=xy+x+y$ đạt giá trị lớn nhất.
   g) *K* nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $\sqrt{5}$.

Bài toán 97. Mở rộng và phát triển bài 3; Đề thi chất lượng học kỳ I; Môn Toán; Lớp 9; Sở Giáo dục và Đào tạo Tỉnh Thái Bình; Năm học 2015 – 2016.

Cho hàm số $y=f(x)=(m-1)x+m \quad (1)$, *m* là tham số thực, đồ thị là đường thẳng (*d*), O là gốc tọa độ.

1. Tìm *m* để hàm số (1) nghịch biến trên tập số thực.
2. Tìm *m* sao cho $f(3)-f(2)+f(f(1))=10$.
3. Xác định giá trị của tham số *m* sao cho
   a) (*d*) đi qua điểm S (3;2m).
   b) (*d*) song song với đường thẳng $2y=x-1$.
   c) (*d*) vuông góc với đường thẳng $y=-\sqrt{2}x+\sqrt{2017}$.
   d) (*d*) cắt tia Oy.
   e) (*d*) cắt trục hoành tại điểm A có hoành độ $x=2$.
   f) (*d*) cắt đường thẳng $y=-2x-1$ tại điểm B có tung độ bằng – 7.
   g) (*d*) là tiếp tuyến của đường tròn tâm O bán kính bằng $\sqrt{2}$.
4. Tìm điểm cố định mà các đường thẳng (*d*) luôn luôn đi qua khi *m* thay đổi. Tính khoảng cách từ O đến điểm cố định đó.
5. Tìm tất cả các giá trị của *m* để đường thẳng (*d*) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông thỏa mãn
   a) Diện tích bằng 2,25.
   b) Diện tích bằng $10m^2 \ (m>0)$.
   c) Chiều cao ứng với cạnh huyền bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.
   d) Hai cạnh góc vuông bằng nhau.
   e) Có một góc nhọn $\alpha=60^\circ$.
6. Tìm giá trị của tham số *m* để (*d*) cách đều hai điểm *C* (3;9) và *D* (1;19).
7. Xác định giá trị *m* để đường thẳng (*d*) cắt đường thẳng $y=2x-1$ tại điểm *M* (*x*;*y*) sao cho
   a) *M* nằm trên đường cong $(P): y=x^2-2x+3$.
   b) Biểu thức $T=3x^2+y^2+4x-2y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 98. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, xét các điểm *A* (0;1), *B* (1;3), *C* (2;7), *D* (0;3), *E* (4;0) và đường thẳng (*d*): $y=(3m-2)x-2m$.

1. Vẽ đường thẳng (*d*) trong trường hợp $m=2$.
2. Tìm *m* để đường thẳng (*d*) thỏa mãn
   a) Đi qua điểm (– 5;1).
   b) Có tung độ gốc bằng 7.
   c) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4.
   d) Cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 5.
   e) Song song với đường thẳng $y=(1-3m)x+\sqrt{3}$.
   f) Vuông góc với đường thẳng $y=\dfrac{2x-1}{\sqrt{5}}+\sqrt{6}$.
3. Giả sử *M*, *N* theo thứ tự là các giao điểm của đường thẳng (*d*) với hai trục O*x*, O*y* (*M*, *N* khác gốc tọa độ). Tìm giá trị của *m* sao cho
   a) Tam giác *OMN* có diện tích bằng 2.
   b) Tam giác *OMN* có tỷ lệ độ dài các cạnh là $1:4:\sqrt{17}$.
   c) $30^\circ<\widehat{OMN}<60^\circ$.
4. Tìm điểm cố định mà đường thẳng (*d*) luôn luôn đi qua với mọi giá trị của *m*.
5. Khi *m* thay đổi, tìm khoảng cách xa nhất từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (*d*).
6. Xét đường tròn (*C*) tâm O, bán kính $R=2$. Tìm giá trị của *m* để
   a) (*d*) cắt (*C*) theo một dây cung có độ dài lớn nhất.
   b) (*d*) cắt (*C*) theo một dây cung có độ dài bằng $2\sqrt{2}$.
   c) (*d*) cắt (*C*) tại hai điểm phân biệt P,Q sao cho tam giác *OPQ* có diện tích lớn nhất.
7. Với giá trị nào của tham số *m* thì đường thẳng (*d*) cắt đường thẳng $5x-y=1$ tại điểm *R* (*x*;*y*) sao cho biểu thức $S=5x^2-y^2+1$ đạt giá trị lớn nhất ?
8. Tìm tọa độ trung điểm của các đoạn thẳng *OD*, *OE*, *DE*. Từ đó viết phương trình hai trong ba đường trung tuyến của tam giác *ODE*.
9. Tìm tọa độ trọng tâm *G* của tam giác *ODE*.
10. Chứng minh tứ giác *ABCD* là hình thang. Tính diện tích hình thang *ABCD*.
11. Tìm tọa độ điểm *F* sao cho tứ giác *ABDF* là hình bình hành.
12. Tìm tọa độ điểm *K* trên trục hoành sao cho tổng độ dài $AK+BK$ ngắn nhất.
13. Tìm tập hợp các điểm *L* trong mặt phẳng tọa độ sao cho tam giác *BCL* cân tại *L*.
14. Tồn tại hay không điểm *J* thuộc trục hoành sao cho tam giác *ABJ* vuông tại *J* ?
15. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm *B*, Δ cắt hai trục tọa độ tại *U*, *V* sao cho điểm *B* chia trong đoạn thẳng *UV* theo tỷ số 1:2.

Bài toán 99. Cho hàm số bậc nhất $y=f(x)=\left(3-2\sqrt{2}\right)x+\sqrt{2}-1$ (1).

1. Xét tính đồng biến, nghịch biến trên $\mathbb{R}$ của hàm số (1).
2. Tính giá trị của y khi $x=3+2\sqrt{2}$.
3. Tính $f\left(1-\sqrt{2}\right)+f\left(1+\sqrt{2}\right)$.
4. Tìm tất cả các giá trị của x để $y=0$.
5. So sánh $f\left(\sqrt{2015}\right),f\left(\sqrt{2016}-1\right)$.
6. Xét các điểm $A\left(1;2-\sqrt{2}\right),B\left(2;5-3\sqrt{2}\right),C\left(3;8-5\sqrt{2}\right),D\left(4;11+7\sqrt{2}\right)$, điểm nào thuộc đồ thị hàm số đã cho ? Vì sao ?

7. Tìm *x* để $f^2(x)=6-4\sqrt{2}$.
8. Tìm *x* để $f(x+1)=2$.
9. Xét hàm số $g(x)=(1+\sqrt{2})x$. Chứng minh hàm số $f(x)+g(x)$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
10. Tìm tọa độ điểm *K* (*x*;*y*) trên đồ thị hàm số có hoành độ thỏa mãn đẳng thức
$$\sqrt{x-7}+\sqrt{9-x}=x^2-16x+66.$$

Bài toán 100. Cho hàm số bậc nhất $y=f(x)=(6-3a)x+a-6$ (1); *a* là tham số thực.

1. Tìm giá trị của *a* để hàm số (1) thỏa mãn
   a) Là hàm số đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.
   b) Là hàm số nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.
   c) Là hàm số hằng.
2. Giả sử $f(2)=0$, khi đó hàm số (1) đồng biến hay nghịch biến ? Vẽ đồ thị hàm số (1) với *a* vừa tìm được.
3. Xét tính đơn điệu của hàm số (1) trong trường hợp $f(-1)=8$.
4. Xét $a<2$ và $1\le x\le 2$ $(x\in[1;2])$. Khi đó giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số (1) trên đoạn [1;2] được ký hiệu lần lượt như sau
$$\underset{x\in[1;2]}{Max}\, f(x) \quad ;\underset{x\in[1;2]}{Min}\, f(x)$$
   Tìm a sao cho $\underset{x\in[1;2]}{Max}\, f(x)+\underset{x\in[1;2]}{Min}\, f(x)=a^3$.
5. Tùy theo giá trị của *a*, tìm theo *a* giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số (1) trên đoạn [1;2].
6. Tìm theo *a* giá trị lớn nhất của hàm số (1) trên đoạn [0;*a*].
7. Đồ thị hàm số (1) là một đường thẳng (*d*). Tìm *a* để đường thẳng (*d*) thỏa mãn
   a) Đi qua điểm (5 ;1).
   b) Vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ II.
   c) Song song với đường thẳng $y=(10-a)x+8$.
   d) Trùng với đường thẳng $y=-\frac{1}{2}x-\frac{23}{6}$.
   e) Cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 11.
   f) Đồng quy với hai đường thẳng $y=3; y=5x-\frac{2}{3}$.

Bài toán 101. Xét hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x-1)=3x-5$.

1. Chứng minh rằng $f(x)$ là một hàm số bậc nhất, tìm hàm số đó.
2. Tính $f(0)-2f(1)+3f(\sqrt{2})$.
3. Chứng minh hàm số $k(x)=f(x^2+1)-f(x^2+3x)+f(x)$ là một hàm số nghịch biến.
4. Đồ thị hàm số $f(x)$ là một đường thẳng (*d*).
   a) Tìm giao điểm của (*d*) với hai trục tọa độ.
   b) Tính diện tích tạo bởi đường thẳng *d* với hai trục tọa độ.
   c) Tính góc hợp bởi (*d*) với tia O*y*.
   d) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (*d*).
   e) Tính khoảng cách từ điểm (5;1) đến đường thẳng (*d*).
5. Tìm điểm *M* (*x*;*y*) thuộc đường thẳng (*d*) sao cho biểu thức $P=3x^2+2y^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

6. Tìm điểm *N* (*x*;*y*) thuộc đường thẳng (*d*) sao cho biểu thức $S=\dfrac{x^2+2x-y-1}{(x-1)^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.
7. Xét hàm số $g(x)=ax+b$ thỏa mãn $g(1)\le g(2), g(5)\ge g(6), g(2015)=2016$.
   So sánh $g(2016)$ và $f(673)$.
8. Giải phương trình $f(x)=\sqrt{7x-1}-\sqrt{4x+1}$.
9. Xét hàm số $h(x)=x^3-2x+3$. Chứng minh rằng hàm số $h(x)+f(x)$ là hàm số đơn điệu.
10. Xét hai điểm *A* (1;0) và *B* (5;3). Tìm tọa độ điểm *C* nằm trên đường thẳng (*d*) sao cho tổng khoảng cách $AC+BC$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài toán 102. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*,cho các điểm *A* (0;4), *B* (3;4), *C* (3;0).

1. Viết phương trình đường thẳng (*d*) đi qua *A* thỏa mãn từng trường hợp
   a) Song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.
   b) Vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.
   c) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 4.
2. Tìm *x* sao cho các điểm *A*, *C* và *E* (6;*x*) thẳng hàng.
3. Tứ giác *OABC* là hình gì ? Vì sao ?
4. Tính diện tích tứ giác *OABC*.
5. Tìm tập hợp các điểm *K* sao cho tam giác *ABK* cân tại *K*.
6. Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ, chia tứ giác *OABC* thành hai phần, trong đó diện tích phần chứa điểm *A* gấp đôi diện tích phần chứa điểm *C*.
7. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm (3;1) và cách đều hai điểm *A* và *C*.
8. Tìm tọa độ điểm *D* là chân đường phân giác trong góc $\widehat{BOC}$ của tam giác *BOC*.
9. Tìm tọa độ trung điểm của các đoạn thẳng *AB*, *BC*, *AC*, từ đó tìm tọa độ trọng tâm *G* của tam giác *ABC*.
10. Tìm tọa độ điểm *E* sao cho *CAEB* là hình bình hành.
11. Tam giác *MNP* nhận *A*, *B*, *C* là các trung điểm. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác *MNP*.
12. Tìm tọa độ điểm *T* trên trục hoành sao cho tổng các khoảng cách từ *A* và *B* đến *T* là ngắn nhất.
13. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm B sao cho đường thẳng đó cắt trục tung tại điểm có tung độ là một số nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là một số nguyên dương.
14. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm B sao cho đường thẳng đó cắt trục tung tại điểm có tung độ là một số nguyên dương, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là một số nguyên tố.

Bài toán 103. Cho hàm số $y=f(x)=\sqrt{x^2+2x+1}-\sqrt{x^2-2x+1}$.

1. Lập bảng xét dấu theo từng khoảng xác định để đơn giản hàm số đã cho.
2. Vẽ đồ thị hàm số đã cho.
3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$.
4. Chứng minh rằng phương trình $f(x)=-\sqrt{5}$ vô nghiệm thực.
5. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$.
6. Xét hàm số $y=ax+b$ thỏa mãn các tính chất $g(3)\le g(1)\le g(2)$ và $g(4)=2$.
   So sánh $f\left(\sqrt{2016}\right)$ và $g\left(\sqrt{2015}\right)$.
7. Xét đường tròn (*C*) tâm *I* (2;0), bán kính *R*. Tìm giá trị của *R* để (*C*) và đồ thị hàm số $f(x)$ có ít nhất một điểm chung.
8. Sử dụng đồ thị, hãy tìm số nghiệm thực củ phương trình $f(x)=|x|$.

9. Chứng minh rằng phương trình $f\left(x\right)=\left|x\right|-x$ có nghiệm duy nhất.
10. Xét đường thẳng $d: y=-2x+6$. Giả sử (*X*) là hình phẳng tạo bởi đường thẳng *d*, trục hoành và đồ thị hàm số $f\left(x\right)$.
    a) Hình phẳng (*X*) là hình gì ? Vì sao ?
    b) Tính diện tích hình phẳng (*X*).
11. Tìm tất cả các giá trị của *m* để phương trình $f\left(x\right)=2m-7$ có nghiệm.

Bài toán 104. Xét hàm số $y=f\left(x\right)=\left|x\right|$.

1. Tính $f\left(3\right)-f\left(1\right)+f\left(2\right)$.
2. Vẽ đồ thị hàm số $f\left(x\right)$.
3. Tìm *m* để phương trình $f\left(x\right)=m-7$ có nghiệm.
4. Tìm tọa độ các giao điểm *A*, *B* của đường thẳng $y=2$ với đồ thị hàm số $f\left(x\right)$.
   Tam giác *OAB* là tam giác gì ? Tính chu vi và diện tích của tam giác *OAB*.
5. Gọi (*d*) là đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $A\left(0;-2,5\right)$. Tìm tọa độ giao điểm của (*d*) và đồ thị hàm số $f\left(x\right)$.
6. Xét đường tròn (*C*) tâm *I* (– 2;0), bán kính *R*. Tìm miền giá trị của *R* để đường tròn (*C*) và đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ có ít nhất một điểm chung.
7. Xét hàm số $g\left(x\right)=ax+b$ thỏa mãn $g\left(2\right)\le g\left(3\right)\le g\left(4\right)$ và $g\left(2015\right)=2015$. Tính $g\left(1\right)-f\left(1\right)$.
8. Lấy đối xứng đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ qua trục hoành, kết hợp đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ ta thu được đồ thị (*X*). Giới hạn đồ thị (*X*) bởi các đường thẳng $x=2; x=-2; y=2; y=-2$ ta được đồ thị (*Y*). Tính tổng độ dài các cạnh và đường chéo của (*Y*).

Bài toán 105. Cho hàm số $f\left(x\right)=y=\begin{cases}2\left|x+2\right| & ;x\le 0\\ -2x+4 & ;x>0\end{cases}$

1. Tính $f\left(f\left(1\right)\right)-f\left(f\left(-3\right)\right)+f\left(2\right)$.
2. Đơn giản hàm số $f\left(x\right)$.
3. Xét các điểm (– 3;2), (0;4), (4;– 4), (1;2). Những điểm nào thuộc đồ thị hàm số $f\left(x\right)$? Vì sao ?
4. Vẽ đồ thị (*G*) của hàm số $f\left(x\right)$.
5. Giả dụ tồn tại hàm số $g\left(x\right)=a^3x+b$ thỏa mãn $g\left(4\right)\le g\left(2\right)\le g\left(3\right)$ và $g\left(2015\right)=2015$.
   Tính $T=f\left[g\left(2016\right)\right]+g\left[f\left(\sqrt{2016}\right)\right]$.
6. Giải phương trình $f\left(x\right)=\sqrt{x-1}$.
7. Tìm khoảng giá trị của *m* để phương trình $f\left(x\right)=m-1$ có
    a) 1 nghiệm.
    b) 2 nghiệm.
    c) 3 nghiệm.
8. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (G) và đường thẳng $y=2$.
9. Xét đường tròn (*C*) tâm *I* (– 2;0), bán kính *R*. Tìm miền giá trị của *R* để đường tròn (*C*) và đồ thị (*G*) có ít nhất một điểm chung.
10. Tìm trên đồ thị (*G*) các điểm *K* (*x;y*) thỏa mãn hệ thức $x^2+f\left(x\right)=3+\sqrt{3x-1}$.
11. Tìm tất cả các điểm nguyên *L* (*x;y*) trên đồ thị (*G*) biết $-1\le x\le 4$.

Bài toán 106. Cho hàm số $y = 2(m-1)x + \dfrac{m(x-2)}{|x-2|}$ (*m* là tham số thực).

1. Đơn giản hàm số đã cho theo *m*.
2. Tìm các giá trị của *m* để $f(x) < 0, \forall x \in (0;1)$.
3. Tìm các giá trị của *m* để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại một điểm có hoành độ thuộc khoảng (0;1).
4. Tìm *m* để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại một điểm nằm trong khoảng (1;3).
5. Giả dụ tồn tại hàm số $g(x) = a^3x + b$ thỏa mãn $g(6) \le g(2) \le g(4)$ và $g(2015) = -1$.

   So sánh $g\left(\sqrt{2017}\right)$ và $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

Bài toán 107. Cho hàm số $y = f(x) = |x| + |x+1| + |x+2|$.

1. Lập bảng xét dấu để đơn giản hàm số đã cho.
2. Vẽ đồ thị (*G*) của hàm số đã cho.
3. Tìm các khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số.
4. Dựa theo đồ thị (*G*), biện luận số nghiệm của phương trình $f(x) = m$.
5. Xét hàm số $g(x) = ax^4 - bx^2 + x + 3$ với *a* và *b* là các hằng số đồng thời $g(x)$ thỏa mãn $g(2) = 17$. So sánh $f(-2), g(-2)$.
6. Xét hàm số $h(x)$ thỏa mãn phương trình $h(x+1) = x^2 - 2x + 3$. So sánh $h(10), f(10)$.
7. Xét đường tròn (*C*) có tâm là gốc tọa độ, bán kính *R*. Tìm miền giá trị của *R* để đường tròn (*C*) và đồ thị (G) có ít nhất một điểm chung.
8. Sử dụng đồ thị (*G*), tìm số nghiệm thực của phương trình $f(x) = |1+2x|$.
9. Sử dụng đồ thị (*G*), tìm số nghiệm thực của phương trình $x^2 + f^2(x) = 1$.
10. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (*G*) và đường thẳng $y = \dfrac{5}{2}$.
11. Xét điểm *M* (– 2 ;0). Tìm tọa độ điểm *N* thuộc (*G*) sao cho tam giác *OMN* cân tại *N*.
12. Giả sử *K* là điểm có tung độ thấp nhất của đồ thị (*G*). Tìm tọa độ hai điểm *I*, *J* thuộc (*G*) sao cho *KIJ* là tam giác đều.
13. Tìm tọa độ điểm *T* thuộc đồ thị (*G*) sao cho độ dài đoạn thẳng *OT* ngắn nhất.

Bài toán 108. Cho hàm số $y = f(x) = |x| - 2$.

1. Lập bảng xét dấu để đơn giản hàm số đã cho.
2. Vẽ đồ thị (*G*) của hàm số đã cho.
3. Tìm khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số đã cho.
4. Dựa vào đồ thị (*G*), biện luận theo tham số *m* số nghiệm của phương trình $|x| = m - 9$.
5. Tìm tọa độ hai điểm *M*, *N* thuộc (*G*) sao cho *M* và *N* đối xứng với nhau qua trục tung, đồng thời độ dài đoạn thẳng *MN* bằng 4.
6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (G) và trục hoành.
7. Xét đường tròn (*C*) có tâm là gốc tọa độ, bán kính *R*. Tìm miền giá trị của *R* để đường tròn (*C*) và đồ thị (*G*) có ít nhất một điểm chung.
8. Tồn tại hay không điểm *K* (*x*;*y*) thuộc đồ thị (*G*) thỏa mãn đẳng thức
$$y + |x-1| + |x-3| = \frac{-x^2 - 3x - 1}{x^2 + x + 1}.$$
9. Chứng minh đường tròn (*C*’) có tâm O, bán kính $R = 4$ cắt đồ thị (*G*) tại hai điểm phân biệt *P* và *Q*. Tính tỷ số diện tích hai phần hình tròn tạo bởi (*C*’) và đồ thị (*G*).

Bài toán 109. Mở rộng và phát triển bài 2; Đề thi chọn học sinh giỏi lớp 9; Môn Toán; Đề thi chính thức; Sở Giáo dục và Đào tạo Thành phố Hồ Chí Minh; Năm học 1990 – 1991.

Cho hàm số $y = f\left(x\right) = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$.

1. Lập bảng xét dấu để đơn giản hàm số đã cho.
2. Vẽ đồ thị (*G*) của hàm số đã cho.
3. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên miền [0;4].
4. Với giá trị nào của *x* thì $y \geq 4$?
5. Xét hàm số $u\left(x\right)$ thỏa mãn $u\left(x-1\right) = \sqrt{2x - x^2}$. Chứng minh đồ thị (*G*) và đồ thị hàm số $u\left(x\right)$ không có điểm chung.
6. Xét hàm số $g\left(x\right)$ thỏa mãn phương trình $g\left(x-5\right) = 2x - 1$. Giải phương trình $f\left(x\right) = g\left(x\right)$.
7. Xét hàm số $k\left(x\right) = ax^5 + bx^3 + cx - 5$ với a, b, c là các hằng số thỏa mãn $k\left(-3\right) = 208$. Tính $f\left(k\left(3\right)\right)$.
8. Giả sử (*H*) là đồ thị biểu diễn các điểm $L\left(m;4m-1\right)$. Tìm tọa độ giao điểm của (*H*) và (*G*).
9. Xét bốn điểm *A* (1;4), *B* (3;5), *C* (6;4), *D* (2;2).
   a) Tứ giác *ABCD* là hình gì ? Tại sao ?
   b) Tính tỷ số diện tích hai phần của tứ giác *ABCD* khi bị chia cắt bởi đồ thị (*G*).
10. Tìm tọa độ điểm *K* thuộc đồ thị (G) sao cho độ dài đoạn thẳng *OK* ngắn nhất.
11. Xét đường tròn (*C*) đường kính O*T* với O là gốc tọa độ, *D* (4;0). Chứng minh rằng tồn tại duy nhất một điểm J trên (*C*) sao cho tam giác *ODJ* vuông tại *J*.
12. Xét đường tròn (*C*’) có tâm trùng với tâm của (*C*), bán kính $R = 4$. Tính tỷ số diện tích hai phần hình tròn (*C*’) bị chia cắt bởi đồ thị (G).
13. Giải phương trình $f\left(x\right) = 2x - 4 - \sqrt{16 - x^2}$.
14. Tồn tại hay không điểm *K* (*x*;*y*) thuộc đồ thị (*G*) thỏa mãn đẳng thức $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{x}$?

Bài toán 110. Xét hàm số $y = f\left(x\right) = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$.

1. Lập bảng xét dấu để đơn giản hàm số đã cho.
2. Vẽ đồ thị (*G*) của hàm số đã cho.
3. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên miền [– 2;2]
4. Biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình $f\left(x\right) = 3m - 2$.
5. Xét hàm số $u\left(x\right)$ thỏa mãn $u\left(x - \frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{1}{2} + x - x^2}$ có đồ thị (*H*). Tìm số điểm chung của (*G*) và (*H*).
6. Xét hàm số $g\left(x\right)$ thỏa mãn phương trình $g\left(x-6\right) = 2x - 3$. Giải phương trình $f\left(x\right) = g\left(x\right)$.
7. Xét hàm số $k\left(x\right) = a^5x + 4b$ thỏa mãn $k\left(10\right) \leq k\left(1\right) \leq k\left(2\right)$ và $k\left(2017\right) = 2016$. Tính $f\left(k\left(2018\right)\right)$.
8. Xét đường tròn (*C*) tâm O, bán kính $R = 2$. Tìm số giao điểm của (*C*) và đồ thị (*G*).
9. Xét các điểm *A* (– 2;0), *B* (0;3), *C* (3;0), *D* (2;0).
   a) Chứng minh 3 điểm *A*, *B*, *C* lập thành một tam giác.
   b) Đồ thị (*G*) chia tam giác *ABC* thành hai phần, tính tỷ số diện tích giữa hai phần đó.
   c) Tìm tọa độ điểm *E* thuộc (*G*) sao cho tam giác *ADE* vuông tại *E*.
10. Tìm tọa độ điểm *K* (*x*;*y*) thuộc đồ thị (G) thỏa mãn $y = \dfrac{x^4 + 2x^2 + 2}{x^4 + 3x^2 + 2}$.
11. Giải phương trình $f\left(x\right) = 6x - x^2 - 5$.
12. Giả sử *M* là điểm cố định mà đường thẳng $y = \left(m-3\right)x + m - 5$ luôn đi qua với mọi giá trị của *m*. Tìm tọa độ điểm *N* trên đồ thị (*G*) sao cho độ dài đoạn thẳng *MN* ngắn nhất.

Bài toán 111. Cho hàm số $y=|x-1|+2|x|$.

1. Lập bảng xét dấu để đơn giản hàm số đã cho.
2. Vẽ đồ thị (*G*) của hàm số đã cho.
3. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên miền [– 2;2].
4. Biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình $f(x)=3m-2$.
5. Xét hàm số $u(x)$ thỏa mãn $u\left(x-\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\frac{1}{2}+x-x^2}$. Chứng minh đồ thị (*G*) và đồ thị hàm số $u(x)$ có duy nhất một điểm chung. Tìm tọa độ điểm chung đó.
6. Xét hàm số $g(x)$ thỏa mãn phương trình $g(x-5)=3x-2$. Giải phương trình $f(x)=g(x)$.
7. Giả sử (*H*) là đồ thị biểu diễn các điểm $L(m;4m-6)$. Tìm tọa độ giao điểm của (*H*) và (*G*).
8. Xét đường tròn (*C*) tâm O, bán kính $R=2$. Tìm số giao điểm của (*C*) và đồ thị (*G*).
9. Giải phương trình $f(x)=3x-1-\sqrt{4-x^2}$.
10. Tìm trên đồ thị (*G*) các điểm K (*x*;*y*) thỏa mãn $y=\sqrt{1-\sqrt{y-\sqrt{x+1}}}$.

Bài toán 112. Cho hàm số $y=f(x)=2x-3|x-1|+\frac{|x-3|}{x-3}$.

1. Đơn giản hàm số đã cho.
2. Vẽ đồ thị (*G*) của hàm số đã cho.
3. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên miền [– 2;2].
4. Biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình $f(x)=m$.
5. Xét hàm số $g(x)$ thỏa mãn phương trình hàm $g(x-2)=5x-6$. Giải phương trình $f(x)=g(x)$.
6. Giả sử (*H*) là đồ thị biểu diễn các điểm $L(m;5m-6)$. Tìm tọa độ giao điểm của (*H*) và (*G*).
7. Xét đường tròn (*C*) tâm O, bán kính R. Tìm khoảng giá trị của *R* để đường tròn (*C*) và đồ thị (*G*) có ít nhất một điểm chung.
8. Chứng minh rằng đồ thị (*G*) và đường tròn tâm *I* (3;0), bán kính $R=\frac{1}{\sqrt{3}}$ không có điểm chung.
9. Tồn tại hay không điểm *K* (*x*;*y*) trên đồ thị (*G*) thỏa mãn $y=\sqrt{9-x}+\sqrt{x}$.
10. Sử dụng đồ thị hàm số, hãy so sánh $f\left(\sqrt{2016}\right), f\left(\sqrt{2017}\right)$.

Bài toán 113. Cho hàm số $y=f(x)=|2x-1+|x-3||-2$.

1. Đơn giản hàm số đã cho.
2. Vẽ đồ thị (*G*) của hàm số đã cho.
3. Tìm khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số đã cho.
4. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên miền [– 2;2].
5. Tìm giá trị nguyên của x để $f(x)\le 0$.
6. Giải phương trình $f(x)=\sqrt{4x-9}-\sqrt{x-3}$.
7. Chứng minh rằng đồ thị (*G*) và đồ thị hàm số $y=\frac{x}{2}+\frac{2\sqrt{x^2}}{x}$ chỉ có duy nhất một điểm chung.
8. Giả sử *M* là điểm cố định mà đường thẳng $y=(m-2)x-m+4$ luôn đi qua với mọi giá trị của *m*. Tìm tọa độ điểm *N* trên đồ thị (*G*) sao cho độ dài đoạn thẳng *MN* ngắn nhất.
9. Xét đường tròn (*C*) tâm *I* (3;0), bán kính *R*. Tìm khoảng giá trị của *R* để đường tròn (*C*) và đồ thị (*G*) có ít nhất một điểm chung.

Bài toán 114. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, xét các điểm $M(x;y)$ thỏa mãn

$$y^2+(2x-3)y-3x^2-x+2=0 \quad (1).$$

1. Phân tích vế trái phương trình (1) thành nhân tử.
2. Vẽ đồ thị (G) biểu diễn các điểm $M(x;y)$ thỏa mãn (1).
3. Xét đường tròn (C) tâm O, bán kính $R=\dfrac{2}{\sqrt{11}}$, chứng minh (C) và (G) không có điểm chung.
4. Tìm giá trị của m để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất
$$\begin{cases} y^2+(2x-3)y-3x^2-x+2=0 \\ y=x+m \end{cases}$$
5. Xác định số nghiệm của hệ phương trình sau bằng đồ thị
$$\begin{cases} y^2+(2x-3)y-3x^2-x+2=0, \\ y=|x+1|+\left|\dfrac{1}{2}x-1\right|. \end{cases}$$
6. Xác định số nghiệm của hệ phương trình sau bằng đồ thị
$$\begin{cases} y^2+(2x-3)y-3x^2-x+2=0 \\ y^2-xy-2x^2+3y+3x=0 \end{cases}$$
7. Điểm $N(x;y)$ trong mặt phẳng tọa độ được gọi là điểm nguyên khi x và y đều là các số nguyên. Giả sử (S) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^2+x-2}$. Dựa theo đồ thị, hãy tìm số giao điểm nguyên có hoành độ thuộc đoạn $[-3;2]$ của (S) và (G).
8. Tìm số giao điểm của đồ thị (G) và đồ thị (H) biểu diễn các điểm $L(x;y)$ thỏa mãn
$$x^2+2x-y^2+1=0.$$

Bài toán 115. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, O là gốc tọa độ, xét các điểm $M(x;y)$ thỏa mãn

$$\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{4y^2+4y+1}=6 \quad (1).$$

1. Đơn giản hóa phương trình (1).
2. Vẽ đồ thị (G) biểu diễn các điểm $M(x;y)$ thỏa mãn (1).
3. Đồ thị (G) giới hạn mặt phẳng tọa độ tạo ra một hình phẳng kín (S). Tính diện tích hình phẳng (S).
4. Gọi $K(x;y)$ là điểm đồng quy của ba đường thẳng $y=-3x; y=2x+5; y=x+4$. Chứng minh rằng điểm K nằm phía ngoài của (S).
5. Điểm $N(x;y)$ trong mặt phẳng tọa độ được gọi là điểm nguyên khi x và y đều là các số nguyên. Trên đồ thị (G) có tất cả bao nhiêu điểm nguyên ?
6. Tìm tọa độ giao điểm của (G) và đường phân giác góc phần tư thứ nhất.
7. Xét đường tròn (C) tâm $I\left(1;-\dfrac{1}{2}\right)$, bán kính R. Biện luận số giao điểm của (C) và đồ thị (G) theo các khoảng giá trị của R.
8. Xác định số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{4y^2+4y+1}=6 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$
9. Xác định số nghiệm của hệ phương trình sau bằng đồ thị : $\begin{cases} \sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{4y^2+4y+1}=6, \\ y=2|x-3|-3x+1. \end{cases}$
10. Xét đồ thị biểu diễn các điểm $P(x;y)$ thỏa mãn $|x-1|+|y-2|=1$. Ký hiệu (Q) là hình phẳng giới hạn bởi (P). So sánh diện tích hình phẳng (S) và diện tích hình phẳng (Q).

Bài toán 116. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, xét các điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn

$$|x|+|y|=1 \qquad (1).$$

1. Đơn giản hóa phương trình (1).
2. Vẽ đồ thị (*G*) biểu diễn các điểm *M* (*x*;*y*) thỏa mãn (1).
3. Chứng minh (*G*) là một hình vuông. Tính diện tích hình vuông (*G*).
4. Xét đường tròn (*C*) tâm O, bán kính *R*.
   a) Biện luận số giao điểm của (*C*) và đồ thị (*G*) theo các khoảng giá trị của R.
   b) Trong trường hợp $R=\sqrt{2}$, tính diện tích phần hình vuông (*G*) nằm phía ngoài hình tròn (*C*).
   c) Trong trường hợp $R=1$, tính diện tích phần hình tròn (*C*) nằm phía ngoài hình vuông (*G*).
5. Chứng minh hệ phương trình $\begin{cases} |x|+|y|=1 \\ x^2+y^2=1 \end{cases}$ có đúng 4 nghiệm.
6. Biện luận theo tham số m số nghiệm của hệ $\begin{cases} |x|+|y|=1 \\ x^2+y^2 \le m \end{cases}$
7. Đường thẳng $y=2x$ chia hình vuông (*G*) thành hai phần, tính tỷ số diện tích giữa hai phần đó.
8. Giả sử (*H*) là đồ thị biểu diễn các điểm *N* (*x*;*y*) thỏa mãn $|y-1|+2x-3=0$. Đồ thị (*H*) chia hình vuông (*G*) thành hai phần, tính tỷ số diện tích giữa hai phần đó.
9. Sử dụng đồ thị, chứng minh hệ phương trình sau vô nghiệm $\begin{cases} |x|+|y|=1 \\ |y-2|-|x+1|=3 \end{cases}$
10. Đường thẳng $d:(m-2)x+(m-1)y=1$ luôn đi qua điểm *P* (*x*;*y*) với mọi giá trị của *m*. Tìm tọa độ điểm *Q* thuộc hình vuông (*G*) sao cho độ dài đoạn thẳng *PQ* ngắn nhất.
11. Chứng minh rằng đường thẳng $\Delta:2(m+2)x+2y+m+3=0$ luôn cắt hình vuông (*G*) với mọi giá trị của tham số m.
12. Tìm trên đồ thị (*G*) các điểm *K* (*x*;*y*) thỏa mãn hệ thức
    a) $x^6-y^6=1$.
    b) $x^8-y^6=1$.
    c) $x^{2m}-y^{2n}=1 \quad (m,n\in\mathbb{N})$.
13. Tìm tất cả các giá trị của *m* để hệ phương trình sau vô nghiệm $\begin{cases} |x|+|y|=1, \\ (m-2)x+(m-1)y=1. \end{cases}$

Bài toán 117. Cho hàm số $y=f(x)=\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{4x^2+4x+1}+ax$.

1. Lập bảng xét dấu để rút gọn hàm số $f(x)$ theo *a*.
2. Tìm giá trị của *a* để hàm số luôn luôn đồng biến.
3. Xác định *a* để đồ thị hàm số đi qua điểm *B* (1;6).
   a) Vẽ đồ thị (*C*) với *a* vừa tìm được.
   b) Sử dụng đồ thị (*C*) biện luận theo *m* số nghiệm của phương trình
   $$\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{4x^2+4x+1}=x+m.$$
4. Tìm theo *a* giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn [3;5].

Bài toán 118. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, xét đường thẳng *d* :

$$Ax+By+C=0 \qquad (A,B,C\neq 0).$$

1. Gọi *H* là chân đường vuông góc kẻ từ O đến đường thẳng (*d*). Chứng minh $OH=\dfrac{|C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

2. Áp dụng (Không thông qua điểm cố định) :
   a) Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $3x+4y+5=0$.
   b) Tìm *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $x-y+m=0$ bằng $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
   c) Tìm giá trị của *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $(m-3)x+(m+5)y=1$ đạt giá trị lớn nhất.
   d) Tìm giá trị của *m* để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $(m+1)x+2my=3m-1$ đạt giá trị lớn nhất.
   e) Chứng minh rằng họ đường thẳng $(m-3)x+(m+5)y=\sqrt{4m^2+8m+68}$ luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định.
   f) Tìm tất cả giá trị của *m* để đường thẳng $(m+1)x+2my=3m-1$ tiếp xúc với đường tròn (*C*) tâm O, bán kính $R=1$.
   g) Xét đường tròn (*C*) tâm O, bán kính *R* và đường thẳng $\Delta: 3x+4y+m=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của *R* để (*C*) và đường thẳng Δ có ít nhất một điểm chung.

Bài toán 119. Chứng minh công thức khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B)$ là

$$AB^2=(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2.$$

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, xét các điểm *A* (– 1 ;1), *B* (0;2), *C* (3;1), *D* (0;– 2).

1. Viết phương trình đường thẳng (*d*) đi qua *A* thỏa mãn
   a) Có hệ số góc bằng – 2.
   b) Song song với đường thẳng $3x+2y=1000$.
   c) Vuông góc với đường thẳng $y=-\frac{2}{3}x+2\sqrt{3}$.
   d) Tạo với trục O*x* một góc 60°.
2. Viết phương trình các đường thẳng *AB*, *BC*, *CD*, *DA*.
3. Chứng minh *A*, *D*, *C* không thẳng hàng, từ đó suy ra *ABC* là một tam giác.
4. Tính chiều cao *AH* của tam giác *ADC*.
5. Tìm tọa độ điểm *E* trong mặt phẳng tọa độ sao cho *ABED* là hình bình hành.
6. Chứng minh tứ giác *ABCD* là hình thang cân và tính diện tích hình thang *ABCD*.
7. Viết phương trình các đường trung tuyến *AM*, *DN*, *CP* của tam giác *ADC*, từ đó tìm tọa độ trọng tâm *G* của tam giác *ADC*.
8. Viết phương trình các đường trung trực của các cạnh *AD*, *AC*, *DC*, từ đó tìm tâm *I* và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác *ADC*.
9. Viết phương trình các đường phân giác trong *AK*, *DL*, *CJ* của tam giác *ADC*, từ đó tìm tâm *I’* và tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác *ADC*.
10. Viết phương trình đường thẳng đi qua *C* sao cho đường thẳng này cách đều hai điểm *A*, *B*.
11. Tìm ảnh của điểm *A* qua trục đối xứng là đường thẳng *DC*.
12. Tìm tọa độ điểm *U* nằm trên đường thẳng chứa *CD* sao cho tổng độ dài $AU+BU$ ngắn nhất.

Bài toán 120. Cho hàm số $y=f(x)=|x-1|+|x-6|$.

1. Tính $S=f\left(f\left(f(1)\right)\right)+f\left(f(2)\right)$.
2. Đơn giản hóa và vẽ đồ thị (G) của hàm số đã cho.
3. Xác định giá trị lớn nhất của *m* để $f(x)\ge m, \forall x\in\mathbb{R}$.
4. Tìm *m* sao cho $f(x)>m, \forall x\in\mathbb{R}$.

5. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn [1;4].
6. Xét *A* (6;0), tồn tại hay không điểm *K* (*x*;*y*) thuộc đồ thị (*G*) sao cho tam giác *OKA* vuông tại *K* ?
7. Gọi *B* là điểm đồng quy của ba đường thẳng $y = 2x - 1;\quad y = 4x - 1;\quad y = 2mx - 3$.
   Tìm tọa độ điểm *C* trên đồ thị (G) để khoảng cách BC ngắn nhất.
8. Giả sử D (*x*;*y*) là giao điểm của hai đường thẳng $y = 3x + 5m + 2; y = 7x - 3m - 6$; (d) là tập hợp các điểm *D* (*x*;*y*) khi *m* thay đổi, tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (G).
9. Giả dụ hai đường thẳng $y = \frac{1}{2}x - 5; y = 2ax - 3$ vuông góc với nhau tại *E* (*x*;*y*). Điểm *E* (*x*;*y*) có thuộc đồ thị (*G*) hay không, giải thích.
10. Giải phương trình $f(x) = 2x - 3$.
11. Xét đường tròn (*C*) tâm là gốc tọa độ, bán kính *R*. Biện luận số giao điểm của (*C*) và đồ thị (*G*) theo các khoảng giá trị của *R*.
12. Xét hàm số $g(x)$ thỏa mãn $g(x-1) + x^2 = 3 + 2x$. Chứng minh rằng đồ thị hàm số $g(x)$ và đồ thị (*G*) không tồn tại điểm chung.

Bài toán 121. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, *m* là tham số thực khác 0, xét

- Bốn điểm *A* (1;0), *B* (5;2), *C* (– 1 ;1), *D* (1 ;2).
- Bốn đường thẳng $d_1 : y = x - 5;\quad d_2 : y = x + m;\quad d_3 : y = 2x + m - 1;\quad d_4 : y = \frac{m^2 - 1}{2m}x + \frac{2m + 1}{m}$.

1. Xác định hệ số góc của đường thẳng *AB*.
2. Viết phương trình đường thẳng đi qua *C* thỏa mãn
   a) Vuông góc với đường thẳng (*AB*).
   b) Song song với đường thẳng (*AB*).
   c) Cắt đường thẳng (*AB*) tại điểm có hoành độ bằng 2.
3. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng d_3, d_4 vuông góc với nhau ?
4. Tính diện tích tam giác *OUV* tạo bởi đường thẳng d_1 với hai trục tọa độ.
5. Với giá trị nào của tham số *m* thì đường thẳng d_2 chắn trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn hơn 4 (đơn vị diện tích) ?
6. Xác định những điểm *M* thuộc trục O*x* sao cho khoảng cách từ *M* đến đường thẳng d_1 bằng 2.
7. Xác định những điểm *N* thuộc trục O*y* sao cho khoảng cách từ *N* đến đường thẳng d_1 bằng 2.
8. Tìm giá trị của *m* sao cho khoảng cách từ điểm *C* đến đường thẳng d_2 bằng 1.
9. Xác định *m* để khoảng cách từ điểm *C* đến đường thẳng d_3 bằng 2.
10. Xác định điểm *E* (*x*;6) để tam giác *ABE* là tam giác đều.
11. Tìm tâm *I* và tính bán kính của đường tròn (*C*) ngoại tiếp tam giác *ABC*.
12. Giả sử *T* là điểm đồng quy của ba đường thẳng $y = -3x; y = 2x + 5; y = x + 4$. Hỏi điểm *T* nằm miền trong hay miền ngoài của hình tròn (*C*) ?
13. Tính khoảng cách từ điểm *D* đến đường thẳng d_4, chứng minh khoảng cách này không đổi. Từ đó chứng minh đường thẳng d_4 luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định khi m thay đổi.
14. Tồn tại hay không điểm *F* trên đường thẳng *AB* sao cho tam giác *CDF* cân tại *F* ?
15. Tìm tọa độ điểm *G* trên đường thẳng *AB* sao cho tổng độ dài $CG + DG$ ngắn nhất.
16. Tồn tại bao nhiêu điểm *P* thuộc đường thẳng d_1 thỏa mãn bất đẳng thức
$$x\left(y + 1 - \sqrt{2y - 1}\right) + 7 \le \sqrt{26x + 13}.$$
17. Gọi *Q* (*x*;*y*) là giao điểm của hai đường thẳng d_2, d_3. Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để biểu thức $Z = 2x^2 - 3y^2 + 4$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài toán 122. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy,O là gốc tọa độ, *m* là tham số thực, xét

- 5 điểm *A* (1;0), *B* (0;1), *C* (– 1;0), *D* (0;– 1), *E* (*a*;0).
- Các đường thẳng $d: y=(1-m)x+2;\quad \Delta: y=(m+1)x-3$.

1. Viết phương trình các đường thẳng *AB*, *BC*, *CD*, *DA*.
2. Chứng minh tứ giác *ABCD* là một hình vuông (*V*) và tìm tâm hình vuông (*V*).
3. Viết phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh *AB* và *CD*.
4. Viết phương trình các đường trung bình của tam giác *ABD*, tam giác *BCD*.
5. Viết phương trình đường thẳng đi qua *C* và hợp với trục hoành một góc $\alpha=60^\circ$.
6. Tìm *m* để hai đường thẳng đã cho vuông góc với nhau.
7. Tồn tại hay không giá trị của *m* để hai đường thẳng đã cho cắt nhau tại điểm *M* (*x*;*y*) sao cho *M* nằm giữa *A* và *B* ?
8. Xét đường tròn (*C*) tâm là gốc tọa độ, bán kính *R*. Với giá trị nào của *R* thì (*C*) là đường tròn nội tiếp hình vuông *ABCD* ?
9. Giả sử (*l*) là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với đường thẳng *AB*. Tìm giá trị của *a* để đường thẳng (*l*) đi qua trung điểm đoạn thẳng *DE*.
10. Xét hàm số $y=f(x)=|x-2|+|x-5|-|3x+6|$.
    a) Xác định số giao điểm của hình vuông (*V*) và đồ thị hàm số $f(x)$.
    b) Tìm giá trị nhỏ nhất của *k* để $f(x)\le k,\forall x\in\mathbb{R}$.
11. Xét hàm số $g(x)$ thỏa mãn $g(x+1)=x^4+4x^3+7x^2+6x+4$. Chứng minh rằng đồ thị hàm số $g(x)$ và hình vuông (*V*) không tồn tại điểm chung.
12. Xét hàm số $y=k(x)=\min\{4x+1;x+2;-2x+6\}$ với đồ thị (*U*).
    a) Tìm giá trị lớn nhất của $k(x)$.
    b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hình vuông (*V*) và đồ thị (*U*).

Bài toán 123. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ O*xy*, O là gốc tọa độ, n,α là các tham số, xét

- 6 điểm *A* (0;3), *B* (3;3), *C* (5;1), *D* (5;1), *E* (5 ;0), *F* (0 ;5).
- Các đường thẳng $d: y=ax-1;\quad \lambda: y=4nx;\quad \varphi: y=nx$.
- Đường thẳng $\Delta: x\cos\alpha+y\sin\alpha+2\cos\alpha+1=0$.

1. Tìm tọa độ trọng tâm *G* của tam giác *ABC*.
2. Tìm tọa độ điểm *H* sao cho *ABDH* là hình bình hành.
3. Tính diện tích đa giác *OABCDE*.
4. Tìm ảnh của đoạn thẳng *AC* qua trục đối xứng là trục hoành.
5. Viết phương trình đường thẳng đối xứng với đường thẳng (*BD*) qua điểm *C*.
6. Viết phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ sao cho đường thẳng đó chia đa giác *OABCDE* thành hai phần có diện tích bằng nhau.
7. Tìm giá trị của *a* để đường thẳng *d* tạo với tia O*x* một góc $\beta=22^\circ30'$.
8. Xét các đường thẳng d_1 đi qua *D* và vuông góc với trục tung, đường thẳng d_2 đi qua *F* và vuông góc với trục tung. Tìm hệ số *a* dương để các đường thẳng d,d_1,d_2 tạo với nhau một hình thang có diện tích bằng 8.
9. Viết phương trình đường thẳng đi qua *C*, cắt các tia O*x*, O*y* lần lượt tại *M* và *N* sao cho *OM* + *ON* đạt giá trị nhỏ nhất.
10. Chứng minh rằng khi góc α thay đổi, đường thẳng Δ luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định. Xác định tâm và độ dài bán kính của đường tròn đó.
11. Tìm tham số dương *n* để góc tạo bởi λ với tia O*x* gấp đôi góc tạo bởi φ với tia O*x*.

IV. LỜI KẾT.

Trong chương trình lớp 7 THCS chúng ta đã được làm quen với hệ trục tọa độ trong mặt phẳng, với hàm số $y = ax$ và đồ thị của nó. Lên lớp 9 THCS, sách giáo khoa Toán hiện hành đã đề cập sâu hơn khái niệm hàm số, hàm số đơn điệu (đồng biến, nghịch biến), khái niệm hàm số bậc nhất và đồ thị của nó, khái niệm hệ số góc của đường thẳng, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, tuy số lượng bài tập khá nhiều, đa dạng và phong phú nhưng tất cả đều là những nội dung hết sức cơ bản, dễ thao tác, thực hành. Như đã trình bày trong mục II, nếu chúng ta tự giác tìm tòi, đào sâu suy nghĩ, vận dụng và liên hệ thì với kiến thức sơ đẳng về hàm số bậc nhất, chúng ta có thể phát triển lên rất nhiều lớp bài toán như bài toán biện luận giao điểm hai đường thẳng, biện luận số nghiệm của hệ phương trình; lớp bài toán khoảng cách, hệ số góc, góc, diện tích tam giác, đa giác liên quan, tỷ lệ đoạn thẳng; lớp bài toán về đường tròn, lớp hàm số và đồ thị chứa dấu giá trị tuyệt đối; lớp bài toán tâm đối xứng, điểm đối xứng; lớp bài toán tìm tọa độ điểm thỏa mãn độ dài cho trước, thỏa mãn đẳng thức, thỏa mãn biểu thức đạt cực trị; lớp bài toán viết phương trình đường cao, đường trung trực, đường phân giác, tìm tọa độ trực tâm, trọng tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp và tâm đường tròn nội tiếp; lớp bài toán điểm nguyên; lớp bài toán gắn với hệ thức lượng; tìm tọa độ điểm để tam giác, tứ giác nào thỏa mãn tính chất nào đó; phương trình hàm...đều là những bài toán gây khó dễ ít nhiều cho chúng ta. So với những vấn đề khác của chương trình lớp 9 THCS như căn thức, phương trình bậc hai, parabol đơn giản, hệ phương trình, dường như hàm số bậc nhất không được coi trọng như những phần khác, phải chăng vì thế, một số bạn học sinh lớp 10 tỏ ra chưa thành thục, thậm chí bỡ ngỡ với chương trình Hình học giải tích 10. Rời xa mái trường THCS, chập chững bước vào THPT các bạn học sinh sẽ được tiếp cận với các kiến thức về vector với các phép toán và tọa độ, tích vô hướng của hai vector và ứng dụng, hệ thức lượng trong tam giác thường, hệ thức lượng trong đường tròn hay phương pháp tọa độ trong mặt phẳng, đi sâu nghiên cứu đường thẳng, đường tròn, đường elippse bầu dục, đường parabol tổng quát, hypebol với muôn hình vạn trạng – tức là gắn mọi thứ hình phẳng đã học dưới cấp THCS vào hệ trục tọa độ, và tìm các đặc điểm, yếu tố, tính chất dựa trên các phép tính về tọa độ, nội dung này sẽ được nâng cao hết mức kết hợp kỹ năng vẽ hình phụ, chứng minh đặc tính, là nội dung thường niên trong kỳ thi tuyển sinh Đại học – Cao đẳng và kỳ THPT Quốc gia khi đã rời mái trường THPT. Trong tài liệu này, tác giả đã cố gắng sưu tầm, chọn lọc, khai thác, liên hệ và mở rộng hết mức trong tầm nhìn còn hạn hẹp của bản thân, hy vọng nó sẽ là tài liệu tham khảo bổ tích, lý thú, chuyên sâu, với mong muốn góp phần nhỏ bé vào phong trào học tập hàm số và đồ thị cấp THCS còn rất yếu, cũng như đặt nền tảng tư duy hàm số, tư duy hình học giải tích cho các em học sinh nhỏ tuổi trước khi chính thức bước vào cấp THPT.

Tài liệu này được khởi động viết tháng 06/2016 và hoàn thành tháng 12 năm 2016, giai đoạn mà báo chí và các phương tiện truyền thông chính thống đang đăng tải nhiều thông tin về tình trạng tham ô, tham nhũng, chạy chức, chạy quyền, sai phạm lớn, sai phạm nhỏ, thua lỗ, điều chuyển công tác "đúng quy trình", bổ nhiệm cán bộ theo kiểu "tìm người nhà", thay vì "tìm người tài", kèm theo rất nhiều vấn đề nhức nhối, khiến nhân dân hoang mang, niềm tin giảm sút…

Xin nêu đơn cử

- Nguyên Bí thư Tỉnh ủy Tỉnh Hà Tĩnh Võ Kim Cự, Nguyên Trưởng ban Quản lý Khu Kinh tế Vũng Áng cấp phép theo kiểu "Tiền trảm hậu tấu" cho Công ty TNHH Hưng Nghiệp Formosa của Vùng lãnh thổ Đài Loan đầu tư trong vòng 70 năm (một thời gian khá "ít"), trong vòng chưa đến 8 năm đã thải chất thải bừa bãi, gây nên ô nhiễm môi trường nghiêm trọng, tạo ra tình trạng cá biển chết hành loạt tại vùng biển các tỉnh Hà Tĩnh, Quảng Bình, Quảng Trị, Thừa Thiên Huế, làm thiệt hại nghiêm trọng về mọi phương diện cho đồng bào và đất nước. Đáp lại báo chí, đại diện Formosa ung dung thừa nhận công ty dung axit để súc rửa đường ống, nhưng thừa thiện không thông báo chính quyền địa phương vì "không biết quy định này". Quả thực hết sức trắng trợn, âu cũng phải vì họ không phải đồng bào mình. Tổng Bí thư Ban chấp hành Trung ương Đảng Cộng Sản Việt Nam Nguyễn Phú Trọng đương nhiệm đã từng thẳng thắn: " Có ý kiến nói sao làm chậm. Nhưng đây là đấu tranh chứ không phải là việc thương lượng. Đấu tranh để buộc người có tội nhận lỗi, cúi đầu xin lỗi, hứa phải thay đổi dây chuyền, hứa không tái phạm. Nhận đền bù cho chúng ta 500 triệu USD".

- ❖ Nguyên Phó chủ tịch Ủy ban nhân dân Tỉnh Hậu Giang, Nguyên Chủ tịch Hội đồng Quản trị Công ty Xây lắp dầu khí Việt Nam (PVC) Trịnh Xuân Thanh cùng một số đồng nghiệp, trong thời gian quản lý PVC giai đoạn 2011 – 2013 đã buông lỏng quản lý, kiểm tra, giám sát, làm trái các quy định về quản lý kinh tế, để xảy ra sai phạm, làm thua lỗ, thất thoát 3300 tỷ đồng của nhà nước. Ngoài ra, "quy trình" giới thiệu, tiếp nhận, bổ nhiệm vào vị trí Tỉnh ủy viên, Phó chủ tịch Ủy ban Nhân dân Tỉnh Hậu Giang của ông có nhiều vấn đề, kèm theo thực tế ông được đưa đón bằng xe tư Lexus LX570 nhưng gắn biển số xanh công vụ 95A – 0699 thuộc sở hữu của Phòng Kỹ thuật Hậu cần Công an Tỉnh Hậu Giang là sai nguyên tắc, tạo nên hình ảnh sai, gây dư luận xấu trong quần chúng nhân dân. Tổng Bí thư Ban chấp hành Trung ương Đảng Cộng Sản Việt Nam Nguyễn Phú Trọng nói: "Gần đây chúng ta có làm tiếp một số vụ được dư luận quan tâm, trong đó vụ Trịnh Xuân Thanh chỉ là một ví dụ thôi. Còn liên quan đến nhiều thứ lắm. Chúng ta làm từng bước, chắc chắn, hiệu quả. Có những việc tôi chưa tiện nói trước. Chúng tôi đã nói nhiều lần rồi, là có bước đi chắc chắn, chặt chẽ, thận trọng, hiệu quả và phải giữ cho được cái ổn định để phát triển đất nước. Sở dĩ như vậy là sau vụ này nó lại liên quan đến vụ khác".

Trên đây chỉ là hai trong số rất nhiều vụ lùm xùm không đáng có, không nên có, là điển hình cho tình trạng gian lận, tham ô, tham nhũng, làm trái trong một bộ phận quan chức, cán bộ thoái hóa, biến chất, đạo đức xuống cấp hiện nay. Như Tổng Bí thư Nguyễn Phú Trọng từng giãi bày khi tiếp xúc cử tri Thủ đô Hà Nội ngày 06.08.2016: "Đây là lĩnh vực rất là quan trọng nhưng cũng vô cùng khó khăn phức tạp. Liên quan đến lợi ích, danh dự của mỗi con người, mỗi đơn vị nên không dễ tí nào. Lợi ích chằng chịt nên rất là khó khăn. Nhưng Đảng và Nhà nước quyết tâm làm để trong sạch bộ máy, nếu không thì gay go". Rõ ràng, để có nền tảng để quyết tâm được, cần một hệ thống chính trị trong sạch, vững mạnh, cần những con người tài năng, quyết đoán, dứt khoát, mạnh mẽ, cộng thêm tư chất nhân hậu, khoan dung nhưng không nhân nhượng, liêm chính nhưng không nhu nhược, cần kiệm, chí công vô tư, hơn nữa phải dám nghĩ, dám làm, dám nhận, dám phản biện và dám sửa sai.

"Có những cái sai không thể sửa được. Chắp vá gượng ép càng làm sai thêm. Chỉ có cách là đừng bao giờ sai nữa, hoặc là phải bù lại bằng một việc đúng khác"

(Hồn Trương Ba, da hàng thịt – Lưu Quang Vũ, 1981).

Nhận ra cái sai, sửa sai, bù lại bằng những việc làm đúng, bù lại bằng việc đạt được những tiến bộ vượt bậc về văn hóa, pháp luật, đạo đức, lễ nghĩa, khoa học, kỹ thuật mà hiện nay đất nước chưa vươn tới, đó phải là những con người xã hội chủ nghĩa thực thụ, những con người đó trưởng thành từ các em học sinh, từ thế thế hệ mai sau, nếu được nuôi dưỡng, đào tạo và vun đắp đúng cách. "Trăm hay không hay bằng tay quen", các em cần học tập hăng say, trau dồi đạo đức, trau dồi bản lĩnh chính trị vững vàng, khả năng phân biệt đúng sai và sửa chữa lỗi lầm, ngay từ những bài toán nhỏ này thôi, các phương pháp, kỹ thuật cơ bản đã được các thế hệ đi trước đúc kết và tận tụy truyền đạt cho thế hệ tương lai, các bạn hoàn toàn đủ khả năng kế thừa, phát huy và sáng tạo không ngừng, chuẩn bị đủ hành trang nắm bắt khoa học kỹ thuật, trở thành những nhà khoa học, nhà quản lý giỏi, năng động hay chuyên gia an ninh, quốc phòng, trở thành rường cột liêm chính của quốc gia, đưa đất nước ngày càng mở rộng, phát triển vững bền, phồn vinh, minh bạch, và hiển nhiên những bài toán trong các kỳ thi nhất định không thể là rào cản, mà là cơ hội thử sức, cơ hội khẳng định quá trình, cơ hội khẳng định kiến thức, minh chứng sáng ngời cho tinh thần học tập, tinh thần ái quốc được bộc lộ trong tương lai !

V. MỘT SỐ TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. ***Bài tập nâng cao và một số chuyên đề toán 8.***
   Bùi Văn Tuyên; NXB Giáo dục Việt Nam; 2004.
2. ***Bài tập nâng cao và một số chuyên đề toán 9.***
   Bùi Văn Tuyên; NXB Giáo dục Việt Nam; 2005.
3. ***Nâng cao và phát triển toán 8, tập 1 – tập 2.***
   Vũ Hữu Bình; NXB Giáo dục Việt Nam; 2004.
4. ***Nâng cao và phát triển toán 9, tập 1 – tập 2.***
   Vũ Hữu Bình; NXB Giáo dục Việt Nam; 2005.
5. ***Toán nâng cao Đại số 10.***
   Nguyễn Huy Đoan; NXB Giáo dục Việt Nam; 1999.
6. ***Bài tập nâng cao và một số chuyên đề Đại số 10.***
   Nguyễn Huy Đoan; Đặng Hùng Thắng; NXB Giáo dục Việt Nam; 2006.
7. ***Tài liệu chuyên toán: Đại số 10 – Bài tập Đại số 10.***
   Đoàn Quỳnh – Doãn Minh Cường – Trần Nam Dũng – Đặng Hùng Thắng; NXB Giáo dục Việt Nam; 2010.
8. ***Một số chuyên đề Đại số bồi dưỡng học sinh giỏi THPT.***
   Nguyễn Văn Mậu – Nguyễn Văn Tiến và một số tác giả; NXB Giáo dục Việt Nam; 2009.
9. ***Tuyển tập các bài toán hay và khó Đại số 9.***
   Nguyễn Đức Tấn – Đặng Đức Trọng – Nguyễn Cao Huynh – Vũ Minh Nghĩa – Bùi Ruy Tân – Lương Anh Văn; NXB Giáo dục Việt Nam; 2002.
10. ***Một số phương pháp chọn lọc giải các bài toán sơ cấp, tập 1 – tập 3.***
    Phan Đức Chính – Phạm Văn Điều – Đỗ Văn Hà – Phạm Văn Hạp – Phạm Văn Hùng – Phạm Đăng Long – Nguyễn Văn Mậu – Đỗ Thanh Sơn – Lê Đình Thịnh; NXB Đại học Quốc gia Hà Nội; 1997.
11. ***Bài giảng chuyên sâu Toán THPT: Giải toán Đại số 10.***
    Lê Hồng Đức – Nhóm Cự Môn; NXB Hà Nội; 2011.
12. ***Phương pháp giải phương trình và bất phương trình.***
    Nguyễn Văn Mậu; NXB Giáo dục Việt Nam; 1994.
13. ***Toán bồi dưỡng học sinh phổ thông trung học – quyển 1; Đại số.***
    Hàn Liên Hải – Phan Huy Khải – Đào Ngọc Nam – Nguyễn Đạo Phương – Lê Tất Tôn – Đặng Quan Viễn; NXB Hà Nội; 1991.
14. ***Phương trình và hệ phương trình không mẫu mực.***
    Nguyễn Đức Tấn – Phan Ngọc Thảo; NXB Giáo dục Việt Nam; 1996.
15. ***Chuyên đề bồi dưỡng Toán cấp ba; Đại số.***
    Nguyễn Sinh Nguyên; NXB Đà Nẵng; 1997.
16. ***Giải toán Đại số sơ cấp (Dùng cho học sinh 12 chuyên, luyện thi đại học).***
    Trần Thành Minh – Vũ Thiện Căn – Võ Anh Dũng; NXB Giáo dục Việt Nam; 1995.
17. ***Những dạng toán điển hình trong các kỳ thi tuyển sinh Đại học và Cao đẳng; Tập 1;2;3;4.***
    Bùi Quang Trường; NXB Hà Nội; 2002.
18. ***Ôn luyện thi môn Toán THPT theo chủ đề; Tập một: Đại số và lượng giác.***
    Cung Thế Anh; NXB Giáo dục Việt Nam; 2011.
19. ***Phương pháp giải toán trọng tâm.***
    Phan Huy Khải; NXB Đại học Sư phạm; 2011.
20. ***Các bài giảng luyện thi môn Toán; Tập 2.***
    Đức Chính – Vũ Dương Thụy – Đào Tam – Lê Thống Nhất; NXB Giáo dục Việt Nam; 1993.
21. ***500 Bài toán chọn lọc Đại số - Hình học 10.***
    Lê Hoành Phò; NXB Đại học Quốc gia Hà Nội; 2012.
22. ***Tam thức bậc hai và ứng dụng.***

Lê Sĩ Đồng – Lê Minh Tâm; NXB Giáo dục Việt Nam; 2003.

23. ***Chuyên đề Bất đẳng thức và ứng dụng trong đại số.***
Nguyễn Đức Tấn; NXB Giáo dục Việt nam; 2003.

24. ***23 Chuyên đề giải 1001 bài toán sơ cấp ; Quyển 1.***
Nguyễn Văn Vĩnh – Nguyễn Đức Đồng
và một số đồng nghiệp (NKTH); NXB Giáo dục Việt Nam; 2002.

25. ***Phương pháp giải toán bất đẳng thức và cực trị.***
Nguyễn Văn Dũng – Võ Quốc Bá Cẩn – Trần Quốc Anh; NXB ĐHQG Hà Nội; 2011.

26. ***Các bài giảng về bất đẳng thức Cauchy.***
Nguyễn Vũ Lương – Phạm Văn Hùng – Nguyễn Ngọc Thắng; NXB ĐHQG Hà Nội; 2008.

27. ***Cẩm nang luyện thi Đại học Ứng dụng hàm số Giải toán Đại số và Giải tích.***
Huỳnh Nguyễn Luân Lưu – Nguyễn Thị Duy An; NXB ĐHQG Hà Nội ;2014.

28. ***Tư duy logic tìm tòi lời giải Hệ phương trình.***
Mai Xuân Vinh – Phạm Kim Chung – Phạm Chí Tuân
– Đào Văn Chung – Dương Văn Sơn ; NXB ĐHQG Hà Nội; 2015.

29. ***Bồi dưỡng học sinh giỏi toán Trung học cơ sở, Đại số.***
Nguyễn Thị Thanh Thủy – Phạm Minh Phương
– Trần Văn Tấn; NXB Giáo dục Việt Nam; 2014.

30. ***9 Chuyên đề Đại số Trung học cơ sở.***
Vũ Hữu Bình; NXB Giáo dục Việt Nam; 2014.

31. ***Toán nâng cao Đại số và Giải tích 12.***
Nguyễn Xuân Liêm – Hoàng Chính Bảo ; NXB Giáo dục Việt Nam ; 1999.

32. ***15 chủ đề thường gặp trong các kỳ thi THCS và tuyển sinh lớp 10 ; Môn Toán.***
Nguyễn Đức Hoàng – Nguyễn Sơn Hà ; NXB Đại học Sư phạm ; 2009.

33. ***Hệ phương trình và phương trình chứa căn thức.***
Nguyễn Vũ Lương – Phạm Văn Hùng – Nguyễn Ngọc Thắng; NXB ĐHQG Hà Nội; 2006.

34. ***Tam thức bậc hai và ứng dụng.***
Lê Sĩ Đồng – Lê Minh Tâm; NXB Giáo dục Việt Nam; 2003.

35. ***Khai thác và phát triển một số bài toán Trung học cơ sở ; Tập 1, 2.***
Nguyễn Tam Sơn – Phạm Thị Lệ Hằng ; NXB Giáo dục Việt Nam ; 2012.

36. ***Chuyên đề Bất đẳng thức và ứng dụng trong Đại số.***
Nguyễn Đức Tấn; NXB Giáo dục Việt Nam; 2003.

37. ***Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 Môn Toán.***
Hà Nghĩa Anh – Nguyễn Thúy Mùi – Huỳnh Kỳ Tranh;
NXB Đại học Quốc gia Hà Nội ; 2006

38. ***Ôn thi vào lớp 10 THPT Chuyên; Môn Toán.***
Doãn Minh Cường – Trịnh Hoài Dương
– Trần Văn Khải – Đỗ Thanh Sơn; NXB Giáo dục Việt Nam; 2013.

39. ***Tài liệu hướng dẫn ôn thi vào lớp 10 Môn Toán.***
Phạm Văn Thạo (chủ biên) ; NXB Đại học Quốc gia Hà Nội; 2013.

40. ***Ôn tập thi vào lớp 10 ; Môn Toán.***
Phan Doãn Thoại – Trịnh Thúy Hằng – Lại Thị Thanh Hương
– Mai Công Mãn – Hoàng Xuân Vinh; NXB Giáo dục Việt Nam ; 2008.

41. ***Ôn thi vào lớp 10; Môn Toán (Dành cho học sinh tỉnh Thái Bình).***
Dương Văn Thanh; NXB Đại học Quốc gia Hà Nội; 2012.

42. ***Tài liệu chuyên toán THCS; Toán 9; Tập 1: Đại số.***
Vũ Hữu Bình – Phạm Thị Bạch Ngọc – Đàm Văn Nhỉ; NXB Giáo dục Việt Nam; 2012.

43. ***Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 hệ THPT Chuyên trực thuộc đại học và THPT Chuyên các tỉnh thành.***

44. ***Đề thi tuyển sinh vào lớp 10 hệ THPT hệ đại trà các địa phương trên toàn quốc.***

45. ***Đề thi học sinh giỏi môn toán khối 8 đến khối 12 các cấp.***

46. ***Đề thi tuyển sinh Đại học – Cao đẳng môn Toán (chính thức – dự bị) qua các thời kỳ.***

47. ***Đề thi Olympic 30 tháng 4 Toán học khối 10, khối 11 các tỉnh miền Trung và Nam bộ (1995 – 2013).***
48. ***Các tạp chí toán học*:** Tạp chí Toán học và tuổi trẻ; Tạp chí Toán tuổi thơ 2 THCS; Tạp chí Kvant...
49. ***Các diễn đàn toán học*:** Boxmath.vn; Math.net.vn; Mathscope.org; Onluyentoan.vn; Diendantoanhoc.net; Math.net.vn; K2pi.net; Mathlink.ro;...
50. ***Một số trang mạng học tập thông qua facebook; twiter;...***

THÂN THỂ TẠI NGỤC TRUNG
TINH THẦN TẠI NGỤC NGOẠI
DỤC THÀNH ĐẠI SỰ NGHIỆP
TINH THẦN CÁNH YẾU ĐẠI

TÀI LIỆU CHÍNH THỨC